

상단에 집중질량을 갖는 유체에 잠긴 기둥의 자유진동 특성

Free Vibration Characteristics of Columns Immersed in Fluid with a Concentrated Mass at the Top

오 상 진* · 이 병 구** · 모 정 만***
Oh, Sang Jin · Lee, Byoung Koo · Mo, Jeong Man

Abstract

This paper deals with the free vibrations of columns immersed in fluid. The column model is based on the classical Bernoulli-Euler theory which neglects the effects of rotatory inertia and shear deformation. The eccentricity and rotatory inertia of the concentrated mass at the top are taken into account. In the governing equation for the free vibration of column, the density of immersed part was modified to account for the added fluid mass. The governing differential equations are solved numerically using the corresponding boundary conditions. The lowest four natural frequencies and corresponding mode shapes are calculated over a range of non-dimensional system parameters: the mass density ratio of fluid to column, the ratio of fluid depth to span length, the ratio of tip mass to total column mass, the dimensionless mass moment of inertia, and the eccentricity.

I. 서 론

해양 또는 저수지 등에 축조된 구조물에는 파압, 풍압 등 다양한 형태의 동하중이 작용한다. 동하중을 받는 이러한 구조물의 동적응답 해석시 또는 설계과정에서는 대상구조에 대한 정확한 고유진동수 및 진동형의 계산이 필요하다.¹⁾

해양 등에 축조된 탑이나 말뚝은 유체에 잠긴 기둥으로 모형화할 수 있으며,²⁻⁵⁾ 이들 구조는 수심이 변화함에 따라 유체에 잠긴 정도가 달라진다. 따라서 자유진동 특성을 지배하는 구조물의 제원 이외에도 유체 높이의 변화에 따른 진동 특성

의 변화가 발생한다. 이와 관련한 연구로서 Chang과 Liu³⁾는 유한요소법을 이용하여 유체에 잠긴 기둥의 고유진동수를 산출하였다. Xing 등⁴⁾은 기둥-유체의 동적거동에 대한 지배방정식을 변분법으로 해석하여 고유진동수 방정식을 유도하였다. Uscilowska와 Kolodziej⁵⁾는 기둥질량에 유체질량을 추가하므로서 유체에 잠긴 기둥의 자유진동에 대한 지배방정식을 수정하여 대상구조의 고유진동수 및 진동형을 산출하였다. Chan과 Zhang⁶⁾은 일부가 수온으로 채워진 캔틸레버형 관의 자유진동에 관한 연구에서 수온을 추가질량으로 모형화하여 대상구조의 자유진동에 대한 정확해를 산출하고,

*담양대학

**원광대학교 공과대학

***남원농공고등학교

키워드 : 고유진동수, 기둥, 유체, 자유진동, 진동형, 집중질량

실험결과와 비교하였다. 그리고 Chan 등⁷⁾은 추가 분포질량이 작용하는 단순지지 보의 자유진동에 대한 정확해를 산출하고, 분포질량의 작용영역에 따른 고유진동수 및 진동형의 변화를 고찰하였다.

이상과 같은 배경으로 본 연구에서는 유체에 잠긴 상단에 집중질량을 갖는 캔틸레버형 기둥의 자유진동 특성을 분석하고자 한다. 이를 위하여 문헌들⁵⁻⁷⁾에서와 같은 방법으로 유체에 잠긴 부분은 기둥질량에 유체질량을 추가하여 수정한 기둥의 자유진동에 대한 지배 미분방정식을 이용하였다. 대상구조에 대한 지배 미분방정식은 수치적분기법과 시행착오적 행렬값 탐사법이 결합된 수치해석 기법으로 해석하였다. 수치해석 예로서 다양한 계변수 변화에 따른 고유진동수 및 진동형을 제시하고 그 결과를 분석하였다.

