

파라미터 추정을 위한 민감도 기법의 응용에 관한 연구

백문열*

An Application of the Sensitivity Method for Parameter Estimation

Moon Yeal Baek*

Abstract

This paper deals with the application of sensitivity method to the parameter estimation for the dynamic analysis of general mechanical systems. In this procedure, we take the derivatives of the given system with respect to a certain parameter and use this information to implement the steepest-descent method. This paper will give two examples of this technique applied to simple vehicle models. Simulation results show excellent convergence and accuracy of parameter estimates.

Key Words : Gradient method(구배법), Finite difference method(유한차분법), Parameter estimation(파라미터 추정), Parameter identification(파라미터 규명), Sensitivity function(민감도 함수), Sensitivity method(민감도 기법), Steepest-descent method(급강하법)

1. 서론

어떤 실제 기계 시스템이 주어져 있고 이 시스템의 동적 특성을 파악하고자 하는 경우에는 일반적으로 실험적인 방법이나 실제 시스템을 근사하는 수학적 모델에 의존하게 된다. 후자의 수학적 모델에 의존하는 경우는 먼저 수학적 모델을 구성하여야 하고, 이와 같이 수학적 모델을 결정하는 문제를 규명 문제라고 부르며, 넓은 범위에서 이 규명 문제에는 입력과 출력 데이터로부터 수학적 모델을 구하는 모든 기법을 포함된다. 특히 시스템의 구조 또는 부분적인 구조를 알고 있는 축소된 경우의 규명

문제를 파라미터 규명 또는 파라미터 추정 문제라고 부른다⁽¹⁾.

기존에 파라미터 규명을 위해 사용되어온 방법들은 첫째, 최소 자승법(LSM)⁽²⁾, 회귀 최소 자승법(RLS)⁽³⁾과 같이 최소 자승에 기초한 방법, 둘째, 칼만 필터(확장 칼만 필터와 칼만-부쉬 필터를 포함)⁽⁴⁻⁶⁾, 세째, (확장) 관측기^{(2),(7-9)}를 이용한 방법이다. 이 방법들을 검토해 보면, 먼저 파라미터를 추정하는 기본적인 방법인 LSM, RLS 및 칼만 필터의 경우, LSM은 수렴 속도가 느리다는 단점을 갖고 있으며, RLS는 파라미터의 초기값, 감쇠 요소, 가중치 행렬 및 오차 공분산에 영향을 받으며, 안정성이

* 순천제일대학 차량기계과

보장되지 않는다⁹⁾. 또한, 칼만 필터는 잡음의 공분산 값에 민감하다⁹⁾. 적응 관측기의 수렴 속도는 가중치 행렬의 영향을 받으며 파라미터가 급변하는 경우에 진동이 발생할 수 있다⁹⁾.

본 연구에서는 시스템의 수학적 모델이 결정되어 있고 이 수학적 모델에 미지의 파라미터가 존재하는 경우에 시스템의 출력 데이터로부터 미지의 파라미터 값을 추정하는 기법에 대해서 논의한다. 본 연구에서는 파라미터 추정을 위해서 시스템의 수학적 모델의 민감도와 시스템의 실제 출력과 수학적 모델의 출력 사이의 오차를 이용하는 급강하법(steepest descent method)으로 미지의 파라미터를 계산한다¹⁰⁻¹¹⁾. 민감도에 의한 파라미터 추정 기법은 선형 시스템은 물론이고 비선형성 시스템에도 적용이 가능하다. 또한 민감도 기법을 이용한 파라미터 추정의 다른 장점은 시간역과 주파수역에 거의 동일한 절차를 적용할 수 있다는 점이다.

2. 파라미터 추정 및 민감도 이론

일반적인 파라미터 추정은 모델과 실제 시스템의 출력의 차를 없애거나 최소화하여 수행된다. 모델의 파라미터는 출력 오차가 영이거나 지정한 허용 오차 이내가 될 때까지 또는 부가적인 잡음이 최소가 될 때까지 규명 알고리즘에 따라서 변화된다.

