

실시간 스프링백 예측을 통한 보의 3점굽힘 적응제어기 설계

김승철*, 정성종**

Adaptive Three-Point Bending Controller through Real-Time Springback Estimation for Beams

Seung-Cheol Kim*, Sung-Chong Chung**

Abstract

In order to automate straightening process of deflected beams, an adaptive three-point bending controller is studied, which estimates and controls springback of beams under three-point bending. An analytical load-deflection model for three-point bending of beams with circular cross sections is derived nondimensionally. In spite of variations of material and process parameters, this model can be applied to springback estimation by measuring real-time values of reactive load and deflection of the beam. A hydraulic punch stroke controller is designed to take real-time controls of the permanent deflection of the beam. The validity of the proposed system is verified through experiments.

Key Words : Shaft Straightening(축교정), Springback(스프링백), Three-Point Bending(3점굽힘), Adaptive Control(적응제어), Load-Deflection model(하중-처짐 모델)

1. 서 론

자동차의 엔진에 사용되는 캠축(cam shaft)과 주축(main shaft), 조향장치에 사용되는 랙바(rack bar)와 요축(yoke shaft) 등은 정확한 운동전달 특성과 내구성 향상을 위해서 진직도 및 경도를 유지하여야 한다. 그러나 이러한 축은 상대적으로 지름에 대한 길이의 비가 크기 때문에 경도를 높이기 위하여 제조과정 중에 열처리를 거치게 되면, 복잡한 형상과 각각의 위치에서의 열처리 정도의 차이에 따라 부분적인 잔류응력이 발생하여 축이 휘어지게 된

다. 그러므로 진직도의 확보 및 열처리 후의 마지막 공정인 연삭공정에서의 부하를 덜고 생산성을 증대시키기 위해 휠 교정작업을 수행하여야 한다.^{1,2)}

일반적으로 선삭, 열처리 그리고 연삭 순서로 진행되는 일련의 자동화된 생산라인에서 휠 교정작업 역시 하나의 제조공정 단계가 되므로 교정공정 자체도 자동화가 필수적으로 요구된다. 본 연구에서는 이러한 교정작업의 자동화를 구축하기 위하여 보의 3점굽힘에 대한 이론적인 원리를 바탕으로 반경방향으로의 소성변형량을 제어할 수 있는 3점굽힘 적응제어기를 제시하고자 한다.

* 한양대학교 기계설계학과 대학원
** 한양대학교 기계공학부

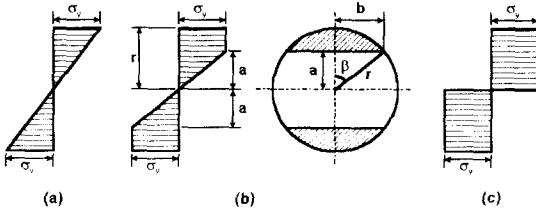


Fig. 1 Stress distribution in a beam of perfectly plastic material

굽힘공정에 의한 형상 성형의 자동화를 위해 무엇보다 중요한 것은 정확하고 빠르게 스프링백(springback)을 예측하는 것이다. Trostmann³⁾ 등은 굽힘공정의 수학적 모델을 제안하여 원하는 임의의 형상으로 축을 연속적으로 성형할 수 있는 페루프 제어시스템을 구현하였다. Hardt^{4,5)} 등은 최대 모멘트와 곡률을 측정함으로써 박판의 스프링백량을 정확히 예측할 수 있는 페루프 형상제어기를 개발하고, 브레이크포밍 공정에서 소재의 물성치나 형상이 변하여도 원하는 곡률의 형상을 만들 수 있는 인프로세스 제어 방법을 제안하였다. Chandra⁶⁾는 박판성형에서 소재 및 공정상의 중요 변수들의 온라인 규명(on-line identification)을 통한 스프링백의 실시간(real-time) 예측과 제어를 수행한 바 있다. 그리고 강관의 휨교정을 위하여 Katoh⁷⁾ 등은 3점굽힘 공정에서 유압실린더로부터 압력과 변위를 측정함으로써 스프링백을 예측하는 관측기를 제안하였다. 이와 같이 대부분의 형상 성형 자동화에 대한 연구는 실시간으로 공정변수를 추정하고 이를 통하여 탄성복원에 의해 일어나는 스프링백을 예측하는 방식으로 진행되고 있다.

