

중간축을 고려한 기어구동장치의 신뢰수명 평가

김하수*, 김동우*, 양성모*

Reliability life evaluation of gear driving system for the intermediate shaft

Ha Su Kim*, Dong Woo Kim*, Sung Mo Yang*

Abstract

This paper presents a design method using CAE(Computer Aided Engineering) with the consideration of reliability for optimal gear driving system. This method considered a configuration of the intermediate shaft. There are four mounting types, such as double straddle, double overhung, output gear overhung, and input gear overhung in the intermediate shaft. The reliability and life analysis are based on the two-parameter Weibull distribution lives of the gears and bearings. The validity and feasibility of the proposed method are verified by the application to transmission of a industry machine.

Key Words : Gear driving system(기어구동장치), Reliability life(신뢰 수명), Weibull distribution(웨이블 분포), Intermediate shaft(중간축)

1. 서론

기어 및 기어장치는 공작기계, 항공기, 자동차, 산업기계, 건설기계, 선박, 철도차량 등과 사무용 및 제철기계, 자동화장비 등 거의 모든 산업부분에서 사용되고 있다. 이런 기어장치의 설계는 정적인 하중과 균일한 강도를 유지하는 차원에서 접촉해석과 강도설계 등이 주를 이루었다. 나아가 공학기술의 발전으로 기본 기능설계에서부터 제품의 제작에 이르기까지 적용 가능한 기계요소들의 컴퓨터 시뮬레이션화가 보편화됨에 따라 소형화, 고속화, 고강도화

로 발전하고 있다. 또한 강도계산의 불확실성을 보완할 수 있는 실제적인 방법으로 다음과 같이 활발하게 소개되고 있다.

Okada 등⁽¹⁾은 기어의 피로강도를 증가시키는 칩단차차를 연구하였고, M. Estrin⁽²⁾은 기어 물림의 최적화방법을 비선형 수학적 프로그래밍 기법으로 다루었으며, Simon⁽³⁾은 스피키어와 헬리컬기어의 하중과 응력분포를 연구하였다. 정⁽⁴⁾은 PC상에서 간편히 수행할 수 있는 강도평가 시스템과 치차설계 전문가 시스템을 개발하였다. G. Cockerham과 D. Waite⁽⁵⁾는 동력전달에 가장 많이 쓰이

* 전북대학교 기계공학부, 자동차 신기술 연구소

는 스퍼기어와 헬리컬기어의 설계에 신뢰성방법을 이용하였고, M. Savage와 C. K. Brikmanis⁽⁶⁾는 베벨기어 장치와 헬리콥터 변속기의 시스템 신뢰성 모델을 제시하여 시스템해석과 시뮬레이션을 가능하게 하였으며, 양⁽⁷⁾은 라비니오 유성기어의 신뢰성 및 수명에 관한 연구에서 기어 시스템의 수명분포를 예측할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

기어에 대한 접촉해석과 강도설계 등 많은 연구가 이루어졌으나 스퍼기어와 베어링 등을 하나의 시스템으로 3축 동력 전달장치에서 제 II 축을 고려한 수명 및 신뢰성 해석은 다소 미흡하였다.

복잡한 기어구동장치의 설계시 신뢰성 해석과 평가는 반드시 고려되어야 하며, 이때 제 II 축의 배치와 하중해석은 필수적이라 할 수 있다. 그러므로 일반 산업기계에 주로 쓰이는 3축 동력전달 장치의 제 II 축의 베어링 배치방법과 축각에 대한 최적의 시스템 신뢰수명을 해석하고자 한다.

기어 이의 파손은 세가지 형태가 있으며, 우선 기어 이에 작용하는 굽힘하중에 의해 기어 이가 파손되는 형태이다. 이것은 갑작스런 파손의 형태를 취하는 것으로, 과부하 즉 충격하중으로 인해 발생한다. 그러나 기어 재료와 기어 이 크기의 적당한 선택은 이런 파손형태를 저지할 수 있다. 좋은 기어 이 설계는 이들 파손에 견디는 충분한 굽힘강도를 가질 수 있으므로 본 논문에서는 해석대상에 포함하지 않았으며, 스프링 파손으로 순간온도 상승으로 윤활막이 제거되어 맞물리는 기어 사이에 고체마찰이 발생하여 나타나는 현상으로 윤활이 잘된다고 가정하여 본 수명모델에서의 파손형태로 고려하지 않는다.