II. 수학적 모형

Fig. 1은 유체에 일부가 잠긴 시간길이 l 인 캔틸레버형 기둥을 나타낸 것이다. 이 그림에서 l_1 은 유체의 깊이이며, M 과 d 는 각각 기둥 상단의 집중질량 및 기둥 상단으로부터 질량중심까지의 거리, J 는 질량관성모멘트이다. 그리고 ρ_c 와 ρ_f

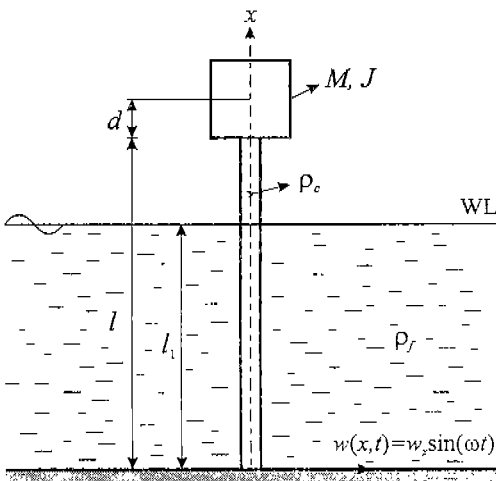


Fig. 1. Structural model considered in this paper

는 각각 기둥 재료의 밀도 및 유체의 밀도이며, $w(x, t)$ 는 기둥축상 임의점 x 에서의 진동변위이다.

기둥 하단으로부터 유체 표면까지는 잠겨 있으므로 기둥질량에 유체질량을 추가하여 기둥의 자유진동에 대한 지배방정식을 수정함으로써 식 (1)과 같은 유체에 잠긴 부분에 대한 지배방정식을 표현할 수 있으며,⁵⁻⁷⁾ 나머지 구간의 지배방정식은 식 (2)와 같다.⁸⁾

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + (\rho_c + \rho_f) A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq l_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho_c A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad l_1 \leq x \leq l \quad \dots\dots\dots(2)$$

여기서 EI 는 휨강성, A 는 기둥의 단면적이다.

기둥이 조화진동을 한다고 가정하면 횡방향 진동변위에 대한 조화진동식은 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$w(x, t) = w_x \sin(\omega t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

여기서 w_x 는 조화진동의 진폭으로 x 만의 함수이며, ω 는 고유자진동수(rad/s)이다.

본 연구에서 고려하는 구조계에 대한 효율적인 분석을 위하여 다음의 무차원 변수들을 도입한다.

$$\eta = w_x/l, \quad \xi = x/l \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

$$r_i = l_1/l, \quad k = \rho_f/\rho_c \quad \dots\dots\dots(6.7)$$

$$C_i = \omega_i l^2 [\rho_c A / (EI)]^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots\dots\dots(8)$$

식 (3)을 식 (1), (2)에 대입하고, 무차원 변수들을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} = (1+k) C_i^2 \eta, \quad 0 \leq \xi \leq r_i \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} = C_i^2 \eta, \quad r_i \leq \xi \leq 1 \quad \dots\dots\dots(10)$$

새로운 무차원 변수들을 다음과 같이 도입한다.

$$m = M/(\rho_c A l), \quad j = J/(\rho_c A l^3), \quad e = d/l \quad \dots(15-17)$$

기둥 하단 ($x=0$)은 고정지점이므로 다음 식에 보인 바와 같이 진동변위 및 단면회전각이 발생하지 않는다.

식 (3)을 식 (11)~(14)에 대입하고 무차원 변수들을 이용하면 기둥 하단 ($\xi=0$)에서 무차원 경계조건식은 식 (18), (19)와 같으며, 기둥 상단 ($\xi=1$)에서는 식 (20), (21)과 같다.

$$w(0, t) = 0, \quad \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots(11,12)$$

$$\eta = 0, \quad \frac{d\eta}{d\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots(18,19)$$

그리고 기둥 상부에는 질량관성모멘트 J , 기둥 상단으로부터 질량중심까지의 거리가 d 인 질량 M 이 존재하므로 기둥 상단 ($x=l$)에서의 휨모멘트 및 전단력은 각각 다음 식과 같다.

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} = C_i^2 (j + m e^2) \frac{d\eta}{d\xi} + m e C_i^2 \eta \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$EI \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x^2} = -(J + Md^2) \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x \partial t^2} - Md \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{d^3 \eta}{d\xi^3} = -m e C_i^2 \frac{d\eta}{d\xi} - m C_i^2 \eta \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$EI \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x^3} = M \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial t^2} + Md \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x \partial t^2} \quad \dots\dots(14)$$