파라미터 추정 절차에서는 실제 시스템의 실험적인 출력 벡터를 사용한다. $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}(t)$ 가 실험으로 얻은 n -차원 출력 벡터이고, 수학적 모델의 n -차원 출력 벡터가 이며, 고려 대상 시스템의 파라미터들이 r -차원 파라미터 벡터로 표시된다고 하자. 따라서 파라미터 추정 문제는 φ 의 함수인 함수 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_r)^T$ 의 최소화를 통해서 수행될 수 있다.

$$\min_{\mathbf{p}} J(\mathbf{p}) = \min_{\mathbf{p}} \Phi\{\varphi[\hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t, \mathbf{p})]\} \quad (1)$$

여기서 출력 오차는 $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t, \mathbf{p})$ 이고 J 는 정성 함수 또는 규준 함수라고 부른다. 파라미터 \mathbf{p} 를 조정하여 파라미터 벡터 \mathbf{p} 의 스칼라 함수인 J 의 최소 값을 얻는 것이 가능하다. 계산적으로, 이것은, $(i+1)$ 번째 반복계산에서 \mathbf{p} 의 값이 i 번째 반복계산 값의 함수로 다음과 같이 주어지면, 급강하법에 의해 얻을 수 있다.

$$\mathbf{p}^{(i+1)} = \mathbf{p}^{(i)} + \Delta \mathbf{p}, \quad (2)$$

여기서 위치자 i 는 반복계산의 횟수를 나타내며 $\Delta \mathbf{p}$ 는 다음과 같다

$$\Delta \mathbf{p} = -k \text{grad} J, \quad k > 0. \quad (3)$$

반복계산 과정의 속도는 인자 k 에 의해서 제어된다. 인자 k 의 값은 모든 구배법(gradient method)에서와 같이 신중하게 선택되어야 한다. k 를 너무 크게 선택하면 반복계산 과정은 발산하게 되고, k 의 값을 너무 작게 선택하면 시간이 많이 소요된다. 일반적으로 k 의 값은 경험적으로 선택된다.

스칼라 함수인 J 를 제곱 출력 오차를 이용하여 표현하면

$$J(\mathbf{a}) = \Phi\{\mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{e}\}, \quad (4)$$

여기서 행렬 \mathbf{A} 는 경험적으로 선택되거나 단위 행렬로 주어지는 가중 행렬이다.

일반적인 경우 $\text{grad} J$ 는 직접 미분 또는 차분법(difference method)에 의해 구할 수 있다. 이 구배를 구하는 것이 파라미터 추정 문제의 계산에서 대부분의 시간을 차지하는 작업이며, 이를 위해 사용할 수 있는 방법중의 하나가 민감도 모델을 응용하는 방법이다^{10,11)}.

$$\text{grad} J = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}} = \Phi \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{e}} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{p}} \right], \quad (5)$$

여기서

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial[\hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t, \mathbf{p})]}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\partial \mathbf{y}(t, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} = -\mathbf{u}. \quad (6)$$

이며, \mathbf{p} 에 대한 \mathbf{y} 의 편미분은 민감도 행렬 $\mathbf{u} = (u_{ij}) = (\partial y_i / \partial p_j), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, r$ 이다. \mathbf{u} 행렬 u_{ij} 의 요소를 민감도 함수라고 부른다. 이 함수들은 민감도 방정식들을 풀어서 구할 수 있다. 민감도 방정식에 의해서 기술되는 시스템은 민감도 모델이라고 한다.

