

GPS 이중주파수 측정치를 이용한 효율적인 실시간 미지정수 결정방법

An Effective Real-Time Integer Ambiguity Resolution Method Using GPS Dual Frequency

손석보, 박찬식, 이상정
(Seok-Bo Son, Chansik Park, and Sang Jeong Lee)

Abstract : A real-time precise positioning is possible with GPS carrier phase measurements with efficient integer ambiguity resolution techniques. It is known that more reliable and fast integer ambiguity resolution is possible as the number of measurements increases. Most precise positioning systems use dual frequency measurements and the wide-lane technique to resolve integer ambiguity. The wide-lane technique magnifies the measurement noise while it reduces the number of candidates to be examined. In this paper, a new integer ambiguity resolution method using dual frequency is proposed. The proposed method utilizes the relationship between the wide-lane, single frequency and the narrow-lane ambiguities to resolve narrow-lane integer ambiguity after fixing the wide-lane integer ambiguity. Experiments with real data show that the proposed method gives fast and reliable results.

Keywords : GPS(Global Positioning System), integer ambiguity, dual frequency, precise positioning, wide lane, narrow lane

I. 서론

GPS반송파 위상을 이용하여 정밀측위를 할 경우 미지정수 결정이 필수적이다. 미지정수 결정에 관한 연구는 초기에 주로 측지분야에서 이루어졌으며[2][5], 최근에 항법에 응용하기 위한 연구가 활발하다[4][7]. 정밀측위 항법에 적용하기 위해서는 실시간으로 미지정수가 결정되어야 하며, 실시간 미지정수 결정을 위한 연구로는 미지정수 검색범위를 줄이고 참값결정확률 및 신뢰도를 높이는 데 초점이 맞추어졌다. 이를 위한 여러 가지 방법이 연구 되었으며, 실시간 적용에 유력한 방법으로는 Epoch-by-epoch방법인 AFM(Ambiguity Function Method)[1], LSAST(Least Square Ambiguity Search Technique)[4] 그리고 ARCE(Ambiguity Resolution with Constraint Equation)[7]를 들 수 있다. 이러한 방법들은 매 epoch 측정치를 그 epoch에서 처리하는 기법으로 주로 실시간 처리를 요구하는 자세측정에서 많은 연구가 이루어 졌다. 이러한 미지정수 결정방법은 위치를 구할 수 있는 최소한의 측정치로부터 초기미지정수 추정치와 검색범위를 정한 후 잉여측정치들을 이용하여 참값을 찾는 방법이다. 이때, 잉여측정치가 많거나 검색해야 하는 대상이 적을수록 참 값 결정확률이 높아진다. 그러나 위성수의 제한으로 원하는 만큼의 측정치를 얻을 수 없는 경우가 많으므로 대부분의 정밀측위 시스템에서는 L1과 L2 주파수에서 동시에 반송파 위상 측정치를 구함으로써 측정치 수를 늘린 효과를 얻는다.

이중주파수를 이용하는 방법으로는 L1, L2 측정치를

접수일자 : 1999. 11. 13., 수정완료 : 2000. 4. 25.

손석보, 이상정 . 충남대학교 전자공학과

박찬식 . 충북대학교 전기전자공학부

※본 연구는 1997년도 학술진흥재단 대학부설연구소 과제연구비에 의하여 연구되었습니다.

조합하여 새로운 파장에 대한 측정치를 정의하고 이용하는 확장파장기법(Wide lane method)과 축소파장기법(Narrow lane method)이 대표적이다[3][6]. 확장파장기법은 파장이 길어진 만큼 검색범위내의 대상 후보수가 줄어 검색속도가 빨라지는 장점이 있으나 측정잡음의 영향이 증폭되는 단점이 있다. 반면 축소파장기법은 측정잡음의 영향은 줄일 수 있으나 검색범위 내에 후보수가 늘어나는 단점이 있다. 또 다른 방법으로 L1과 L2의 측정치를 독립적으로 이용하는 방법이 있다. 이 경우 L1만을 사용하는 경우에 비하여 잉여측정치가 두 배로 늘어나 미지정수 결정은 용이하지만 검색범위내의 후보수가 확장파장기법에 비하여 많은 단점이 있다.

본 논문에서는 이중주파수를 이용한 미지정수 결정기법에 대하여 알아보고, 각 방법의 장 단점을 살펴 본 후 실시간 정밀측위 시스템으로의 적용이 가능한 방법을 제안 하였다. 제안 방법은 확장파장법을 이용하여 미지정수를 구하고 그 결과를 이용하여 축소파장 미지정수를 다시 구하는 방법으로 우선 단일주파수 측정치의 미지정수를 검색하여 구한 후 확장파장, 단일주파수 그리고 축소파장 미지정수 사이의 관계를 이용하여 축소파장 미지정수를 직접 구하는 방법이다. 마지막으로 제안된 방법의 성능을 실험을 통하여 확인하였다.

II. 이중주파수를 이용한 미지정수 결정기법

기준국과 사용자가 동시에 측정한 이중주파수에 대한 반송파 위상 측정치를 이중 차분을 취한 후 선형화 하던 다음과 같다[3].

$$\begin{aligned} l_1 &= H_1 \delta x + \lambda_1 N_1 + w_1 \\ l_2 &= H_2 \delta x + \lambda_2 N_2 + w_2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 하 첨자 1은 L1주파수에 대한 변수를, 2는 L2주