본 연구에서는 양단이 단순지지된 보의 휨량을 측정하고, 이 휨량을 교정하기 위한 적응제어기를 설계하였다. 보의 형상이나 물성치 등의 다양한 변화에 관계없는 보의 3점굽힘 공정에 대한 무차원 하중-처짐 모델을 제시하였고, 이 모델로부터 실시간으로 공정변수를 추정함으로써 스프링백을 예측할 수 있도록 하였다.

2. 보의 3점굽힘

2.1 소성굽힘의 모멘트-곡률 관계

비탄성 굽힘의 이론적인 관계식을 구하기 위해 순수 굽힘을 받는 원형단면 보의 모멘트-곡률 관계를 고려하였다. 보는 인장과 압축에 대하여 동일한 항복응력과 동일한

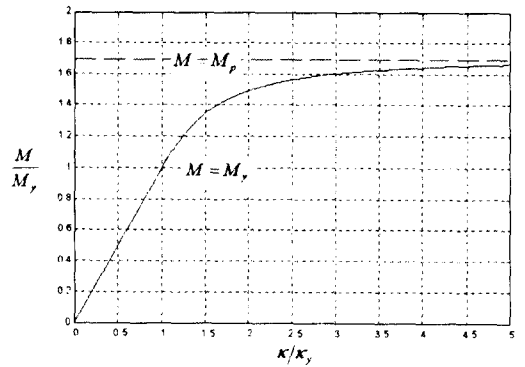


Fig. 2 Moment-curvature diagram for a beam with circular cross section

탄성계수를 가지는 완전소성재료(perfectly plastic material)라 가정하고, 굽힘을 받는 동안에 단면이 항상 평면을 유지한다고 가정한다. 이러한 보가 순수 굽힘을 받으면 원형단면 상의 응력분포는 Fig. 1과 같게 된다. (a)에서와 같이 최원단의 응력이 항복응력 σ_y 에 도달하는 항복모멘트 M_y 가 될 때까지 보는 선형응력분포를 갖는 탄성굽힘이 되고, 굽힘모멘트가 증가할수록 (b)에서와 같이 소성영역은 점차 중립축 쪽으로 확장하게 된다. 그리고 소성영역이 중립축까지 확장되어 (c)에서와 같은 극한항복모멘트 M_p 에 이르게 된다.⁽⁸⁾

항복곡률(yield curvature)을 κ_y 로 표시하면 선형탄성영역(Fig. 1(a)에 있는 보에서는 모멘트-곡률 관계를 다음과 같은 무차원식으로 표시할 수 있다.

$$\frac{M}{M_y} = \frac{\kappa}{\kappa_y} \quad (0 \leq M \leq M_y) \quad (1)$$

그리고 Fig. 1(b)와 같이 중립축으로부터 탄성영역 끝단까지의 거리를 a 라 하면, 완전소성영역은 빗금친 부분이 되고, 이 영역의 응력분포에 해당하는 보의 굽힘모멘트는

$$\frac{M}{M_y} = \frac{16}{3\pi} \frac{b^3}{r^3} + \left(\pi - 2\beta + \frac{2ab}{r^2} - \frac{4ab^3}{r^4} \right) \frac{r}{\pi a} \quad (M_y \leq M \leq M_p) \quad (2)$$

가 된다. 식 (2)의 우항의 첫항은 탄성영역, 제 2항은 완전소성영역에 대응하는 모멘트이며, $a=0$ 일 때는 $M = \frac{16}{3\pi} M_y = M_p$ 가 된다. 그리고 식 (3)을 대입하여 원형

단면 보의 비선형 무차원 형태의 모멘트-곡률 관계를 Fig. 2와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{a}{r} &= \frac{1}{x/x_y} \\ \frac{b}{r} &= \sqrt{1 - \frac{1}{(x/x_y)^2}} \\ \beta &= \cos^{-1}\left(\frac{1}{x/x_y}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 3점굽힘에 대한 보의 하중-처짐 모델

Fig. 3(a)와 같이 보의 양 끝단을 단순지지한 상태에서 중심에 집중하중을 가하는 것을 3점굽힘이라 하였다. 보는 이러한 3점굽힘 방식으로 반경방향으로 원하는 만큼의 소성변형을 일으켜 휨량을 교정할 수 있다. 3점굽힘 공정에 의해 보의 휨량을 교정하기 위해서는 2.1절 모멘트-곡률 관계보다 하중계와 변위계로 직접 측정이 가능한 하중-처짐 모델로부터 소성변형량을 예측하는 것이 편리하다.

