

2단계 iterative Fourier transform 알고리즘을 이용한 위상형 회절무늬소자 설계

정필호 · 조두진

아주대학교 물리학과

(1999년 11월 16일 받음, 2000년 2월 10일 수정본 받음)

프라운호퍼 회절에 의하여 임의의 주어진 세기무늬를 발생시키는 연속적인 또는 양자화된 위상형 회절무늬소자를 설계하는데 hybrid input-output 알고리즘과 새로운 Pnoise 알고리즘을 결합·변형한 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘을 이용하였다. 두 가지의 128×128 이진 세기 무늬와 두 가지의 grayscale 세기 무늬에 대하여 기존 알고리즘들과 비교하였는데, 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘은 회절효율이 약간 낮지만 신호 대 잡음비와 특히 균일도에 있어서 우수한 결과를 보였다. 알고리즘에서 사용하는 매개변수들과 잡음영역의 크기에 따른 성능의 변화를 살펴보고, 양자화된 위상소자의 경우 위상층수에 따른 변화도 살펴보았다. 양자화된 위상소자의 경우 세기 무늬보다는 잡음영역의 크기가 성능을 좌우하는 것으로 나타났다.

I. 서 론

프라운호퍼 회절에 의하여 주어진 세기 무늬를 발생시키는 회절위상소자는 회절무늬소자, 키노폼(kinoform), 컴퓨터 푸리에 홀로그램(computer-generated Fourier hologram) 등으로 불리며, 광정보처리, 광연결, 레이저가공 등에서 중요한 역할을 한다.^[1,2] 이 소자를 설계하는 매우 다양한 방법들이 제안되었는데, iterative Fourier transform 알고리즘(IFTA)과 이를 변형한 알고리즘들이 가장 널리 사용된다. Gerchberg와 Saxton^[3]에 의하여 제안된 IFTA는 위상복원(phase retrieval)에 성공적으로 적용된 이후, 컴퓨터 홀로그램에도 활용된 것이다. IFTA는 fast Fourier transform(FFT)를 활용하므로 계산시간이 절감되지만 국소 최소점에 고착되는 stagnation문제가 있어 이를 해결하기 위한 많은 변형된 알고리즘들이 제안되었다. Fienup^[4]이 제안한 hybrid input-output 알고리즘(HIOA)은 stagnation문제를 완화하고 수렴속도를 빠르게 하는 장점이 있다.

Lin과 Sawchuk^[5]은 dummy 영역을 이용한 2단계 알고리즘^[6]을 개선하여 새로운 Pnoise 알고리즘(NPA)을 제안하였다. 이 알고리즘은 dummy 영역을 이용하는 경우 constraints를 완화함으로써 좋은 결과를 얻을 수 있으나, dummy 영역으로 세기가 빠져나가 회절효율이 낮아지는 문제를 보완하여 주어진 세기 무늬에 충실하며 회절효율이 높은 결과를 얻는다. 주어진 세기 무늬를 신호영역(세기가 0이 아닌 영역)과 잡음영역(세기가 0인 영역)으로 나누고, 잡음영역에서는 신호 대 잡음비(SNR)에 의하여 결정되는 임계값으로 세기를 제한함으로써 constraints를 완화함과 동시에 회절효율을 높이는 것이다.

본 논문의 저자들은 수렴속도가 빠른 HIOA와 최소 SNR, 균일도, 회절효율 등에서 좋은 결과를 보여주는 NPA를 결합·변형한 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘(NPA-HIOA)을 제안한 바 있다.^[7] 이 알고리즘은 1단계에서는

HIOA를 이용하여 대략적이고 연속적인 위상 분포를 빠른 수렴속도로 찾아내고 2단계에서 NPA에 HIOA를 결합하여 이상적인 위상 분포를 얻고자 한다. 양자화된 위상소자의 경우는 2단계의 반복과정 안에 단계적인 위상 양자화 과정^[11]을 도입한다.

본 논문에서는 이진 세기무늬 뿐만 아니라 임의의 grayscale 세기무늬를 발생시키는 위상형 회절무늬소자를 설계하는데 NPA-HIOA를 적용하였으며, 위상이 양자화된 경우와 연속적인 경우를 모두 고려하였다. 2절에서는 회절위상소자에 대한 회절이론을 정리하고, 최소 SNR, 균일도, 회절효율, rms 오차(root-mean-squared error, RMSE) 등의 평가지표를 정의한다. 3절에서는 기존의 알고리즘들 즉, IFTA, HIOA 및 NPA를 정리하고 NPA-HIOA에 대하여 설명한다. 4절에서는 양자화된 위상소자, 5절에서는 연속적인 위상소자의 설계 결과를 논의한다. 본 논문에서는 128×128 크기의 세기무늬를 다루었는데, 32×32 사각형과 문자열 AJOU의 두 가지의 이진 세기무늬와 꽃과 얼굴의 두 가지의 grayscale 세기무늬에 대하여 IFTA, HIOA 및 NPA와 비교 분석하였고, NPA-HIOA의 매개변수들인 $\max SNR_{min}$, β , 위상층수, 그리고 잡음영역의 크기에 대한 평가지표들의 변화를 살펴보았다.

II. 회절 이론

본 논문에서는 스칼라 회절이론을 이용하는데, 수식의 단순화를 위해서 우선 1차원의 경우를 고려한다. P 주기를 갖는 위상소자의 complex amplitude transmittance function은 다음과 같이 주어진다.

$$g(x) = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{q=0}^{Q-1} g(q\Delta x) \text{rect}\left(\frac{x - q\Delta x - pQ\Delta x}{\Delta x}\right) \quad (1)$$

여기서 $g(q\Delta x) = \exp[i\phi(q\Delta x)]$ 이고, $rect(x)$ 는 사각형 함수,^[8] Δx 는 화소크기, Q 는 주기 당 화소수이다.

회절평면에서의 규격화된 복소진폭, 즉 $g(x)$ 의 푸리에변환은

$$G(K) = \frac{1}{PQ} \text{sinc}\left(\frac{K}{Q}\right) \frac{\sin(\pi PK)}{\sin(\pi K)} \sum_{q=0}^{Q-1} g(q\Delta x) \exp\left(-i2\pi \frac{q}{Q} K\right) \quad (2)$$

로 표현되어질 수 있다. 여기서 $K = Q\Delta x f$ (f 는 공간주파수)이고, $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ 다. 규격화된 세기는 $|G|^2$ 로 주어진다. 식 (2)의 Σ 부분은 K 가 회절차수를 나타내는 정수 m 인 경우 g 의 discrete Fourier transform(DFT)로서 $\bar{G}(m)$ 로 표시한다:

$$\bar{G}(m) = \text{DFT}(g(q\Delta x)) = \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} g(q\Delta x) \exp\left(-i2\pi \frac{q}{Q} m\right) \quad (3)$$

식 (2)와 (3)으로부터 $G(m)$ 과 $\bar{G}(m)$ 은

$$G(m) = (-1)^{(P-1)m} \text{sinc}\left(\frac{m}{Q}\right) \bar{G}(m) \quad (4)$$

의 관계를 갖는다. 한편 위상형 소자에 있어서 $g(q\Delta x)$ 의 절대값이 1이므로

$$\sum_m |\bar{G}(m)|^2 = 1 \quad (5)$$

의 규격화 조건을 만족한다.

2차원의 경우 위 식들은 곧 바로 확장될 수 있으며, 알고리즘들을 비교할 평가지표들을 나타내기 위하여 다음과 같은 양들을 정의한다. 주어진 세기 무늬는 $I(m, n) = I_{mn}$ 로 나타내며, 무늬영역은 신호영역($I_{mn} \neq 0$) S_s 와 잡음영역($I_{mn} = 0$) S_n 로 구분한다. 회절차수(m, n)의 회절효율은 $\eta_{mn} = |G(m, n)|^2$ 로 나타내며, $\bar{\eta}_{mn} = |\bar{G}(m, n)|^2$ 를 의미한다. 이들은 식 (4)로부터

$$\eta_{mn} = \bar{\eta}_{mn} \text{sinc}^2\left(\frac{m}{Q}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{n}{Q}\right) \quad (6)$$