또한, 표면피팅으로 이것은 베어링레이스 피팅과 유사한 형태를 따른다. 기어 이 수명도 베어링수명과 유사한 거동을 하기 때문에 NASA에서는 베어링 수명모델과 비슷하게 기어 이 수명에 대한 모델을 공식화했다.^(6,9) 따라서 본 논문에서는 이를 해석모델로 사용하였다.

2. 작용하중

기어의 신뢰성 설계에 있어서 결정할 항목은 입력속력, 입력토크, 감속비, 모듈, 잇수, 재질, 압력각, 치폭, 하중, 기어의 종류 선정 등이다. 기어의 형상과 하중을 해석하기 위해 Fig. 1에서 보는 바와 같이 네 개의 기어와 여섯 개의 베어링으로 구성되고 3축으로 이루어진 2 단 감속 기어 장치를 모델링하였다.

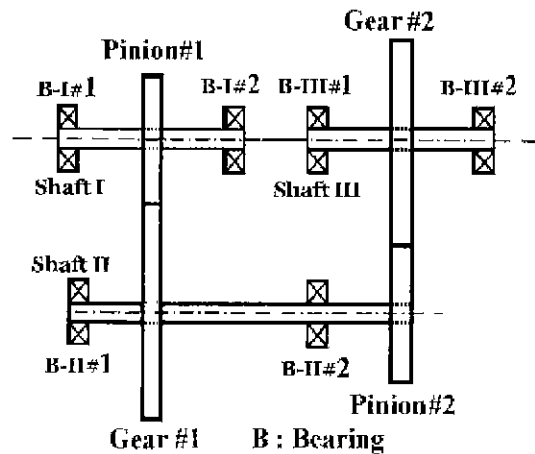


Fig. 1 Diagram of the 2 stage reduction system

스퍼 기어 이에 작용하는 하중을 계산하기 위해, 해석은 1개의 이에 전하중이 작용하고 치폭 전체에 균일하게 분포되고 능률적인 기어열이라 가정한다. 임의의 물림에서 입력토크 T , 기어이의 압력각 ψ , 피니언의 잇수와 반경을 n_p 와 r 이라 할 때 기어에 작용하는 접선방향의 하중 F_t 와 반지름방향의 하중 F_r 은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$F_t = \frac{T}{n_p r} \quad (1)$$

$$F_r = F_t \tan \psi \quad (2)$$

또한, 식(1)과 식(2)의 두 하중은 입·출력축 베어링에 접선하중과 반경하중으로 작용한다. 기어에서 양 베어링 사이의 거리를 A, B라 할 때 한쪽 베어링에 대한 모멘트를 취함으로써 다른 쪽 베어링에서 반작용 하중에 대한 식을 구할 수 있다.