집중하중을 받는 원형단면 보에서 전단력과 자중을 무시하고 굽힘모멘트만 고려하면, 탄소성 단순 보의 처짐은

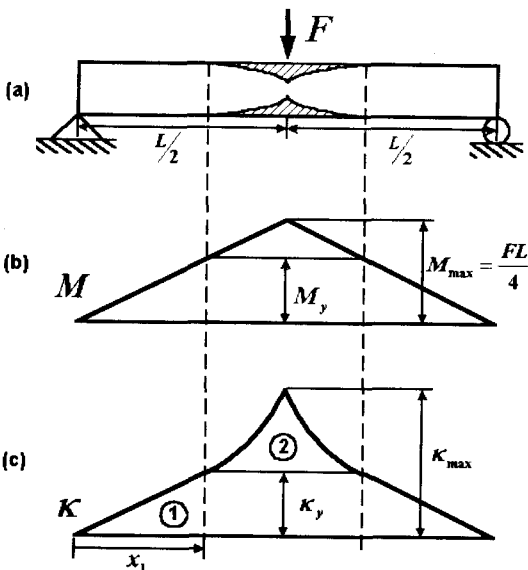


Fig. 3 Deflections of an elastic-plastic beam of circular cross section

곡률-처짐의 기본관계식으로부터 계산될 수 있다. 즉, 곡률에 대한 근사선도를 그려 그 면적과 단면 1차모멘트를 수치로 구하면 곡률-면적정리에 의해서 처짐을 구할 수 있다.

보가 3점굽힘 상태에서 집중하중 F 가 항복하중 F_y 보다 작을 동안에 보는 완전탄성이다. 그러므로 전체 탄성영역에 대한 처짐을 무차원으로 표시하면 다음과 같이 간단한 식으로 된다.

$$\frac{\delta}{\delta_y} = \frac{F}{F_y} \quad (0 \leq F \leq F_y) \quad (3)$$

여기서, δ_y 는 항복처짐(yield deflection)이다.

하중이 항복하중을 초과하면 Fig. 3(a)에서 빗금친 부분과 같이 집중하중을 받는 주위가 완전소성영역이 된다. 그러므로 (c)의 곡률선도에서 보는 바와 같이 완전탄성영역 ①과 탄소성영역 ②를 갖게 된다. 완전탄성영역 ①에 대한 곡률은

$$x = \frac{Fx}{2EI} \quad (0 \leq x \leq x_1) \quad (4)$$

이다. 식 (4)에서 E 는 영률(Young's modulus), I 는 관성모멘트이다. 탄소성영역 ②는 식 (2)의 모멘트-곡률 선도로부터 아래와 같이 비선형함수로 나타낼 수 있다.

$$x = G(x) \quad (x_1 \leq x \leq L/2) \quad (5)$$

그리고 탄성영역의 길이 x_1 를 다음과 같이 구하면,

$$x_1 = \frac{2M_y}{F} \quad (6)$$

곡률-면적의 제 2 정리를 이용하여 보 중심의 처짐을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\delta = \int_0^{x_1} \frac{Fx^2}{2EI} dx + \int_{x_1}^{L/2} G(x) x dx \quad (7)$$

탄소성영역은 비선형함수이므로 위 식은 수치적분(Simpson's rule)을 이용하여 구할 수 있다. 항복하중과 항복처짐으로 무차원화하여 표현하면 Fig. 4와 같이 3점굽힘의 원형단면 보에 대한 이론적인 무차원 하중-처짐 모델을 구할 수 있다. 그리고 실시간으로 스프링백을 예측할 수 있도록 항복하중보다 큰 영역을 두 부분으로 나누고, 다음과 같이 다항식으로 무차원화하여 하중-처짐 모델을 표현하였다.

