

구속조건(사면체)을 사용한 6자유도 병렬 매니플레이터의 정기구학의 단순화 해석

Simplex Analysis of the Forward Kinematics of 6-Degree-of-Freedom Parallel Manipulators Using Constraints with the Closed-Loop Kinematics(Tetrahedron)

송 세 경, 권 동 수
(Se-Kyong Song and Dong-Soo Kwon)

Abstract : This paper proposes simple and practical methods in order to overcome complex formulation and heavy computational burden of the forward kinematics of 6 dof 3-6 type parallel manipulators. Three approaches for the forward kinematics are presented: one extra sensor, a modified structure, and novel numerical method. The proposed methods are applied to the forward kinematics of a new 6 dof parallel manipulator with special geometry that has three internal links, three external links and a moving platform of a cone shape. The proposed methods use three tetrahedrons for finding the position and orientation vector of the moving platform. The main advantages of the approaches using tetrahedrons are to abbreviate the formulation, to easily find solutions of the forward kinematics and to be able to practically control of the manipulator in real time.

Keywords : parallel manipulator, kinematics, forward kinematics, closed-form solution, tetrahedron

I. 서론

본 논문은 Stewart 플랫폼[1] 형태의 6자유도 병렬 매니플레이터의 기존의 정기구학(forward kinematics)의 해석방법의 단점과 문제점을 극복할 수 있는 보다 빠르고 실용적인 정기구학의 해석방법에 관한 연구이다.

병렬 매니플레이터에서 역기구학(inverse kinematics) 해석과정은 상판(moving platform)의 위치(position)와 회전(orientation)이 주어진 상태에서 링크의 변위를 구하는 것이고, 정기구학(순기구학) 해석은 링크(또는 조인트)의 길이가 주어질 때 상판의 위치와 회전을 구하는 것이다. 역기구학의 해석과정은 간단하고 해석해 형태로 주어지는 반면, 정기구학 해석과정은 6개의 링크의 상호간섭으로 인한 고차비선형 방정식을 포함하여 매우 복잡한 수식을 갖게 되므로, 일반적으로 그 유도과정이 매우 복잡하고 해석해(closed-form solution)를 갖지 않으므로 보다 빠르고 실용적인 정기구학 해석법을 찾기 위한 연구가 계속되고 있다.

기존의 많은 연구들에서 병렬 매니플레이터의 정기구학 해를 수치해석적으로 계산하였다[2]-[8]. 그 중 가장 많이 사용되었던 수치해석법은 Newton-Raphson 수치해석법이다[2],[3],[5],[8]. 정기구학의 해석과정에서 유도된 고차 비선형 방정식은 수치해석적으로 해석되므로 비수렴 영역이 존재하면 해의 수렴성을 보장하기 어렵고, 계산부하가 크므로 병렬기구의 제어에 큰 부담을 주고 있다. 또한 정기구학의 수치해석방법은 수치적 정밀도(numerical precision), 초기조건과 연산속도에 매우 민감하고 수십 개의 해의 선정에 대한 부담을 크게 발생

시킨다. 이런 이유들 때문에 정기구학 해를 보다 빠르고 안정적으로 구하기 위한 방법이 더욱 절실히 진다.

위와 같은 병렬 매니플레이터의 정기구학의 수치해석적인 해석법의 어려움과 문제점들을 해결하기 위한 방법으로 최근 정기구학 해를 해석해(closed-form) 형태로 구하기 위한 연구들과 계산부하를 줄이기 위한 연구들이 활발히 수행되고 있다. Lee와 Roth는 대수적으로 해석이 가능한 해석해를 갖는 병렬기구의 형태를 제안하고 이를 해석하였다[9]. Han과 Chung은 정기구학의 실시간 해석을 위하여 6-3 형태는 하나의 추가 센서를 사용하고, 6-6 형태에서는 2개의 추가센서를 사용하여 해석해를 구하였다. 여기서 6-3과 6-6이란 하판과 상판의 조인트의 수를 의미한다[10]. Zhang와 Song은 병렬 매니플레이터의 3개 이상의 상판의 조인트의 위치가 동일선상에 존재할 때 해석해가 존재함을 밝혔고, 6-6 Stewart 플랫폼의 최대 40개의 해를 16개의 해로 줄였다[11]. Sreenivasan과 Waldron은 6-6 Stewart 플랫폼의 해석해를 구하여 16개의 해를 구하였다[12]. Bruyninckx는 2개의 사면체(tetrahedron)를 가진 특수한 구조의 병렬 매니플레이터를 제안하고 이의 해석해를 구하였다[13]. 김희국과 이병주는 정기구학의 해석해가 존재하는 3자유도 3-PSP형과 3자유도 3-PPR형을 조합한 혼합구조 매니플레이터에 대한 기구학 해석을 수행하였다[14]. Ku는 3-6 Stewart 플랫폼에 대하여 기존의 정기구학 closed-form으로 유도된 16차 비선형 방정식의 계산부하의 문제점을 지적하고 보다 빠르게 정기구학 해를 구할 수 있는 수치해석법을 제안하였다[15].

병렬 매니플레이터의 정기구학의 해석해를 구하기 위한 기존 연구들을 분류하면 다음과 같다. 해석해가 존재하는 특수한 구조를 제안[11],[13],[14], 상판의 조인트의 위치를 알기 위하여 이를 측정하기 위한 추가 센서를 사용[10], 기하학적인 구속조건을 이용하여 복잡한 대수적 전개과

접수일자 : 1999. 10. 4., 수정완료 : 2000. 3. 22.

송세경, 권동수 : 한국과학기술원 기계공학과

※본 연구는 보건복지부(재정번호 HMP-96-E-5-1015)와 과학재단 신규우수연구센터(인간친화 복지 로봇 시스템 연구센터)의 연구비에 의하여 연구되었습니다.

정을 거쳐 이를 간략화하여 해석해가 존재하는 수식을 유도[9],[12] 등이다. 기존 연구들은 특정 구조에 대한 정기구학 해의 해석해를 찾는 연구이거나, 정기학해의 유도 과정이 매우 복잡하거나, 한 개의 미지수를 가지는 16차 비선형 방정식 등으로 유도[11],[12]하고 있다.

본 논문에서는 3-6 형태의 6자유도 병렬 매니플레이터의 정기구학의 해석에서 사면체를 활용하여 기존방법에 비하여 정기구학의 유도과정을 보다 간결화하고 체계화할 수 있는 해석법을 제안한다. 이를 위하여 정기구학의 해를 체계적으로 유도하기 위하여 사면체(Tetrahedron) 정리 I, II를 제안하고 그 특징과 장점을 설명한다. 제안된 사면체 정리를 적용하여 정밀작업용으로 개발된 6자유도 병렬 매니플레이터의 정기구학 해석에서 사면체를 사용하지 않은 수치해석법과 사면체를 사용한 세가지 방법의 비교를 통하여 사면체 정리의 정기구학 해석의 유용성을 보인다.