의 관계를 가지며, 식 (5)는

$$\sum_{(m, n) \in S_s} \bar{\eta}_{mn} + \sum_{(m, n) \in S_n} \bar{\eta}_{mn} = 1 \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 임의의 grayscale 세기무늬에 대한 최소 SNR과 균일도를 정의하기 위하여 신호영역에서 세기무늬 I_{mn} 로 규격화한 회절효율 η_{mn} 의 최대 및 최소값을 각각

$$\eta_{s\max} = \max_{(m, n) \in S_s} (\eta_{mn} I_{\max}/I_{mn}) \quad (8)$$

$$\eta_{s\min} = \min_{(m, n) \in S_s} (\eta_{mn} I_{\max}/I_{mn}) \quad (9)$$

로 정의하고, 잡음영역에서 η_{mn} 의 최대값은 $\eta_{n\max}$ 라 한다. 여기서 I_{\max} 는 I_{mn} 의 최대값이다. 평가지표로서는 다음 5가지를 사용하여 설계 성능을 평가한다:

$$\text{최소SNR } SNR_{\min} = 10 \log_{10} \frac{\eta_{s\min}}{\eta_{n\max}} \quad (10)$$

$$\text{균일도 } U = \frac{\eta_{s\max} - \eta_{s\min}}{\eta_{s\max} + \eta_{s\min}} \quad (11)$$

$$\text{회절효율 } \eta = \sum_{(m, n) \in S_s} \eta_{mn} \quad (12)$$

무늬 영역에 대한 회절효율

$$\eta_w = \frac{\sum_{(m, n) \in S_s} \eta_{mn}}{\sum_{(m, n) \in S_s} \eta_{mn} + \sum_{(m, n) \in S_n} \eta_{mn}} \quad (13)$$

$$\text{rms 오차 } RMSE = \sqrt{\sum_{m, n} (I_{mn} - \eta_{mn})^2} \quad (14)$$

식 (6)과 (7)에서 볼 수 있는 바와 같이, 식 (12)의 회절효율은 신호영역이 무늬영역의 중심부로부터 넓게 퍼져 있으면 $\text{sinc}^2(m/Q) \text{sinc}^2(n/Q)$ 때문에 낮은 값을 갖게 된다. 이는 샘플링 효과 즉, 주기 당 화소수 Q 에 의하여 결정되는 것이다. 따라서 알고리즘의 성능을 평가하는 데에는 식 (13)의 무늬영역에 대한 회절효율이 보다 적절하다.

III. 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘

본 논문에서 사용하는 2단계 IFTA 즉 NPA-HIOA는 1단계에서 HIOA를 이용하여 대략적이고 연속적인 위상분포를 빠른 수렴속도로 찾아내고, 2단계에서 NPA에 HIOA를 결합·변형함으로써 이상적인 위상분포를 얻고자 한다. 여기에서는 관련된 알고리즘들과 NPA-HIOA를 간략히 정리하고자 한다.

여러 가지 IFTA들은 식 (3)을 기초로 하는데, DFT-IDFT (inverse discrete Fourier transform) 반복과정을 통하여 주어진 세기무늬 I 를 발생시키기 위한 위상분포 $g(q\Delta x)$ 를 얻고자 하는 것이다. 반복과정에는 I 대신 샘플링효과를 고려하여 식 (6)에 따라

$$\bar{I}_{mn} = \frac{I_{mn}}{\text{sinc}^2\left(\frac{m}{Q}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{n}{Q}\right)}$$

로 정의된 \bar{I} 가 사용된다. 기본적인 IFTA의 주요 과정을 그림 1에 나타내었다. 초기 복소진폭 \bar{Q}_0 는 \bar{I} 의 제곱근을 취하고 위상은 random으로 하여, $\bar{G}_0 = \sqrt{\bar{I}} e^{i\phi}$ 로 한다. 이것을 IDFT 하면 반복과정의 처음이 되는 g_0 이다. 반복과정에 있어서 g_i 은 g_i 의 위상만을(Object-domain constraints) 취한 것이고, \bar{G}_{i+1} 은 $\sqrt{\bar{I}}$ 을 진폭으로(Fourier-domain constraints) 하고 위상은 \bar{G}_i '의 것을 취한 것이다.

HIOA에서는 입력 \bar{G}_{i+1} 에 IFTA에서와 같은 제약을 가하는 대신, 출력 \bar{G}_i '이 Fourier-domain constraints를 만족시키도록 유도한다. 즉 출력이 constraints로부터 벗어나는 정도를 입력에 반영하는 것인데, 여러 가지 가능성이 있으며 본 논문에서는 그림 1의 Fourier-domain constraints를

$$\bar{G}_{i+1} = [|\bar{G}_i| + \beta(\sqrt{\bar{I}} - |\bar{G}_i|)] e^{i\angle \bar{G}_i'} \quad (15)$$

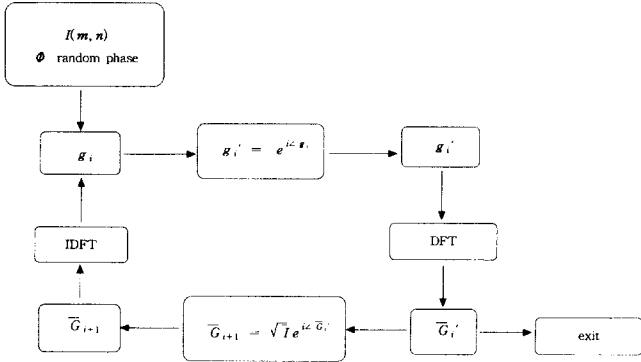


그림 1. 기본적인 iterative Fourier transform 알고리즘의 주요과정.

로 취한다. 여기서 β 는 출력 \bar{G}_i 의 진폭이 constraints \sqrt{I} 로 부터 벗어나는 정도를 입력에 반영하는 매개변수이다.

NPA는 2단계로 구성되는데, 1단계에서는 IFTA를 이용하여 대략적이고 연속적인 위상 분포를 찾아내고, 2단계에서는 신호영역에 대해서는 Fourier-domain constraints를 그대로 적용하지만 잡음영역의 경우는 아래에 정의된 $SNRmin$ 에 의하여 결정되는 임계값 α 로 세기를 제한함으로써 constraints를 완화함과 동시에 회절효율을 높인다:

$$S_s: \bar{G}_{i+1} = \sqrt{I} e^{i\alpha} \bar{G}_i' \quad (16)$$

$$S_n: \bar{G}_{i+1} = \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{\alpha} e^{i\alpha} \bar{G}_i', & \bar{\eta}_{mn} \geq \alpha \\ \bar{G}_i' & , \bar{\eta}_{mn} < \alpha \end{array} \right\} \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{\bar{\eta}_{smin}}{10^{limit/10}} \quad (18)$$

$$limit = \min(\max SNRmin, \overline{SNRmin} + 4) \quad (19)$$

여기서 $\max SNRmin$ 은 $SNRmin$ 값을 최적화하기 위하여 도입하는 목표값이다. $\bar{\eta}_{smin}$ 은

$$\bar{\eta}_{smin} = \min_{(m,n) \in S_N} (\bar{\eta}_{mn} \bar{I}_{max} / \bar{I}_{mn})$$

로 정의되는데 $\bar{I}_{max} = \max(\bar{I}_{mn})$ 이다. 또한 $SNRmin$ 은 식 (10)에서 η_{smin} 대신 $\bar{\eta}_{smin}$, η_{nmax} 대신 잡음영역에서 $\bar{\eta}_{mn}$ 의 최대값인 $\bar{\eta}_{nmax}$ 을 사용하여 정의한다.

본 논문에서 사용하는 알고리즘(NPA-HIOA)은 위의 HIOA와 NPA를 결합·변형한 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘이다. 1단계에서는 식 (15)의 HIOA를 이용하여 대략적이고 연속적인 위상 분포를 빠른 수렴속도로 찾아내고 2단계에서 NPA에 HIOA를 결합하여 이상적인 위상 분포를 얻고자 한다. 2단계에서는 신호영역만 식 (16)대신 식 (15)의 HIOA를 적용하고, 잡음영역에 대해서는 NPA와 동일하게 식 (17), (18), (19)를 사용한다.

양자화된 위상소자의 경우는 1단계에서는 양자화하지 않고 2단계 반복과정 안의 Object-domain constraints에서 위상 $\angle g_i$ 을 위상층수 Z 로 양자화 하게 된다. 이때 2단계를 다시 세부적인 양자화 과정¹¹⁾을 사용하는데, 범위 안에 든 위상은 하나의 값으로 양자화하고 범위 밖의 위상은 그대로 둔다. 이 양자화범위를 점차 늘려나가서 마지막에는 완전히 양자화한다. 이러한 단계적인 양자화 과정은 양자화에 따른 stagnation문제를 극복하는데 매우 유용하다.