따라서 식 (5)는 식 (6)의 민감도 방정식에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$\text{grad} J = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{e}} \right)^T \mathbf{A} \mathbf{e} = -\mathbf{u}^T \mathbf{A} \mathbf{e}, \quad (7)$$

그리고 식 (3)은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{k} \mathbf{u}^T \mathbf{A} \mathbf{e}. \quad (8)$$

식 (8)의 번째 성분을 주어진 시간에 대하여 구하면 다음과 같다⁽¹⁰⁾

$$\Delta p_i = -2k \sum_j \int_{t_0}^{t_f} e_j u_i dt. \quad (9)$$

식 (9)를 식 (8)와 같은 벡터 형태로 다시 쓰면

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{k} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T \mathbf{A} \mathbf{e} dt. \quad (10)$$

이상에서 언급한 민감도 방법을 이용한 파라미터 개선 알고리즘은 다음과 같이 쓸 수 있다⁽³⁾.

- 1) 파라미터 벡터 \mathbf{p} 의 초기 값 \mathbf{p}^0 를 할당한다.
- 2) 현재의 값 $p^{(i)}$, $i=1,2,\dots$ 으로 운동 방정식을 푼다.
- 3) 식 (5) 또는 특별한 경우 식 (7)을 이용하여 $\text{grad}J$ 를 계산한다.
- 4) Eq. (2)에 따라서 $\Delta p < \varepsilon$ 이 될 때까지 파라미터 벡터를 갱신한다. 여기서 ε 은 허용오차 (tolerance) 로써 사용자에게 의해 정의된다.
- 5) 이 시험이 만족되면 미지의 파라미터의 개선으로써 $p^{(i+1)}$ 의 값을 취한다. 그렇지 않으면 단계 2로 간다. 초기 값 p^0 는 물리적인 고찰 또는 가정한 임의의 값으로 취할 수 있다.

3. 차량 모델의 파라미터 추정 모의실험

이상에서는 2장에서 언급한 민감도 모델을 이용한 파라미터 개선 방법을 널리 알려진 2자유도 1/4 차량 모델과 3자유도 조향 모델에 적용하였다. 각 모의실험에서는 추정하고자 하는 파라미터의 참 값에 의해서 얻은 시스템의 응답을 실험적 출력 $\dot{\mathbf{y}}(t)$ 로 하고 이 파라미터의 임의의 초기 값에 의해서 얻은 그리고 식 (7)에 의해서 갱신되는 출력을 모델 출력 $\mathbf{y}(t)$ 로 하여 파라미터 추정을 수행하였다.

3.1 2 자유도 1/4차 모델

첫 번째 예제는 2자유도를 갖는 점성 감쇠를 하는 1/4 차량 모델로 Fig. 1과 같다.

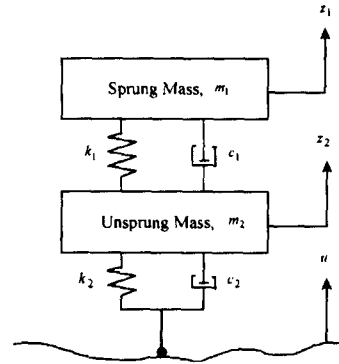


Fig. 1 2DOF quarter car model

주어진 시스템의 운동 방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{c_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & -\frac{c_1+c_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ u \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 상태 변수 x_1, x_2, x_3 및 x_4 는 각각 현가 질량의 변위, 현가 질량의 속도, 휠의 변위 및 휠의 속도를 나타내며, 각 파라미터의 공칭값(참값)은 Table 1과 같다.

Table 1 Notation and parameter value of model in Fig. 1

Symbol	Description	Value
m_1	sprung mass	1460 [kg]
m_2	unsprung mass	60 [kg]
c_1	suspension damping coefficient	2000[N.s/m]
c_2	tire damping coefficient	200[N.s/m]
k_1	suspension spring constant	35000[N/m]
k_2	tire spring constant	250000[N/m]

시뮬레이션 조건은 모의실험 시간 0~0.5 sec이고 시간간격 0.1sec이며, 수치 적분은 Adams-Bashforth 5차 수치 적분법을 이용하였으며, 민감도 함수는 3전식 중 위법의 유한차분법을 이용하였다.