II. 사면체 기하학(tetrahedron geometry)

사면체의 기학적 특징은 병렬 매니플레이터의 정기구학의 해석을 위한 유용한 실마리를 제공한다. 사면체는 4개의 꼭지점(vertex)들이 동일평면상에 존재하지 않고 서로 겹치지 않는 4개의 면을 지닌 형상을 의미한다. 이런 사면체의 특징은 공간상의 한 점을 정의하기 위한 최소의 구속조건이 세 개인 것처럼, 베이스의 3개의 꼭지점의 좌표를 알고, 3개의 공간길이를 알면 공간상의 꼭지점(O)을 찾을 수 있음을 이용하여 병렬 기구의 정기구학의 해석 방법으로 활용 될 수 있다. 다시 말하면 공간상의 꼭지점(O)를 상판의 임의의 조인트의 위치라고 가정하면 주어진 3개의 링크의 길이로부터 꼭지점의 위치를 얻을 수 있다.

그림 1에서 베이스에 고정되어 있는 세 개의 길이(a, b, c)는 베이스길이(base lines), 베이스로부터 꼭지점까지의 세 개의 길이(L₁, L₂, d)는 공간길이(space lines)로 정의한다. 각각의 벡터를 베이스벡터(base vector)와 공간벡터(space vector)로 정의한다. 여기서 사면체에서 유도된 방향벡터를 사면체 좌표계(tetrahedral coordinate)로 정의한다. 모든 벡터와 행렬은 고딕체(boldface-letters), 스칼라와 길이는 평서체(plain-letters)로 표기한다.

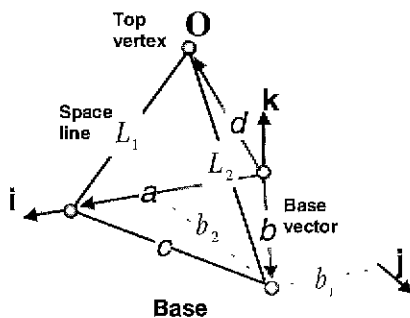


그림 1. 사면체의 기구 모델링.
Fig. 1. A kinematic modeling of a tetrahedron.

사면체 정리 I (tetrahedron proposition I) : 4개의 꼭지점으로 구성된 사면체(tetrahedron)에서 2개의 베이스벡터를 알고 3개의 공간길이가 주어지면, 2개의 베이스벡터로 만들어진 사면체 좌표계로 공간길이를 공간벡터로 표현할 수 있다.

예를 들어 그림 1에서 한 점에 연결된 2개의 베이스벡터가 주어진 경우, 2개의 베이스벡터에 의해 만들어진 사면체 좌표계 (i, j, k) 로 공간길이 (d)를 공간벡터(**d**)로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{i} = \mathbf{a}/\|\mathbf{a}\|, \mathbf{j} = (\mathbf{b} - b\mathbf{i})/b, \mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}, \tag{1}$$

$$\mathbf{d} = d\mathbf{i} + d_1\mathbf{j} + d_2\mathbf{k}, \tag{2}$$

$$d_1 = (d^2 + a^2 - L_1^2)/(2a). \tag{3}$$

$$d_2 = (d^2 + b^2 - 2(d, b_1) - L_2^2)/(2b_1), \tag{4}$$

$$d_1' = d^2 - d_1^2 - d_2^2 \tag{5}$$

일반적으로 베이스벡터위에 공간길이가 존재하므로 **k**의 양의 값만이 존재한다. 따라서 꼭지점(O)를 유일하게 결정할 수 있다. (3),(4),(5)에서 얻은 값으로 임의의 공간벡터(**d**)를 유일하게 구할 수 있다.

사면체 정리 II (tetrahedron proposition II) : 사면체 정리 I을 만족하는 세 개의 사면체로부터 얻어진 세 개의 꼭지점(top vertex)이 상판의 연결조인트이면, 세 개의 꼭지점으로 부터 병렬 매니플레이터의 상판의 위치와 회전벡터를 구할 수 있다.

사면체 정리 II에 대한 증명은 그림 5와 4.2절의 사면체를 이용한 세 가지의 정기구학의 해석법을 통해 보이고, 여기서 사면체의 이러한 특성이 정기구학의 해석을 보다 체계적이고 쉽게 유도하는데 유용한 기구해석의 기준이 될 수 있음을 보인다.

III. 정밀작업용 매니플레이터

미세수술작업을 위해 개발된 정밀작업용 6자유도 병렬 매니플레이터(Micro-Position Parallel Manipulator - MPPM)의 제작된 외형과 모델링은 그림 2와 같다. MPPM은 상판(moving platform)과 하판(base platform)을 3개의 외부링크(external link)로 연결되고 상판원추

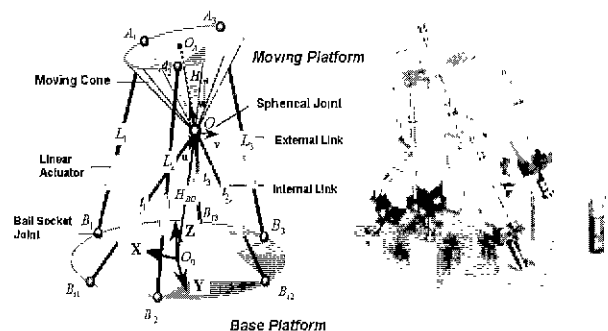


그림 2. 정밀작업용 6자유도 병렬 매니플레이터.
Fig. 2. A 6 D.O.F Micro-positioning parallel manipulator.

(moving cone)를 3 개의 내부링크(internal link)로 연결되는 변형 3-6 Stewart 플랫폼의 구조를 지니고 있다.

MPPM의 역기구학과 정기구학 해석을 위한 기호와 좌표계는 다음과 같다. $\mathbf{B}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ 는 하판에 고정되어 있는 고정좌표계(fixed or base frame)이고 $\mathbf{A}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ 는 상판원추의 꼭지점의 좌표계로 상판원추(moving cone)에 고정되어 상판원추와 함께 움직이는 이동좌표계(moving or current frame)이다. 이동좌표계의 회전행렬은 ${}^s\mathbf{R}_{u,v,w}(\gamma, \alpha, \beta)$ 으로 $roll[u(\gamma)]$, $pitch[v(\alpha)]$, $yaw[w(\beta)]$ 를 사용하였다. $\mathbf{H}(X_c, Y_c, Z_c)$ 는 상판의 상부 평판의 중심위치의 공간벡터, $\mathbf{H}_{no}(X_o, Y_o, Z_o)$ 는 상판원추의 꼭지점의 공간벡터, L_1, L_2, L_3 는 외부링크의 길이이고 t_1, t_2, t_3 는 내부링크의 길이이다. R, r 는 각각 하판, 상판의 반경, \mathbf{H}_{m} 는 상판원추(moving cone)의 공간벡터이다. 상판의 외부링크의 조인트 위치는 A_1, A_2, A_3 , 하판의 내부링크의 조인트 위치는 B_1, B_2, B_3 , 하판의 외부링크의 조인트 위치는 B_1, B_2, B_3 , 상판원추의 꼭지점, 상판과 하판의 중심점은 O, O_s, O_b 으로 각각 표시한다.

1. 역기구학(inverse kinematics)

역기구학 해석은 주어진 상판의 직교 좌표계의 중심위치 ($\mathbf{H}(X_c, Y_c, Z_c)$)와 회전벡터 ($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$)로부터 외부링크의 길이(L_i)와 내부링크의 길이(t_i)를 구하는 것이다.

