

# 신경회로망 보상기를 이용하는 슬라이딩 모드 제어기 설계

## Design of a Sliding Mode Controller Using a Neural Compensator

이 민 호, 정 순 기  
(Minho Lee and Soon-Ki Jung)

**Abstract** : This paper proposes a new sliding mode controller combined with a multi-layer neural network using the error back propagation learning algorithm. The neural network acts as a compensator of the conventional sliding mode controller to improve the control performance when initial assumptions of uncertainty bounds of system parameters are violated. The proposed controller can reduce the steady state error of conventional sliding mode controller with the boundary layer technique. Computer simulation results show that the proposed method is effective to control dynamic systems with unexpectably large uncertainties.

**Keywords** : sliding mode controller, compensator, multi-layer neural network

### I. 서론

슬라이딩 모드 제어기는 과도 응답 시간동안 시스템의 구조를 미리 결정한 알고리즘에 따라 변화시키는 방법이다. 이 제어기는 시스템의 과도 응답 특성이 원하는 성능을 만족할 수 있도록 제어기를 설계할 수 있을 뿐만 아니라, 시스템의 모델에 대한 정확한 정보를 몰라도 된다. 또한, 외부 잡음에 견실한 제어 특성을 가진다[1,2]. 슬라이딩 모드 제어기를 이용한 시스템들의 예들은 전기 모터 제어[3], 로봇 팔의 제어[4,5], 전력 시스템 안정화 및 항공 우주 제어등 매우 다양하다[6,7].

슬라이딩 모드 제어기는 미리 결정된 슬라이딩 표면 부근에서 시스템의 불확실성을 보상할 수 있는 만큼의 고주파수 입력값이 필요하다. 고주파수 대역의 제어 입력값은 시스템의 모델링 과정에 포함되지 않았던 새로운 고주파 동특성을 야기시킬 수 있을 뿐만 아니라, 슬라이딩 모드 제어기의 실제 구현을 위해서는 고주파수 스위칭 소자가 필요한 단점들이 있다. 이를 해결하기 위한 간단한 방법으로 슬라이딩 표면 부근에 경계층을 두어 떨림 제어 입력을 연속제어 입력으로 변환시키는 경계층 기법(boundary layer technique)이 소개되어 사용되고 있다[8,9]. 그러나, 이 방법은 정상 상태 오차를 유발하고, 실제 사용할 때 제어 입력의 떨림 크기와 정상 상태 오차사이의 상호 절충이 필요하다. 슬라이딩 모드 제어기의 설계를 위해서는 일반적으로 시스템 변수의 변동이나 외부 외란의 크기에 대한 초기 가정이 필요하다. 최근에, 시스템의 불확실 정보의 크기에 대한 정확한 지식 없이 적응적 방법으로 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 방법이 소개되었지만[10], 아직도 대부분의 슬라이딩 모드 제어기는 불확실 정보의 크기에 대한 초기 가정을 갖고서 슬라이딩 모드의 존재조건을 만

족하도록 제어 입력을 구한다. 실제 응용에서는 시스템 변수의 변동이나 외부 외란이 초기에 정한 불확실 정보의 크기 한계 이상으로 발생할 수 있고, 이때에는 슬라이딩 모드의 존재 조건이 성립하지 않으며 제어 성능은 상당히 나빠질 수 있다.

이 논문에서는, 슬라이딩 모드 제어기를 설계할 때 초기에 가정했던 시스템 정보의 불확실성 한계가 기대했던 크기 이상의 외부 외란이나 시스템 변수의 변동등에 의해 깨어졌을 때, 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 제어 성능을 향상시킬 수 있도록 다층구조 신경회로망을 이용하는 새로운 슬라이딩 모드 제어기를 제안한다. 오차 역전파 학습 알고리즘을 사용하는 다층구조 신경회로망은 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 제어 오차를 보상하는 보상기(compensator)로 사용되어진다. 제안하는 신경회로망 보상기(compensator)는 이미 결정된 슬라이딩 라인에서 실시간 학습(on-line learning) 작용을 한다. 신경회로망 보상기에 의해 적응적으로 발생하는 제어입력은 가정한 이상의 크기를 갖는 불특성 외란에 의해 슬라이딩 라인을 벗어난 시스템의 상태 변수값을 슬라이딩 라인에 도달하게 하여, 슬라이딩 모드의 존재조건을 만족시킬 수 있도록 한다. 또한, 제안하는 제어기는 기존의 슬라이딩 모드 제어기에서 연속 제어 입력값을 만들기 위해 사용하는 경계층 기법(boundary layer technique)에 의한 정상상태 오차를 감소시킬 수가 있다.

다음 장은 제안하는 신경회로망 보상기를 갖는 슬라이딩 모드 제어기의 설계 방법을 기술하며, BLDC motor 시스템의 위치제어에 대한 시뮬레이션 결과를 3장에서 보이고, 마지막 장에서 결론 및 향후 연구 과제를 설명한다.