파수에 대한 변수를 나타내며, 두 수신기간의 거리가 멀지 않아(20Km 이내) 이종 차분에 의하여 전리층지연, 대류권지연, SA 및 수신기 시계오차는 모두 상쇄되었으며 다중 경로오차는 쇼크링(choke ring) 등을 사용하여 그 영향을 무시할 수 있다고 가정한다. L1과 L2에서 m_1, m_2 개의 위성이 각각 관측된다면 선형화 된 측정치 l_1, l_2 는 각각 $(m_1 - 1) \times 1, (m_2 - 1) \times 1$ 의 벡터, 미지정수 N_1, N_2 는 각각 $(m_1 - 1) \times 1, (m_2 - 1) \times 1$ 의 벡터, 측정잡음 w_1, w_2 는 각각 $(m_1 - 1) \times 1, (m_2 - 1) \times 1$ 의 벡터, 기저선 벡터 δx 는 3×1 의 벡터. 시선벡터로 이루어진 H_1, H_2 는 각각 $(m_1 - 1) \times 3, (m_2 - 1) \times 3$ 의 행렬이다. λ_1 은 L1주파수의 파장으로 19.04cm이고, λ_2 는 L2주파수의 파장으로 24.44cm 이다. 측정잡음 w_1, w_2 는 서로 독립인 백색잡음(white Gaussian noise)으로 $w_1 \sim (0, Q_1), w_2 \sim (0, Q_2)$ 의 특성을 갖는다.

미지정수 결정문제는 (1)로 주어진 측정치에 대하여 최소자승법을 이용하여 다음 (2)의 목적함수를 최소화하는 $\delta x \in \mathbb{R}^3, N_1 \in \mathbb{Z}^{m_1-1}, N_2 \in \mathbb{Z}^{m_2-1}$ 을 구하는 것으로 정의할 수 있다.

$$\Omega = (l_1 - H_1 \delta x - \lambda_1 N_1)^T Q_1 (l_1 - H_1 \delta x - \lambda_1 N_1) + (l_2 - H_2 \delta x - \lambda_2 N_2)^T Q_2 (l_2 - H_2 \delta x - \lambda_2 N_2) \quad (2)$$

여기서 측정치 개수 $(m_1 + m_2 - 2)$ 가 구해야 할 미지수 개수 $(m_1 + m_2 + 1)$ 보다 적으며 정수의 제한조건을 갖는 문제가 됨을 알 수 있다. 측정치 개수가 부족한 문제를 해결하기 위하여 측지에서는 여러 epoch동안의 측정치를 누적하여 사용한다. 그러나 항법에서와 같이 한번의 측정치로 해를 구하기 위해서는 코드 측정치를 동시에 사용하여 구한다. 정수의 제한조건을 해결하기 위하여 현재까지의 대부분의 미지정수 결정기법에서는 검색(search)기법을 사용한다. 실시간 미지정수 결정을 위해서는 검색도 실시간으로 이루어져야 하며, 이를 위하여 검색범위 및 계산량을 줄이는 데 연구의 초점이 맞추어져 있다[3][4][6].

초기 미지정수 추정치와 검색범위는 코드 측정치로부터 구하게 되며, 민간에서는 L1 C/A 코드를 이용하여 초기값과 검색범위를 구하는 것이 일반적이다. L1주파수에서 획득한 코드 측정치를 이용하여 구할 경우 선형화 된 이종 차분 측정치를 다음의 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$\rho_i = H_i \delta x + v_i \quad (3)$$

여기서 측정잡음을 제외한 다른 오차는 모두 상쇄되었으며, 측정잡음은 $v_i \sim (0, Q_a)$ 의 특성을 갖는다. 코드 측정치로부터 최소자승법을 이용하여 위치 추정치를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\delta x} = (H_1^T Q_a^{-1} H_1)^{-1} H_1^T Q_a^{-1} \rho_1 \quad (4)$$

구해진 위치를 반송파 측정치에 대입하고 정리하면 (5)의 실수영역 미지정수 추정치를 얻는다.

$$\hat{N}_1 = \frac{l_1 - H_1 (H_1^T Q_a^{-1} H_1)^{-1} H_1^T Q_a^{-1} \rho_1}{\lambda_1}, \quad (5)$$

$$\hat{N}_2 = \frac{l_2 - H_2 (H_2^T Q_a^{-1} H_2)^{-1} H_2^T Q_a^{-1} \rho_1}{\lambda_2}$$

추정된 미지정수 공분산 정보를 이용한 검색범위 내의 후보들에 대하여 목적함수를 최소화하는 미지정수를 결정하고 결정된 정수영역의 미지정수를 측정식에 대입하여 위치를 구함으로써 반송파 위상을 이용한 위치결정이 가능하다. 그러나 이 과정에서 $m_1 + m_2 - 2$ 개의 미지정수 모두를 검색에 의하여 결정해야 하므로 실시간 구현을 위해서는 계산량의 감소 및 참 값 결정 확률이 높아야 한다. 이 두 가지 조건을 만족시키기 위해서는 검색범위 내에 후보수가 적어야 하며 참 값을 판단할 수 있는 정보가 많아야 한다. 일반적으로, 가시 위성수가 많을수록 참 값 결정확률이 높아지며 L2 주파수까지 획득 가능하다면 이 정보를 L1 주파수 측정치와 혼합하여 미지정수 결정효율 및 측위정확도를 높일 수 있다. L1, L2 측정치를 동시에 이용하는 방법은 혼합방법에 따라 다른 특징을 갖게 되며 다음에 대표적인 방법을 나타내었다.