IV. 양자화된 위상소자 설계 결과

그림 2에 네 가지 주어진 세기 무늬, (a) 32×32 사각형과 (b) 문자열 AJOU (c) 꽃 (d) 얼굴 무늬가 있다. 이들은 128

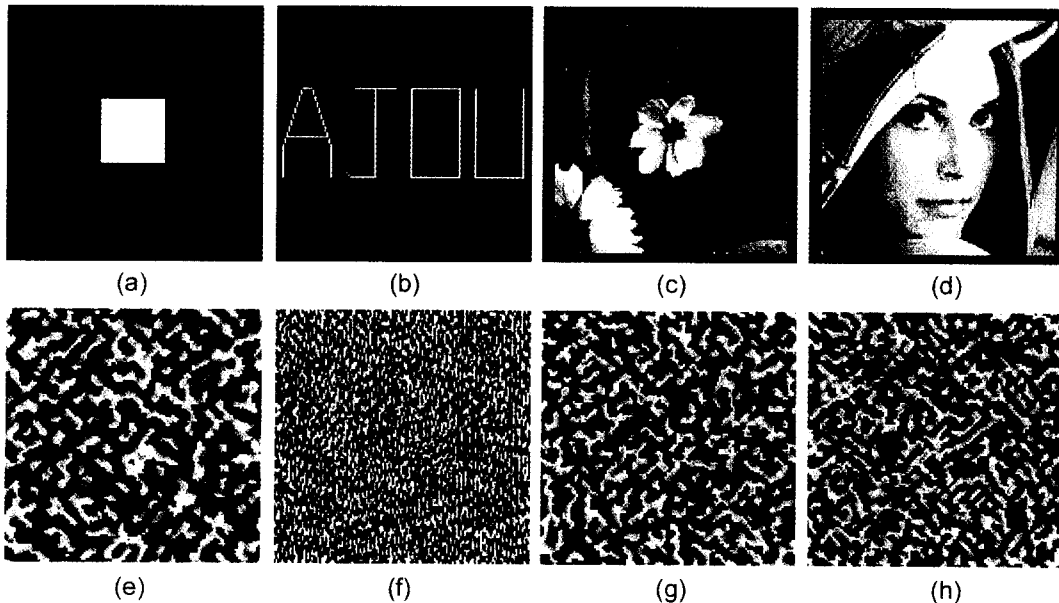


그림 2. 주어진 128×128 이진무늬 (a) 32×32 사각형, (b) 문자열 AJOU와 grayscale 무늬, (c) 꽃, (d) 얼굴; NPA-HIOA에 의해 얻어진 $Z = 16$ 으로 양자화된 위상소자 (e) 32×32 사각형, (f) 문자열 AJOU, (g) 꽃 (h) 얼굴.

×128 화소로 되어 있고 밝은 부분이 신호영역, 검정 부분은 잡음영역을 나타낸다. 신호영역의 화소수는 32×32 사각형의 경우 1024, 문자열 AJOU의 경우는 440으로서 사각형이 2.3 배 정도 더 많다. 그림 2의 (c)와 (d)의 꽃과 얼굴 무늬는 전체영역에서 잡음영역이 차지하는 비율이 16.5%이다. 그림 2의 (e), (f), (g) 그리고 (h)는 네 가지 무늬에 대해 NPA-HIOA를 이용하여 얻어낸 위상층수 $Z=16$ 으로 양자화된 위상소자를 grayscale로 나타낸 것인데, (f)와 (g)는 각각 꽃과 얼굴 무늬에서 신호영역을 가운데 부분에 있는 43×43 화소로 감소시켜서 얻어낸 위상소자이다. 양자화된 위상소자의 경우 잡음영역이 작으면 균일도를 낮추기가 어려웠다. 한편 위상소자에서 얻어지는 회절무늬는 육안으로 원래 무늬와 거의 구별이 되지 않아 생략하였다. 이 절에서는 NPA-HIOA의 1단계는 200회, 2단계는 각 위상 양자화단계마다 33회씩(마지막 단계는 1회) 총 반복회수는 498회로 하였다.

우리는 3절에서 설명한 4가지의 알고리즘을 Scilab⁹⁾을 사용하여 프로그래밍하여 결과를 표1에 비교하였다. Scilab으로 NPA-HIOA를 498회 반복하는데 걸리는 시간은 펜티엄 III 450MHz를 사용하였을 경우 대략 420초 정도이다. IFTA와 HIOA의 경우는 비교의 목적상 연속적인 위상소자를 고려하고 반복회수는 498회로 하였고, 2단계 알고리즘, NPA와 NPA-HIOA에 위상층수 $Z=16$ 의 양자화과정을 적용하였다. 아래의 4.1, 4.2절에서 서술하는 바와 같이 위상소자의 설계를 최적화하기 위하여 NPA-HIOA를 $maxSNRmin$ 과 β 값을 바꿔가며 실행하여 가장 낮은 균일도와 높은 $SNRmin$ 을 갖는 값을 선택하였다. 32×32 사각형은 $maxSNRmin$ 값을 18dB, β 값을 0.1로 선택하였고, 문자열 AJOU는 22dB와 0.05로 선택하였다. 꽃무늬의 경우는 $maxSNRmin$ 값을 16dB, β 값을 0.01로 선택

표 1. 네 가지 128×128 무늬, 32×32 □, 문자열 AJOU, 꽃 그리고 얼굴 무늬에 대한 알고리즘들의 결과 비교. NPA와 NPA-HIOA는 $Z=16$ 으로 양자화된 위상소자에 대한 결과이나, IFTA와 HIOA의 경우는 연속적인 위상소자에 대한 것이다.

	주어진 무늬	$SNRmin$ (dB)	U (%)	η (%)	η_w (%)	R MSE
IFTA	32 × 32 □	10.1	43.1	92.0	96.3	0.00471
	AJOU	12.0	29.8	59.7	88.1	0.00550
	꽃	11.1	48.1	90.9	97.1	0.00331
	얼굴	10.2	44.9	89.2	96.6	0.00336
HIOA	32 × 32 □	8.6	6.3	90.8	95.5	0.00199
	AJOU	12.1	4.0	59.2	87.5	0.00454
	꽃	11.2	37.8	90.4	96.8	0.00241
	얼굴	11.1	15.9	88.4	96.1	0.00171
NPA	32 × 32 □	14.9	9.4	88.8	94.2	0.00267
	AJOU	16.0	6.3	57.9	85.9	0.00517
	꽃	15.1	9.0	88.0	95.1	0.00190
	얼굴	14.5	8.1	86.5	94.8	0.00190
NPA-HIOA	32 × 32 □	16.1	2.7	88.7	94.2	0.00255
	AJOU	16.7	1.7	57.8	85.9	0.00512
	꽃	14.9	6.3	87.9	95.0	0.00190
	얼굴	14.5	5.4	86.5	94.9	0.00183

하였고, 얼굴무늬는 16dB와 0.05로 선택하였다. 또한 이 값들을 사용하여 초기 random 위상을 10회 바꿔가며 실행하여 가장 좋은 평가지표를 갖는 위상소자들을 얻었으며, 이들을 앞에 있는 그림 2의 (e-h)에 보였다. 위에서 언급한 바와 같이 꽃과 얼굴 무늬는 신호영역이 가운데 43×43화소인 이미지이다. HIOA와 NPA의 경우 가장 좋은 평가지표를 얻기 위한 과정을 따로 시행하지 않았으나, 초기 random 위상은 10회 바꿔가며 실행하였다. 즉 HIOA에서 사용된 β 값은 NPA-HIOA에서와 같은 값을 사용하였으며, NPA에서 사용된 $maxSNRmin$ 값은 역시 NPA-HIOA에서와 같은 값을 사용하였다.

표 1에서 보는 바와 같이 NPA-HIOA는 $SNRmin$ 과 균일도에 있어서 우수하며 회절효율과 $RMSE$ 는 약간 저조하다. IFTA와 HIOA의 경우는 위상이 연속적이라는 점을 감안하면 NPA-HIOA는 매우 우수한 결과를 보여준다. NPA도 대부분의 지표에 있어서 NPA-HIOA와 비슷하게 좋은 결과를 보여주지만, 균일도에 있어서는 NPA-HIOA가 훨씬 우수하며 이는 grayscale무늬 보다는 이진 무늬의 경우 두드러진다. 한편, 평가지표가 동일한 의미를 가지지 않으므로 이진무늬와 grayscale 무늬를 직접 비교하는 것은 큰 의미가 없다. 그러나 네 가지 무늬를 비교해 보면 이진 무늬가 좋은 편이고 그 중에서도 잡음영역이 커서 제약이 상대적으로 적은 문자열 AJOU의 경우가 예상되는 대로 $SNRmin$ 과 균일도에 있어서 가장 우수하다. 회절효율과 $RMSE$ 에 있어서는 잡음영역이 큰 문자열 AJOU의 경우가 가장 떨어진다. 꽃과 얼굴 무늬의 경우 무늬가 다르고 β 값도 다르지만 평가지표들이 비슷하다. 따라서 무늬의 차이보다는 잡음영역의 크기가 성능을 크게 좌우하는 것으로 보인다.