$$F_{ra} = \frac{F_r B}{A + B} \quad (3)$$

$$F_{rb} = \frac{F_r A}{A + B} \quad (4)$$

$$F_{ta} = \frac{F_t B}{A + B} \quad (5)$$

$$F_{tb} = \frac{F_t A}{A + B} \quad (6)$$

여기서 F_{ra} 와 F_{rb} 는 베어링의 접선하중 성분이며, F_{ta}

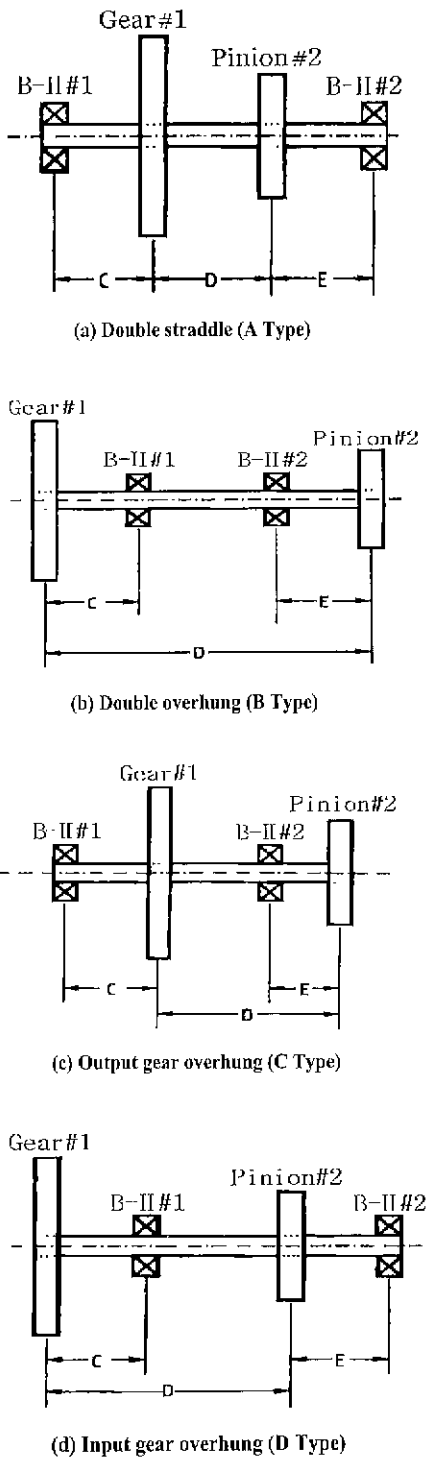


Fig. 2 Support configuration of shaft II

와 F_{ib} 는 반경하중 성분이다.

입력과 출력기어는 단식물림이 갖는 동일한 두 가지 배치방법이 있고 두 개의 기어를 지지하는 제 II 축은 Fig. 2에서처럼 네 가지 배치방법이 있다. 즉, 더블 스트레들의 경우, 피니언과 기어는 양쪽 베어링에 의해 지지되고, 더블 오버행의 경우, 피니언과 기어는 두 개의 베어링 바깥쪽에 놓이게 된다. 출력기어 오버행의 경우 입력 피니언은 두 개의 베어링 사이에 위치하고, 또한 입력 피니언 오버행의 경우 출력기어는 두 개의 베어링 사이에 위치한다.

이들 베어링 사이의 거리 C, D, E를 보면, C와 E는 기어로부터 두 개의 베어링까지의 거리를 나타내고, D는 두 개의 기어 사이의 거리를 나타낸 것이다. Fig. 3에서 축각 Σ 는 입력 쪽에서 보았을 때 제 II 축에 대하여 입력축과 출력축의 사이 각으로 나타낸다.

베어링의 반경하중과 접선하중은 출력기어의 접선하중과 반경하중의 힘과 모멘트합의 관계로써 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$W_i = F_{ti} \sin \Sigma + F_{ri} \cos \Sigma \quad (7)$$

$$W_r = F_{ti} \cos \Sigma - F_{ri} \sin \Sigma \quad (8)$$

$$F_{ib} = \frac{-CW_i + (C+D)F_{io}}{C+D+E} \quad (9)$$

$$F_{ib} = \frac{CW_i + (C+D)F_{io} - r_o F_a}{C+D+E} \quad (10)$$

$$F_{ia} = W_i \pm F_{io} + F_{ib} \quad (11)$$

$$F_{ia} = W_r \pm F_{io} - R_{ib} \quad (12)$$

여기서 F_{ri} 및 F_{ti} 는 입력축에서 전달된 기어의 반경하

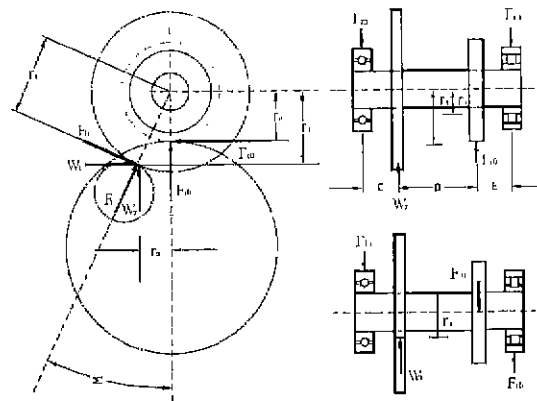


Fig. 3 Double straddle gears with shaft II

중 및 접선하중이고, F_{lc} 및 F_{lc} 는 출력축에서 전달된 기어의 반경하중 및 접선하중이고, W_r 및 W_t 는 축각을 고려한 입력기어의 반경하중 및 접선하중이다.

3. 신뢰수명

구름요소인 베어링과 기어에 부하된 표면은 수없이 반복되는 하중에 의하여 표면 피팅이 발생하고 이로 인하여 파손된다. 이 반복하중으로 인한 표면 피팅 피로가 구성요소에 대한 파손형태이다.