### II. 신경회로망 보상기를 갖는 견실한 제어기의 설계

제어 입력의 설계를 위해 다음과 같은 단일 입력력을 갖는 시스템을 고려하자.

$$x_i = x_{i+1} \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (1)$$

접수일자 1999. 3. 29, 수정완료 1999. 11. 20

이민호 경북대학교 센서기술연구소/센서공학과

정순기 경북대학교 컴퓨터공학과

※ 본 논문은 과학기술부 뇌과학연구 개발 사업에서 지원하여 연구하였습니다.

$$\dot{x}_n = \sum_{i=1}^n a_i x_i + bu + d = \sum_{i=1}^n a_i^0 x_i + b^0 u + g \quad (2)$$

그리고

$$g = \sum_{i=1}^n \Delta a_i x_i + \Delta b u + d \quad (3)$$

이다. 여기서  $x_i$ 는 시스템 상태 변수를 나타내고,  $a_i$ 와  $b$ 는  $i$ 번째 시스템 변수이며,  $a_i^0$ 와  $b^0$ 는 각각  $a_i$ 와  $b$ 에 대해 이미 알고 있는 값이고,  $d$ 는 외부에서 인가되는 외란을 나타낸다. 여기서  $g$ 는 시스템에 대한 불확실성을 포함하는 미지 정보를 나타낸다.

(1)과 (2)에서 나타난 시스템의 제어기 설계를 위해 우선 다음과 같은 가정들을 생각한다.

가정 1 : (1)과 (2)로 표현되는 시스템의 변수와 외부 외란은 다음 식들과 같은 가정을 만족한다

$$a_i \in [a_{i\min}, a_{i\max}] \text{ for } i=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$b \in [b_{\min}, b_{\max}] \quad b_{\min} > 0 \quad (5)$$

$$d \in [d_{\min}, d_{\max}] \quad (6)$$

여기서  $a_{i\min}$ 과  $a_{i\max}$ 는 변수  $a_i$ 의 하한과 상한을 위한 각각의 한계값을 나타내고, 이미 알고 있는 값이지만 외부 외란이나 시스템 변수의 변동등에 의해 깨질 수 있다라고 가정한다.

가정 2 : (1)과 (2)에서 나타난 시스템은 관찰 가능하고, 제어 가능하다.

슬라이딩 라인  $\sigma$ 는 다음과 같이 정의되어진다

$$\sigma = \sum_{i=1}^n c_i x_i, \text{ 그리고 } c_n = 1 \quad (7)$$

여기서  $c_i$ 는 슬라이딩 라인의 동특성이 안정할 수 있도록 어떤 방법에 의해 설계되어야할 상수이다. 추적제어를 위한 슬라이딩 라인은 (7)의 상태변수  $x_i$ 를 원하는 상태 변수 값  $x_d$ 와의 차이,

즉  $\sigma = \sum_{i=1}^n c_i (x_i - x_{di}) = \sum_{i=1}^n c_i e_i$ 로 생각할 수 있다. 제안하는 제어기의 제어입력  $u$ 는 등가 제어 입력  $u_{eq}$ 와 슬라이딩 라인의 출력인 상태 궤환 제어기의 출력, 신경회로망 보상기의 출력  $u_{ne}$  및 떨림 제어입력  $\Delta u$ 의 합으로 만들어진다. 등가 제어입력  $u_{eq}$ 는 Nominal dynamics에서  $\dot{\sigma} = 0$ 를 만족시키는 입력으로써 정의된다

$$u_{eq} = -\frac{1}{b^0} \left( \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + \sum_{i=1}^n a_i^0 x_i \right) \quad (8)$$

그리고 신경회로망 보상기의 출력은 다음과 같다[11]

$$\begin{aligned} u_{ne} &= \sum_{i=1}^n u_{ni} x_i + u_{nd} \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^{N_1} w_{ij} h_j \right) x_i + \sum_{j=1}^{N_2} w_{0j} h_j \end{aligned} \quad (9)$$

이고

$$h_j = f \left( \sum_{k=1}^{N_1} w_{jk} x_k^d \right) \quad (10)$$

이다. 여기서  $N_1$ 과  $N_2$ 는 각각 신경회로망의 입력층 뉴런 수와 은닉층 뉴런의 수를 나타낸다. 그리고  $w_{ij}$ 는 출력층의  $i$ 번째 노드와 은닉층  $j$ 번째 노드의 연결 강도 (interconnection weight)를 나타내고,  $w_{jk}$ 는 은닉층의  $j$ 번째 노드와 입력층의  $k$ 번째 노드 사이의 연결 강도 (interconnection weight)를 나타낸다.  $f(\cdot)$ 는 Sigmoid 함수이고,  $h(\cdot)$ 는 은닉층 뉴런의 출력이며,  $x_k^d$ 은 원하는 상태 변수 값이며 신경망의 입력으로 사용된다[9,10]. 그리고, 신경회로망 보상기의 출력  $u_{ne}$ 는 오차 함수  $E = \sigma^2$ 을 감소시키는 방향으로 오류 역전파 학습알고리즘에 의한 온라인 학습절차에 의해 생성되어진다. 신경회로망 보상기의 연결강도(interconnection weight) 학습 알고리즘은 아래와 같다[13].