Table 1. Comparisons of frequency parameters reported in Refs [3, 5] to the present results for $k=0.1274$ and $e=0.00$

r_i	m	j	Data source	Frequency parameter, C_i		
				$i=1$	$i=2$	$i=3$
0.0	1.0	0.0	Present	1.557	16.25	50.90
			Ref. [3]	1.467	15.30	47.93
			Ref. [5]	1.557	16.25	50.90
		1.0	Present	0.8679	3.391	24.02
			Ref. [3]	0.8174	3.193	22.62
			Ref. [5]	0.8679	3.391	24.02
0.5	2.0	0.0	Present	1.158	15.51	48.82
			Ref. [3]	1.090	14.61	45.98
			Ref. [5]	1.158	15.52	48.82
		1.0	Present	0.7844	2.851	22.60
			Ref. [3]	0.5846	2.405	21.24
			Ref. [5]	0.7844	2.852	22.61
1.0	1.0	0.0	Present	1.539	15.39	48.04
			Ref. [3]	1.449	14.49	45.24
			Ref. [5]	1.539	15.39	48.04
		1.0	Present	0.8654	3.341	22.78
			Ref. [3]	0.8150	3.147	21.45
			Ref. [5]	0.8654	3.341	22.78

Table 2. Frequency parameter for columns with $k=0.1274$

			Frequency parameter, C_1							
r_1	m	j	$e=0.00$				$e=0.03$			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
0.00	0.0	0.0	3.516	22.03	61.70	120.9	3.516	22.03	61.70	120.9
0.00	0.0	0.1	2.487	7.013	30.57	74.77	2.487	7.013	30.57	74.77
0.00	0.0	1.0	0.9752	5.728	30.26	74.65	0.9752	5.728	30.26	74.65
0.00	0.1	0.0	2.968	19.36	55.52	110.7	2.931	18.71	53.09	105.2
0.00	0.1	0.1	2.274	6.793	28.53	69.98	2.254	6.824	28.58	70.04
0.00	0.1	1.0	0.9633	5.174	28.08	69.79	0.9619	5.179	28.08	69.79
0.00	1.0	0.0	1.557	16.25	50.90	105.2	1.503	15.35	48.02	99.29
0.00	1.0	0.1	1.430	6.275	24.75	63.74	1.385	6.396	24.95	63.89
0.00	1.0	1.0	0.8679	3.391	24.02	63.46	0.8574	3.428	24.04	63.48
0.25	0.0	0.0	3.516	21.97	60.99	118.8	3.516	21.97	60.99	118.8
0.25	0.0	0.1	2.487	7.011	30.42	73.76	2.487	7.011	30.42	73.76
0.25	0.0	1.0	0.9752	5.726	30.11	73.64	0.9752	5.726	30.11	73.64
0.25	0.1	0.0	2.968	19.31	54.96	108.9	2.931	18.67	52.60	103.5
0.25	0.1	0.1	2.273	6.791	28.41	69.11	2.254	6.822	28.46	69.16
0.25	0.1	1.0	0.9633	5.173	27.96	68.91	0.9619	5.178	27.97	68.92
0.25	1.0	0.0	1.557	16.22	50.42	103.4	1.503	15.33	47.62	97.72
0.25	1.0	0.1	1.430	6.274	24.67	63.01	1.385	6.395	24.86	63.15
0.25	1.0	1.0	0.8679	3.390	23.94	62.73	0.8574	3.427	23.96	62.74
0.50	0.0	0.0	3.504	21.43	59.87	117.2	3.504	21.43	59.87	117.2
0.50	0.0	0.1	2.484	6.975	29.54	72.74	2.484	6.975	29.54	72.74
0.50	0.0	1.0	0.9751	5.694	29.23	72.61	0.9751	5.694	29.23	72.61
0.50	0.1	0.0	2.961	18.88	53.84	107.5	2.925	18.28	51.50	102.3
0.50	0.1	0.1	2.271	6.763	27.61	68.09	2.252	6.794	27.66	68.14
0.50	0.1	1.0	0.9632	5.150	27.17	67.89	0.9617	5.155	27.17	67.90
0.50	1.0	0.0	1.556	15.89	49.27	102.2	1.502	15.04	46.49	96.59
0.50	1.0	0.1	1.429	6.260	24.00	61.94	1.385	6.379	24.19	62.09
0.50	1.0	1.0	0.8678	3.385	23.27	61.66	0.8573	3.422	23.29	61.67
0.75	0.0	0.0	3.448	21.11	58.90	115.7	3.448	21.11	58.90	115.7
0.75	0.0	0.1	2.468	6.873	29.31	71.26	2.468	6.873	29.31	71.26
0.75	0.0	1.0	0.9744	5.580	28.99	71.13	0.9744	5.580	28.99	71.13
0.75	0.1	0.0	2.927	18.52	53.10	106.2	2.892	17.92	50.89	101.0
0.75	0.1	0.1	2.258	6.684	27.33	66.68	2.240	6.712	27.38	66.73
0.75	0.1	1.0	0.9625	5.068	26.87	66.48	0.9611	5.074	26.87	66.48
0.75	1.0	0.0	1.552	15.46	48.68	100.8	1.498	14.63	46.05	95.26
0.75	1.0	0.1	1.426	6.225	23.57	60.64	1.382	6.338	23.77	60.78
0.75	1.0	1.0	0.8672	3.368	22.80	60.36	0.8567	3.404	22.82	60.37
1.00	0.0	0.0	3.311	20.75	58.11	113.9	3.311	20.75	58.11	113.9
1.00	0.0	0.1	2.421	6.774	28.83	70.44	2.421	6.774	28.83	70.44
1.00	0.0	1.0	0.9721	5.411	28.50	70.31	0.9721	5.411	28.50	70.31
1.00	0.1	0.0	2.842	18.41	52.63	104.7	2.810	17.83	50.42	99.68
1.00	0.1	0.1	2.221	6.612	27.09	66.28	2.203	6.639	27.14	66.33
1.00	0.1	1.0	0.9602	4.945	26.63	66.08	0.9588	4.950	26.63	66.08
1.00	1.0	0.0	1.539	15.39	48.04	99.18	1.486	14.54	45.33	93.62
1.00	1.0	0.1	1.416	6.203	23.55	60.25	1.372	6.311	23.75	60.40
1.00	1.0	1.0	0.8654	3.341	22.78	59.96	0.8549	3.377	22.80	59.97