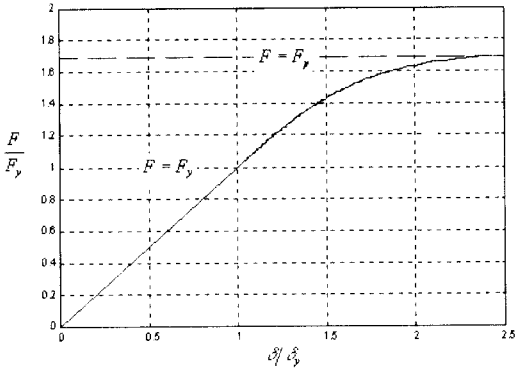


Fig. 4 Load-deflection diagram for an elastic-plastic material

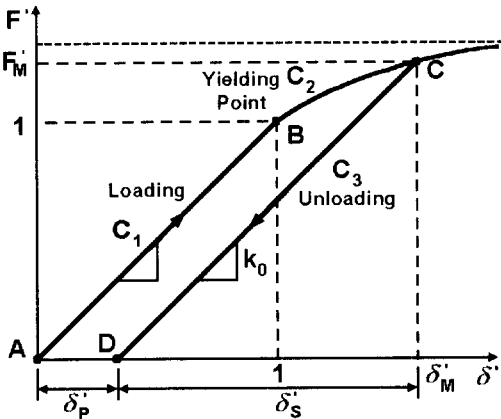


Fig. 5 Nondimensional load-deflection model

$$\delta' = \begin{cases} -1.2597 + 4.6038F' - 3.4394F'^2 + 1.0956F'^3 & (1 \leq F' \leq 1.4) \\ -22180 + 73288F' - 96794F'^2 + 63876F'^3 - 21063F'^4 + 2776.5F'^5 & (1.4 \leq F' \leq 1.7) \end{cases} \quad (8)$$

여기서 변수는 각각 무차원 처짐 $\delta' = \delta / \delta_y$ 와 무차원 하중 $F' = F / F_y$ 이다.

위와 같은 이론적 모델로부터 실시간으로 스프링백을 추정하기 위해 3점굽힘 공정에 의한 하중과 처짐의 변화를 Fig. 5와 같이 근사적으로 표현할 수 있다. 가압과정에서 항복하중보다 작은 탄성영역은 직선 C_1 이 되고, 항복

점 이상의 탄소성영역은 식 (8)로 표현되는 곡선 C_2 로 나타난다. 그리고 감압과정 역시 탄성이므로 탄성영역에서의 가압과정과 평행하게 직선 C_3 로 구분할 수 있다. 이와 같이 무차원 변수에 의한 하중-처짐 모델은 다양한 소재 특성에 관계없이 하나의 형태로 표현할 수 있는 이점이 있다.

2.3 실시간 스프링백 추정

본 논문의 주된 목적은 측정된 하중과 처짐량으로부터 무차원 하중-처짐 모델을 이용하여 실시간으로 현재의 스프링백을 정확히 예측함으로써 반경방향으로 원하는 소성변형을 제어하고자 하는 것이다.¹⁾

무차원 하중-처짐 모델로부터 감압 후 예측되는 무차원 소성변형량 δ'_p 는 다음과 같다.

$$\delta'_p = \delta'_M - \delta'_s \quad (9)$$

그리고 탄성복원영역인 직선 C_3 의 기울기는 직선 C_1 과 평행하게 1이 되므로 무차원 스프링백량은 현재의 무차원 하중값이 된다.

$$\delta'_s = F'_M \quad (10)$$

그러므로 실제 소성변형량은 다음과 같이 현재의 무차원 처짐량과 무차원 하중값의 차이에 항복처짐량을 곱하여 예측할 수 있다.

$$\delta_p = \delta_y \cdot \delta'_p = \delta_y (\delta'_M - F'_M) \quad (11)$$

이와 같이 스프링백은 보의 탄성복원에 기인되므로 탄성 특성, 항복점 그리고 현재의 하중과 처짐량으로부터 계산할 수 있다. 그러므로 가압과정 중에 실시간으로 필요로 하는 공정변수를 추정하여야 한다. 이때 가장 중요한 변수는 항복점과 탄성계수가 된다.

탄성계수 k_0 는 다음과 같이 항복하중과 항복처짐의 기울기로 나타낼 수 있다.

$$k_0 = \frac{F_y}{\delta_y} = \left. \frac{\partial F}{\partial \delta} \right|_e \quad (12)$$

그러나, 여기서 항복점을 실시간으로 찾는 것은 어려운 문제가 되며, 실제 가압과정 중 탄성영역에서 한 시점의 탄성계수는 일정하지 않다. 그렇지만 일반적인 하중-처짐 관계에서 소성영역에서의 하중-처짐 기울기 $\partial F / \partial \delta$ 는 탄성영역보다 작아지게 된다. 그러므로 본 연구에서는 가압