부하된 하중으로 파손된 반복하중수의 관계로부터 파손을 예측하기 위한 모델이 Lundberg - Palmgren 모델이다. 2-변수 웨이블 분포를 사용하여 피로수명 데이터를 정리함으로써 부품의 신뢰성을 파손확률로 나타낼 수 있다.

$$F(l) = 1.0 - e^{-(l/\theta)^b} \quad (13)$$

여기서 $F(l)$ 은 파손확률이고, l 은 백만 하중사이클이나 시간으로 표현되는 부품수명이고, θ 는 분포의 특성수명이고 b 는 웨이블 변수이다. 식(13)의 도함수가 확률밀도함수이므로, 이것을 웨이블 신뢰성 함수로 변환하면 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$\ln\left(\frac{1}{R}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{l}{l_{10}}\right)^b \quad (14)$$

식(14)은 베어링의 2-변수 웨이블 분포 특성을 나타내며, 90% 신뢰성에 대한 시스템이나 각 요소의 수명 l_{10} 을 구한다.

기어 이의 표면 피팅 파손만을 고려하여 기어 이의 수명과 신뢰성은 정확한 연속확률법칙으로 나타낼 수 있는데, 이는 기어의 고속회전과 떨어진 파편이 다른 이의 파손을 가속화할 수 있다. 그러므로 기어의 신뢰성 R_g 는 기어에서 각 이의 신뢰성 R_i 들의 곱으로 나타낸다.

$$R_g = R_i^{N_g} \quad (15)$$

여기서, N_g 는 기어의 잇수이고, R_i 는 기어 이의 신뢰성이다. 기어 이의 신뢰성은 동일 기어의 다른 이의 신뢰성과 같다. 식(15)을 수명의 관계로 식(14)에 대입하여 정리하면 다음과 같으며, 기어의 수명 $l_{10, g}$ 는 백만 회전 단위를 갖는다.

$$l_{10, g} = \left(\frac{1}{N_g^{1/b}}\right) l_{10, i} \quad (16)$$

스피거기장치의 수명에 대한 하나의 모델은 하중전달 기어와 베어링의 장치를 링크의 연쇄기구처럼 생각하여, 어떤 하나의 링크가 파손됐을 때 연쇄는 파손된다. 즉, 어떤 부품이 파손되면 파편은 다른 부품을 손상시키게 된다. 일단 어떤 부품이 파손되면 신뢰성이 높은 상태로 돌아가기 위해 기어장치는 오버홀을 요하므로, 정확한 연속확률 모델로 나타낼 수 있으며 장치의 신뢰성 R_s 는 모든 부품 신뢰성의 곱으로 표시된다.

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i \quad (17)$$

식(17)의 역수에 로그를 취하고 식(14)을 대입하면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_s}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_s}{l_{10, i}}\right)^{b_i} \quad (18)$$

여기서 l_s 는 시스템의 신뢰성 R_s 에 대한 전체 구동장치의 수명이다. 또한 같은 구동장치 신뢰성 R_s 에서 각 요소의 수명을 나타낸다.

식(18)은 시스템 수명과 시스템 신뢰성 사이에 단순한 2-변수 웨이블 분포의 관계식이 아니다. 단지 모든 웨이블 지수 b_i 가 같을 때 2-변수 웨이블 분포의 관계가 성립하여 일반적이지 못하므로, $0.5 \leq R_s \leq 0.95$ 의 범위에서 선형화귀 방법을 통하여 시스템의 신뢰성 계수 b_s 와 $l_{10, s}$ 를 포함한 2-변수 웨이블 관계로 나타내면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_s}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_s}{l_{10, s}}\right)^{b_s} \quad (19)$$

직선의 기울기가 기어 구동장치의 웨이블 지수 b_s 이고, $l_{10, s}$ 는 신뢰성 $R_s=0.9$ 에서 근사치 직선으로부터 계산된 수명이다. 이것이 구동장치의 90% 신뢰성수명이다.

4. 수치해석

본 연구에서 스피거기와 베어링으로 구성되어 동력전달에 널리 쓰이는 변속기의 신뢰수명을 예측하여 설계하는데, 제 II 축에 기어와 베어링을 배치하는 방법과 축각의 영향을 해석하는 예를 보이고자 한다.