4.1. $maxSNRmin$ 에 따른 평가지표의 변화

NPA-HIOA에서 평가지표들이 $maxSNRmin$ 의 변화에 따라서 어떻게 영향을 받는가를 그림 3에 나타내었다. 위상층수 $Z=16$, β 는 0.05, 초기 random 위상을 각 무늬마다 일정하게 하고 $maxSNRmin$ 만을 변화시킨 것이다. 평가지표들 중 $SNRmin$ 과 균일도만 나타내었는데, 이는 회절효율이나 $RMSE$ 값은 $maxSNRmin$ 의 변화에 따라서 거의 변화를 보이지 않기 때문이다. 각각의 무늬에 있어서 $SNRmin$ 은 $maxSNRmin$ 에 대하여 비슷한 변화를 보인다. 즉 $SNRmin$ 은 점차 증가하다가 최고점에 도달하여 약간 떨어지다가 일정한 값을 유지한다. $maxSNRmin$ 은 $SNRmin$ 을 최적화하기 위하여 도입한 변수인데, $maxSNRmin$ 이 너무 크면 식 (19)의 $limit$ 에 전혀 영향을 미치지 않고 결과적으로 평가지표들에도 영향을 끼치지 않는다. 균일도의 경우에는 규칙적인 변화를 찾아 보기 쉽지 않으나, $maxSNRmin$ 의 어떤 범위에서만 (얼굴의 경우 16과 20 사이) 균일도가 변화하는 것으로 보이며 대체적으로 $maxSNRmin$ 이 작을 때 균일도가 좋은 것으로 보인다. 그림 3을 이용하여 높은 $SNRmin$ 과 낮은 균일도를 동시에 갖는 $maxSNRmin$ 값을 선택하였다.

4.2. β 에 따른 평가지표의 변화

그림 4는 β 의 변화가 $SNRmin$ 과 균일도에 어떠한 영향을

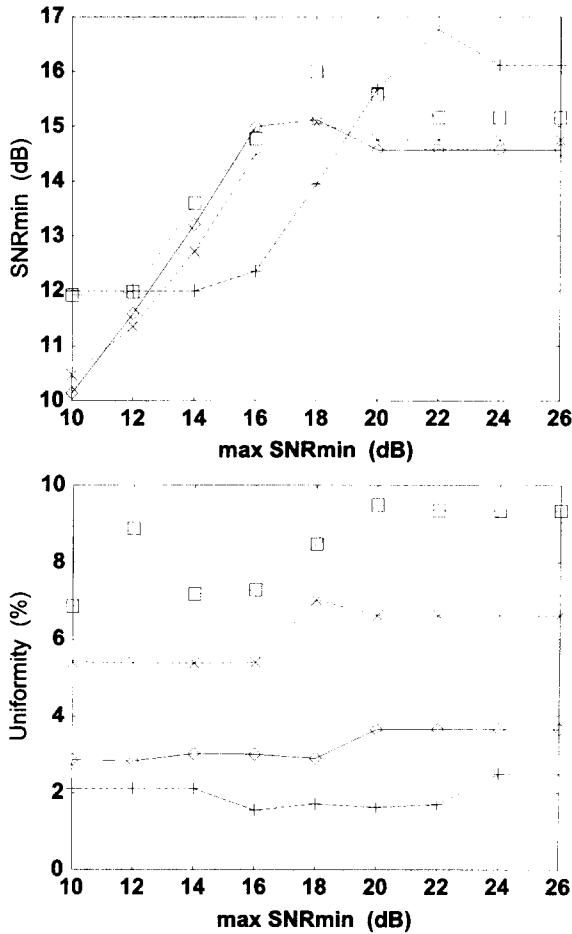


그림 3. 양자화된 위상소자($Z=16$)에 있어서 SNR_{min} 과 균일도의 $maxSNR_{min}$ 에 따른 변화. \diamond 는 32×32 사각형, +는 문자열 AJOU, \square 는 꽃, \times 는 얼굴 무늬를 나타낸다.

주는지를 보여주는데, 그래프의 수평축은 로그 눈금으로 그린 것이다. 위상충수는 16, 초기 random 위상은 각 무늬마다 일정하게 하고 $maxSNR_{min}$ 은 32×32 사각형 18dB, 문자열 AJOU 22dB, 꽃 16dB, 얼굴 16dB로 그림 3에서 선택한 것을 사용했다. 그림 4에서 보면 β 의 변화에 따라서 평가지표들의 변화가 불규칙적이거나, 대체적으로 β 의 증가에 따라 SNR_{min} 과 균일도가 동시에 감소한다. 회절효율과 $RMSE$ 는 거의 변화를 보이지 않으므로 생략하였다. 그림 4를 이용하여 가장 좋은 평가지표를 나타내는 β 값을 각각의 무늬에 대하여 선택하였다.

4.3. 위상충수에 따른 평가지표의 변화

그림 5는 NPA-HIOA에서 다른 매개변수들을 일정하게 유지하고 위상충수를 4, 8, 16, 32로 변화시킨 것이다. 그림 3과 4에서 가장 우수한 결과를 나타내었던 값들로, 32×32 사각형은 $maxSNR_{min}$ 값을 18dB, β 값을 0.1, 문자열 AJOU는 22dB와 0.05, 꽃무늬는 16dB와 0.01, 얼굴무늬는 16dB와 0.05를 선택하였다. 위상충수가 증가함에 따라 예상대로 대부분의 경우 모든 지표가 향상되지만, $Z=16$ 부터는 큰 변화를

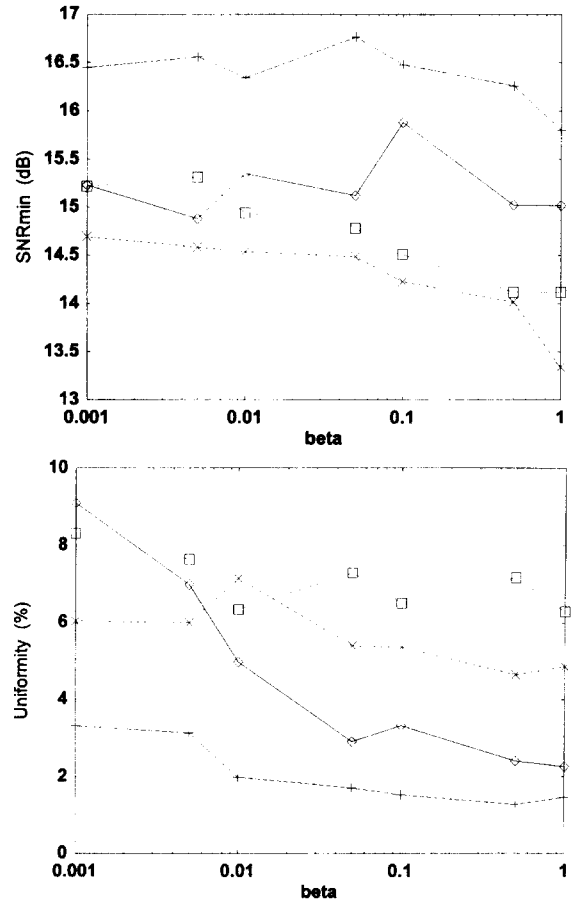


그림 4. 양자화된 위상소자($Z=16$)에 있어서 SNR_{min} 과 균일도의 β 에 따른 변화. \diamond 는 32×32 사각형, +는 문자열 AJOU, \square 는 꽃, \times 는 얼굴 무늬를 나타낸다.

보이지 않는다. 32×32 사각형의 경우 SNR_{min} 이 $Z=32$ 의 경우가 $Z=16$ 보다 낮은 것은 예외적이다. 그림 5에서 보면 문자열 AJOU가 같은 위상충수에서 다른 무늬에 비하여 SNR_{min} 과 균일도가 가장 우수한 값을 나타내는 반면, 회절효율과 $RMSE$ 는 가장 좋지 않은 값을 나타내고 있다. 이는 평가지표들이 잡음영역의 크기에 의존한다는 것을 보여준다. 꽃과 얼굴 무늬의 경우 무늬가 다르고 β 값도 다르지만 표 1에서 본 것처럼 평가지표들이 비슷하다.