1. 확장파장법

확장파장기법에서는 검색범위를 줄이기 위하여 측정치를 다음과 같이 변형한다[3]. 이때 L1과 L2에는 같은 위성이 관측된다고 가정하여 $H = H_1 = H_2, m = m_1 = m_2$ 로 둘 수 있다.

$$\frac{\lambda_2 l_1 - \lambda_1 l_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = H \delta x + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_1 - N_2) + \frac{\lambda_2 w_1 - \lambda_1 w_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (6)$$

여기서

$$l_{wL} = \frac{\lambda_2 l_1 - \lambda_1 l_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad w_{wL} = \frac{\lambda_2 w_1 - \lambda_1 w_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad N_{wL} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (N_1 - N_2)$$

을 정의하면 다음과 같이 간략한 형태로 나타낼 수 있다.

$$l_{wL} = H \delta x + \lambda_{wL} N_{wL} + w_{wL} \quad (7)$$

(7)은 $(m-1)$ 개의 측정치와 $(m-1)+3$ 개의 미지수를 가지며, $(m-1)$ 개의 미지정수 모두를 검색하는 $(m-1)$ 차원 검색을 수행하면 된다. 여기서 새로운 파장 $\lambda_{wL} = 86.25cm$ 를 확장파장이라고 부르며, 같은 크기의 검색범위라면 파장이 길어진 만큼 검색 후보수가 줄어드는 장점을 추가로 갖는다. 그러나 측정치를 변형하는 과정에서 측정잡음의 평균은 $E(w_{wL}) = 0$, 공분산은 $Q_{wL} = E(w_{wL} w_{wL}^T) = \frac{\lambda_2^2 Q_1 + \lambda_1^2 Q_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2} = 20.5156 Q_1 + 12.4567 Q_2$ 만큼 증폭됨을 알 수 있다. 이러한 측정오차의 증폭은 검색과정에서 참 값을 선택하기 어려워지는 문제 이외에 확장파장에 대한 미지정수 N_{wL} 을 구했다고 해도 (7)을 이용하여 구해진 위치정확도가 떨어지는 문제를 야기시킨다.

2. 축소파장법

축소파장기법에서도 확장파장기법에서와 같은 방법으로

로 주어진 측정치를 다음과 같이 변형한다[6].

$$\frac{\lambda_2 l_1 + \lambda_1 l_2}{\lambda_2 + \lambda_1} = H\delta x + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1} (N_1 + N_2) + \frac{\lambda_2 w_1 + \lambda_1 w_2}{\lambda_2 + \lambda_1} \quad (8)$$

여기서

$$l_{NL} = \frac{\lambda_2 l_1 + \lambda_1 l_2}{\lambda_2 + \lambda_1}, \quad w_{NL} = \frac{\lambda_2 w_1 + \lambda_1 w_2}{\lambda_2 + \lambda_1}, \quad \lambda_{NL} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1},$$

$N_{NL} = (N_1 + N_2)$ 로 정의하면 다음과 같은 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$l_{NL} = H\delta x + \lambda_{NL} N_{NL} + w_{NL} \quad (9)$$

여기서 새로운 파장 $\lambda_{NL} = 10.70cm$ 를 축소파장이라고 부르며, 측정잡음의 평균은 $E(w_{NL}) = 0$, 공분산은 $Q_{NL} = E(w_{NL} w_{NL}^T) \approx \frac{\lambda_2^2 Q_1 + \lambda_1^2 Q_2}{(\lambda_2 + \lambda_1)^2} = 0.3160Q_1 + 0.1976Q_2$ 가된다 즉 축소파장기법을 사용하면 측정잡음의 증폭을 피할 수 있다. 그러나 같은 크기의 검색범위라면 파장이 줄어든 만큼 검색 후보수가 늘어나는 단점을 갖는다.

3. L1 & L2 독립법

L1, L2의 반송파 위상 측정치를 혼합하지 않고 측정치를 독립적으로 취급함으로써 기존의 단일 주파수 수신기에서 사용하던 미지정수 결정기법을 확장하여 사용할 수 있게 하였다. 따라서 구현이 용이하며 L1 혹은 L2주파수 중 하나에 이상이 발생하는 경우에도 연속적으로 미지정수와 위치를 구할 수 있는 장점을 갖는다[8]. 식(1)로 주어진 이중 주파수에 대한 반송파 위상 측정치를 L1과 L2에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} \lambda_1 N_1 \\ \lambda_2 N_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 측정잡음 w_1 과 w_2 가 서로 독립이므로 $\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \sim (0, \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix})$ 가 된다.

이 방법은 미지정수 결정과정에서 측정치가 많을수록 참 값 결정확률이 좋아지는 이점을 최대한 활용하는 것으로 확장파장법과 달리 측정치 오차 공분산의 증폭을

표 1. 이중주파수를 이용한 미지정수 결정기법 요약.
Table 1. The summary for the integer ambiguity resolution method using dual frequency

방법	측정치 개수	측정치 오차 공분산	검색개수 [*]
확장 파장법	공통위성수-1	$20.5156Q_1 + 12.4567Q_2$	$\{(\sigma_p + \sigma_{NL}) / \lambda_{NL}\}^3$
축소 파장법	공통위성수-1	$0.3160Q_1 + 0.1976Q_2$	$\{(\sigma_p + \sigma_{NL}) / \lambda_{NL}\}^3$
L1 & L2 독립법	L1 위성수 + L2 위성수 - 2	L1 : Q_1 L2 : Q_2	$\{(\sigma_p + \sigma_1) / \lambda_1\}^3$ 또는 $\{(\sigma_p + \sigma_2) / \lambda_2\}^3$

* 표의 검색 개수는 초기 미지정수를 의사거리 측정치로 구했을 경우이며, Epoch by epoch 미지정수 결정 알고리즘을 사용 하였을 경우임.

피할 수 있다. 하지만, 검색범위를 줄일 수 없고 많은 측정치를 처리해야 하는 계산상의 단점이 있다.

지금까지 살펴본 이중주파수 이용방법을 정리하여 표 1에 나타내었다. 표를 살펴보면 확장파장법의 경우 검색개수는 줄어들지만 측정치 오차 공분산은 커지고 축소파장법은 측정치 오차 공분산의 증폭은 없지만 검색개수가 많아지며, L1 & L2 독립법의 경우 확장파장법에 비하여 검색 해야 할 개수가 많지만 측정치 개수가 많아지는 특징을 갖는다.