이동좌표계 ($\mathbf{A}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$)에 대한 roll, pitch, yaw의 행렬식은 다음과 같다.

$${}^s\mathbf{R}_{u,v,w}(\gamma, \alpha, \beta) = \mathbf{R} = [\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{w}] \tag{6}$$

$\mathbf{A}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ 에 대한 조인트 (A_1, A_2, A_3)의 위치벡터(\mathbf{a}_i)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= [r \ 0 \ 0]^T, \\ \mathbf{a}_2 &= R_\alpha(120^\circ)\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3 = R_\alpha(240^\circ)\mathbf{a}_1. \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 $R_\alpha(\theta)$ 는 \mathbf{w} 축을 중심으로 θ 만큼 회전시키는 회전행렬이다. 상판의 위치와 회전행렬을 사용하여 고정좌표계에 대한 상판의 조인트 공간벡터(\mathbf{A}_i)를 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{a}_i + \mathbf{H} \tag{8}$$

하판의 외부링크와 내부링크의 하판 연결 조인트는 각각 \mathbf{B}_i 와 \mathbf{B}_{oi} 이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= [X_m \ Y_m \ Z_m]^T, \mathbf{B}_{o1} = [R \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{B}_2 &= R_z(120^\circ)\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_{o2} = R_z(240^\circ)\mathbf{B}_1 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_3 &= [X_m \ Y_m \ Z_m]^T, \mathbf{B}_{o3} = \begin{bmatrix} R & \sqrt{3}R & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{B}_{12} &= R_z(120^\circ)\mathbf{B}_{o1}, \mathbf{B}_{o1} = R_z(240^\circ)\mathbf{B}_{o1}. \end{aligned} \tag{10}$$

하판의 중심에서 상판원추의 꼭지점까지의 공간벡터 ($\mathbf{H}_{no} = [X_o \ Y_o \ Z_o]^T$)로부터 내부링크 공간벡터(\mathbf{t}_i)를 다음처럼 구할 수 있다.

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{H}_{no} - \mathbf{B}_{oi}, \ t_i^2 = \mathbf{t}_i \cdot \mathbf{t}_i, \ \text{for } i=1,2,3. \tag{11}$$

또한 외부 링크의 공간벡터(\mathbf{L}_i)는 상판의 중심위치와 3개의 조인트의 위치로부터 (12)처럼 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_i &= [X_i \ Y_i \ Z_i]^T - [X_o \ Y_o \ Z_o]^T \\ L_i^2 &= \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{L}_i, \ \text{for } i=1,2,3. \end{aligned} \tag{12}$$

따라서 (11)과 (12)으로부터 역기구학 해인 외부링크의 길이(L_i)와 내부링크의 길이(t_i)는 유일하게 결정된다.

IV. 정기구학(forward kinematics)

정기구학 해석은 주어진 외부링크의 공간길이(L_i)와 내부링크의 공간길이(t_i)로부터 상판의 직교 좌표계의 중심위치 $\mathbf{H}(X_c, Y_c, Z_c)$ 와 회전벡터($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$)를 구하는 것이다.

MPPM은 사면체로 구성된 상판원추를 지니는 구조적 특징을 지니므로 다음과 같은 두 단계로 정기구학을 해석할 수 있다. 우선 3개의 내부링크의 길이로부터 사면체 정리 I을 사용하여 상판원추의 꼭지점(\mathbf{H}_{no})을 구하고, 다음으로 꼭지점과 3개의 외부링크의 길이로부터 상판의 회전벡터를 구한다.

1 상판원추의 꼭지점(vertex (O) on a moving cone)

MPPM은 Stewart 플랫폼과는 달리 상판에 3개의 외부링크만이 연결되어 있고, 나머지 3개의 내부링크는 상판원추의 꼭지점에 연결되어 있다. 즉 내부링크 세 개는 사면체 정리 I을 만족하므로 그 꼭지점을 유일하게 구할 수 있다. 그림 3에서 4개의 꼭지점 Bt_1, Bt_2, Bt_3, O 는 사면체를 구성한다. Bt_1, Bt_2, Bt_3 은 하판에 고정되어 있으므로 베이스벡터이다. 나머지 공간길이(t_1, t_2, t_3)는 선형 액츄에이터에 장착된 센서로부터 주어지므로 사면체 정리 I에 따라 공간벡터(\mathbf{t}_i)을 사면체 좌표계($\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}'$)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_i &= t_1\mathbf{x}' + t_2\mathbf{y}' + t_3\mathbf{z}' \\ &= \frac{-\sqrt{3}t_1 + t_2}{2}\mathbf{X} + \frac{-t_1 - \sqrt{3}t_2}{2}\mathbf{Y} + t_3\mathbf{Z}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \mathbf{X}' / \|\mathbf{X}'\|, \mathbf{X}' = -\mathbf{B}_{o1} + \mathbf{B}_{o2}, \\ \mathbf{y}' &= \mathbf{Y}' / \|\mathbf{Y}'\|, \mathbf{Y}' = -\mathbf{B}_{o1} + \mathbf{R}\mathbf{X}, \\ \mathbf{z}' &= \mathbf{Z}. \end{aligned} \tag{14}$$

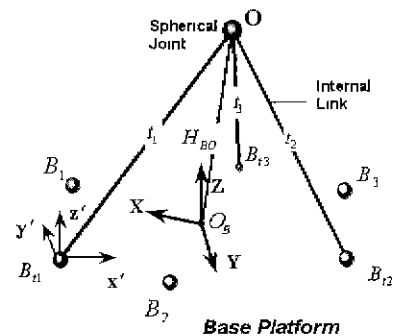


그림 3. 3 개의 내부링크로 이루어진 사면체. Fig. 3. A tetrahedron connected with three internal links.

(13)으로 부터 하판의 중심에서 상판원추의 꼭지점 (H_{no})을 구할 수 있다.

$$\mathbf{H}_{no} = \mathbf{t}_i + \mathbf{B}_{ni} \quad (15)$$

상판원추의 꼭지점과 세 개의 외부링크의 길이로부터 상판의 상부의 중심점과 회전벡터를 구하는 정기구학의 해석과정에서 일반적인 해석법(4.2절)과 사면체 정리를 도입한 방법(4.3절)의 비교를 통하여 제안된 사면체 정리의 유용성을 보일 것이다.

2. 일반적인 수치해석적인 정기구학의 해석

그림 4에서 정기구학을 해석하기 위하여 상판원추 꼭지점 (H_{no})에서 L_n 위로 OA_i 를 정사영시킨 위치를 이동좌표계의 중심(o_i)으로 정의하고, \mathbf{OB}_i 방향의 단위 벡터(\mathbf{z}_i), 이와 \mathbf{Z} 를 외적한 단위벡터(\mathbf{x}_i)와 이들을 외적한 \mathbf{y}_i 로 구성된 이동좌표계는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{z}_i = -\frac{\mathbf{L}_n}{|\mathbf{L}_n|}, \quad \mathbf{x}_i = \mathbf{Z} \times \mathbf{z}_i, \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{z}_i \times \mathbf{x}_i \quad (16)$$

이 좌표계는 세 개의 외부링크의 길이(L_i), 상판의 회전에 따라 움직이는 빗변길이(OA_i)와 상판원추 꼭지점으로 이루어진 삼각형 형태의 가상평면(virtual plane)과 함께 움직이게 된다. 가상평면의 이동좌표계의 원점에서 \mathbf{x}_i 와 o_iA_i 이 이루는 각(θ_i)으로 3개의 구속방정식을 만들게 된다. 여기서 상판원추 꼭지점과 상판의 조인트(A_i)사이의 길이벡터(\mathbf{OA}_i)는 이동좌표계를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{OA}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i] [o_iA_i] + m_i \mathbf{z}_i \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} o_iA_i &= [n_i \cos \theta_i, \quad n_i \sin \theta_i, \quad 0]^T, \\ \mathbf{L}_n &= \mathbf{B}_i - \mathbf{H}_{no} \end{aligned} \quad (18)$$