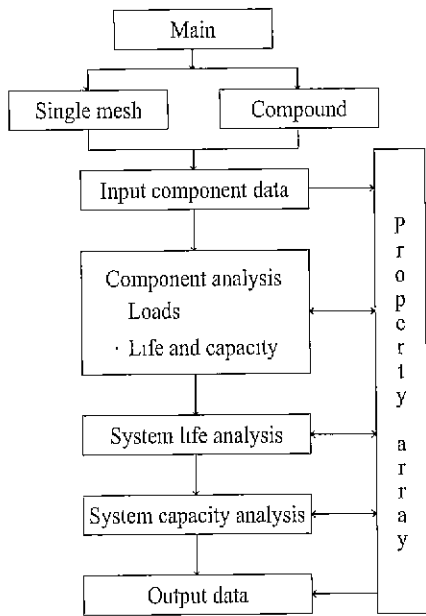


Fig. 4 Block diagram of reliability

Fig. 4는 본 해석에 쓰이는 시스템의 구성을 나타낸 것이다. 먼저 기어 동동장치의 입력값으로부터 각각 기어와 베어링의 하중과 동적용량을 계산하고, 전체 시스템을 하나로 99%에서 50%까지 원하는 신뢰성에서의 수명을 얻을 수 있다. 따라서 본 결과를 확인하고 요구하는 신뢰수명을 얻기 위해 입력값을 변경하면서 쉽게 재설계에 이용할 수 있다.

본 수치해석 시스템에서 입력으로 쓰이는 제원을 살펴보면 다음과 같다.

Table 1에서 입력 토크와 회전수를, Table 2에서 기어의 모듈, 압력각, 치폭, 잇수, 재료상수(면압강도) 등을, Table 3에서 베어링의 수명에 영향을 주는 기본 동적용량만을 나타내고, Table 4는 제 II 축 상에서 기어의 배치방법에 따라 각 베어링과 기어 사이의 거리를 나타낸 것이다.

그러면 본 시스템은 Table 5와 Table 6에서 보는 바와 같이 전체하중과 회전 수명을 산출한다. 여기서 베어링의 작용하중과 배치방법이 각 요소의 수명에 영향을 미침을 알 수 있다.

이로써 신뢰수명을 50%부터 99%신뢰성에 이르기까지를 로그로그 좌표를 이용하여 나타낸 것이 Fig. 5이다. 여기서 각 신뢰성에 대한 수명을 쉽게 확인할 수 있다.

특히, 제 II 축의 배치 방법을 달리하여, 4 가지의 경우

각각의 수명 변화를 살펴 볼 수 있다. A, D형이 B, C형보다 수명이 훨씬 높게 나타나므로 A, D형이 설계시 유리함을 알 수 있다.

나아가, Fig. 6은 축각의 변화에 대한 신뢰 수명을 나타낸 것으로, A형의 경우 330° 부근에서 수명이 최대가 됨을 알 수 있다. 또한 D형의 경우 150° 부근에서 수명이 최대가 됨을 확인할 수 있다. 다시 말해 축각이 50~270° 범위에서는 D형이 유리하고, 0~50°, 270~360° 범위에서는 A형이 유리함을 알 수 있다.

끝으로, 최적의 설계값은 D형이 A형보다 수명은 약간 높지만 축각이 180°에 가까울수록 변속기의 부피가 크기 때문에 하우징의 중량이 증가함으로 불리함을 알 수 있

Table 1 System input data and output data

Input torque	19 N-m	Output torque	78 N-m
Input speed	8000 rpm	Reduction ratio	4.1
Reliability	99%~0%	Output speed	1950 rpm

Table 2 Gear input data

Shaft	Module (mm)	Pressure angle	Face width (mm)	No. of tooth	Material constant (MPa)
Pinion #1	1.25	200°	6	41	67.5
Gear #1	1.25	200°	6	80	67.5
Pinion #2	1.25	200°	12	39	67.5
Gear #2	1.25	200°	12	82	67.5

Table 3 Ball bearing input data

Shaft	Bearing dynamic capacity (kN)	
I	B_{11}	4.0
	B_{12}	5.5
II	B_{21}	5.5
	B_{22}	5.5
III	B_{31}	11.5
	B_{32}	7.5

Table 4 Mounting type and distance on shaft II

Mounting type	Distance(mm)		
	C	D	E
Double straddle	50	100	75
Double overhung	50	225	75
Output gear overhung	50	175	75
Input gear overhung	50	150	75

Table 5 Each force on the components (N)

Shaft	Component	A type	B type	C type	D type
I	P_{12}	793			
	B_{11}	264			
	B_{12}	529			
II	G_{22}	793	793	793	793
	P_{21}	1627	1627	1627	1627
	B_{21}	403	2265	1265	661
	B_{22}	956	3161	2245	1113
III	G_{31}	1627			
	B_{31}	2603			
	B_{32}	976			

Table 6 Each L10 life ($\times 10^6$) rotation

Shaft	Component	A type	B type	C type	D type
I	P_{12}	673			
	B_{11}	5064			
	B_{12}	3322			
II	G_{22}	1004	1004	1004	1004
	P_{21}	813	813	813	813
	B_{21}	7273	41	234	1645
	B_{22}	917	18	55	556
III	G_{31}	1629			
	B_{31}	808			
	B_{32}	2721			
System	Total	289	14	46	239

다. 그러므로 A형의 배치방법이 D형에 비해 소형이므로 변속기를 경량으로 제작할 수 있어 최적이라 할 수 있다.