이상의 결과를 요약해 보았을 때 미지정수 검색 효율과 측위정밀도를 동시에 만족 시키기 위해서는 미지정수 검색에는 확장파장법을 이용하고 그 결과를 이용하여 축소파장 미지정수를 다시 구하는 방법이 적합할 것으로 판단된다.

III. 이중주파수 측정치를 이용한 효율적인 실시간 미지정수 결정방법

제안 방법은 확장파장법을 이용하여 미지정수 결정속도와 신뢰도를 높이고, 그 결과를 이용하여 축소파장 미지정수를 다시 구하는 방법이다. 확장파장 미지정수와 축소파장 미지정수는 L1과 L2 주파수 미지정수와 다음과 같은 관계가 있다.

$$N_{NL} = N_1 - N_2 \quad (11)$$

$$N_{NL} = N_1 + N_2 \quad (12)$$

(11)과 (12)로부터 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$N_{NL} = 2N_1 - N_{NL} = 2N_2 + N_{NL} \quad (13)$$

(13)으로부터 확장파장 미지정수와 단일주파수 미지정수를 알고 있을 경우 축소파장 미지정수를 직접 구할 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 확장파장에서 구한 미지정수 및 오차 공분산 정보로부터 검색격자가 상대적으로 큰 단일 주파수 미지정수를 검색하여 구한 후 축소파장 미지정수를 직접 구할 수 있게 된다.

제안 방법은 다음과 같은 세가지 과정을 거친다.

1. 과정 1 : 확장파장 미지정수 결정

확장파장법을 이용한 미지정수 결정문제는 (7)로 주어진 측정치에 대하여 최소자승법을 이용하여 다음 식(14)의 목적함수를 최소화하는 $\delta x \in \mathbb{R}^3, N_{NL} \in \mathbb{Z}^{m-1}$ 을 구하는 것으로 정의할 수 있으며, 이 때 m 은 L1과 L2의 공통 위성 측정치 개수이다.

$$\Omega_{NL} = (l_{NL} - H\delta x - \lambda_{NL} N_{NL})^T Q_{NL} (l_{NL} - H\delta x - \lambda_{NL} N_{NL}) \quad (14)$$

제한조건식을 유도하기 위하여 5개 이상의 위성을 기준국과 사용자가 동시에 관측할 수 있다고 가정한다. 제한조건식의 유도는 H의 영공간을 이용하는 것[7]으로 확장파장법에서의 H와 단일주파수 이용법에서의 H는 동일하므로 같은 결과를 얻는다.

$$E = null(H^T) \quad (15)$$

영공간을 측정식의 양변에 곱하면 다음과 같다.

$$E^T l_{WL} = \lambda_{WL} E^T N_{WL} + E^T w_{WL} \quad (16)$$

이를 다음과 같이 간략화된 형태로 나타낸다.

$$l_{WLE} = \lambda_{WL} E^T N_{WL} + w_{WLE} \quad (17)$$

여기서 $w_{WLE} \sim N(0, E^T Q_{WL} E) \equiv N(0, Q_{WLE})$ 를 나타낸다. (17)의 제한조건식을 이용한 미지정수 결정문제는 다음의 목적함수를 최소화 하는 것으로 정의할 수 있다.

$$\Omega_{WLE} = (l_{WLE} - \lambda_{WL} E^T N_{WL})^T Q_{WLE}^{-1} (l_{WLE} - \lambda_{WL} E^T N_{WL}) \quad (18)$$

계산량과 메모리의 감소를 위하여 ARCE에서는 $(m-1)$ 개의 측정치 중에서 3개만이 독립임을 이용하였으며 확장파장법에서도 같은 방법으로 적용할 수 있다. 따라서, (17)의 제한조건식에서 어떤 미지정수 후보를 다음과 같이 임의의 3항과 나머지로 나타낼 수 있다.

$$l_{WLE} = \left[E_{WLE}^T \mid E_{WLD}^T \right] \begin{bmatrix} \lambda_{WL} N_{WLE} \\ \lambda_{WLD} \tilde{N}_{WLD} \end{bmatrix} + w_{WLE} \quad (19)$$

$$= E_{WLE}^T \lambda_{WL} N_{WLE} + E_{WLD}^T \lambda_{WLD} \tilde{N}_{WLD} + w_{WLE}$$

여기서 N_{WLE} 는 미지정수 중 임의의 3개항, \tilde{N}_{WLD} 는 나머지 $(m-1)-3$ 개항, E_{WLE}^T 는 N_{WLE} 의 정의에 따라 나누어진 E 의 부분, 그리고 E_{WLD}^T 는 \tilde{N}_{WLD} 의 정의에 따라 나누어진 E 의 부분을 나타낸다. (19)에서 E_{WLD}^T 는 정방행렬이므로 검색과정의 독립미지정수 후보에 대한 종속미지정수는 다음 (20)을 이용하여 직접 구할 수 있다.

$$\tilde{N}_{WLD} = \frac{E_{WLD}^{-T} (l_{WLE}(t) - E_{WLE}^T \lambda_{WL} N_{WLE})}{\lambda_{WLD}} \quad (20)$$

정수영역에서의 미지정수는 다음과 같이 가장 가까운 정수 값을 취함으로써 구할 수 있다.

$$N_{WLD} = \text{round}(\tilde{N}_{WLD}) \quad (21)$$

ARCE에서는 목적함수를 실수영역 종속미지정수와 정수영역 종속미지정수 차를 나타내는 척도임을 보였으며 이를 이용하여 미지정수 결정문제를 종속미지정수항만으로 나타낼 수 있음을 보였다[7]. 이를 확장파장법에 관하여 나타내면 다음과 같다.

$$\Omega_{WLE} = \lambda_{WL}^2 \delta N_{WLD}^T [E_{WLD} Q_{WLE}^{-1} E_{WLD}^T] \delta N_{WLD} \quad (22)$$