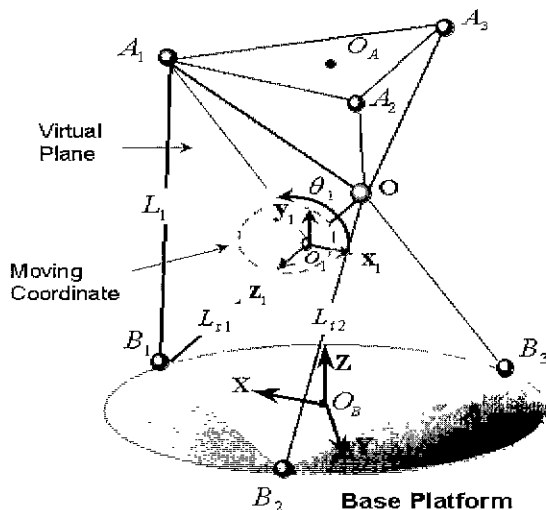


그림 4. 이동좌표계를 가진 가상평면.
Fig. 4. A virtual plane with moving coordinate.

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{OA_i^2 + L_n^2 - L_i^2}{2L_n}, \\ n_i &= \sqrt{OA_i^2 - m_i^2}. \end{aligned}$$

m_i 은 OA_i 의 L_n 로의 정사영(O 에서 o_i 까지의 길이)의 길이이고, n_i 는 o_i 에서 A_i 까지의 길이이다.

3개의 외부링크가 상판의 조인트에 고정되어 있으므로 다음과 같은 3개의 형상구속조건을 갖는다.

$$\|OA_i - OA_j\| = \sqrt{3}r \quad \text{for } i=1,2,3. \quad (19)$$

이들 구속조건으로부터 가상평면의 각(θ_i)으로 표현된 3개의 구속방정식(constraint equations)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{OA}_i \cdot \mathbf{OA}_j &= (x_i n_i \cos \theta_i + y_i n_i \sin \theta_i + z_i m_i) \\ &\quad \cdot (x_j n_j \cos \theta_j + y_j n_j \sin \theta_j + z_j m_j) \\ &\text{for } i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (20)$$

(20)을 θ_i 에 대해 정리하여 3개의 비선형 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_1(\theta_1, \theta_2) &= C_{11} \sin \theta_1 + C_{12} \cos \theta_1 + C_{13} \sin \theta_2 + C_{14} \cos \theta_2 \\ &\quad + C_{15} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + C_{16} \sin \theta_1 \cos \theta_2 + C_{17} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ &\quad + C_{18} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + C_{19}, \\ F_2(\theta_1, \theta_2) &= C_{21} \sin \theta_1 + C_{22} \cos \theta_1 + C_{23} \sin \theta_2 + C_{24} \cos \theta_2 \\ &\quad + C_{25} \sin \theta_1 \sin \theta_2 + C_{26} \sin \theta_1 \cos \theta_2 + C_{27} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ &\quad + C_{28} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + C_{29}, \\ F_3(\theta_2, \theta_3) &= C_{31} \sin \theta_2 + C_{32} \cos \theta_2 + C_{33} \sin \theta_3 + C_{34} \cos \theta_3 \\ &\quad + C_{35} \sin \theta_2 \sin \theta_3 + C_{36} \sin \theta_2 \cos \theta_3 + C_{37} \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ &\quad + C_{38} \cos \theta_2 \cos \theta_3 + C_{39} \end{aligned} \quad (21)$$

(21)에서 C_i 는 이동 좌표계의 n_i 와 m_i 으로 이루어진 상수 값들이다. 따라서 θ_i 의 함수로 표현된 3개의 비선형방정식의 해를 Newton-Raphson을 사용하여 수치해석적으로 풀이하여 다음과 같은 상판의 중심위치(\mathbf{H})와 회전벡터($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$)를 구할 수 있다.

$$\mathbf{H}_{oa} = [w_1 \quad w_2 \quad w_3] \mathbf{H}_{oa} \quad (22)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{oa} + \mathbf{H}_{no} = [X \quad Y \quad Z]^T,$$

$$\mathbf{u} = \frac{2\mathbf{OA}_1 - \mathbf{OA}_2 - \mathbf{OA}_3}{3r},$$

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{OA}_2 - \mathbf{OA}_1}{\sqrt{3}r} \quad (23)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}.$$

MPPM의 정기구학 해석은 Newton-Raphson 방법을 사용하여 수치해석적으로 계산되었다. 정기구학 해는 2개이며, 작업공간 내에서 수렴성이 보장됨을 증명하여 다른 병렬 매니퓰레이터에 대한 기구적인 우수성이 있음을 보였다[2]. 그러나 정기구학 해를 수치해석적으로 구하는 과정에서 Pentium 200에서 1msec내로 해를 계산하였으나 초기조건에 따라 수렴성과 계산 부하가 크게 영향을 받았다.

4.2절에서 유도된 일반적인 정기구학은 그 해석과정과 접근방법이 매우 복잡하고 난해하다. 또한 잘못된 초

기조건에 따라 수렴성과 큰 계산부하를 발생시킬 수 있으므로 본 논문에서는 MPPM의 정기구학의 해석에 사면체 정리 I, II를 도입한 세 가지 해석법을 제안한다.

3. 사면체를 이용한 정기구학의 해석

기존의 수치해석적인 방법으로 유도된 정기구학 해석방법은 그 유도과정이 매우 난해하며 연산되어야 하는 수식과정이 많은 반면, 사면체정리 I, II를 활용한 방법은 유도과정이 매우 간결하며 사면체를 반복적으로 계산하여 정기구학해를 얻을 수 있다. 사면체정리 I, II를 적용한 정기구학의 해석절차를 알고리즘화하여 표현하면 그림 5와 같다. 즉 사면체 정리 I을 만족시키는 제1사면체를 찾아 사면체 함수(tetrahedral function)에 대입하여 그 꼭지점을 구하고, 같은 방법으로 제2사면체와 제3사면체의 꼭지점들을 구한다. 여기서 구해진 세 개의 꼭지점들이 상판의 상부의 조인트의 위치와 동일하면 병렬기구의 상판의 구속조건에 따라 상판의 위치와 회전벡터를 얻을 수 있다.

3.1 하나의 추가 센서를 사용한 정기구학의 해석해

그림 6에서 사면체 정리 I을 만족시키기 위해 추가센서를 사용한다. 즉 꼭지점 $A_1B_1B_2O$ 는 제1사면체를 구성한다. 그러나 제1사면체를 구성하는 베이스벡터 (Q_1, L_{11}) 와 공간길이 (L_1, OA_1) 는 형상과 링크에 장착된 변위센서로부터 그 값을 알 수 있으나, A_1B_2 를 연결하는 ρ 의 길이는 미지수이다. 그러나 ρ 의 길이를 하나의 추가센서(extra sensor or passive link)를 사용하여 얻을 수 있다면 사면체정리 I을 만족시킨다.