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial u_{ne}}{\partial w_{ij}} \sigma = -\eta \sigma h_j x_i \quad (11)$$

그리고,

$$\Delta w_{N+1, l} = -\eta \sigma h_l \quad (12)$$

또한

$$\Delta w_{jk} = \sum_{i=1}^n w_{ij} f' \left( \sum_{k=1}^{N_1} w_{jk} x_k^d \right) x_i^d \quad (13)$$

이다. 여기서  $f'(\cdot)$ 는 Sigmoid 함수  $f(\cdot)$ 의 미분을 나타낸다. 동적 시스템의 상태 변수들이 가정했던 크기 이상의 외부 외란이나 시스템 변수의 변동등에 의해 슬라이딩 라인을 벗어나게 될 때, (9)로 표현된 신경회로망 보상기는 학습오차  $\sigma^2$ 를 감소시킬 수 있도록 온라인으로 학습하여 시스템의 상태 변수값들을 슬라이딩 표면에 도달하게 할 수 있도록 적절한 제어 입력값을 추가로 발생하게 된다.

위의 학습 알고리즘을 갖는 신경회로망 보상기를 이용하는 견실한 제어기의 안정도 해석은 다음 정리 1과 같다.

정리 1 : 아래에서 나타난 제어 법칙을 (1)에서 (3)에 나타난 시스템에 인가하면 추적 오차는 점근적으로 0에 수렴한다.

$$u = u_{eq} + \Delta u + u_{ne} - k\sigma \quad (14)$$

여기서  $u_{eq}$ 와  $u_{ne}$ 는 (8)과 (9)에 의해서 각각 구해진다.  $k\sigma$ 는 상태 궤환 제어기의 출력 값을 나타내며  $k > 0$ 이다. 제어기의 떨림 제어입력은 아래와 같다.

$$\Delta u = -\rho \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \quad (15)$$

이고,

$$\rho = \hat{\Theta}^T \Psi = \sum_{i=1}^{n+2} \hat{\theta}_i \phi_i \quad (16)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i &\geq \theta_i^*, \quad i=1, 2, \dots, n+2, \text{ 그리고} \\ \Psi &= [\phi^{T, 1, 1}]^T = [\|x_1\|, \|x_2\|, \dots, 1, 1]^T \in R^{n+2}. \end{aligned}$$

$\theta'$  은

$$\theta' = [ u_{n1} \text{sgn}(x_1) \text{sgn}(\sigma) + \frac{a'_{1\max}}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}}, \dots, u_{nn} \text{sgn}(x_n) \text{sgn}(\sigma) + \frac{a'_{n\max}}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}}, u_{nd} \text{sgn}(\sigma) + \frac{d_{\max}}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}}, \frac{ah}{b} ]^T \in R^{n+2} \quad (17)$$

그리고  $a'_{\max} > \|\Delta a_i - a_i^0 - \frac{\Delta b}{b^0} c_{i-1}\|_{\max}$  이고  $\text{sgn}(\cdot)$  는

Signum 함수이다.  $\sigma$  는 양의 상수이다.

증명 : 다음과 같이 (1)에서 (3)으로 나타낸 시스템의 안정도를 위해 다음 (18)과 같은 Lyapunov 함수  $V$ 를 생각한다

$$V = \frac{1}{2\lambda} \sigma^2 \quad (18)$$

여기서  $\lambda$  는 양의 상수이다. Lyapunov 함수의 미분은 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{\lambda} \sigma \dot{\sigma} = \frac{1}{\lambda} \sigma ( \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i-1} + \sum_{i=1}^n a_i x_i + bu + d ) \quad (19)$$

(8)과 정리 1에서의 제어 입력  $u$ 를 이용하면 다음과 같다.

$$V = \frac{\sigma}{\lambda} \{ -\frac{\Delta b}{b^0} ( \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i + 1 + \sum_{i=1}^n a_i^0 x_i ) - bk\sigma + \sum_{i=1}^n \Delta a_i x_i + bu_{ne} + b\Delta u + d \} = \frac{\sigma}{\lambda} \{ bu_{ne} + b\Delta u + \sum_{i=1}^n ( \Delta a_i - \frac{\Delta b}{b^0} c_{i-1} - a_i^0 ) x_i - bk\sigma + d \} \quad (20)$$

여기서  $c_0 = 0$ 이다. 이다. 만약

$a'_{\max} > \|\Delta a_i - a_i^0 - \frac{\Delta b}{b^0} c_{i-1}\|_{\max}$  과  $d_{\max} = \|d\|_{\max}$  이면

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{1}{\lambda} b\Delta u + \frac{1}{\lambda} b\sigma u_{ne} + \frac{1}{\lambda} \|\sigma\| ( \sum_{i=1}^n a'_{i\max} \|x_i\| + d_{\max} ) - \frac{1}{\lambda} bk\sigma^2 \\ &= -\frac{1}{\lambda} \|\sigma\| ( b\rho - bu_{ne} \text{sgn}(\sigma) - \theta^T \Psi ) - \frac{1}{\lambda} bk\sigma^2 \quad (21) \end{aligned}$$

여기서,  $\theta = (a'_{1\max}, \dots, a'_{n\max}, d_{\max})^T \in R^{n+1}$  과

$\Psi = (\|x_1\|, \dots, \|x_n\|, 1)^T \in R^{n+1}$  이다.