파라미터의 추정은 c_1 과 k_1 에 대해서 동시에 수행하였다. 이때 출력의 상태 변수는 x_1 과 x_2 를 선택하였으며, 파라미터들의 초기 값은 각각 1,000과 10,000이다. 파라미터 추정에서 수렴 시간의 비교를 위해서 시스템에 주어지는 입력은 2가지를 선택하였다. 하나는 임펄스 형태의 정현파이며 다른 하나는 주파수 성분이 여러 개인 합성 정현파 입력(1+5+3+2+1Hz)을 모의실험의 전시간에 작용하도록 하였다. 또 한가지의 조건은 c_1 과 k_1 의 k 의 값을 다르게 하는 것이다. 이러한 조건 하에서 수행한 파라미터 추종의 결과를 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Parameter estimation result for and

input	iteration no.	k
Impulse	8357	1E5
	996	1E5
Multiple frequency	115	1E5 (for c_1)
		1E6 (for k_1)

위의 표에 나타난 추종 결과에서 반복 계산의 횟수는 모의실험의 조건에 따라 큰 차이를 보인다. 우선 임펄스 입력을 사용한 경우와 다중 주파수 입력을 사용한 경우의 수렴 속도는 약 8배와 70배의 차가 난다. 이것은 일반적으로 파라미터 추종에서는 주파수 성분이 풍부한 즉, 랜덤에 가까운 형태의 입력이 더 좋은 결과를 가져온다는 참고문헌 [3]의 제안과 같은 결과이다. 또한 다중 주파수 성분의 입력을 사용한 경우에도 한 개의 k 값만을 사용한 경우와 c_1 과 k_1 각각에 대해 다른 k 값을 사용한 경우의 수렴 속도 역시 약 8.6배의 차가 난다. 이것은 c_1 의 참값이 2000이고 k_1 은 35000으로 175배의 차가 난다. 따라서 k 의 값을 k_1 을 기준으로 크게 하면 c_1 이 수렴되지 않고 발산을 하며, 또한 k 의 값을 c_1 을 기준으로 작게 하면 k_1 의 값이 수렴되는데 지나치게 많은 시간이 필요하게 되므로, 각각에 적합한 크기의 k 을 선정하여 계산하였고 그렇지 않은 경우에 비해서 상당히 우수한 결과를 얻을 수 있었다.

3.2 3DOF 조향 모델

두 번째 예제는 3 자유도의 조향 모델이다.

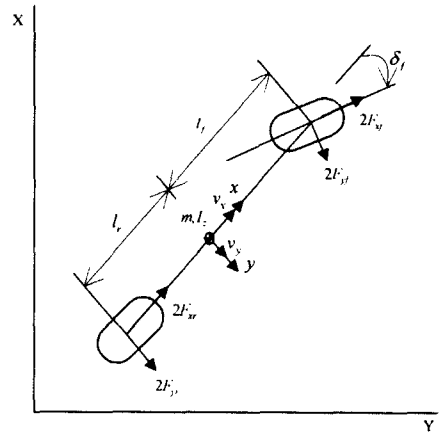


Fig. 2 3DOF vehicle handling model

Table 3. Notation and parameter value of model in Fig. 2

m	body mass	1412 [kg]
I_z	yaw moment of inertia	1396.6 [kg.m]
l_f	mass center to front axle	1.17[m]
l_r	mass center to rear axle	1.34[m]
μ	friction coefficient	0.6
C_α	cornering stiffness	40000 [N/m]
C_s	longitudinal stiffness	40000[N/m]