4.4. 잡음영역 크기에 따른 평가지표의 변화

그림 6은 두 가지 grayscale 무늬, 즉 꽃과 얼굴 무늬에 대하여 잡음영역의 화소수를 증가시켜 가며 얻은 것이다. 수평축은 전체 무늬영역에 대한 잡음영역의 화소수의 비율을 나타내는데, 잡음영역이 커짐에 따라 SNR_{min} 과 균일도는 향상되나, 회절효율 η_w 와 $RMSE$ 는 나빠짐을 볼 수 있다. 잡음영역이 커지면 constraints는 줄어들지만, 총 잡음량 즉, 잡음영역 내의 세기는 증가하므로 회절효율과 $RMSE$ 의 저하는 예상된 것이다. 여기서 사용된 $maxSNR_{min}$ 과 β 값은 위상충수의 변화에 따른 평가지표에서와 같은 값들을 사용하였고 위상충수는 16으로 하였다.

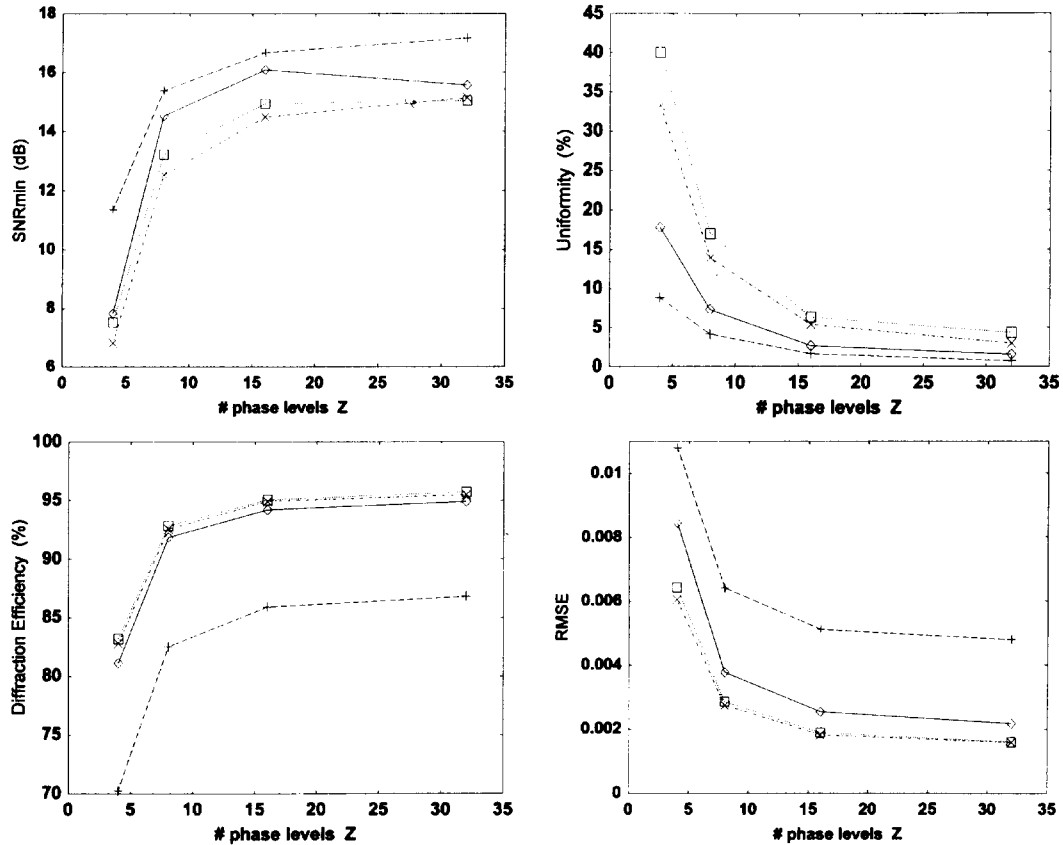


그림 5. 양자화된 위상소자(Z=16)에 있어서 SNR_{min} , 균일도, 회절효율 그리고 $RMSE$ 의 위상층수 Z에 따른 변화. ◇는 32×32 사각형, +는 문자열 AJOU, □는 꽃, ×는 얼굴을 나타낸다.

V. 연속적인 위상소자 설계 결과

이 절에서는 연속적인 위상소자에 관한 설계 결과를 논의한다. 즉, 3절에서 서술한 단계적인 양자화 과정을 생략한 것이다. 4절에서와 마찬가지로 반복횟수는 1단계 200회, 2단계 298회로 총 498회로 하였다. 그림 2의 네 가지 무늬에 대하여 NPA-HIOA로 얻은 연속적인 위상소자를 그림 7에 grayscale로 나타내었다. 이들은 아래의 5.1, 5.2절에서 서술하는 바와 같이 NPA-HIOA의 $maxSNR_{min}$, β , 그리고 초기 random 위상을 변화시켜가며 평가지표를 최적화시켜서 얻은 것들이다. 32×32 사각형은 $maxSNR_{min}$ 값을 20dB, β 값을 0.05로, 문자열 AJOU는 22dB와 0.05로 선택하였다. 꽃 무늬의 경우는 $maxSNR_{min}$ 값을 20dB, β 값을 1로, 얼굴무늬는 18dB와 1로 선택하였다. 또한 이 값들을 사용하여 초기 random 위상을 10회 바꿔가며 실행하여 가장 낮은 균일도와 높은 SNR_{min} 을 갖도록 하였다.

표 2에 NPA와 NPA-HIOA의 성능 비교를 하였는데, 표 1에서 본 바와 같이 IFTA와 HIOA는 양자화과정을 포함하는 NPA-HIOA와 비교되지 않아 여기서 생략하였다. NPA의 경우 가장 좋은 평가지표를 얻기 위한 과정을 따로 시행하지 않았으나, 초기 random 위상은 10회 바꿔가며 실행하였다. 즉, NPA에서 사용된 $maxSNR_{min}$ 값은 NPA-HIOA에서와 같은 값을 사용하였다. NPA-HIOA는 NPA와 비교해 보면 회절효율

과 $RMSE$ 는 거의 비슷하고 SNR_{min} 과 균일도에 있어서 우수하다. NPA도 대부분의 지표에 있어서 NPA-HIOA와 비슷하게 좋은 결과를 보여주지만, 균일도에 있어서는 NPA-HIOA가 훨씬 우수하다. 한편, 네 가지 무늬를 비교해 보면 잡음영역이 커서 제약이 상대적으로 적은 문자열 AJOU보다 32×32 사각형의 경우가 SNR_{min} 과 균일도에 있어서 가장 우수한 것은 다소 예상 밖이다. 또한 꽃과 얼굴 무늬는 잡음영역이 16.5%로 문자열 AJOU와 32×32 사각형에 비하여 매우 적으나 상당히 우수한 결과를 보인다. 따라서 4절의 양자화된 위상소자에 비하여 위상에 제약이 없는 연속적인 위상소자의 경우는

표 2. 연속적인 위상소자에 대한 NPA와 NPA-HIOA의 성능 비교. 네 가지 128×128 무늬, 32×32 □, 문자열 AJOU, 꽃 그리고 얼굴무늬에 대한 결과.

	주어진 무늬	SNR_{min} (dB)	U (%)	η (%)	η_w (%)	R MSE
NPA	32 × 32 □	18.1	5.9	89.2	94.7	0.00239
	AJOU	17.3	4.1	58.9	87.2	0.00466
	꽃	17.6	4.3	58.8	99.6	0.00007
	얼굴	15.0	2.0	59.8	99.6	0.00007
NPA-HIOA	32 × 32 □	19.6	0.01	89.2	94.7	0.00236
	AJOU	18.0	0.02	58.6	86.9	0.00475
	꽃	18.2	0.23	58.9	99.8	0.00003
	얼굴	15.4	0.18	60.1	99.8	0.00003