(9)를 이용할 때,

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{\lambda} \|\sigma\| ( b\rho - b( \sum_{i=1}^n u_{ni} \|x_i\| \text{sgn}(x_i) + u_{nd} \text{sgn}(\sigma) - \theta^T \Psi ) - \frac{1}{\lambda} bk\sigma^2 \\ &= -\frac{1}{\lambda} \|\sigma\| b( \rho - \theta'^T \Psi' ) - \frac{1}{\lambda} bk\sigma^2 \quad (22) \end{aligned}$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} \theta' &= [ u_{n1} \text{sgn}(x_1) \text{sgn}(\sigma) + \frac{\theta_1}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}}, u_{nd} \text{sgn}(\sigma) + \frac{d_{\max}}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}} ]^T \in R^{n+1} \quad (23) \end{aligned}$$

이고

$$\Psi' = [ \Psi^T, 1 ]^T \in R^{(n+1)}. \quad (24)$$

이다. 만약  $\rho$ 가  $\theta'^T \Psi' + \frac{ah}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}}$ , 즉  $\hat{\theta}^T \Psi'$  이면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{\lambda} \|\sigma\| \frac{b\alpha\lambda}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}} - \frac{1}{\lambda} bk\sigma^2 \\ &= -\eta_1 \sigma^2 - \eta_2 \|\sigma\| \quad (25) \end{aligned}$$

이다. 여기서  $\eta_1 = \frac{1}{\lambda} bk > 0 \in R^1$  그리고

$$\eta_2 = \frac{b\alpha}{b^0 + \|\Delta b\|_{\min}} > 0 \in R^1 \text{ 이다}$$

그러면, Lyapunov 함수의 미분

$$V = -\eta_1 \sigma^2 - \eta_2 \|\sigma\| \leq -\eta_2 \|\sigma\| \text{ 이다.}$$

따라서, 슬라이딩 모드 존재성이 보장되며 추적오차는 슬라이딩 라인의 동적 상태 특성에 의하여 점근적으로 유한 시간 내에 0으로 수렴한다.

슬라이딩 모드 제어기 설계 방법에 의해 얻어진 제어 입력은 일반적으로 비교적 큰 값을 가지며, 떨림 현상을 포함하고 있다 서론에서 언급한 것처럼 제어 입력의 떨림 현상은 슬라이딩 모드 제어기의 실제 사용을 위해서는 해결되어야 할 문제이며, 최근까지 슬라이딩 라인 주위에 경계층을 두는 경계층 기법(boundary layer technique)이 주로 사용되어 왔다[6,7] 하지만, 경계층 기법은 떨림 입력을 연속적인 제어입력으로 변형시킬 수 있다 하더라도 정상 상태 오차가 존재할 수 있다. 신경회로망 보상기를 이용하는 제한한 제어기는 신경회로망 보상기의 실시간 학습과정을 통해서 정상 상태 오차를 줄일 수가 있다

다음은 연속적인 제어 입력이 사용되어질 때 신경회로망 보상기의 효과를 나타낸 것이다

참고 1 : 불연속 제어 동작에 의해 발생되어지는 제어 입력의 떨림 현상을 완화하기 위하여 연속적인 제어 법칙을 다음과 같이 정의한다.

$$u = u_{eq} + u_{ne} - k\sigma - \rho \frac{\sigma}{r(\|\sigma\|)} \quad (26)$$

여기서  $r(\|\sigma\|)$ 는 아래와 같은 양의 함수이다

$$r(\|\sigma\|) = \begin{cases} \|\sigma\| & \text{if } \|\sigma\| > \epsilon \\ \epsilon & \text{if } \|\sigma\| \leq \epsilon \end{cases} \quad (27)$$

그리고,  $\epsilon$  은 양의 상수이다.

다음 정리 2는 연속적인 제어 법칙을 사용할 때 제안하는 제어설계의 안정도 특성을 설명하고 있다 편의를 위해

$\Delta b$ 는 0이라고 가정을 하며,  $b$ 는 가정 1에서와 같이 positive definite으로 가정한다.

정리 2 : 참고 1에서 보여진 것과 같이 연속적인 제어 법칙을 사용하는 동안 추적오차는 모든 시간동안 uniformly ultimately bounded 된다

증명 : i) 만약  $\|d\| > \epsilon$ , 이면  $\Delta u = -\rho \frac{\sigma}{\|d\|}$  이다. Lyapunov 함수의 유도는 다음과 같다.

$$V \leq -\frac{1}{\lambda} \|d\| (b\rho - bu_{ne} \operatorname{sgn}(\sigma) - \theta^T \Psi) \quad (28)$$