상단에 집중질량을 갖는 유체에 잠긴 기둥의 자유진동 특성

Table 3. Frequency parameter for columns with $k=0.4$

r_i	m	j	Frequency parameter, C_i							
			$e=0.00$				$e=0.03$			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
0.00	0.0	0.0	3.516	22.03	61.70	120.9	3.516	22.03	61.70	120.9
0.00	0.0	0.1	2.487	7.013	30.57	74.77	2.487	7.013	30.57	74.77
0.00	0.0	1.0	0.9752	5.728	30.26	74.65	0.9752	5.728	30.26	74.65
0.00	0.1	0.0	2.968	19.36	55.52	110.7	2.931	18.71	53.09	105.2
0.00	0.1	0.1	2.274	6.793	28.53	69.98	2.254	6.824	28.58	70.04
0.00	0.1	1.0	0.9633	5.174	28.08	69.79	0.9619	5.179	28.08	69.79
0.00	1.0	0.0	1.557	16.25	50.90	105.2	1.503	15.35	48.02	99.29
0.00	1.0	0.1	1.430	6.275	24.75	63.74	1.385	6.396	24.95	63.89
0.00	1.0	1.0	0.8679	3.391	24.02	63.46	0.8574	3.428	24.04	63.48
0.25	0.0	0.0	3.514	21.83	59.52	114.8	3.514	21.83	59.52	114.8
0.25	0.0	0.1	2.487	7.006	30.11	71.70	2.487	7.006	30.11	71.70
0.25	0.0	1.0	0.9752	5.722	29.80	71.58	0.9752	5.722	29.80	71.58
0.25	0.1	0.0	2.967	19.21	53.80	105.3	2.930	18.58	51.57	100.3
0.25	0.1	0.1	2.273	6.788	28.15	67.31	2.254	6.819	28.20	67.36
0.25	0.1	1.0	0.9633	5.170	27.71	67.12	0.9618	5.176	27.71	67.12
0.25	1.0	0.0	1.557	16.16	49.43	100.1	1.503	15.27	46.76	94.66
0.25	1.0	0.1	1.430	6.273	24.49	61.48	1.385	6.393	24.68	61.62
0.25	1.0	1.0	0.8679	3.390	23.76	61.20	0.8574	3.427	23.78	61.22
0.50	0.0	0.0	3.479	20.28	56.80	110.3	3.479	20.28	56.80	110.3
0.50	0.0	0.1	2.478	6.896	27.70	69.20	2.478	6.896	27.70	69.20
0.50	0.0	1.0	0.9749	5.622	27.39	69.07	0.9749	5.622	27.39	69.07
0.50	0.1	0.0	2.946	17.97	51.01	101.5	2.911	17.44	48.82	96.95
0.50	0.1	0.1	2.266	6.700	25.94	64.84	2.247	6.729	25.99	64.89
0.50	0.1	1.0	0.9629	5.100	25.49	64.64	0.9615	5.105	25.50	64.64
0.50	1.0	0.0	1.554	15.19	46.53	96.58	1.500	14.42	43.91	91.58
0.50	1.0	0.1	1.428	6.229	22.60	58.90	1.383	6.343	22.78	59.05