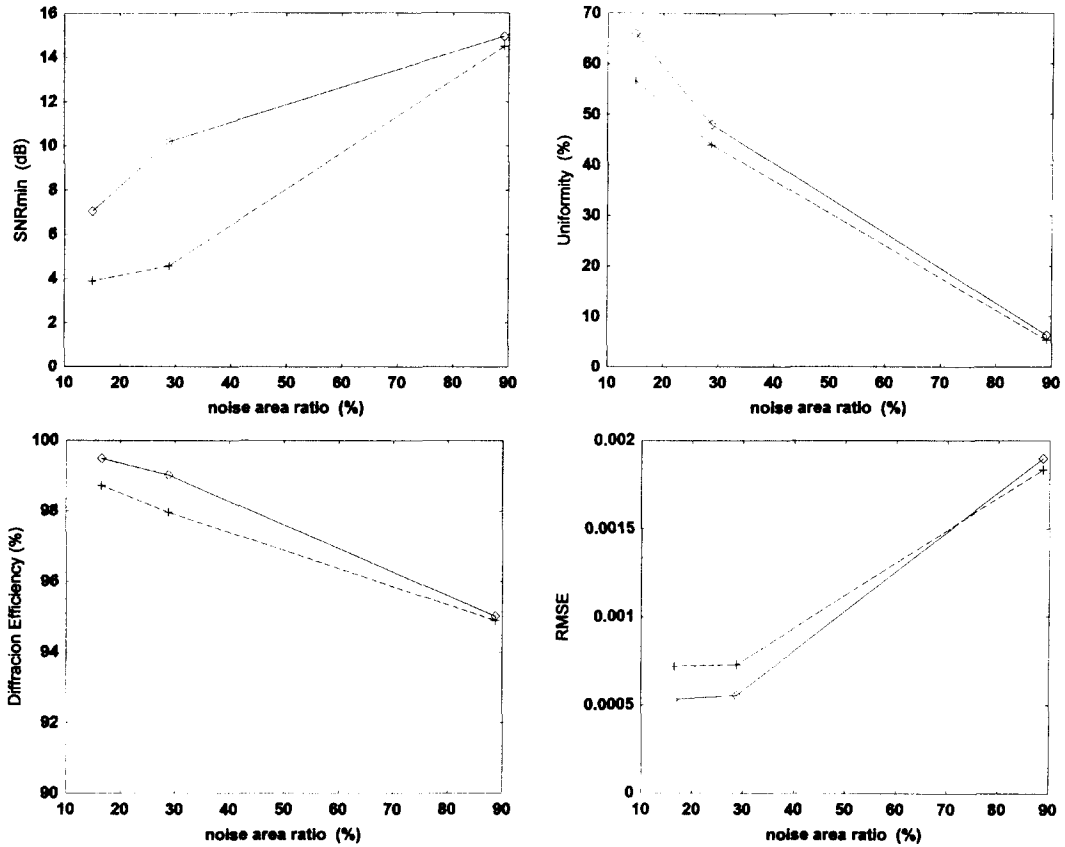


그림 6. 양자화된 위상소자($Z=16$)에 있어서 SNR_{min} , 균일도, 회절효율 그리고 $RMSE$ 의 잡음영역의 크기에 따른 변화. ◇는 꽃, +는 얼굴 무늬를 나타낸다.

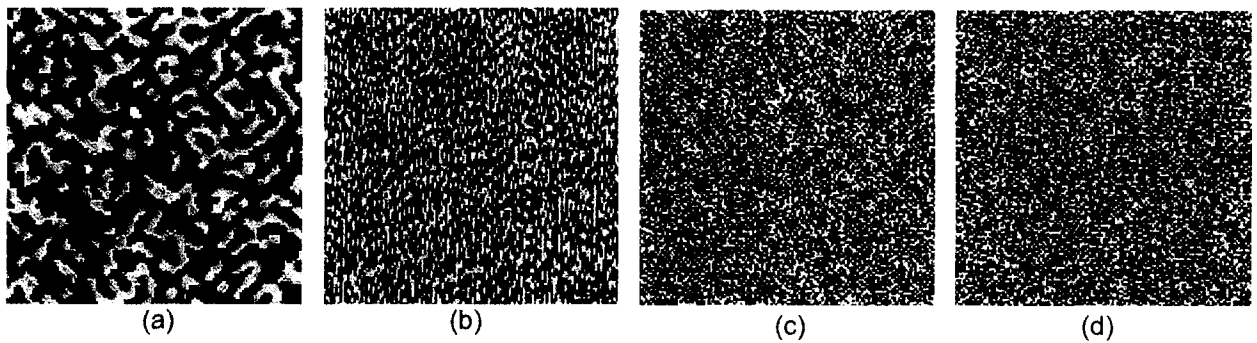


그림 7. NPA-HIOA에 의해 일어난 연속적인 위상소자: (a) 32×32 사각형, (b) 문자열 AJOU, (c) 꽃, (d) 얼굴 무늬.

잡음영역의 크기가 성능에 미치는 영향이 그리 크지 않은 것으로 보인다. 한편, 꽃과 얼굴 무늬에 있어서 SNR_{min} 이 상당한 차이를 보이는 것은 무늬가 다르기도 하지만 다른 $maxSNR_{min}$ 값을 사용했기 때문이다.

5.1. $maxSNR_{min}$ 에 따른 평가지표의 변화

NPA-HIOA에서 평가지표들이 $maxSNR_{min}$ 의 변화에 따라서 어떻게 영향을 받는가를 그림 8에 나타내었다. β 는 32×32 사각형, 문자열 AJOU, 꽃, 얼굴 무늬 순서로 0.1, 0.05, 0.01, 0.05로 각 무늬마다 일정하게 하고 초기 random 위상도 각 무늬마다 일정하게 하고 $maxSNR_{min}$ 만을 변화시켰다. 이

값들은 4.2절에서 설명한대로 양자화과정을 적용했을 때 가장 좋은 평가지표를 보였다. 평가지표들 중 SNR_{min} 과 균일도만 나타내었는데, 이는 회절효율이나 $RMSE$ 는 $maxSNR_{min}$ 에 따라서 거의 변화를 보이지 않았기 때문이다. SNR_{min} 의 변화는 그림 3의 양자화된 경우와 마찬가지로 각각의 무늬가 $maxSNR_{min}$ 에 대하여 대체적으로 비슷한 형태의 변화를 보이고 있는데, 이는 $maxSNR_{min}$ 이 SNR_{min} 을 최적화하기 위하여 도입한 변수이기 때문이다. 즉, SNR_{min} 은 점차 증가하다가 평탄하게 되거나 최고점에 도달하여 약간 떨어지다가 일정한 값을 유지한다. 균일도의 경우에는 어떤 범위(32×32 사각형과 문자열 AJOU의 경우 20-26, 꽃과 얼굴의 경우 18-24)에

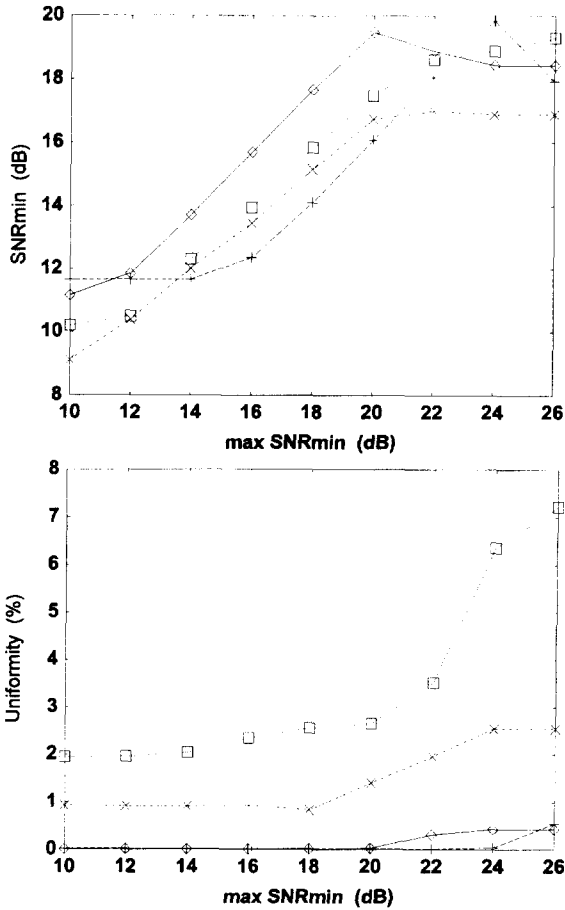


그림 8. 연속적인 위상소자에 있어서 SNRmin과 균일도의 maxSNRmin에 따른 변화. ◇는 32×32 사각형, +는 문자열 AJOU, □는 꽃, ×는 얼굴을 나타낸다.

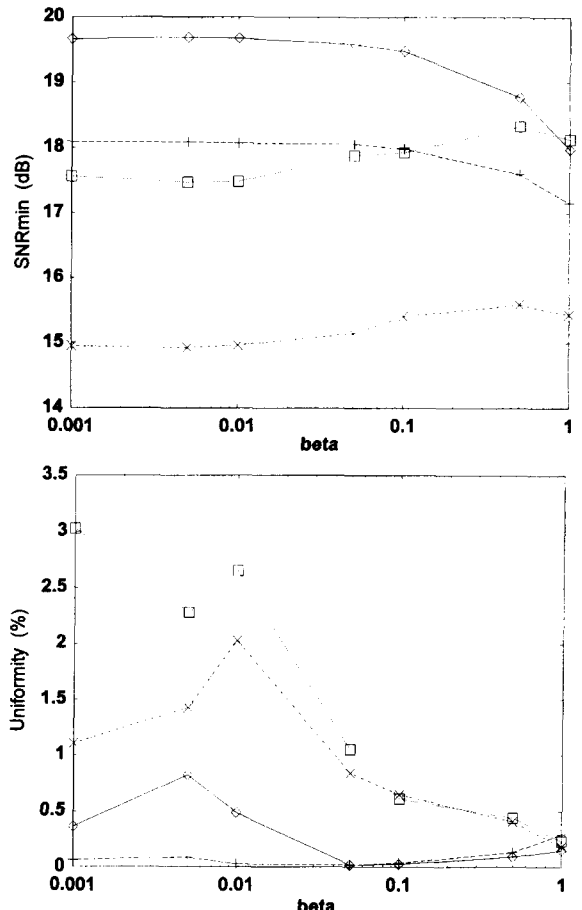


그림 9. 연속적인 위상소자에 있어서 SNRmin과 균일도의 β 에 따른 변화. ◇는 32×32 사각형, +는 문자열 AJOU, □는 꽃, ×는 얼굴을 나타낸다.