여기서,  $\rho \geq u_{ne} \operatorname{sgn}(\sigma) + \frac{\theta^T \Psi}{b} + \frac{a\lambda}{b}$  이므로

$$\dot{V} < -\frac{1}{\lambda} \|d\| a\lambda = -a\|d\| < 0 \quad (29)$$

ii) 만약  $\|d\| \leq \epsilon$  이면,  $\Delta u = -\rho \frac{\sigma}{\epsilon}$  이다. 여기서 Lyapunov 함수의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{b}{\lambda} \rho \frac{\sigma^2}{\epsilon} \sigma u_{ne} + \frac{1}{\lambda} \theta^T \Psi \|d\| \\ &= \frac{1}{\lambda} \left( \theta^T \Psi \|d\| + b\sigma u_{ne} - b\rho \frac{\sigma^2}{\epsilon} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda} \|d\| \left( \theta^T \Psi + bu_{ne} \operatorname{sgn}(\sigma) - b\rho \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda} \|d\| \left( \theta^T \Psi + b \operatorname{sgn}(\sigma) \left( \sum_{i=0}^n u_{ni} x_i + u_{nd} \right) - b\rho \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda} \|d\| \left( \theta^T \Psi + \theta_n^T \Psi - b\rho \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

여기서,

$$\theta_n = [bu_{n1} \operatorname{sgn}(x_1) \operatorname{sgn}(\sigma), \dots, bu_{nm} \operatorname{sgn}(x_n) \operatorname{sgn}(\sigma), b \operatorname{sgn}(\sigma) u_{nd}]^T \in R^{n+1} \quad \text{이고,}$$

$$\Psi = [\|x_1\|, \dots, \|x_n\|, 1]^T \in R^{n+1} \quad \text{이다.}$$

$$\rho = \hat{\theta}_1^T \Psi = [\hat{\theta}_1 : \hat{\theta}_2]^T [\Psi_1 : \Psi_2] \quad \text{이므로,}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{\lambda} \|d\| \left( (\theta + \theta_n)^T \Psi \right. \\ &\quad \left. - b \frac{\|d\|}{\epsilon} (\hat{\theta}_1^T \Psi_1 + \hat{\theta}_2^T \Psi_2) \right) \end{aligned} \quad (31)$$

이다. 여기서  $\hat{\theta}_2 = \frac{a\lambda}{b}$  이고,  $\Psi_2 = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &\geq \theta_1 = [u_{n1} \operatorname{sgn}(x_1) \operatorname{sgn}(\sigma) + \frac{a \max 1}{b}, \dots, \\ &\quad u_{nm} \operatorname{sgn}(x_n) \operatorname{sgn}(\sigma) + \frac{a \max u}{b}, \operatorname{sgn}(\sigma) + \frac{a \max}{b}]^T \\ &= \frac{1}{b} [\theta + \theta_n]^T \in R^{n+1} \end{aligned}$$

이므로,  $\hat{\theta}_1 = \theta_1' + Z$ 로 정의하면,

여기서,  $Z = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n, \zeta_{n+1}]^T \in R^{n+1}$ 이며,  $\zeta_i > 0$ 이다. 그때,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{\lambda} \|d\| \left( (\theta + \theta_n) \left( 1 - \frac{\|d\|}{\epsilon} \right) \right. \\ &\quad \left. - b \frac{\|d\|}{\epsilon} Z^T \Psi - b \frac{\|d\|}{\epsilon} \hat{\theta}_2^T \right) \end{aligned} \quad (32)$$

따라서,  $\dot{V} < 0$ 를 위한  $\|d\|$ 의 영역은

$$\|d\| > \frac{(\theta + \theta_n)^T \Psi \epsilon}{(\theta + \theta_n)^T \Psi + b\gamma + a\lambda} \equiv \omega \quad (33)$$

그러므로, 설계되어진 제어입력에 의하여

$\|\sigma\| = \sum_{i=1}^n |c_i x_i|$ 는 영역  $\omega$ 안에 남게 되며, 상태  $x_i$ 는 슬라이딩 라인이 안정하게 설계되었다면 모든 시간  $t$ 에 대해서 Uniformly ultimately bound되어 있다. ■

참고 2 : 신경회로망 보상기가 사용되어지지 않고 연속적인 제어 입력이 사용되어진 경우,  $\dot{V} < 0$ 를 위한  $\|\sigma\|$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\|\sigma\| > \frac{\theta_n^T \Psi \epsilon}{\theta_n^T \Psi + b\gamma + a\lambda} \quad (34)$$

만약에  $\frac{\sigma}{\epsilon} < 1$  이라면, 연속적인 제어 입력이 사용될 때 신경회로망 보상기는 정상 상태의 제어 오차를 더욱 작은 값으로 만들 수 있을 것이다. 여기서  $\frac{\sigma}{\epsilon}$ 은 다음 (35)와 같다.

$$1 + \frac{\theta_n^T \Psi \epsilon a\lambda + \theta_n^T \Psi \epsilon b\lambda}{(\theta + \theta_n)^T \Psi \theta_n^T \Psi \epsilon + (b\gamma + a\lambda) \theta_n^T \Psi \epsilon} \quad (35)$$

만약  $\theta_n < 0$ 이면,  $\frac{\sigma}{\epsilon} < 1$  이 되고, 연속적인 제어 입력이 사용될 때 제어 오차는 더욱 작은 영역 내에 남게된다

그러므로, 연속적인 제어 법칙이 사용되어지는 경우 안정성을 향상시키기 위해서는 신경회로망 보상기의 학습을  $\theta_n < 0$ 이 될 때까지 진행해야 한다.