여기서

$$N_{WLD} \equiv \tilde{N}_{WLD} + \delta N_{WLD} \quad (23)$$

위의 과정을 이용하면 m 개의 위성에서 $(m-1)$ 개의 미지정수를 결정할 때 3개의 미지정수항만을 검색하기만 하면 됨을 알 수 있다. 검색범위는 코드 측정치를 이용하여 구할 수 있다. 독립미지정수 항만을 포함하는 이중차분된 코드와 확장파장 반송파 위상식은 (24)와 (25)로 나타낼 수 있으며 이로부터 미지정수 추정치는 (26)이

된다.

$$\rho_i = H_i \delta x_i + v_i, v_i \sim (0, Q_{\rho_i}) \quad (24)$$

여기서 ρ_i 는 독립미지정수 항에 대한 이중차분된 코드 측정치, H_i 는 독립미지정수항에 의하여 나누어진 H 의 부분, v_i 는 독립미지정수항에 대한 이중차분된 측정잡음, 그리고 Q_{ρ_i} 는 이중차분된 코드 측정치 공분산을 나타낸다.

$$l_{WLI} = H_i \delta x_i + \lambda_{WLI} N_{WLI} + w_{WLI}, w_{WLI} \sim N(0, Q_{WLI}) \quad (25)$$

$$\hat{N}_{WLI} = \frac{l_{WLI} - \rho_i}{\lambda_{WLI}} \quad (26)$$

미지정수 검색범위는 추정된 공분산을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{cov}(\hat{N}_{WLI}) = \frac{\text{cov}(l_i - \rho_i)}{\lambda_{WLI}^2} \approx \frac{(Q_{WLI} + Q_{\rho_i})}{\lambda_{WLI}^2} \quad (27)$$

$$= \frac{(20.5156Q_1 + 12.4567Q_2 + Q_{\rho_i})}{(0.8625)^2}$$

식에서 반송파 위상 측정치에 관한 오차 공분산이 증폭되지만, 코드 측정치 공분산이 반송파 위상 측정치 공분산에 비하여 월등히 크므로 검색범위에 미치는 영향은 무시할 수 있음을 알 수 있다. 즉 독립미지정수항에 대한 검색범위는 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{N}_{WLI} - \beta \sigma_{\hat{N}_{WLI}} \leq N_{WLI} \leq \hat{N}_{WLI} + \beta \sigma_{\hat{N}_{WLI}} \quad (28)$$

여기서 β 는 significant level을 나타내며 추정된 독립미지정수의 표준편차는 다음과 같다.

$$\sigma_{\hat{N}_{WLI}} = \sqrt{\frac{20.5156Q_1 + 12.4567Q_2 + Q_{\rho_i}}{\lambda_{WLI}^2}} \approx \frac{\sqrt{Q_{\rho_i}}}{0.8625} \quad (29)$$

(29)에서 확장파장의 크기가 약 86.25cm로 L1주파수파장인 19.03cm보다 4배 이상 커져 각 미지정수 후보에 대한 검색개수가 4분의 1로 감소할 것임을 알 수 있다.

이상으로 확장파장법을 이용한 미지정수 검색과정을 살펴 보았다. 확장된 파장에 의하여 제한된 검색공간 내에서 검색격자가 커지므로 검색개수가 감소함을 알 수 있으며, 확장파장에 의하여 검색공간은 크게 늘어나지 않음도 알 수 있다.

2. 과정 2 · 단일주파수 미지정수 결정

확장파장 미지정수가 결정되었을 경우 검색공간이 줄어들어 단일주파수 및 축소파장 미지정수 결정이 보다 용이해진다. 확장파장에 대한 미지정수가 구해진 경우 축소파장에 대한 미지정수 추정치와 공분산은 다음 (30)과 (31)로 나타낸다.

$$\hat{N}_{NL} = \frac{1}{\lambda_{NL}} (l_{NL} - l_{WL} + w_{WL} - w_{NL} + \lambda_{WL} N_{WL}) \quad (30)$$

$$\text{cov}(\hat{N}_{NL}) \approx \frac{(Q_{NL} + Q_{WL})}{\lambda_{NL}^2} = \frac{(20.8316Q_1 + 12.6543Q_2)}{(0.1070)^2} \quad (31)$$

같은 방법으로 단일주파수 미지정수 추정치와 공분산은 다음과 같이 나타낸다.

$$\hat{N}_1 = \frac{1}{\lambda_1} (l_1 - l_{wL} + w_{wL} - w_1 + \lambda_{wL} N_{wL}) \quad (1)$$

$$\text{cov}(\hat{N}_1) \approx \frac{(Q_1 + Q_{wL})}{\lambda_1^2} = \frac{(21.5156Q_1 + 12.4567Q_2)}{(0.1903)^2} \quad (2)$$

(31)과 (33)에서 축소파장의 길이가 단일주파수파장 길이보다 작아서 미지정수 오차 공분산 크기가 커짐을 알 수 있다. L1주파수와 L2주파수의 위상 오차크기가 같다고 가정하면, 축소파장 미지정수 공분산 크기가 L1주파수 미지정수 공분산 크기에 비하여 약 3.1배가 되며, 표준편차는 약 1.8배가 된다. 이러한 정보를 이용하여 ARCE와 같은 Epoch-by-epoch방법으로 검색을 수행할 경우 검색개수는 약 6배가 된다. 검색개수가 많아지면 연산량이 증가할 뿐만 아니라 미지정수를 오판할 확률도 높아진다. 따라서, 과정1에서 구한 확장파장 정보를 이용하여 단일주파수 미지정수 검색을 수행하는 것이 보다 효율적이다.

3 과정 3 : 축소파장 미지정수 결정

확장파장과 단일주파수 미지정수를 구했을 경우 (13)을 이용하여 축소파장 미지정수를 직접 구한다.