서만 변화하는 것으로 보이며, 대체적으로 maxSNRmin이 작을 때 낮은 편이다. 이 그림을 통하여 높은 SNRmin과 낮은 균일도를 동시에 갖는 maxSNRmin 값을 선택하였다.

5.2. β 에 따른 평가지표의 변화

NPA-HIOA에서 SNRmin과 균일도가 β 에 따라서 어떻게 변화하는지를 그림 9에서 볼 수 있다. 수평축은 로그눈금으로 그린 것으로 이 그래프도 위와 마찬가지로 다른 조건들은 일정하게 하고 β 만 변화시켜서 얻은 것이다. maxSNRmin은 32×32 사각형, 문자열 AJOU, 꽃, 얼굴 무늬 순서로 20, 22, 20, 18을 사용하였는데, 이들은 그림 8에서 가장 우수한 평가지표를 보이는 값들이다. 그림 4의 양자화된 경우와 같이 β 에 대하여 SNRmin과 균일도가 대체적으로 감소하는 것으로 보이는데, 꽃과 얼굴 무늬의 SNRmin은 완만히 증가하는 넓은 영역이 있다. 균일도는 grayscale 무늬의 경우 중간에 약간의 변화를 보이고, 32×32 사각형과 문자열 AJOU의 경우에는 $\beta=0.05$ 부근에서 가장 낮고 그 이후 증가한다.

5.3. 잡음영역 크기에 따른 평가지표의 변화

그림 10에 두 가지 grayscale 무늬, 꽃과 얼굴 무늬에 대한

여 잡음영역의 크기를 변화시켜가며 얻은 평가지표들을 보았다. 수평축은 전체 영역의 크기에서 잡음영역이 차지하는 비율이다. 잡음영역에 따라 무늬 자체가 달라지지만, 꽃무늬의 경우는 maxSNRmin 값을 20dB, β 값을 1로, 얼굴무늬는 18dB와 1로 고정하였다. 양자화된 위상소자의 경우와 유사하게 잡음영역이 증가함에 따라 SNRmin과 균일도는 향상되며 회절효율과 RMSE는 저하되는 경향을 보인다. 그러나 SNRmin의 경우 잡음영역이 16.5%일 때보다 28.8%일 때 더 낮고, 균일도의 경우 잡음영역이 28.8%일 때보다 88.7%일 때 더 높은 반대 현상도 보인다. 이러한 반대 현상에는 2가지 원인이 있는데, 첫째 연속적인 위상소자의 경우 양자화된 경우에 비하여 constraint가 작으므로 잡음영역의 크기의 영향이 작고, 둘째 β 값이 너무 커서 안정적인 결과를 주지 못하기 때문이다. 두 번째 원인은 다음 절의 반복횟수에 따른 변화에서도 볼 수 있다.

5.4. 반복횟수에 따른 평가지표의 변화

반복횟수에 따라 평가지표들이 어떻게 수렴하는지를 그림 11에서 보여 준다. 이진무늬인 문자열 AJOU와 grayscale 무늬인 얼굴무늬에 대한 결과만을 보였는데, 이는 다른 두가지 무

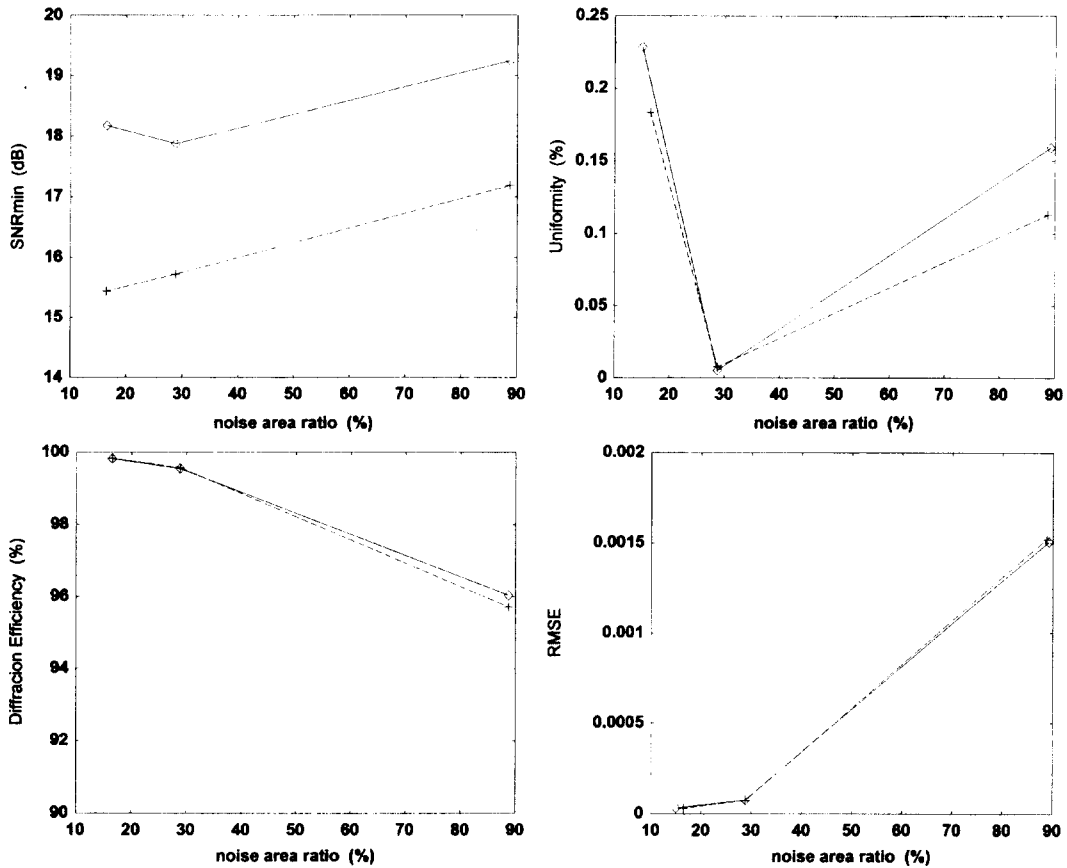


그림 10. 연속적인 위상소자에 있어서 SNR_{min} , 균일도, 회절효율 그리고 $RMSE$ 의 잡음영역의 크기에 따른 변화. \diamond 는 꽃, +는 얼굴 무늬를 나타낸다.

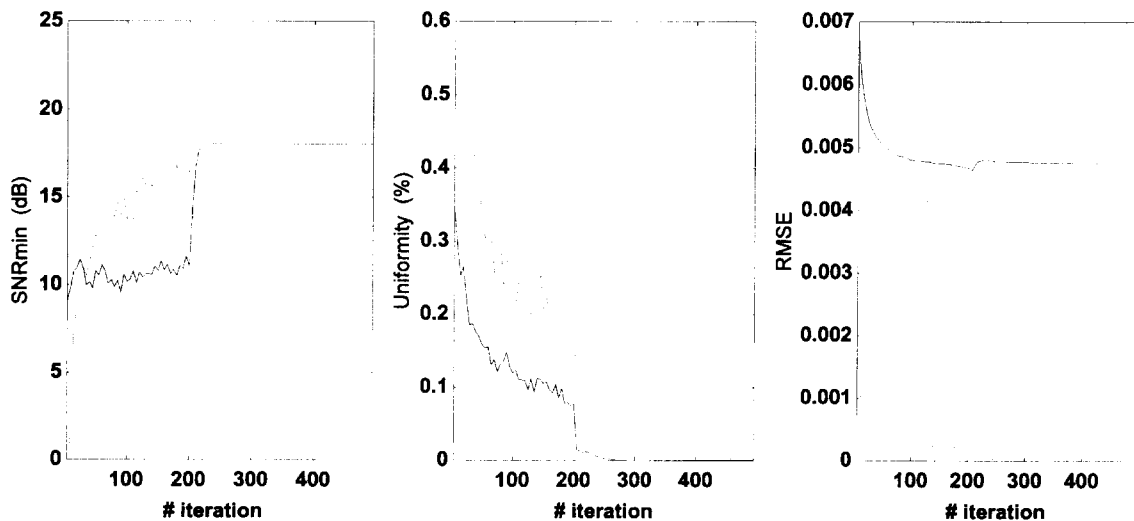


그림 11. 연속적인 위상소자에 있어서 SNR_{min} , 균일도 그리고 $RMSE$ 의 반복횟수에 따른 변화. 실선은 문자열 AJOU, 점선은 얼굴 무늬를 나타낸다.