추가센서의 사용으로 사면체 정리 I을 만족하는 제1사면체를 얻었으므로 공간길이 (L) 는 사면체 좌표계 (e_{11}, e_{12}, e_{13}) 견지에서 공간벡터 (L_1) 로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} e_{11} &= Q_1 / \|Q_1\| \\ e_{12} &= ee_{22} / \|ee_{22}\|, ee_{22} = -(L_{11} \cdot e_{11})e_{11} + L_{11} \\ e_{13} &= \pm e_{23} \times e_{11} \end{aligned} \tag{24}$$

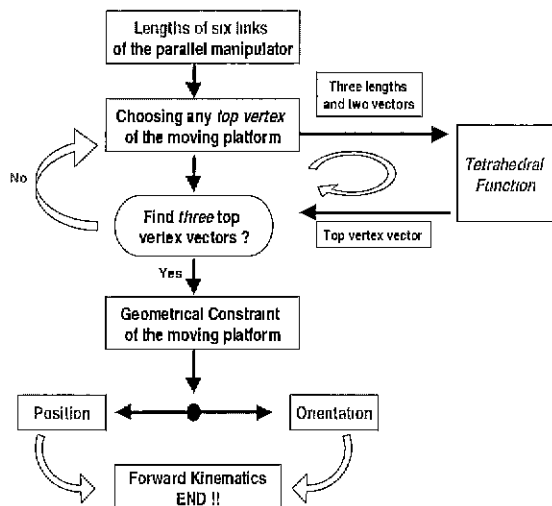


그림 5. 사면체를 이용한 정기구학의 순서도.
Fig. 5. A flow chart of forward kinematics using tetrahedrons of 6 parallel manipulators.

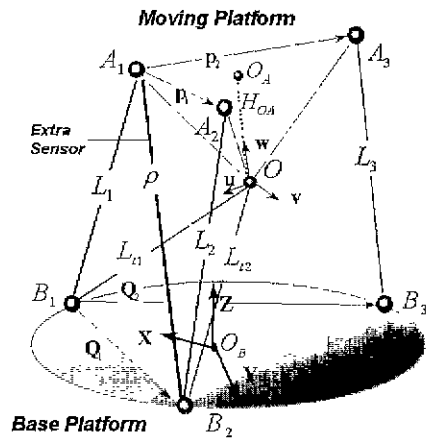


그림 6. 하나의 추가센서가 있는 기구 모델링.
Fig. 6. A kinematic modeling with one extra sensor.

$$L_1 = L_{11}e_{11} + L_{12}e_{12} + L_{13}e_{13} \tag{25}$$

여기서,

$$\begin{aligned} L_{11} &= (L_1^2 + L_{12}^2 - OA_1^2) / (2L_{11}) \\ L_{12} &= \frac{L_1^2 + Q_1^2 - \rho^2 - 2L_{11}(Q_1 \cdot e_{11})}{2Q_1 \cdot e_{12}} \\ L_{13}^2 &= L_1^2 - L_{11}^2 - L_{12}^2 \end{aligned} \tag{26}$$

사면체 정리 I에서 언급한 것처럼 e_{13} 의 양의 방향을 선택하여 길이벡터 (L_1) 를 유일하게 결정할 수 있다. 위에서 계산된 L_1 을 이용하여 고정좌표계의 견지에서 상판의 조인트 위치 (A_1) 와 미지수 공간벡터 (ρ) 을 얻을 수 있다.

$$A_1 = L_1 + B_1, \quad \rho = A_1 - B_2 \tag{27}$$

같은 방법으로 사면체 정리 I을 만족하는 꼭지점 (A_2, B_2, O) 으로 구성된 제2사면체를 찾을 수 있다. 따라서 공간길이 (L_2) 를 공간벡터 (L_2) 로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e_{21} &= \rho / \|\rho\| \\ e_{22} &= ee_{22} / \|ee_{22}\|, ee_{22} = -(L_{12} \cdot e_{21})e_{21} + L_{12} \\ e_{23} &= e_{21} \times e_{22} \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= L_{21}e_{21} + L_{22}e_{22} + L_{23}e_{23} \\ A_2 &= L_2 + B_2 \end{aligned} \tag{29}$$

제3사면체를 꼭지점 (A_3, A_2, O) 으로 구성하면 사면체 정리 I을 만족하므로 공간길이 (OA_3) 를 공간벡터 (OA_3) 로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e_{31} &= OA_3 / \|OA_3\| \\ e_{32} &= ee_{32} / \|ee_{32}\|, ee_{32} = -(OA_2 \cdot e_{31})e_{31} + OA_3 \\ e_{33} &= e_{31} \times e_{32} \end{aligned} \tag{30}$$

$$OA_3 = OA_{31}e_{31} + OA_{32}e_{32} + OA_{33}e_{33} \tag{31}$$

제1,2,3사면체로부터 구해진 세 개의 꼭지점들은 상판의 상부의 3개의 조인트의 위치 (OA_1, OA_2, OA_3) 와 동일

하므로 사면체 정리 II를 만족한다. 따라서 (22)에 대입하여 상판의 회전벡터($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$)와 (23)에서 중심위치(\mathbf{H})를 유일하게 구할 수 있다.

한 개의 변위센서로 사면체 정리 I, II를 만족하는 사면체를 구성하여 정기구학의 해를 해석해(closed-form solution)로 유도하였다. 그러나 미지의 길이(ρ)를 측정하기 위한 센서는 상판과 하판의 조인트의 중심에서 링크와 함께 장착되어야 한다. 이처럼 조인트의 중심에 변위센서(LVDT or potentiometer)를 장착한다는 것은 구현에 많은 어려움과 비용적 부담을 야기시킬 뿐만 아니라 그 분해능에 따라 매니퓰레이터의 정밀도에 치명적인 영향을 미칠 수 있다. 따라서 본 논문에서는 좀더 실용적인 관점에서 정기구학을 해석하기 위한 두 가지 방법을 제안한다. 추가 센서를 사용하는 대신 간단한 기구의 변경으로 정기구학의 해석해를 유도할 수 있음을 보이고, 사면체를 활용한 기존의 방법보다 효과적인 새로운 수치해석적인 정기구학 해석방법을 제안하고 그 수렴성을 분석한다.

3.2 상판의 기구변경을 통한 정기구학의 해석해

추가 센서를 사용하지 않고 상판의 조인트의 위치의 변경으로 사면체 정리 I을 만족시킬 수 있다. 그림 7에서 보는 것처럼 단순히 외부링크 2개를 상판의 한 점으로 연결하면 정기구학의 해석해를 구할 수 있다.