0.50	1.0	1.0	0.8676	3.374	21.87	58.60	0.8571	3.411	21.88	58.62
0.75	0.0	0.0	3.314	19.57	54.09	106.7	3.314	19.57	54.09	106.7
0.75	0.0	0.1	2.428	6.610	27.20	65.36	2.428	6.610	27.20	65.36
0.75	0.0	1.0	0.9728	5.299	26.87	65.23	0.9728	5.299	26.87	65.23
0.75	0.1	0.0	2.846	17.13	48.88	98.27	2.814	16.60	47.01	93.85
0.75	0.1	0.1	2.227	6.473	25.34	61.08	2.209	6.498	25.39	61.13
0.75	0.1	1.0	0.9608	4.863	24.85	60.87	0.9594	4.868	24.86	60.87
0.75	1.0	0.0	1.540	14.12	44.79	93.33	1.487	13.39	42.55	88.38
0.75	1.0	0.1	1.417	6.121	21.62	55.31	1.374	6.220	21.83	55.45
0.75	1.0	1.0	0.8658	3.320	20.78	55.01	0.8554	3.355	20.81	55.03
1.00	0.0	0.0	2.972	18.62	52.14	102.2	2.972	18.62	52.14	102.2
1.00	0.0	0.1	2.292	6.396	25.95	63.24	2.292	6.396	25.95	63.24
1.00	0.0	1.0	0.9654	4.887	25.59	63.10	0.9654	4.887	25.59	63.10
1.00	0.1	0.0	2.619	16.80	47.77	94.76	2.594	16.33	45.94	90.45
1.00	0.1	0.1	2.119	6.309	24.66	60.05	2.103	6.329	24.70	60.09
1.00	0.1	1.0	0.9537	4.548	24.16	59.83	0.9523	4.553	24.17	59.84
1.00	1.0	0.0	1.501	13.97	43.30	89.21	1.452	13.21	40.87	84.20
1.00	1.0	0.1	1.387	6.061	21.56	54.47	1.346	6.146	21.76	54.63
1.00	1.0	1.0	0.8600	3.244	20.72	54.14	0.8497	3.277	20.74	54.16

III. 해석방법 및 결과고찰

본 연구에서는 식 (9), (10)의 지배 미분방정식을 수치적분기법과 시행착오적 행렬값탐사법이 결합된 수치해석방법으로 해석하여 고유진동수 및 진동형을 산출하였다. 여기서 채택한 해석방법은 직선부재의 자유진동 및 안정성,^{9,10)} 곡선부재의 자유진동^{11,12)}에 관한 연구에서 고유치문제를 푸는데 매우 정확하고 효율적인 방법임이 입증된 바 있다.

본 연구에서 미분방정식의 수치적분은 Runge-Kutta법을 이용하였으며, 대상구조의 무차원 고유진동수 C_i 는 행렬값탐사법을 반복적으로 적용하는 과정에서 Regula-Falsi법을 이용하여 구하였다. 본 연구결과를 검증하기 위하여 $k=0.1274$ ($\rho_c=7,850\text{kg/m}^3$, $\rho_f=1,000\text{kg/m}^3$), $e=0$ 에 대한 결과를 문헌들의 결과와 Table 1에 비교하였다. 여기서 문헌 [3]의 결과는 유한요소법에 의한 결과이며, 문헌 [5]의 결과는 엄밀해이다. 이 표에서 본 연구결과와 문헌 [5]의 결과는 우수하게 근접함을 알 수 있다. 한편 문헌 [3]의 결과는 본 연구결과 및 문헌 [5]의 결과와 다소 차이가 있으나 제변수 변화에 따른 고유진동수 변화의 경향은 일치함을 알 수 있다.