너도 크게 다른 변화를 보이지 않아서 곡선들이 겹치기 때문이다. 예를 들어 꽃에 대한 $RMSE$ 는 얼굴에 대한 것과 거의 동일하다. 문자열 AJOU는 $\max SNR_{min}$ 을 22dB, β 는 0.05로, 얼굴무늬는 18dB, 1로 선택하였다. 대부분의 경우에 있어서 200회의 첫 번째 단계보다 두 번째 단계에서 SNR_{min} 과 균일

도가 급격히 향상되는데, 수렴하는 추세를 관찰할 때 두 번째 단계의 반복횟수는 100회 정도만 하여도 상당히 좋은 결과를 얻을 것으로 보인다. 얼굴무늬의 SNR_{min} 는 예외적으로 두 번째 단계에서 오히려 감소하고, 문자열 AJOU에 대한 $RMSE$ 도 증가하는 현상을 보인다. 그러나 균일도는 모든 경우에 있

어서 현저하게 향상된다. 5.3절의 잡음영역에 따른 변화에서 언급한 반대현상과 관련된 불안정한 현상으로 얼굴무늬의 SNR_{min} 이 두 번째 단계에서 수렴하지 않고 약간 진동하는 것을 볼 수 있다. 이러한 두 번째 단계의 진동현상은 꽃무늬에서도 관찰된다.

VI. 결 론

본 논문에서는 이진 세기무늬 뿐만 아니라 임의의 grayscale 세기무늬를 발생하는 위상형 회절무늬소자를 설계하는데 NPA-HIOA를 적용하여 그 성능을 IFTA, HIOA 및 NPA와 비교 분석하였다. NPA-HIOA는 1단계에서 수렴속도가 빠른 HIOA를 이용하여 대략적이고 연속적인 위상 분포를 찾아내고 2단계에서 최소 SNR, 균일도, 회절효율 등에서 좋은 결과를 보여주는 NPA에 HIOA를 결합·변형하여 이상적인 위상 분포를 얻고자 하는 2단계 iterative Fourier transform 알고리즘이다. 128×128 크기의 세기무늬를 다루었는데, 32×32 사각형과 문자열 AJOU의 두 가지의 이진 세기무늬와 꽃과 얼굴의 두 가지의 grayscale 세기무늬에 대하여 매개변수들 $\max SNR_{min}$, β , 그리고 잡음영역의 크기에 따른 평가지표들의 변화를 살펴보았다. 위상이 양자화된 경우와 연속적인 경우를 모두 고려하였는데, 양자화된 경우 위상층수에 따른 변화도 살펴보았다.

기존 알고리즘들과의 비교에 있어서 모든 세기무늬에 대하여 NPA-HIOA는 균일도가 매우 우수한 결과를 보여 준다. 양자화된 위상소자의 경우는 잡음영역을 크게 하여야 좋은 균일도를 얻을 수 있으나, 연속적인 경우는 잡음영역이 크지 않더라도 매우 좋은 균일도를 보여 준다. SNR_{min} 에 대해서도 대부분의 경우 NPA-HIOA가 가장 우수하지만, NPA와 큰 차이를 보이는 것은 아니다. 양자화된 위상소자의 경우 회절효율은 NPA-HIOA와 NPA가 비슷하게 다른 두 알고리즘보다 약간 낮은 값을 가지며, $RMSE$ 는 HIOA보다 약간 높은 값을 가진다. IFTA와 HIOA의 경우는 위상이 연속적이라는 점을 감안하면 NPA-HIOA는 매우 우수한 결과를 보여준다. NPA-HIOA의 성능은, 위상에 제약이 있는 양자화된 위상소자의 경우, 세기 무늬 자체보다는 잡음영역의 크기에 크게 관계되는 것으로 보인다. 네 가지 무늬를 비교해 보면 잡음영역이 커서 제약이 상대적으로 적은 문자열 AJOU의 경우가 SNR_{min} 과 균일도에 있어서 가장 우수하다.

각각의 무늬에 있어서 SNR_{min} 은 $\max SNR_{min}$ 에 대하여 비슷한 변화를 보인다. 즉 SNR_{min} 은 점차 증가하다가 평탄하게 되거나 최고점에 도달하여 약간 떨어지다가 일정한 값을 유지한다. 균일도의 경우에는 규칙적인 변화를 찾아 보기 쉽지 않

으나, $\max SNR_{min}$ 의 어떤 범위에서만 균일도가 변화하는 것으로 보이며 대체적으로 $\max SNR_{min}$ 이 작을 때 균일도가 좋은 것으로 보인다. β 에 따른 변화에 있어서는 평가지표들의 변화가 불규칙적이거나, 대체적으로 β 의 증가에 따라 SNR_{min} 과 균일도가 동시에 감소한다.

잡음영역의 크기에 따른 성능에 있어서는 대체적으로 SNR_{min} 과 균일도는 향상되고 회절효율 η_w 와 $RMSE$ 는 저하되는데, 연속적인 위상소자의 경우는 반대현상도 보인다. 이런 반대 현상은 첫째 연속적인 위상소자의 경우 양자화된 경우에 비하여 제약이 작으므로 잡음영역의 크기의 영향이 작고, 둘째 β 가 너무 커서 안정적인 결과를 주지 못하기 때문이다. 연속적인 위상소자에 있어서 NPA-HIOA는 몇 가지 예외적인 경우를 제외하고는 대부분의 경우 첫 번째 단계보다 두 번째 단계에서 평가지표들이 현저하게 향상되는데, 수렴하는 추세를 관찰할 때 두 번째 단계의 반복횟수는 100회 정도만 하여도 상당히 좋은 결과를 얻을 것으로 보인다. 균일도는 모든 경우에 있어서 현저하게 향상된다. 양자화된 위상소자에 있어서 위상층수가 증가함에 따라 예상대로 대부분의 경우 모든 지표가 향상되지만, $Z=16$ 부터는 큰 변화를 보이지 않는다.

본 연구에서 다룬 위상층수 16인 소자는 현재 반도체 공정 기술로 어렵지 않게 제작할 수 있고, 연속적인 위상소자는 레이저 직접기록법으로 제작할 수 있다. 따라서 NPA-HIOA를 이용한 설계는 실제로 유용하다고 판단된다.

감사의 글

이 논문은 아주대학교 96년도 연구용기자재 지원에 의하여 연구된 것이다.

참고문헌

- [1] F. Wyrowski, J. Opt. Soc. Am. A7, 961 (1990).
- [2] C. Haupt, M. Pahlke, R. Krupka, and H. J. Tiziani, Appl. Opt. 36, 4411 (1997).
- [3] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, Optik 35, 237 (1972).
- [4] J. R. Fienup, Opt. Eng. 19, 297 (1980).
- [5] J. Lin and A. A. Sawchuk, Appl. Opt. 36, 3155 (1997).
- [6] H. Akahori, Appl. Opt. 25, 802 (1986).
- [7] 정필호, 조두진, 제4회 광정보처리 학술발표회 논문집, 5, 144 (1999)
- [8] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, 2nd ed. (McGraw-Hill, 1996) p. 13.
- [9] <http://www-rocq.inria.fr/scilab>.

Design of phase-only diffractive pattern elements using a two-stage iterative Fourier transform algorithm

Phil Ho Jung and Doo Jin Cho

Department of Physics, Ajou University, Suwon 442-749, Korea

(Received November 16, 1999, Revised manuscript received February 10, 2000)

A two-stage iterative Fourier transform algorithm, based on hybrid input-output algorithm and new Pnoise algorithm, is used to design continuous and quantized phase-only diffractive pattern elements which produce arbitrary given intensity patterns via Fraunhofer diffraction. Numerical results for two 128×128 binary patterns and two grayscale patterns are compared with those of other algorithms. It is found that the algorithm yields better signal-to-noise ratio and even better uniformity with slightly lower diffraction efficiency than other algorithms. We investigated the dependence of performance on parameters used in the algorithm, size of noise region, and the number of phase levels for quantized elements. In the case of quantized phase elements, the size of noise region plays a greater role in determining the performance of the algorithm than given intensity pattern itself.