이상으로 이중주파수 측정치를 이용한 효율적인 실시간 미지정수 결정방법을 제안하였으며 제안방법은 과정

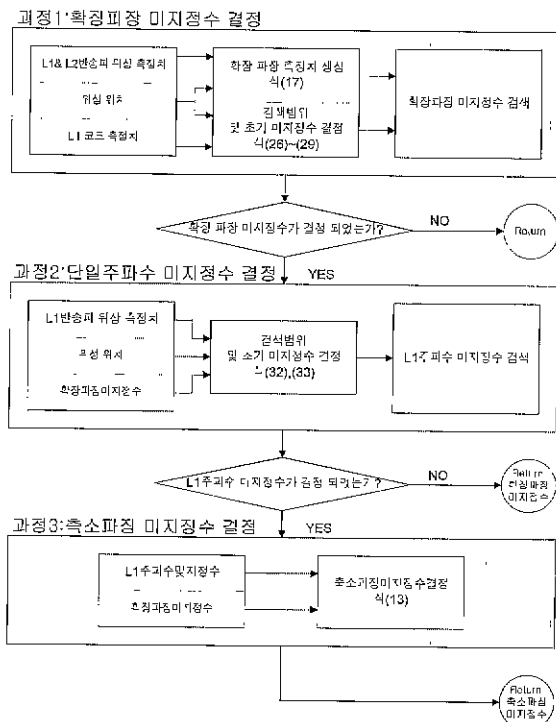


그림 1. 이중주파수 측정치를 이용한 효율적인 실시간 미지정수 결정방법 흐름도.

Fig. 1. The flowchart for an effective real-time integer ambiguity resolution method using dual frequency.

1에서 확장파장 미지정수를 먼저 구하고 그 결과를 이용하여 검색범위를 제한한 후 과정 2에서 축소파장에 비하여 상대적으로 파장의 길이가 길어 검색 개수를 줄일 수 있는 단일주파수 미지정수를 먼저 검색한 후 과정 3에서 축소파장 미지정수를 검색없이 직접 구하는 방법으로 흐름도를 그림 1에 나타내었다

IV. 실험 결과

실험에는 NovAtel사의 MiLLenium GPS 수신기 2대가 이용 되었다. 2개의 안테나를 한국항공우주연구소 측지점 2곳에 설치하고 실험을 위한 데이터를 1Hz로 획득하였으며 실험환경은 다음과 같다.

표 2. 실험환경.

Table 2. Experimental environments.

	●안테나 위치1 (기준안테나)	● 안테나 위치2
안테나위치 (baseline length :14.4m)	✓ 위도 : 36.3776912941 ⁰ ✓ 경도 : 127.354396440 ⁰ ✓ 고도 : 90.50025 m	✓ 위도 : 36.376911922 ⁰ ✓ 경도 : 127.354557626 ⁰ ✓ 고도 : 90.48225 m
수신기 사양	✓ Code error std : 0.25 m ✓ Carrier error std : 0.003 m	
가시 위성수	7	
데이터개수	500	

그림 2에 실험 동안 관측된 위성 개수와 PDOP을 나타내었다. 실험기간 동안 관측된 위성수는 7개였으며, L1과 L2측정치를 500초 동안 모두 빠짐없이 획득하였다. PDOP은 2.4~2.6사이의 값이었음을 알 수 있다.

단일주파수 측정치만을 이용하였을 경우와 확장파장

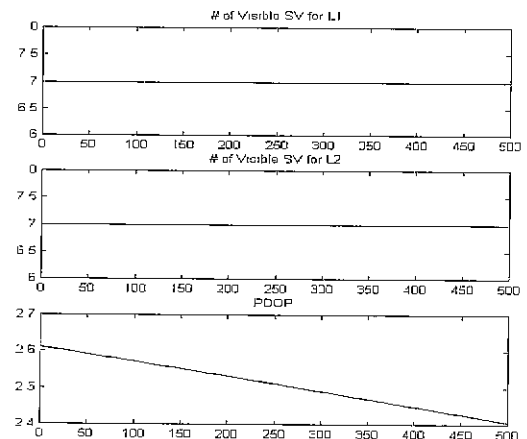
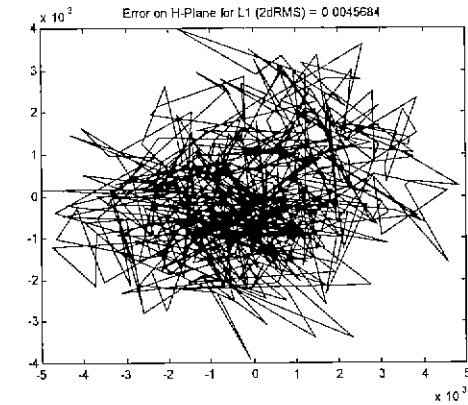


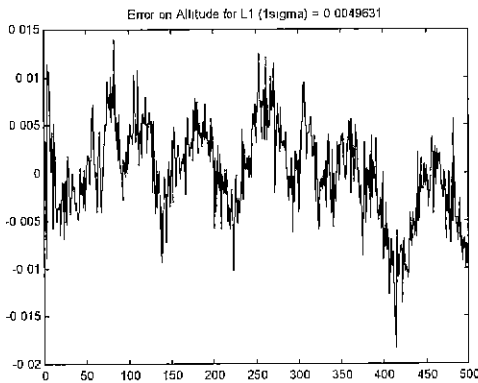
그림 2. 관측된 위성 수 및 PDOP.

Fig. 2. The number of tracked satellites and PDOP.

법을 이용한 경우의 위치 오차를 다음 그림 3과 그림4에 나타내었다. 그림에서 확장파장법을 이용하였을 경우의 위치 오차가 단일주파수를 이용했을 때에 비하여 약 5배 증폭 되었음을 알 수 있다. 이는 확장파장법을 이용할 경우 확장파장을 만드는 과정에서 주파수가 커져 검색범위는 줄어드는 대신에 측정치 오차도 증가되어 나타나는 현상이다.