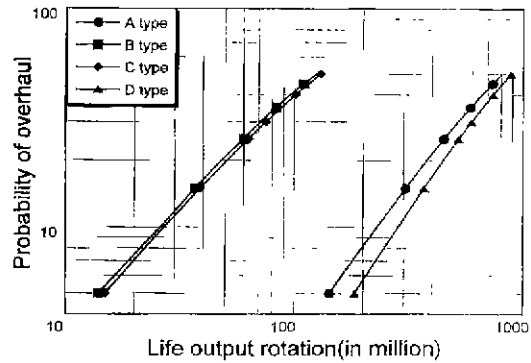


Fig. 5 L10 life of system for the II shaft

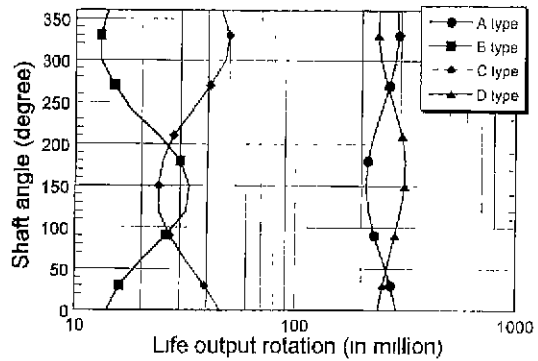


Fig. 6 L10 life of system for the shaft angle

5. 결론

스피기어와 볼베어링으로 단순화된 3축 기어 동력전달 장치의 신뢰수명을 제 II 축을 고려한 결과는 다음과 같다.

- (1) 더블 스트레들로 구성된 A형이 축각 $0 \sim 50^\circ$, $270 \sim 360^\circ$ 범위 즉 330° 에서 신뢰수명이 293×10^6 회전으로 가장 높으면서 부피도 최소가 되어 최적임을 알 수 있다.
- (2) 기어구동장치의 신뢰수명을 쉽게 확인할 수 있고 초기 설계단계에서 제 II 축의 배치방법 및 축각의 변화에 따른 수명을 비교할 수 있어 합리적인 설계 영역을 제시할 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Y. Okada, T. Matsumoto, A. Kawaguchi, T. Tanaka, and K. Nishio, 1992, "Development of High Strength Transmission Gears", SAE 920761, pp. 948~957.
- (2) M. Estrin, 1980, "Optimization of Tooth Proportions for a Gear Mesh", ASME 80-C2/DET-101, pp. 1~5.
- (3) V. Simon, 1988, "Load and Stress Distributions in Spur and Helical Gears", J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.110, pp.197~202.
- (4) 정태형, 지중조, 변준형. 1995, "동력전달용 베벨기어의 강도평가 시스템 개발 연구", 한국정밀공학회지, 제12권 제7호, pp. 66~73.
- (5) G. Cockerham and D. Waite, 1975 "Computer - aided design of spur or helical gear train", Computer Aided Design, pp. 84 ~ 88.
- (6) M. Savage and C. K. Brikmanis, 1986, "System Life and Reliability Modeling for Helicopter Transmissions", NASA. NAG, 3-55, pp. 1~80.
- (7) 양성모, 강희용, 김하수, 김태현, 1996, "라비니오 유성기어의 신뢰성 및 수명에 관한 연구", 한국정밀공학회, 제13권 제10호, pp. 36~45.
- (8) D.G. Lewicki, J.D. Black, M. Savage, J. J. Coy, 1986, "Fatigue Life Analysis of a Turboprop Reduction Gearbox", J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.108, pp. 255 ~ 262.
- (9) 양성모, 강희용, 김하수, 1997, "확률 신뢰성에 의한 스파이럴 베벨기어 구동장치의 합리적 수명해석", 한국공작기계학회, 제6권 제2호. pp. 42~48.