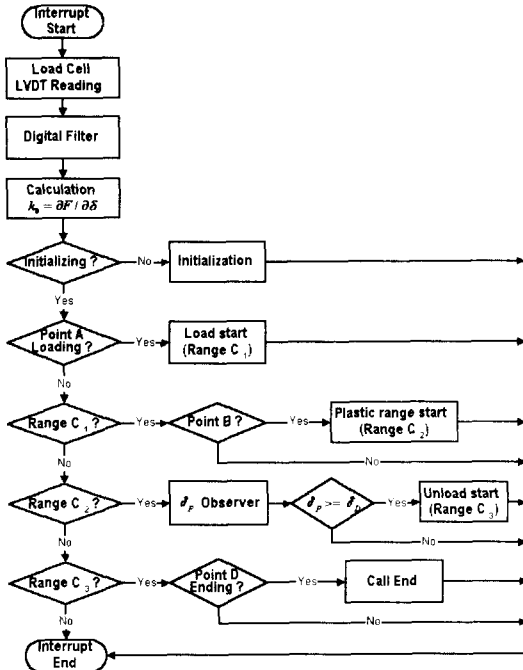


Fig. 6 Real-time control algorithm

과정 중에 측정된 하중과 처짐으로부터 현재의 하중-처짐 기울기 $\partial F / \partial \delta$ 를 구하고, 이 기울기의 변화를 분석하여 그 크기가 작아지기 시작하는 지점을 항복점으로 추정하였다.

스프링백 예측을 통하여 실시간으로 보의 소성변형량을 제어하는 실시간 제어 알고리즘을 Fig. 6에 도시하였다. 일정 시간간격으로 일어나는 주기적인 신호에 의해 인터럽트를 발생시키고, 인터럽트 처리 함수에서 Fig. 5의 하중-처짐 모델의 경로를 순차적으로 판단하여 현재의 보의 휨 상태를 예측하게 된다. 이와 같이 실시간으로 항복점 및 탄성계수를 추정할 수 있게 되므로 보의 물성치나 형상의 변화에 관계없이 무차원 모델에 적용하여 스프링백을 예측할 수 있게 된다.

3. 펀치 위치 제어

적용제어기는 펀치의 가압력과 변위를 측정하여 보의 하중-처짐 모델로부터 스프링백을 예측하게 된다. 그러므로 펀치의 위치를 제어하는 유압시스템의 특성에 적합한 제어기를 설계하여야 한다.

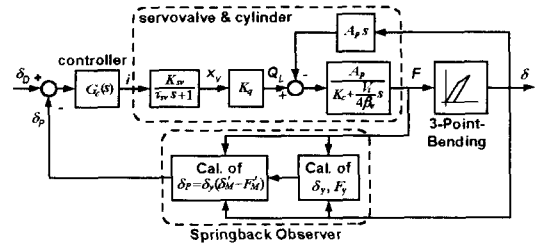


Fig. 7 3-point-bending process model by linearized punch stroke control system

유압시스템에서 가압 펀치의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + B_p \frac{d\delta}{dt} + F = Mg + A_p P_L \quad (13)$$

여기서, A_p 는 피스톤의 실효면적이고, P_L 은 가압력이다. 그러나 하중은 다른 힘에 비하여 매우크므로 관성력을 무시할 수 있으며, 일반적으로 교정작업은 아주 느린 속도에서 진행되기 때문에 가압펀치 운동방정식은 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$F = A_p P_L \quad (14)$$

그리고 소성영역에서 하중과 처짐의 관계는 식 (8)의 형태로 근사화하여 하중과 처짐의 변화 경로를 예측한다.

유압서보밸브에서 유동방정식은

$$\Delta Q_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (15)$$

이며, x_v 는 스톨의 변위, K_q 는 밸브 유량이득(valve flow gain), K_c 는 밸브 유량-압력계수(valve flow-pressure coefficient)이다. 서보밸브의 시정수가 τ_{sv} , 서보밸브 이득이 K_{sv} 인 경우, 서보밸브의 입력전류 $i(s)$ 에 대한 스톨 변위 $x_v(s)$ 간의 전달함수는

$$\frac{x_v(s)}{i(s)} = \frac{K_{sv}}{\tau_{sv}s+1} \quad (16)$$

이고, 실린더 내부의 작동유의 압축성을 고려한 연속방정식은

$$\Delta Q_L = A_p \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{V_t}{4\beta_c} \frac{\partial P_L}{\partial t} \quad (17)$$

이 된다. 여기서, V_t 는 구동기 내의 작동유 전체체적, β_c

는 작동유의 체적탄성계수(bulk modulus)이다.