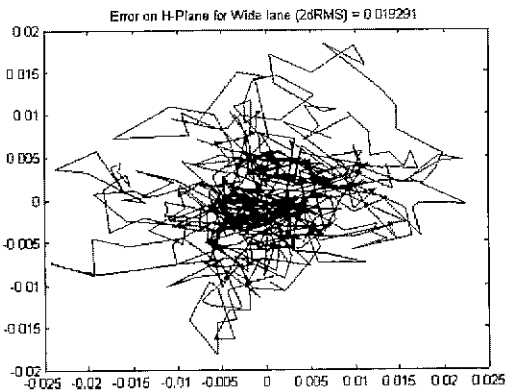
(a) 수평위치 오차



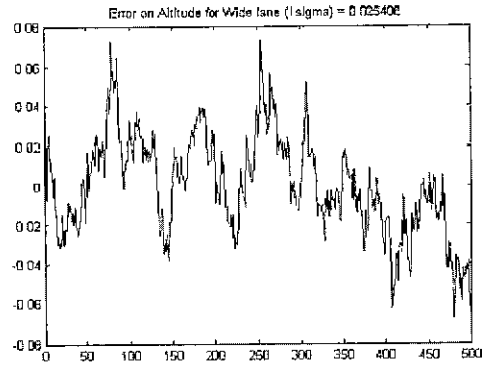
(b) 수직위치 오차

그림 3. 단일주파수 반송파 위상 측정치를 이용하였을 경우의 위치오차.

Fig. 3. Position errors using single frequency carrier phase measurement.



(a) 수평위치 오차



(b) 수직위치 오차

그림 4. 확장파장 측정치를 이용한 위치오차.

Fig. 4. Position errors using wide-lane measurement.

확장파장법의 미지정수 검색효율을 살펴보기 위하여 검색에 사용된 계산량, 참 값 검색확률, 평균 epoch수 등에 관한 실험을 수행하여 단일주파수 결과와 비교하여 아래 표에 정리 하였다.

표 3. 확장파장법과 단일주파수의 미지정수 검색 성능 비교.

Table 3. Comparisons between the performance of single frequency and that of wide-lane method.

구분	수평 위치오차 [mm]	검색 계산량 [Flops]	검색확률 [%]	평균 epoch수 ** [개]	독립 미지정수
확장 파장법 (2drms)	19.29	19445	99.69	1.6	-27, -186
단일 주파수 (2drms)	4.57	254302	98.72	6.4	50, 8, 2

*검색확률은 ‘참미지정수 구한 횟수/미지정수를 구하려고 시도한 횟수’를 %단위로 나타낸 것으로 실험에서는 총 500개의 데이터를 이용하였음.

**평균 epoch 수는 미지정수를 구하는데 사용된 데이터 개수의 평균으로 미지정수를 결정하는데 평균적으로 몇 개의 측정치가 이용되었는가를 나타내는 값임

표에서 확장파장법의 경우 단일주파수의 경우에 비하여 위치오차가 증폭되는 단점이 있기는 하지만, 검색수행 계산량이 단일주파수를 이용한 경우에 비하여 10% 이하로 줄었고 검색확률이 높아졌으며 검색에 사용된 평균 epoch 수가 작아진 장점을 갖는 것을 알 수 있다. 여기서 확장파장법과 단일주파수의 검색확률은 근소한 차를 보이지만 평균 epoch개수에서 4배 정도 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 즉, 미지정수를 다시 구해야 하는 상황이 발생 하였을 때, 단일주파수만을 이용할 경우는 평균 7epochs의 측정치가 모아진 후에야 결정이 가능한 반면, 확장파장법의 경우 평균 2epochs의 측정치만 있

면 된다.

확장파장법에서 구한 미지정수 정보와 공분산 정보를 이용하여 단일주파수와 축소파장법 미지정수를 다시 구하여 성능을 비교 하였으며 결과를 표 4에 나타내었다.

표 4. 확장파장법 결과를 이용한 단일주파수 이용법 및 축소파장법 성능비교.

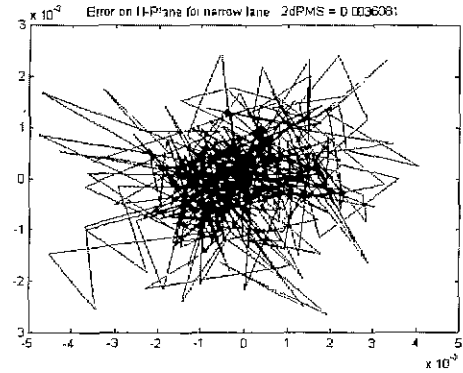
Table 4. The performance comparisons between single frequency and narrow-lane method after fixing wide-lane ambiguity.

구 분	단일주파수 이용법	축소파장법	비고
미지정수 검색 시도횟수	498	388	총데이터개수 : 500개
참값 결정확률 [%]	100 (498/498)	99.74 (387/388)	
평균 epoch 개수 [개]	1.004	1.289	
검색범위 [개]	$5^3 = 125$	$7^3 = 343$	반송파위상오차 : 1cm로가정
계산량 [flops]	6455	17721	
독립미지정수	50, 8, 2	127, 17, -82	