주어진 시스템의 운동 방정식은

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \frac{1}{m}(mv_y \gamma + 2F_{yf} \cos \delta_f - 2F_{yf} \sin \delta_f + 2F_{xr}) \\ \dot{v}_y &= \frac{1}{m}(-mv_x \gamma + 2F_{xf} \sin \delta_f + 2F_{yf} \cos \delta_f + 2F_{yr}) \\ \dot{\gamma} &= \frac{1}{I_{zz}}(2l_f F_{yf} \sin \delta_f + 2l_f F_{yf} \cos \delta_f + 2l_r F_{yr}) \quad (12) \end{aligned}$$

여기서 상태 변수 v_x, v_y 및 γ 는 각각 차량 속도, 차량의 횡방향 속도 및 요 속도이며, δ_f 는 조향 휠의 각도, F_{yf} 와 F_{yr} 는 타이어의 전/후 추진/제동력, v_x 는 타이어 전/후 횡방향 힘을 각각 나타내고, s 는 종방향 slip ratio이다. 각 파라미터의 공칭값은 Table 3과 같다.

모의실험 조건은 모의실험 시간 0~4 sec이고 시간간격 0.01sec이며, 수치 적분은 역시 Adams-Bashforth 5차 수치 적분법을 이용하였으며, 민감도 함수는 첫 번째

예제와 마찬가지로 3점식 중위법의 유한차분법을 이용하여 계산하였다. 차량의 초기 속도는 25m/s이고 조향 입력력은 최대 30도이며, 1~3sec 사이에 시스템에 주어진다.

타이어는 선형 모델과 비선형 모델을 각각 사용하였으며, 선형 모델은

$$\begin{aligned} F_{xf} &= F_{xr} = 2C_i \cdot s \\ F_{yf} &= 2C_a \cdot \delta_f \\ F_{yr} &= 2C_a \cdot \delta_r \end{aligned} \quad (13)$$

이고, 비선형 모델은 Dugoff 타이어 모델(14)을 이용하였다. 전형적인 Dugoff 타이어 모델은

$$F_x = -\frac{K_c s}{1-s} f(\lambda) \quad (14)$$

$$F_y = -\frac{K_l \tan \alpha}{1-s} f(\lambda) \quad (15)$$

이고, 여기서

$$\lambda = \frac{\mu W(1 - \epsilon v_x \sqrt{s^2 + \tan^2 \alpha})(1-s)}{2\sqrt{K_c^2 s^2 + K_l^2 \tan^2 \alpha}} \quad (16)$$

$$f(\lambda) = \begin{cases} \lambda(2-\lambda) & \text{for } \lambda < 1 \\ 1 & \text{for } \lambda > 1 \end{cases} \quad (17)$$

여기서 F_x 와 F_y 는 각각 타이어 종방향과 횡방향 힘이며, s 는 수직 하중, W 는 타이어 슬립 각이고 α 는 마찰 감소 계수이다.

파라미터의 추정은 C_a 를 각각 $s=0$ (case A), $s=0.4$ (case B)인 선형 타이어 모델과 $\mu=0.6$ 이고 $s=0$ (case C) 그리고 $\mu=0.6$ 고 $s=0.4$ (case D)인 비선형 타이어 모델에 대해서 수행하였다. 여기서 C_a 의 추정 초기치는 20,000으로 가정하였다.

제안한 파라미터 추정 방법은 민감도 함수를 직접 이용하는 방법이다. 또한 추정에 있어서 수렴 속도는 어떤 상태 변수에 대한 파라미터 민감도를 사용하는지에 따라서 달라질 수 있다. 본 연구에서는 보다 적합한 상태 변수의 결정을 위해서 C_a 의 초기치에 대한 상태 변수들(v_x , v_y 및 γ)의 민감도 값을 case A, B, C 및 D의 경우에 대하여