최적 슬라이딩 라인을 설계하기 위해 다음 (36)과 같은 성능 지수 함수를 고려한다.

$$I = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (X^T Q X + V^T R V) dt \quad (36)$$

여기서  $X$ 와  $V$ 는 각각 상태 벡터와 입력 벡터를 나타낸다.  $Q=Q^T$  와  $R=R^T$ 는 weighting 행렬이며,  $t_0$ 는 슬라이딩 모드 시작 시간이다. weighting 행렬  $Q$ 는  $Q=D^T D$ 에 의해서 결정되어진다. 여기서  $D$ 는  $1 \times n$  벡터이며 쌍(A,D)는 관찰 가능하다. 슬라이딩 모드가 일어나는 동안 원하는 동특성을 가지는 시스템을 설계하는 문제는 선형 상태 궤환 제어기 설계 문제(linear state feedback controller design problem)로 간주 할 수 있다 따라서, 최적 이득 행렬(optimal gain matrix)  $C$ 는 다음과 같은 최적 선형 규정 기법(optimal linear regulator technique)에 의해서 얻어진다.

$$C = -R^{-1} B^T P \quad (37)$$

여기서  $P$ 는 행렬 Riccati 방정식의 해이다.

III. 컴퓨터 모의 실험

제안된 방법의 효용성을 보이기 위해 다음과 같은 BLDC 시스템을 고려한다. 상세한 시스템 모델화의 절차와 이 논문에서 사용한 BLDC 시스템의 변수는 [3]에서 이용한 것과 같다. BLDC 시스템의 동특성은 다음과 같다.

$$\dot{X}_1 = AX + BU - f \tag{38}$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.667 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 76.667 \end{bmatrix}$$

$$\Delta a_1 = \pm 0.5, \Delta b = 0, f = 16.32 \sin(x_2). \tag{39}$$

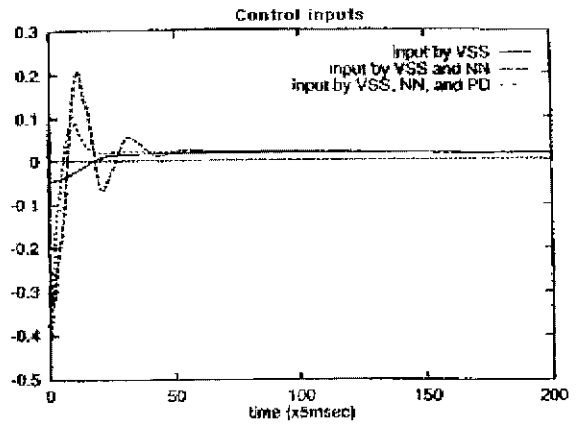
최적 슬라이딩 라인을 위한 성능 지수 함수는

$$J = \int_0^{\infty} (5x_1^2 + x_2^2 + 4u^2) dt \tag{40}$$

이다. Riccati 방정식으로부터, 슬라이딩 라인을 위한 최적의 gain C는 [-0.29125, -0.13575]이고, 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 표본(sampling) 시간은 5msec이다[14].

다음 그림 1의 (a) 와 (b)는 불특성 경계의 초기 가정이 맞을 때, 연속적인 제어 입력을 사용한 경우 regulation 문제에 대해 제어된 결과를 나타낸 것이다.

실선은 원하는 기준 단위 입력을 나타내고, 긴 점선은 슬라이딩 모드 제어기만 사용하였을 경우의 제어 출력이며, 짧은 점선은 슬라이딩 모드 제어기를 신경회로망 보상기와 함께 이용했을 때의 제어 출력을 나타낸다. 그리고 점선은 신경회로망 보상기와 슬라이딩 모드 제어기 외에도 상태 궤환 제어기(state feedback controller)를 함께 사용한 경우의 결과이다. 여기서 상태 궤환 제어기는 대상 시스템이 2차 시스템이므로 비례 미분(Proportion and Derivative(PD)) 제어기와 동가로 생각할 수 있다. 그림 1에서 보는 바와 같이 제안하는 신경회로망 보상기는 연속 제어 입력을 갖는 기존의 슬라이딩 모드 제어기가 가질 수 있는 정상 상태 오차(steady state error)를 상당히 줄일 수 있었으며, 온라인 학습 절차에 의해 보다 빠른 응답 특성을 보여 주고 있다



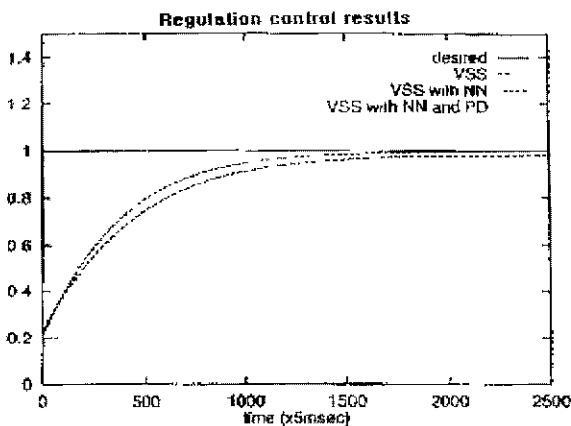
(b) 제어 입력

그림 1. 시스템의 불확실 변수의 크기에 대한 초기 r 과정이 만족되는 경우 레귤레이션 제어 결과.