서보밸브의 입력전류는 측정된 하중과 처짐량으로부터 계산되는 현재의 소성변형량 오차를 가지고 결정한다. 그리고 펀치 위치는 하중-처짐 경로를 제어하므로 제어기는 안정성을 고려하여 다음과 같은 일반적인 PI 제어기를 사용하였다.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (18)$$

위와 같이 선형화된 펀치 위치 제어 시스템¹⁹⁾을 포함한 3점굽힘 공정의 블록선도를 Fig. 7에 도시하였다.

4. 실험 및 고찰

본 연구의 3점굽힘 적응제어의 타당성을 확인하기 위하여 Fig. 8과 같은 측정기기에서 실험을 실시하였다. 측정기기는 유압공급장치, 측정장치, 제어장치 등으로 구성된다. 유압공급장치의 공급유압은 최대 150bar로서 보를 최대 10톤까지 가압할 수 있고, 유압서보밸브로 유량을 조절하여 유압실린더의 펀치속도를 0.1에서 100mm/s까지 제어할 수 있도록 하였다. 그리고 처짐량은 Tesa의 LVDT를 이용하여 10mm내에서 1 μ m단위로 측정하였으며, 하중은 NMB의 로드셀을 사용하여 측정하였다. 16bit A/D 변환기를 이용하여 하중과 처짐량을 1KHz의 샘플링 간격으로 측정하고, 1회 제어에 요구되는 계산시간이 1ms 이하가 되도록 C언어를 이용하여 제어프로그램을 작성하였다. 또한, D/A 변환기와 디지털 신호로 교정기의 유압서보밸브와 시퀀스가 제어되도록 하였다.

소재의 물성치 변화에 대한 3점굽힘 적응제어의 교정 신뢰도를 확인하기 위하여 Table 1과 같이 SM45C 소재에 고주파 열처리 정도가 각기 다른 세 가지의 시험시편을 준비하였다. 각 시험시편은 열처리시의 표면응력 불균일에 의해 휨이 발생한다. 그리고 이러한 휨량을 교정하는 교정 실험을 실시하였다. 이때 가압 중 실시간으로 스프링

Table 1 Experimental conditions

No.	Diameter (mm)	Length (mm)	Hardness (HRC)	Heat-treated thickness(mm)
1	16	300	45	1.2
2	30	300	50	1.2
3	40	300	55	1.2

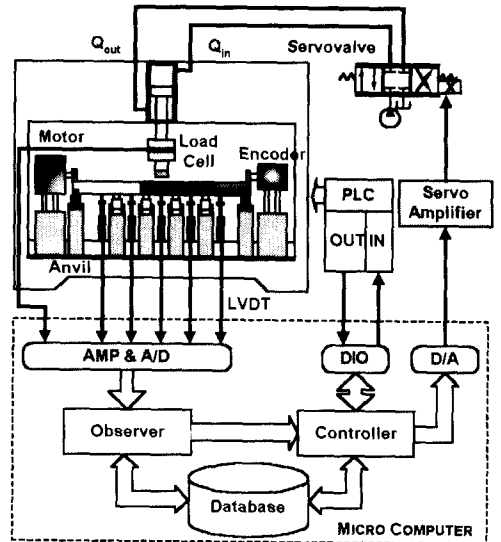


Fig. 8 Schematic diagram of straightening machine

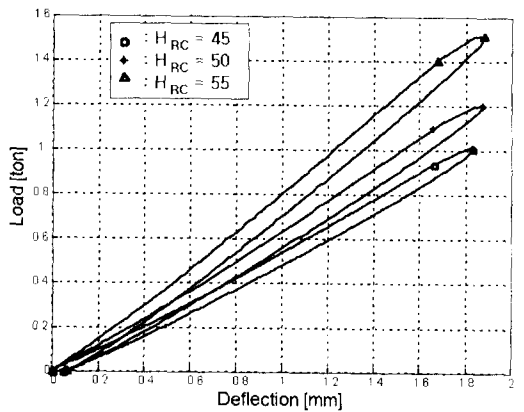


Fig. 9 Load-deflection diagram of beams

백을 예측하여 원하는 휨량 만큼 교정되도록 펀치의 위치를 제어한다.