Table 2와 3은 각각 $k=0.1274$ ($\rho_c=7,850\text{kg/m}^3$, $\rho_f=1,000\text{kg/m}^3$)와 $k=0.4$ ($\rho_c=2,500\text{kg/m}^3$, $\rho_f=1,000\text{kg/m}^3$)인 경우 r_i , m , j 및 e 의 변화에 따른 무차원 고유진동수를 기록한 것이다. Table 2와 3에서 기둥의 재료성질과 관련된 변수 k 가 다르지만, $r_i=0$ 인 경우 무차원 고유진동수는 같다. 또한 이 표들에서 $e=0.03$ 에 대한 결과 중 $m=0$ 인 경우에는 $e=0.00$ 에 대한 무차원 고유진동수와 같다.

Table 2와 3에서 r_i , m 및 j 가 증가하는 경우 무차원 고유진동수는 항상 감소한다. 이 표에서 다른 조건이 모두 동일한 경우 $k=0.4$ 인 경우가 $k=0.1274$ 인 경우보다 r_i 의 변화에 따른 무차원

고유진동수 변화가 큼을 알 수 있다.

또한 이 표들에서 $m>0$, $j=0$ 인 경우에는 $e=0.00$ 에 대한 무차원 고유진동수가 $e=0.03$ 에 대한 결과보다 항상 크지만, $m>0$, $j>0$ 인 경우 제1모드의 경우만 $e=0.00$ 에 대한 결과가 크고 제2~4모드는 $e=0.03$ 에 대한 고유진동수가 큼을 알 수 있다.

다른 조건이 동일한 경우 일반적으로 $k=0.1274$ 인 경우가 $k=0.4$ 에 비해 j 의 변화에 따른 무차원 고유진동수 변화가 크다. 그러나 $r_i=0.5$ 인 경우 제3모드와 $r_i=0.75$ 인 경우 제4모드 등에서는 이와 반대경향을 보임을 알 수 있다.

Fig. 2~4는 $k=0.4$, $e=0.00$ 인 경우 유체높이 지간길이비 r_i 를 0~1까지 0.25씩 변화시키면서 ($m=0.0, j=0.0$), ($m=0.1, j=0.0$) 및 ($m=0.1, j=0.1$)인 기둥의 진동형 및 대응되는 무차원 고유진동수를 나타낸 것이다. 이 그림들에서 제1모드에 대응되는 진동형의 경우에는 모두 비슷한 양상을 보이지만, 제2~4모드에 대응되는 진동형의 경우에는 m 과 j 의 고려여부에 따라 다른 형태의 진동형을 보임을 알 수 있다.

Fig. 2~4에서 다른 조건이 동일한 경우 유체높이 지간길이비 r_i 에 따른 진동형에는 큰 변화가 없으며, 특히 제1모드에 대응되는 진동형의 경우에는 r_i 에 관계없이 거의 동일한 양상을 보임을