꼭지점 A_1, B_1, B_2, O 으로 구성된 제1사면체는 사면체 정리 I을 만족한다. 따라서 공간길이(L_1, L_2)를 사면체 좌표계의 견지에서 공간벡터($\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2$)로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{11} &= \mathbf{Q}_1 / \|\mathbf{Q}_1\| \\ \mathbf{e}_{12} &= \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} / \|\mathbf{e}\mathbf{e}_{22}\|, \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} = -(\mathbf{L}_{11} \cdot \mathbf{e}_{11})\mathbf{e}_{11} + \mathbf{L}_{11} \\ \mathbf{e}_{13} &= \pm \mathbf{e}_{11} \times \mathbf{e}_{12}, \end{aligned} \tag{32}$$

$$\mathbf{L}_1 = L_{11}\mathbf{e}_{11} + L_{12}\mathbf{e}_{12} + L_{13}\mathbf{e}_{13} \tag{33}$$

동일한 과정을 거쳐 순차적으로 제2사면체(A_2, B_1, B_2, O)와 제3사면체(A_1, A_2, B_2, O)의 꼭지점들을 얻을 수 있다. 세 개의 사면체에서 유도된 꼭지점(A_1, O, A_2)은 상판의 상

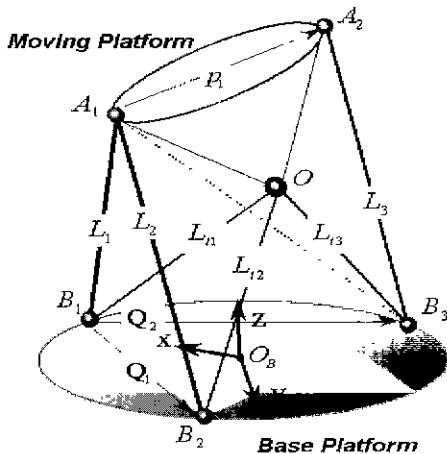


그림 7. 해석해가 존재하는 변형 MPPM.
Fig. 7. A modified MPPM with closed-form solutions.

부의 조인트의 위치와 동일하므로 사면체 정리 II를 만족한다. 따라서 상판의 회전벡터($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{O}\mathbf{A}_1 &= \mathbf{O} - \mathbf{A}_1, \mathbf{O}\mathbf{A}_2 = \mathbf{O} - \mathbf{A}_2, \\ \mathbf{u} &= \frac{\mathbf{O}\mathbf{A}_1 - \mathbf{O}\mathbf{A}_2}{2r}, \mathbf{w} = \frac{\mathbf{O}\mathbf{A}_1 + \mathbf{O}\mathbf{A}_2}{2\sqrt{3}r}, \mathbf{v} = \mathbf{w} \times \mathbf{u}. \end{aligned} \tag{34}$$

(34)을 사용하여 (22)처럼 상판의 중심위치(\mathbf{H})를 유일하게 찾을 수 있다.

외부링크 2개를 한 점으로 연결하는 형상의 변경으로 사면체 정리 I, II를 적용하여 정기구학의 해를 해석해로 유도하였다.

3.3 2개의 사면체를 활용한 새로운 수치해석적인 정기구학 해석

본 장에서는 추가센서 사용과 기구변경없이 사면체 정리를 사용한 MPPM의 정기구학의 새로운 수치해석방법을 제안한다. 제안된 수치해석방법이 4.3.1절과 4.3.2처럼 정기구학의 해석해를 얻을 수는 없지만, 4.2절에서 사용된 수치해석법보다 매우 간결하게 정기구학을 해석할 수 있으며, 유도된 구속조건의 차수와 계산부담을 현저히 줄일 수 있으므로 보다 실용적인 수치해석법임을 보인다.

그림 8에서 보듯이 상판의 2개의 볼 조인트를 꼭지점으로 사면체를 구성할 수 있다. 네 개의 꼭지점 A_1, B_1, B_2, O 는 제1사면체를 형성한다. 그러나 베이스벡터($\mathbf{L}_{11}, \mathbf{L}_{12}, \mathbf{Q}_1$)와 공간길이($O\mathbf{A}_1, L_1$)는 주어졌으나, 공간길이(ϕ)의 크기는 알지 못한다. 또 하나의 제2사면체는 네 개의 꼭지점 A_2, B_1, B_2, O 으로 구성된다. 여기에서도 공간길이(η)를 알지 못한다. 두개의 사면체는 각각 하나의 미지수를 가지므로 사면체 정리 I을 만족시키지 못하므로 사면체의 꼭지점을 얻을 수 없다. 따라서 수치해석적으로 두개의 사면체의 미지수를 계산하여야 한다. 제1사면체 좌표계를 다음과 같이 표현될 수 있다.

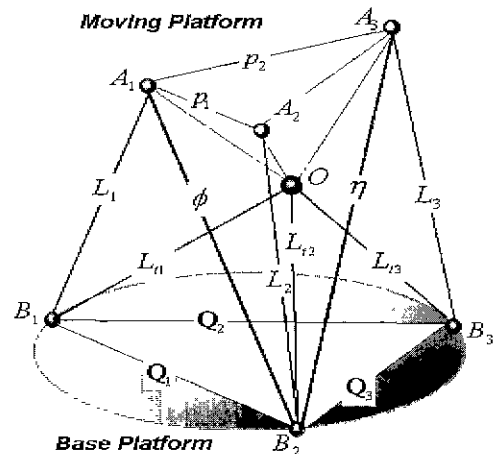


그림 8. 2개의 미지수를 가지는 2개의 사면체의 기구 모델.

Fig. 8. A kinematic modeling consisted of two tetrahedrons with two unknown lengths.

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{11} &= L_{11} / \|\mathbf{L}_{11}\| \\ \mathbf{e}_{12} &= \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} / \|\mathbf{e}\mathbf{e}_{22}\|, \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} = -(\mathbf{L}_{12} \cdot \mathbf{c}_{11})\mathbf{c}_{11} + \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{e}_{13} &= \pm \mathbf{e}_{11} \times \mathbf{e}_{12} \end{aligned} \quad (35)$$

공간벡터(OA₁)는 사면체 좌표계의 견지에서 미지수 φ의 함수로 표현된다.

$$\mathbf{OA}_1 = OA_{11}\mathbf{e}_{11} + OA_{12}\mathbf{e}_{12} + OA_{13}\mathbf{e}_{13} \quad (36)$$

여기서,

$$\begin{aligned} OA_{11} &= \pm(OA_1^2 + L_1^2 - L_3^2) / (2L_1) \\ OA_{12} &= \pm \frac{OA_1^2 + L_2^2 - \phi^2 \mp 2OA_1(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{11})}{2L_{12} \cdot \mathbf{e}_{12}} \\ OA_{13}^2 &= OA_1^2 - OA_{11}^2 - OA_{12}^2 \end{aligned} \quad (37)$$

OA₁의 계수는 인접한 두개의 길이벡터의 사잇각에 의해 양 또는 음의 값을 갖는다. 두개의 인접한 각의 내적은 삼각부등식에 따라 (38), (39)처럼 결정된다. 즉 둔각인 경우는 음의 값을 가지고, 예각인 경우는 양의 값을 갖는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{OA}_1 \cdot \mathbf{L}_{11} &= L_1 OA_1 \cos \zeta \\ &= \begin{cases} -OA_{11}L_{11}, & \text{if } OA_1^2 - L_{11}^2 \leq L_1^2, \zeta \geq 90^\circ \\ OA_{11}L_{11}, & \text{else } OA_1^2 - L_{11}^2 > L_1^2, \zeta < 90^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{OA}_1 \cdot \mathbf{L}_{12} &= L_{12} OA_1 \cos \phi \\ &= \begin{cases} -[OA_{11}(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{11}) + OA_{12}(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{12})], & \phi \geq 90^\circ \\ [OA_{11}(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{11}) + OA_{12}(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{12})], & \phi < 90^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad (39)$$

(36)에서 OA₁₂와 OA₁₃는 φ²의 함수이지만 제1사면체 좌표계(e₁₁, e₁₂, e₁₃)와 OA₁₁는 상수이다.