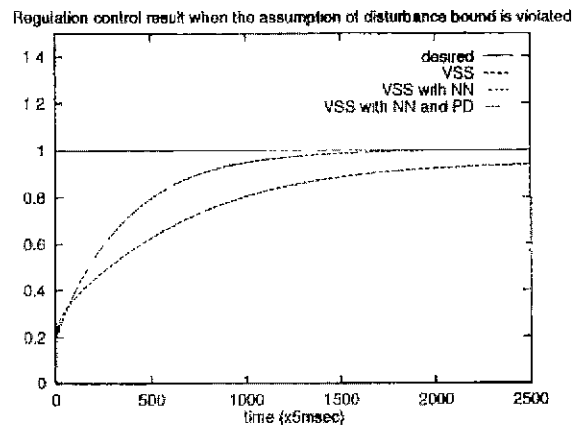
Fig. 1. Regulation control results when the bounds of system uncertainties are valid

그림 2와 3은 대상 시스템에 대한 불확실 정보의 초기 가정이 만족되지 않을 경우, 연속적인 제어 입력을 사용한 경우의 제어 결과를 나타내고 있다. 그림 2의 (a)와 (b)는 regulation 제어 결과 및 사용된 제어 입력을 각각 나타내고, 그림 3은 추적 문제의 제어 결과를 나타내고 있다. 그림 2와 그림 3의 (a)에서 실선은 원하는 궤적을 표현한 것이다. 그리고 긴 점선은 슬라이딩 모드 제어기만 사용하였을 경우의 제어된 출력을 나타낸 것이며, 짧은 점선은 신경회로망 보상기를 가변 구조 제어기와 함께 사용하였을 경우의 제어된 출력을 나타내었다. 그리고 점선은 상태 궤환 제어기(state feedback controller)와 신경회로망 보상기 그리고 슬라이딩 모드 제어기를 함께 이용한 경우의 제어 출력을 표현한 것이다.

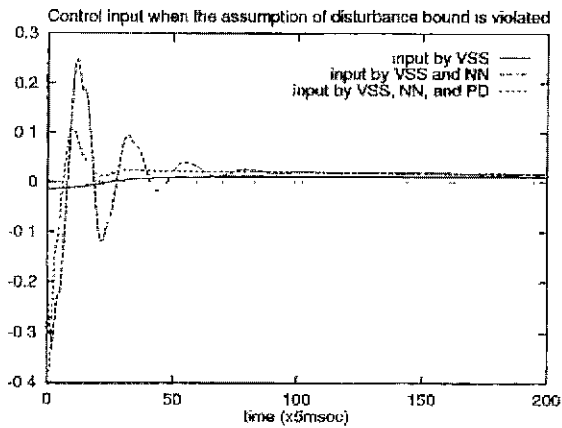
그림 3의 (b)는 각각의 경우에 대해 12.5초 동안의 제어 입력을 표현한 것이다 컴퓨터를 이용한 모의 실험 결과에



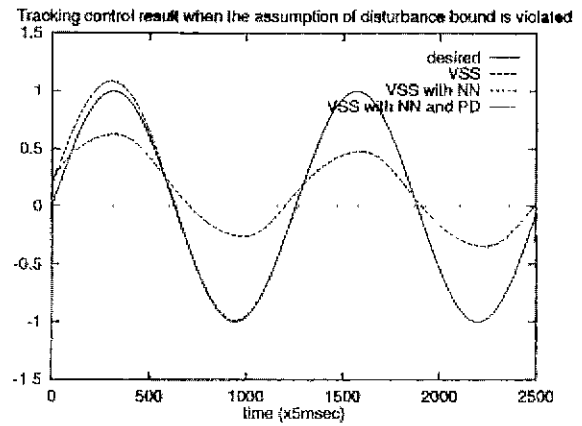
(a) 제어 결과



(a) 제어 결과



(b) 제어 입력



(a) 제어 결과

그림 2. 시스템의 불확실 변수의 크기에 대한 초기 가정이 만족되지 않는 경우 레귤레이션 제어 결과.

Fig 2. Regulation control results when the bounds of system uncertainties are not valid.