3 가지 시험시편에 대하여 여러 번의 교정 실험을 실시하고, 교정과정 중에 측정되는 실제 하중과 처짐의 변화를 Fig. 9에 도시하였다. 그리고 소성변형량에 대한 예측 오차를 비교하여 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 9에서 기호로 표시된 지점은 실시간 제어 알고리즘에 의해 추정되는 하중-처짐 모델의 각 상태 변화 지점으로 점 A, B, C 그리고 D를 나타낸다. 또한, Fig. 10에서 예측 오차의 오차평균은 7 μ m

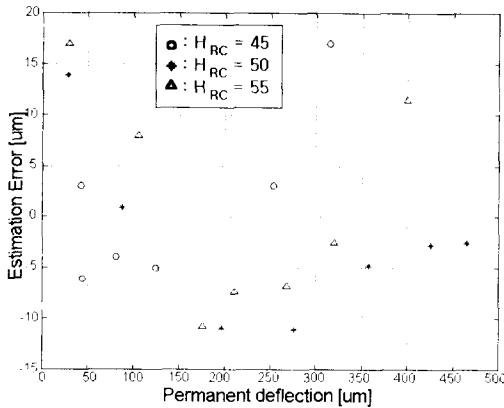


Fig. 10 Estimated permanent deflection error versus permanent deflections

이고, 표준편차는 5 μ m이다. 그리고 오차값의 최대는 17 μ m이다. 이 결과로부터 예측 오차는 소성변형량의 크기와는 관계없음을 알 수 있고, 보의 길이 300mm에 대하여 30 μ m 이내의 진직도를 얻을 수 있었다. 또한 소재 특성의 변화에 대해서도 본 논문에서 제시한 3점굽힘 적응제어기가 충분히 진직도 공차를 만족시킬 수 있음을 보여준다.

5. 결론

본 연구에서는 보의 휨 교정작업의 자동화를 이룩하기 위해 실시간으로 보의 3점굽힘에 대한 스프링백을 예측하고 제어하는 3점굽힘 적응제어기를 제시하였다.

보의 형상이나 물성치 특성 등의 다양한 변화에 관계없는 원형단면 보의 3점굽힘 공정에 대한 무차원 하중-치짐 모델을 제시하고, 실시간으로 항복점, 탄성계수 등의 공정 변수를 추정함으로써 제시한 무차원 모델로부터 스프링백을 예측할 수 있는 관측기를 제시하였다. 또한 유압시스템에 의해 굽힘력이 가해지는 편치의 위치제어기를 설계하였다. 그리고 여러 시편에 대한 굽힘실험을 실시하여 평균 7 μ m의 휨교정 정도를 얻을 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- (1) 안중용, 안동철, 김승철, 정성종. "스프링백 관측 기를 이용한 축교정기 개발". 한국공작기계기술학회지. 제5권, 제3호, pp. 22~30, 1996.
- (2) Kim Seung-Cheol, Chung Sung-Chong. "Synthesis of a Geometric Adaptive Straightening Control System for Shaft Straightening." Transactions of NAMRI/SME. Vol. 27, pp. 269~274, 1999.
- (3) E. Trostmann, N. E. Hansen and G. Cook. "General Scheme for Automatic Control of Continuous Bending of Beams." ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. Vol. 104, pp. 173~179, 1982.
- (4) D. E. Hardt, M. A. Roberts and K. A. Stelson. "Closed-Loop Shape Control of a Roll-Bending Process." ASME Journal of Engineering for Industry. Vol. 104, pp. 317~322, 1982.
- (5) D. E. Hardt and B. Chen. "Control of a Sequential Brakeforming Process". ASME Journal of Engineering for Industry. Vol. 107, pp. 141~145, 1985.
- (6) Chandra A. "Real-Time Identification and Control of Springback in Sheet Metal Forming." ASME Journal of Engineering for Industry. Vol. 109, pp. 265~273, 1987.
- (7) Katoh T. and Urata E. "Measurement and Control of a Straightening Process for Seamless Pipes". ASME Journal of Engineering for Industry. Vol. 115, pp. 347~351, 1993.
- (8) James M. Gere and Stephen P. Timoshenko. Mechanics of Materials : Third Edition. PWS Publishing Company. pp 328-340, 1990.
- (9) Herbert E. Merrit. "Hydraulic Control System." John Wiley & Sons. 1967.