비슷한 방법으로 제2사면체(e₂₁, e₂₂, e₂₃)는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{21} &= \mathbf{L}_{21} / \|\mathbf{L}_{21}\| \\ \mathbf{e}_{22} &= \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} / \|\mathbf{e}\mathbf{e}_{22}\|, \mathbf{e}\mathbf{e}_{22} = -(\mathbf{L}_{21} \cdot \mathbf{e}_{21})\mathbf{e}_{21} + \mathbf{L}_{21} \\ \mathbf{e}_{23} &= \mp \mathbf{e}_{21} \times \mathbf{e}_{22} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\mathbf{OA}_2 = OA_{21}\mathbf{e}_{21} + OA_{22}\mathbf{e}_{22} + OA_{23}\mathbf{e}_{23} \quad (41)$$

여기서,

$$\begin{aligned} OA_{21} &= \pm(OA_2^2 + L_2^2 - L_3^2) / (2L_2) \\ OA_{22} &= \pm \frac{OA_2^2 + L_{12}^2 - \eta^2 \mp 2OA_2(L_{12} \cdot \mathbf{e}_{21})}{2L_{12} \cdot \mathbf{e}_{22}} \\ OA_{23}^2 &= OA_2^2 - OA_{21}^2 - OA_{22}^2 \end{aligned}$$

상판 원추는 정사면체로 이루어져 있으므로 인접한 두 조인트사이의 거리는 √3r이다. 상판원추의 구조를 이용하면 OA₂는

$$\mathbf{OA}_2 = \frac{\mathbf{OA}_1 + \mathbf{OA}_3}{3} + (\mathbf{OA}_1 \times \mathbf{OA}_3) \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (42)$$

처럼 표현된다. 이를 이용하여 2개의 구속조건을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{OA}_2 \cdot \mathbf{L}_{12} &= \pm(OA_2^2 + L_{12}^2 - L_3^2) / 2 = C_1 \\ \mathbf{OA}_1 \cdot \mathbf{OA}_3 &= (OA_1^2 + OA_3^2 - p_2^2) / 2 = C_2 \end{aligned} \quad (43)$$

두 개의 구속조건 방정식(43)은 미지수 φ, η와 6개의 링크길이(L, l)를 함수로 다음과 같은 비선형 방정식으로 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} F_1(\phi, \eta) &= E_{11} + E_{12}OA_1 + E_{13}OA_3 + E_{14}\phi^2 + E_{15}\eta^2 \\ &+ E_{16}OA_1OA_3 + E_{17}OA_1\eta^2 + E_{18}OA_3\phi^2 + E_{19}\eta^2\phi^2 \\ F_2(\phi, \eta) &= E_{21} + E_{22}OA_1 + E_{23}OA_3 + E_{24}\phi^2 + E_{25}\eta^2 \\ &+ E_{26}OA_1OA_3 + E_{27}OA_1\eta^2 + E_{28}OA_3\phi^2 + E_{29}\eta^2\phi^2 \end{aligned} \quad (44)$$

여기서 E_{ij}는 6개의 링크의 길이로 이루어진 상수이다.

일반적으로 6자유도 병렬 매니퓰레이터의 수치해석적인 방법은 3개의 고차 비선형 방정식을 가지며 비수렴 [2], [3], [15] 영역이 존재할 수 있고, 비선형방정식이 삼각함수를 포함하고 있다. 따라서 3개의 비선형 방정식을 유도하기 어렵고 이를 풀기 위해서는 상당히 큰 계산량을 가지므로 실시간 제어되기 어렵다. 즉 4.2절에서 일반적인 수치해석법으로 유도된 (21)은 세 개의 비선형 방정식으로 유도되었고, sin(θ), cos(θ)를 포함하고 있다. 비선형 방정식의 차수를 비교하기 위하여 삼각함수를 Taylor 급수로 5차까지만 근사화하여 전개해도 10차방정식이 될 것이다. 그러나 (44)는 정기구학의 유도과정이 간결하고 4차방정식형태로 미지수(φ, η)로 구성된 두 개의 구속방정식만을 갖으므로 수치해석과정에서 보다 빠른 수렴성을 보인다.

3.3.1. 수치해석 예제

MPPM의 정기구학의 유도과정에서 만들어진 비선형 방정식은 Newton-Raphson 방법으로 풀이되었다. 미지수 (φ, η)의 초기치를 설정하면 상판의 조인트 위치 OA₁를 수치해석적으로 계산하여 결정할 수 있다. 여기에서 얻어진 상판의 조인트위치로부터 상판의 회전 벡터와 위치를 구한다.

일반적으로 Newton-Raphson 방법은 비선형방정식의 비선형성과 사용되는 변수(φ, η)의 초기치에 따라 수렴성과 속도가 좌우되므로 제한된 수치해석범에서 유도된 비선형 방정식의 초기 조건의 변화에 따른 수렴 가능성을 알아 보기 위하여 간단한 모의 해석을 수행하였다. 그림 9는 다음과 같은 조건에서 2개의 비선형 방정식의 해의 존재영역을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} R &= 60\text{mm}, r = 30\text{mm}, H_{OA} = \sqrt{2}r \\ \alpha &= 0^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ \\ L_0 &= 106.73\text{mm}, t_0 = 84.85\text{mm} \end{aligned} \quad (45)$$

그림 9에서 볼 수 있듯이 정기구학 해의 존재영역이 100mm < φ, η < 140mm에 있고 비선형 방정식의 구배 (gradient)가 0이 되는 비수렴영역(2차원 영역에서 페루프를 형성)이 작업공간(각 링크의 변위가 ±10mm : L = L₀ ± 10, l = t₀ ± 10) 내에서 존재하지 않는다. 또한 비선형 방정식(F1, F2)이 그림 10처럼 서로 다른 초기

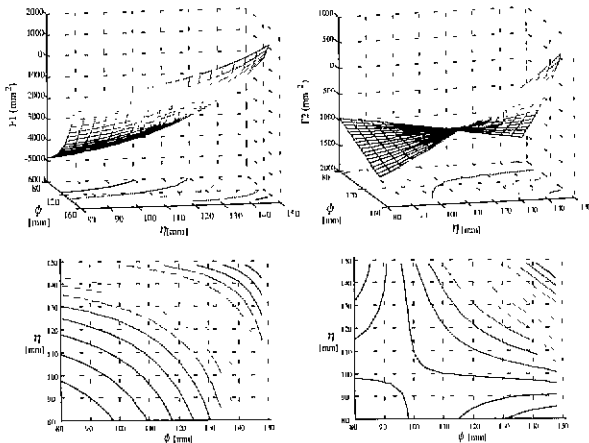


그림 9. 2개의 구속조건에 대한 정기구학해의 존재영역.
Fig. 9. Existence ranges of forward kinematic solutions about two constraint equations.

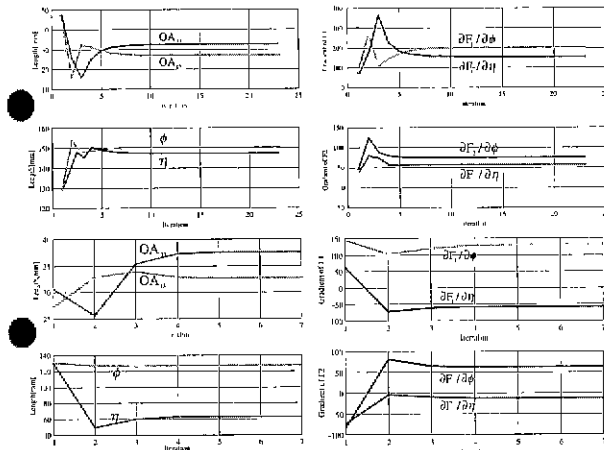


그림 10. MPPM의 다른 형상에 대한 수렴성.
Fig. 10. Numerical conversion about different configurations.