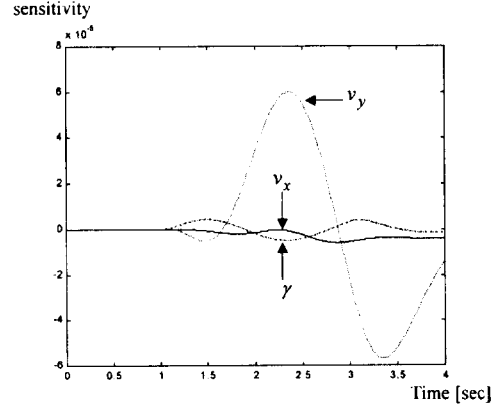


Fig. 3 Sensitivity of states with respect to the parameter $C_a=20000$ (case A)

Table 4 Parameter estimation result for C_a

state	case	Iteration no.	k	error[%]
v_x	A	131	1E9	0.00
	B	41	1E5	0.00
	C	38	1E10	0.00
	D	35	1E10	0.00
v_y	A	29	1E7	0.00
	B	75	1E3	0.00
	C	35	1E8	0.00
	D	18	1E8	0.00
γ	A	53	1E9	0.00
	B	20	1E7	0.00
	C	38	1E9	0.00
	D	37	1E9	0.00

구하였다. 그 결과 C_a 에 대해 가장 큰 민감도 값을 보인 상태 변수는 모든 경우에서 v_y 였다. 따라서, 모의실험의 C_a 추정을 위해 사용할 상태 변수는 v_y 가 가장 적합할 것으로 판단된다. Fig. 3은 case A에서 각 상태 변수들에 대한 C_a 의 민감도 곡선을 나타낸 것이다. C_a 의 참값은 Table 3에 제시된 것과 같이 40,000이며, 각 상태 변수들에 따른 추정의 결과를 Table 4에 나타내었다.

위 표의 결과에서 k 의 값과 반복 계산 횟수는 여러 차례 모의실험을 통해서 가장 빠르게 수렴되는 경우의 값을 표시한 것이다. 이 표의 결과를 볼 때 출력치 v_y 일 때 case B를 제외하고, 나머지 세 가지 경우에서 가장 빠른 수렴이 이루어지는데, 이것은 모의실험의 입력이 모두 조향이고 조향 조작에 가장 민감한 상태 변수가 v_y 라는 점에 기인한다. 따라서 추정 파라미터의 초기 값이 실제 파라미

터를 일정 범위 내에서 근사한다면 민감도 정보를 통해서 적합한 상태 변수를 결정할 수 있음을 알았다. 또한, case A일 때, 상태 변수 v_x 와 γ 를 이용하여 추정을 한 경우에 많은 수렴 시간 소요되는 것은 이때의 민감도 값이 Fig. 3에 나타난 바와 같이 극히 작다는 것을 통해서 설명될 수 있다.

한편, 이 결과를 통해서 선형 타이어 모델은 물론 비선형 타이어 모델을 사용한 경우에도 잘 수렴됨을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 민감도 기법과 결합된 파라미터 추정 방법과 수치 알고리즘을 소개하였다. 이 알고리즘을 입증하기 위해서 2가지 예제에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 민감도 기법에 기초한 본 논문의 알고리즘은 선형 시스템은 물론이고 시스템이 부분적으로 비선형인 경우에도 파라미터의 추정이 잘 이루어졌다. 두 번째 예제의 비선형 타이어 모델을 사용하는 경우에도 파라미터 추종은 좋은 결과를 얻을 수 있었고, 따라서 민감도에 의한 파라미터 추정 기법은 선형 시스템은 물론이고 비선형성 시스템에도 적용이 가능하다.
- (2) 파라미터 추정에서 수렴 속도를 향상시키기 위해서는 k 값과 출력 상태 변수를 잘 선택하여야 한다. 또한 동시에 여러 개의 파라미터를 추종하는 경우에는 입력의 종류와 아울러 출력 상태 변수의 선택이 수렴 속도가 k 의 선택과 더불어 중요하며, 특히 동시에 수렴하고자 하는 파라미터들의 값의 차이가 큰 경우에는 각기 다른 k 값을 사용하여 수렴의 속도를 크게 향상시킬 수 있었다.
- (3) 본 연구에서는 추정하고자 하는 파라미터의 가장한 초기 값이 실제 파라미터 값을 어떤 범위 내에서 근사하고 있다는 가정 하에 초기 추정 파라미터 값에 대한 각 상태 변수들의 민감도를 구하고 이를 토대로 적합한 상태 변수를 결정하였다.
한편, 민감도 기법을 이용한 파라미터 추정의 또 다른 장점은 시간역과 주파수역에 거의 동일한 절차를 적용할 수 있다는 점이다. 왜냐하면 주파수 영역에서 모델과 실제 시스템의 주파수 응답 함수를 구할 수 있고, 또 주파수 영역 민감도 함수를 구