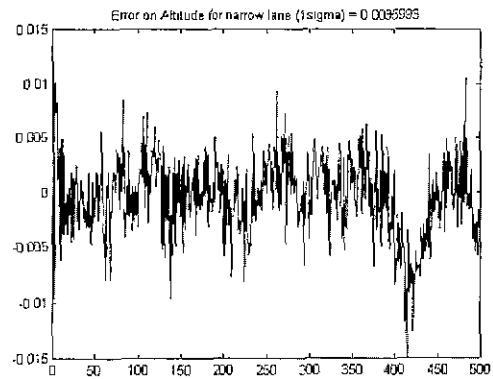
표를 살펴보면 단일주파수 측정치를 이용하여 미지정수를 구한 결과가 축소파장을 이용한 결과에 비하여 성능이 좋음을 알 수 있다. 이러한 결과를 나타내는 이유는 같은 검색범위에서 단일주파수 미지정수의 검색격자가 상대적으로 크기 때문이다. 검색격자가 클 경우 검색 후보가 줄게 되어 계산량도 적어지고 참 값 결정확률도 높아질 뿐 아니라 미지정수를 결정하는데 필요한 측정치 개수도 적어짐을 확인하였다. 또한, 구해진 미지정수 중 독립미지정수들을 살펴 보면 표 3에서 확장파장의 경우 [-27 -1 87] 이며, 표 4로부터 단일주파수의 경우 [50 8 2] 축소파장의 경우 [127 17 -82]로 (13)에서 보인 관계가 정확히 맞음을 알 수 있다. 따라서, 축소파장 미지정수를 검색하지 않고도 단일주파수와 확장파장 미지정수로부터 직접 구할 수 있음을 알 수 있다.

축소파장법을 이용하여 구한 위치오차를 그림 5에 나타내었다. 그림에서 수평/수직 오차 모두 3~4mm로 확장파장법에 비하여 정밀도가 향상될 뿐만 아니라 단일주파수를 이용한 경우에 비해서도 좋은 측위성능을 보임을 알 수 있다.

이상에서 GPS에서 L1과 L2 측정치를 동시에 이용할 수 있을 경우 확장파장법을 이용하면 계산량도 줄고 미지정수 검색확률도 증가 되어 실시간 정밀측위에 유리하며, 확장파장법으로 구해진 결과를 이용하여 단일주파수 미지정수를 다시 검색한 후 확장파장, 단일주파수, 그리고 축소파장 미지정수의 관계를 이용하여 축소파장 미지정수를 검색없이 직접 구함으로써 안정된 미지정수



(a) 수평위치 오차



(b) 수직위치 오차

그림 5. 축소파장 측정치를 이용한 위치오차.

Fig. 5. Position errors using narrow-lane measurement.

검색을 할 수 있을 뿐만 아니라 측위정밀도가 향상됨을 확인하였다.

V. 결론

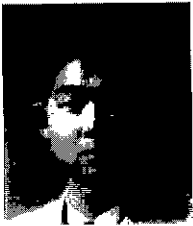
GPS에서 L1과 L2 측정치를 동시에 이용하여 실시간 정밀측위에 적합한 효율적인 미지정수 결정기법을 제안하고 성능을 확인하였다. 제안된 미지정수 결정기법은 확장파장법을 이용하여 미지정수를 구하고 그 결과를 이용하여 축소파장 미지정수를 다시 구하는 방법으로 이를 위해 우선 단일 주파수 측정치의 미지정수를 검색하여 구한 후 확장파장, 단일주파수 측정치 그리고 축소파장 미지정수 사이의 관계를 이용하여 축소파장 미지정수를 직접 구하는 방법이다. 실험을 통하여 축소파장 미지정수를 직접 검색하는 방법에 비하여 계산량도 줄어들고 참 값 결정 확률이 증가되어 축소파장 미지정수를 안정되게 구할 수 있음을 확인 할 수 있었으며, 실시간 정밀측위에 유용하게 이용될 수 있음이 기대된다.

참고문헌

[1] C. C. Counselman and S. A. Gourevitch, "Miniature interferometer terminals for earth surveying: Ambiguity and multipath with global positioning system," *IEEE Transactions on Geoscience and*

- Remote Sensing*, vol. GE-19, no. 4, Oct, 1981.
- [2] E. Frei, and Beutler. G. "Rapid static positioning based on the fast ambiguity resolution approach 'FARA': Theory and first results," *Manuscripta Geodaetica*, vol. 15. pp. 325-356, 1990.
- [3] R. Hatch, and H. J. Euler. "Comparison of several AROF kinematic techniques." *Proceedings of ION GPS-94*, Salt Lake City, pp. 363-370, 1994.
- [4] R. Hatch, "Instantaneous ambiguity resolution," *Proceedings of KIS Symposium*, Banff, Canada, 1990.
- [5] P. J. G. Teunissen. "A new method for fast carrier phase ambiguity estimation." *Proceedings of*

- IEEE Position, Location and Navigation Symposium*, Las Vegas, Nevada, pp. 562-573, 1994.
- [6] Zuofa Li, Yang Gao, and John B. Schleppe, "Fast narrowlane ambiguity resolution: method and results." *Proceedings of ION GPS-97*, Kansas City, pp. 1767-1772, 1997.
- [7] 박찬식, "GPS반송파 위상신호를 이용한 자세결정." 공학박사 학위 논문 서울대학교 제어계측공학과, 1997.
- [8] 손석보, 박찬식, 이상정, "이중주파수를 이용한 미지 정수 결정기법," 1999년도 춘계 학술발표회 논문집. 한국항공우주학회, pp. 493-496, 1999. 4.



손 석 보

1973년 3월 8일 생. 1996년 충남대학교 공과대학 전자공학과 졸업. 1998년 충남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 석사). 1998년~현재 충남대학교 대학원 전자공학과

(박사 과정).



이 상 정

1957년 8월 15일 생. 1979년 서울대학교 공과대학 전자공학과 졸업. 1981년 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 석사). 1987년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업

(공학 박사). 1988년~현재 충남대학교 공과대학 전자공학과 교수.



박 찬 식

1961년 10월 1일 생. 1984년 서울대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업. 1986년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 석사). 1997년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 박사). 1997년~현재 충북대학교 공과대학 전기전자공학부 조교수.