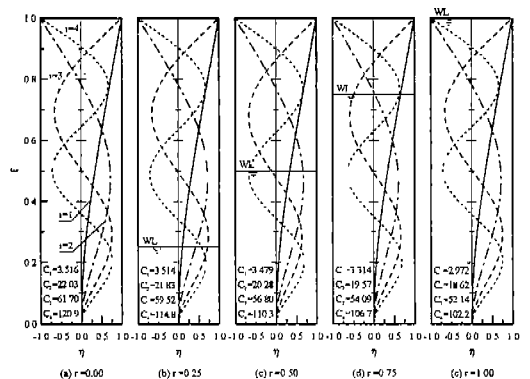


Fig. 2. Mode shapes of column with $k=0.4$, $m=0.0$, $j=0.0$, and $e=0$

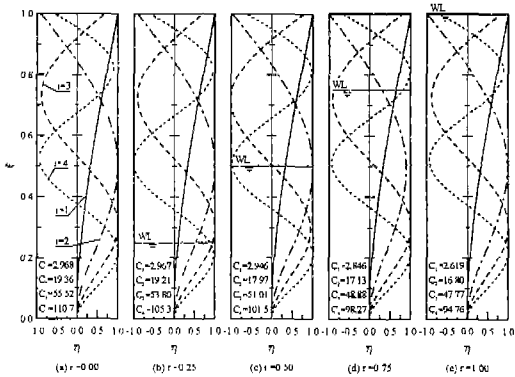


Fig. 3. Mode shapes of column with $k=0.4$, $m=0.1$, $j=0.0$, and $e=0$

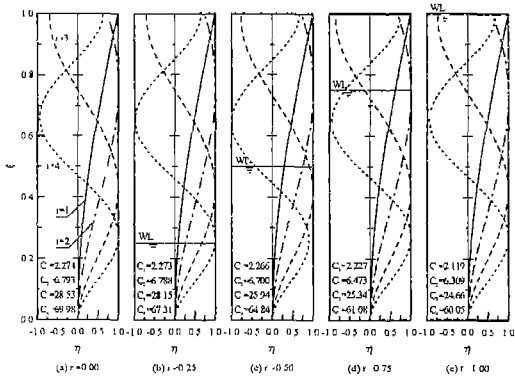


Fig. 4. Mode shapes of column with $k=0.4$, $m=0.1$, $j=0.1$, and $e=0$

알 수 있다. 그러나 유체높이 지간길이비 r_i 가 변화함에 따라 제2~4모드에 대응되는 진동형의 기둥축상 각 점에서의 진폭 및 최대진폭을 나타내는 위치가 변했음을 알 수 있다. 또한 진폭이 "0"인 점(nodal point)의 위치도 변했으며, $r_i > 0$ 인 경우 $r_i = 0$ 인 진동형과 비교하면 nodal point의 위치가 고정단쪽으로 이동한 것을 관찰할 수 있다.

IV. 요약 및 결론

본 연구에서는 상단에 집중질량을 갖는 유체에 잠긴 기둥의 자유진동 특성을 분석하였다. 유체에

잠긴 부분의 기둥 질량에 유체질량을 추가하여 수정한 기둥의 자유진동에 대한 지배 미분방정식을 수치해석기법으로 해석하여 고유진동수 및 진동형을 산출하였다. 본 연구결과를 문헌의 엄밀해 및 유한요소법에 의한 결과와 비교하여 연구결과의 타당성을 보였다. 수치해석 예로서 유체와 기둥의 밀도비, 유체높이 지간길이비, 집중질량과 기둥의 총질량의 비, 무차원 질량관성모멘트, 집중질량의 편심정도에 따른 최저차 4개의 무차원 고유진동수 및 진동형을 산출하고 그 결과를 분석하였다.

참고 문헌

1. McClelland, B. and Reifel, M.D., 1986, Planning and Design of Fixed Offshore Platforms, Van Nostrand Reinhold Company.
2. Han, G.D. and Sahglivi, J.R., 1994, "Dynamic Model Response of Wave-Excited Offshore Structures." Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 120, pp. 893~908.
3. Chang, J.Y. and Liu, L.H., 1989, "Some Studies on the Natural Frequencies of Immersed Restrained Column," Journal of Sound and Vibration, Vol. 130, pp. 516~524.
4. Xing, J.T., Price, W.G., Pomfret, M.J. and Yam, L.H., 1997, "Natural Vibration of a Beam-Water Interaction System," Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, pp. 491~512.
5. Uscilowska, A. and Kolodziej, J.A., 1998, "Free Vibration of Immersed Column Carrying a Tip Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 216, pp. 147~157.
6. Chan, K.T. and Zhang, J.Z., 1995, "Free Vibration of a Cantilever Tube Partially Filled with Liquid," Journal of Sound and Vibration, Vol. 182, pp. 185~190.
7. Chan, K.T., Leung, T.P. and Wong, W.O., 1996, "Free Vibration of Simply Supported

- Beam Partially Loaded with Distributed Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191, pp. 590~597.
8. Clough, R.W. and Penzien, J., 1975, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill.
9. 이병구,오상진,모정만, 1996, "Step기둥의 자유진동 및 좌굴하중", *한국농공학회논문집*, 제38권 제6호, pp. 42~50.
10. Lee, B.K., Oh, S.J., Park, S.G. and Ser, J.W., 1998, "Stability of Nonuniform Cantilever Columns Subjected to a Subtangential Follower Force," *Proceedings of 5th Pacific Structural Steel Conference*, Vol. 1, pp. 205~210.
11. Lee, B.K. and Wilson, J.F., 1989, "Free Vibrations of Arches with Variable Curvature," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 136, pp. 75~89.
12. Oh, S.J., Lee, B.K. and Lee, I.W., 1999, "Natural Frequencies of Non-Circular Arches with Rotatory Inertia and Shear Deformation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 219, pp. 23~33.