형상을 하고 있어 Newton-Raphson 방법에서 사용되는 구배행렬 (gradient matrix)이 0이 되는 수치해석적인 특이형상이 존재하지 않는다.

이와 함께 다양한 형상에 대한 수렴성을 알아보기 위하여 위치와 방향의 크기를 초기 상태(상판과 하판이 평행인 상태)와 다르게 하여 사면체를 사용한 수치해석법의 수렴성을 수치해석과정의 수치오차의 최대 허용치를 $10^{-6}mm$ 로 둔 상태에서 분석하였다. 그림 10에서 (1)은 상판의 위치를 $X_0=0 \rightarrow 10, Y_0=0, Z_0=60 \rightarrow 80$ 으로 이동한 상태에서의 수렴성을 보여 주고, (2)는 $\alpha=0^\circ \rightarrow 10^\circ, \beta=0^\circ \rightarrow -20^\circ, \gamma=0^\circ \rightarrow 10^\circ$ 일 때의 수렴성을 보여 주고 있다. 그림 10에서 보듯이 비선형 방정식의 구배 ($\partial F_1 / \partial \eta, \partial F_2 / \partial \phi$)는 몇 단계 후에 변화율이 없이 잘 수렴되고 있다. 즉, 미지수의 초기값을 $\phi=130.8mm, \eta=130.8mm$ 로 두었을 때 이상적인 초기 조건에서 상당히 벗어나고 있어도 잘 수렴되고 있다. 그러나 이상적인 초기조건에서 시작되는 경우는 보다 빠

른 5단계내의 높은 수렴속도를 보였다.

V. 결론

본 논문은 6 자유도 병렬 매니퓰레이터의 정기구학 해를 보다 쉽고 체계적으로 유도하기 위한 정기구학 해석법에 대한 연구이다. 기존의 정기구학 해석방법의 유도과정의 복잡성과 기구적 적용의 한계성을 극복하기 위하여 보다 간단하게 정기구학을 유도할 수 있고, 실용적으로 사용될 수 있는 해석법을 제안하였다. 사면체를 이용한 정기구학의 해석을 위하여 사면체 정리 I, II를 제안하고 정밀작업용 6자유도 병렬 매니퓰레이터에 적용한 세 가지 정기구학 해석법을 제안하였다. 즉 추가센서와 기구변경으로부터 유도된 정기구학 해는 유일하게 결정될 수 있다. 추가센서의 사용의 문제점과 기구변경의 부담을 피하기 위하여 2개의 사면체를 사용한 새로운 수치해석법을 제안하였다. 제안된 수치해석법은 작업 공간내에서 비수렴영역이 존재하지 않아 수렴성이 보장되고 다양한 형상에서도 빠른 수렴을 보였다.

병렬 매니퓰레이터의 정기구학 해석의 난해성과 복잡성에 비추어 볼 때 제안된 사면체 정리는 3-6형태의 Stewart 플랫폼의 정기구학의 해석을 용이하게 할 수 있을 뿐만 아니라 새로운 기구의 디자인 과정에서 사면체 특징의 활용이 가능할 것이다.

참고문헌

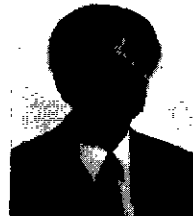
- [1] D. Stewart, "A platform with six degree of freedom," *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 180, pp. 1, no. 15, pp. 371~386, 1965.
- [2] 송세경, 권동수, "정밀작업용 6자유도 병렬 매니퓰레이터의 기구학 해석," *대한기계학회논문집(A)*, 제 23권, 제4호, pp. 630~641, 1999.
- [3] 박주연, 심재홍, 조형석, 권동수, "6자유도를 갖는 정밀 위치제어용 병렬 매니퓰레이터의 기구학 해석," 제11차 한국자동제어학술회의 논문집, 제1권, pp. 213~216, 1996.
- [4] 정규홍, 이교일, "스튜어트 플랫폼 순기구학 해의 실시간 추정기법," *대한기계학회논문집*, 제18권, 제7호, pp. 1632~1642, 1996.
- [5] P. Nanua, K. J. Waldron, and V. Murthy, "Direct kinematics solution of stewart platform", *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 6, no. 4, pp. 438~444, 1990.
- [5] J. P. Merlet, "Direct kinematic and assembly modes of parallel manipulators," *International Journal of Robotics Research*, vol. 11, no. 2 pp. 150~162, 1993.
- [6] C. Innocenti, "Direct kinematics in analytical form of the 6-4 fully-parallel mechanism," *Journal of Mechanical Design, Transactions of ASME*, vol. 117, pp. 89~95, 1995.
- [7] C. M. Gosselin, "Parallel computational algorithms for the kinematics and dynamics of parallel manipulators," *Proceedings of the 1993*

- allel manipulators," *Proceedings of the 1993 IEEE Inter-national Conference on Robotics and Automation, 1993*, pp. 883-888, 1993.
- [8] Hong-You Lee and Bernard Roth, "A closed-form solution of the forward displacement analysis of a class of in-parallel mechanisms," *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Intelligent Robotics and Systems*, pp. 720-724, 1993.
- [9] Kilryong Han, WanKyun Chung, and Y. Youm, "Local structurization for the forward kinematics of parallel manipulators using extra sensor data," *Proce. of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 514-520, 1995.
- [10] Chang-de Zhang and Shin-Min Song, "Forward kinematics of a class of parallel(stewart) platforms with closed-form solutions," *Proce. of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 514-520, 1991.
- [11] S. V. Sreenivasan and K. J. Waldron, "Closed-form direct displacement analysis of a 6-6 stewart platform" *Mech. Mach. Theory* vol. 29, no. 6, pp. 855-864, 1994.
- [12] Herman Bruyninckx, "The 321-HEXA : a fully-parallel manipulator with closed-form position and velocity kinematics," *Proce. of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2657-2662, 1997.
- [13] 김희국, 이병주, 1996, "정위치 해석해를 가지는 병렬 메커니즘에 관한 분석과 혼합구조 매니플레이터로의 활용," *제어·자동화·시스템공학논문지*, 제5권, 제3호, pp. 324-337, 1999.
- [14] Der-Ming, Ku, "Direct displacement analysis of a stewart platform mechanism," *Mechanism and Machine Theory* 34, pp. 453-465. 1999.



송 세 경

1968년 8월 9일생, 1995년 숭실대학교 기계공학과 졸업. 1997년 한국과학기술원 자동화 및 설계공학과 석사. 1997년~현재 한국과학기술원 박사과정 재학중. 관심분야는 병렬 기구, 최적 설계, 의료용 로봇 시스템, 로봇제어, Haptic interface, 자동화 시스템.



권 동 수

1957년 8월 26일생, 1980년 서울대학교 기계공학과 졸업. 1982년 한국과학기술원 기계공학과 석사. 1991년 Georgia Institute of Technology 기계공학과 박사. 1991년~1995년 Oak Ridge National Laboratory Research staff. 1995년~현재 한국과학기술원 기계공학과 조교수. 관심분야는 원격 조정 로봇시스템, Human-Robot Haptic Interface, 의료용 로봇, 강인제어 등.