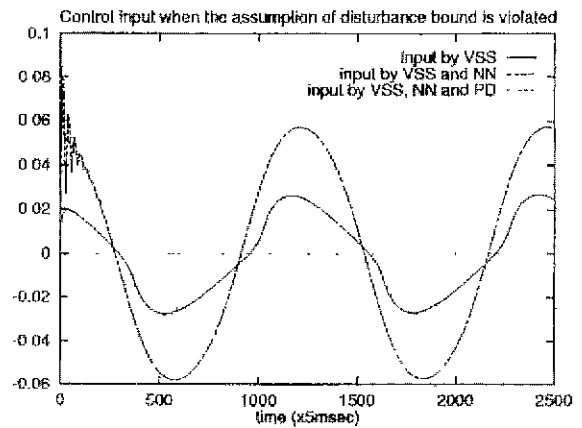
서 나타낸 것처럼, 제한한 제어기의 제어 성능은 슬라이딩 모드 제어기 설계시의 불확실 정보의 크기에 대한 초기 가정이 만족되지 않는 경우에도 제어 성능을 개선시킬 뿐만 아니라, 연속 제어 입력을 위해 사용한 경계층 기법 (boundary layer technique)의 정상 상태 오차를 개선시킬 수 있음을 알 수 있다.

IV. 결론 및 향후 연구 방향

이 논문에서는 신경회로망 보상기를 이용하는 새로운 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였으며, BLDC 모터 시스템을 이용한 컴퓨터 모의 실험으로 제안한 방법의 성능을 보였다. 제안하는 제어기는 기존의 슬라이딩 모드 제어기의 펄스 제어 입력을 연속적인 제어 입력으로 변환하기 위해 많이 이용되는 경계층 기법(boundary layer technique)에 의한 정상 상태 오차를 감소시킬 수 있으며, 시스템의 불확실 정보의 크기에 대한 초기 가정이 기대 했던 이상의 크기를 갖는 외부 외란이나 시스템 변수의 변동등에 의해 깨어지더라도, 신경회로망 보상기의 실시간 학습 작용에 의해 제어성능이 상당히 개선될 수 있다. 향후 연구과제로서, 제안한 제어기의 성능을 실험적으로 보이기 위한 연구가 진행 중에 있다.

참고문헌

[1] U. Itkis, Control Systems of variable structure, John Wiley & Sons, INC, New York, 1976.  
 [2] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding mode," *IEEE Trans on Automatic Control*, vol. AC-22, no. 2, pp. 212-222, 1977.  
 [3] J. H. Lee, J. S. Ko, S. K. Chung, D. S. Lee, and M. J. Youn, "Continuous variable structure controller for BLDDSM position control with prescribed



(b) 제어 입력

그림 3. 시스템의 불확실 변수의 크기에 대한 초기 가정이 만족되지 않는 경우 추적 제어 결과.

Fig 3 Tracking control results when the bounds of system uncertainties are not valid.

tracking performance," *IEEE trans. on Industrial Electronics*, vol. 41, no. 2, pp. 483-491, 1994.

[4] M. W. Spong, "On the robust control of robot manipulators," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 11, pp. 1782-1786, 1992.  
 [5] R. Gorez, "Conclusions of 5-year-investigations in sliding mode control of robot manipulators," *European Control Conf.*, F1029-5, pp. 102, 1999.  
 [6] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable structure cont"  
 [7] B. Curk and K. Jezernik, "Perturbation estimation in sliding modrol : A surver," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 40, no 1, pp. 2-22, 1993. "e motion control," *European Control Conf.*, F510, pp. 191, 1999.  
 [8] J. J. Slotine, "Sliding controller design for nonlinear systems," *International Journal of Control*, vol. 40, no. 2, pp. 421-434, 1984.

- [9] F. J. Chang and S. H. Twu, "Adaptive chattering alleviation of variable structure systems control," *IEE Proc. Part D*, vol. 137, no. 1, 1990.
- [10] D. S. Yoo and M. J. Chung, "A variable structure control with simple adaptation laws for upper bounds on the norm of the uncertainties," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 860-864, 1992.
- [11] D. Rumelhart, G. E. Hilton, and R. J. Williams, "Learning internal representation by error propagation," *Parallel Distributed Processing*, D. Rumelhart and J. McClelland(Eds.), vol. 1, MIT Press, 1986.
- [12] M. Lee, S. Y. Lee, and C. H. Park, "Neural controller of nonlinear dynamic systems using higher order neural networks," *Electronics Letters*, vol. 28, no. 3, pp. 276-277, 1992
- [13] M. Kawato, "Feedback-error-learning neural network for trajectory control of a robotic manipulator," *Neural Networks*, vol. 1, pp. 251-265, 1988.
- [14] T. L. Chern and Y. C. Wu, "An optimal variable structure control with integrated compensation for electrohydraulic position servo control system," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 39, no. 5, pp. 460-464, 1992.

### 이 민 호

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제5호, 참조



정 순 기

1990년 2월 경북대학교 컴퓨터공학과 졸업(공학사), 1992년 2월 한국과학기술원 전산학과 석사졸업(이학석사), 1997년 2월 한국과학기술원 전산학과 박사졸업(공학박사), 1997년 8월 ~ 1998년 8월 미국 메릴랜드대학교 방문연구자, 1998년 8월 ~ 현재 경북대학교 컴퓨터공학과 전임강사 관심분야는 가상현실, 모션 제어, 비전 시스템 등.