하는 것이 가능하다면 식 (7)에 의해서 파라미터를 추종하는 것이 가능하기 때문이다.

향후 연구과제는 개발한 파라미터 추정 알고리즘을 적응제어에 적용하는 것과 모델 축소를 위한 기법에 활용하는 것이다.

참 고 문 헌

- (1) Janis L.Chodas, "Friction Estimation Technique for Galileo Scan Platform Control", AIAA Journal of Guidance, Vol.7, No.5, pp.608-614, 1984.
- (2) Kyongsu Yi and Taeyoung Jeong "Observer Based Estimation of Tire-Road Friction for Collision Warning Algorithm Adaptation", JSME International Journal, Series C, Vol.41, No.1, pp.116-124, 1998.
- (3) 정종철, "타이어 힘 추정을 위한 감지방식 개발", 한양대학교대학원 석사학위논문, 1998.
- (4) 정종철, 김준영, 허건수, "타이어 힘 추정 방식들의 비교", 한국자동차공학회 논문집, Vol.7, 2호, pp.312-319, 1999.
- (5) Fredrik Gustafsson, "Monitoring Tire-Road Friction Using the Wheel Slip", IEEE Control Systems Magazine, Vol.18, No.4, pp.42-49, 1998.
- (6) Laura R.Ray, "Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification: Simulation and Experiments", Automatica, Vol.33, No.10, 1997, pp.1819-1833.
- (7) 정태영, 이경수, 송철기, "관측기를 이용한 노면과 타이어 간의 마찰 추정", 제어자동화시스템공학회 논문지, Vol.4, No.6, pp.722-727, 1998.
- (8) Chia-Shang Liu, and Heui Peng, "Tire-Road Friction Estimation for the CAPC System", Advanced Automotive Technologies 1995: 1995 ASME International Mechanical Engineering, pp.71-77, 1995.
- (9) 이경수, "능동 및 반능동 현가시스템 제어를 위한 차량계수 규명", 대한기계학회논문집, Vol.19, No.10, pp.2505-2513, 1995.
- (10) J.Wicher, "On a Certain Method for Parameter Estimation of a Mechanical System with Sensitivity Model Application", Rozprawy Inzynierskle-Engineering Transaction, Vol.30, No.1, pp.67-75, 1982.

- (11) V.Vemuri, and A.Raefsky, "On a New Approach to Parameter Estimation by the Method of Sensitivity Functions", *International Journal of System Science*, Vol.10, pp.395-407, 1979.
- (12) 장완식, 김경석, 이성민, 주철, 김재확, 김대현, "컴퓨터 비전 방법을 이용한 3차원 물체 위치 결정에 관한 연구", *한국공작기계학회지*, 제8권 제6호, 1999.
- (13) I.D.Landau, "System Identification and Control Design using P.I.M.+software", Prentice Hall Inc., 1990.
- (14) Howard Dugoff, P.S.Fancher, and Leonard Segel, "An Analysis of Tire Traction Properties and Their Influence on Vehicle Dynamic Performance", SAE Paper No.700377, 1977.