

# 차량의 능동형 현가장치를 위한 강인한 $H^\infty$ 제어기 설계

## A Robust $H^\infty$ Controller for Active Suspensions Based on a Full-Car Model

박종현, 김영석

(Jong Hyeon Park and Young Seok Kim)

**Abstract** : An  $H^\infty$  controller is designed for active suspensions of vehicles using 7-degree-of-freedom full-car model. Its performance robustness as well as stability robustness to system parameter variations and unmodelled dynamics are assured through the  $\mu$ -framework. The performance of the  $H^\infty$  controller is compared with that of a LQG controller in computer simulations. From the simulations, it is found that the active suspension with the  $H^\infty$  controller reduces the acceleration and motion of the sprung mass in the heaving, rolling, and pitching directions when the car is driven on a normal road or through an asymmetric bump. The suspension stroke and the road holding capability are also improved with a relatively small level of power consumption. Overall, the  $H^\infty$  controller shows a more robust performance than that of the LQG design.

**Keywords** : active suspension, robustness, full-car model,  $H^\infty$  controller

### I. 서론

자동차의 현가장치는 지면에서 전달되는 충격을 완화시키고 자동차의 안정된 자세를 유지시켜 쾌적하고 안전한 주행을 돕기 위해 사용된다. 기존에는 스프링과 속업소버(shock absorber)를 사용한 수동형 현가장치가 주류를 이루고 있었으나 고정된 특성을 가지고 있기 때문에 노면이나 차량의 상태에 따라서 적절히 대처할 수 없는 단점을 가지고 있다.

현대차량의 현가장치 설계자들은 운전자의 승차감, 구조적인 제약성, 그리고 노면 접지력을 향상시키려 능동형 현가장치에 많은 관심을 기울여 왔다. 승차감을 개선하기 위해서는 차체의 운동과 가속도를 줄여야 하고, 현가장치 설계시의 공간적인 이득을 얻고 주행 중인 차량에 과도한 피로가 생기지 않게 하기 위해서는 현가장치의 변위가 작아야 하며, 여러가지 노면에서 차량이 조종능력을 최대한 발휘하기 위해서는 타이어의 변형 정도가 작아야 한다.

1980년대 중반 이후에는 능동형 현가장치에 대한 여러가지 제어 법칙들이 적용되고 있지만 많은 연구들이 단순화된 2자유도 1/4 차량 모델에 국한 되어 온 것 또한 사실이다 [1, 2, 3, 4]. 1990년대에 몇몇 연구들이 [5, 6, 7] 차체의 수직 방향(heaving) 뿐만 아니라 롤링(rolling)과 피칭(pitching)을 제어하려고 시도하고 있으나 불확실성이 존재하는 플랜트에 강인성을 보장해 주지 못하고 있다.

한편 현가장치 변위를 이용한 LQG 레귤레이터(regulator) [2, 5]는 서로 상반되는 요구조건들 사이의 타협안을 제시할 수는 있지만 시스템의 파라미터 변화와 모델링에 포함되지 않은 동역학들에 대해서 안정도 강인성과 성능 강인성을 보장하지 못하는 결점을 가지고 있다. 그러한 결점을 극복하고자 최근에 Park과 Kim

은 7자유도 차량 모델을 기반으로 액츄에이터가 포함되지 않은 모델에 대해서 파라미터 변화에 대해 안정도와 성능을 보장하는 DVSC(Decentralized Variable Structure Control)를 설계하였다 [8].

본 논문에서는  $H^\infty$  최적 제어기와 현가장치 변위를 이용한 능동형 현가장치 설계를 차량의 7자유도 모델에 제시한다. 제안된  $H^\infty$  제어기의 성능을 LQG와 비교하기 위해서 공칭 플랜트에 서로 다른 2가지 노면 조건하에서 차량의 응답을 확인하였으며 여러가지 불확실성이 존재하는 플랜트에 대해서도 위의 시뮬레이션을 수행하였다.

2장에서는 7자유도 차량의 현가장치 모델을 제시하였고 3장에서는 LQG와  $H^\infty$  제어기를 설계하였으며 4장에서 제안된 제어기의 안정도와 성능 강인성을 평가하였고 LQG와의 시뮬레이션 결과 비교는 5장에 정리하였으며, 마지막으로 6장에서 결론을 내렸다.

### II. 차량 모델링

그림 1은 본 논문에서 사용된 차량 모델을 나타내며

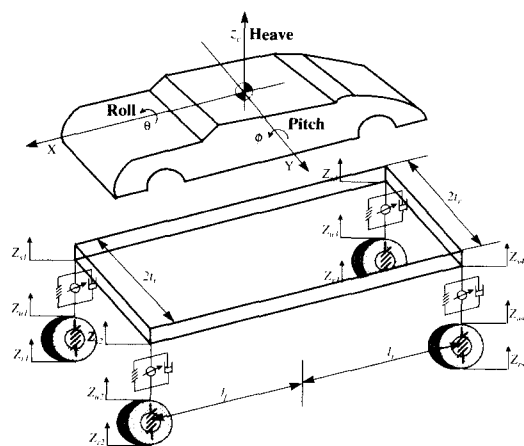


그림 1. 전차량모델도.

Fig. 1. Schematic diagram of the full-car model.

접수일자 : 1999. 1. 18., 수정완료 : 1999. 10. 5

박종현 : 한양대학교 기계공학과

김영석 : 대우자동차 기술연구소

5개의 부분, 즉 차시(chassis)인 스프링상 질량(sprung-mass)과 바퀴 4개의 스프링하 질량(unsprung-mass)으로 구성되어 진다[8].

스프링상 질량은 강체로 가정하고 히빙, 롤링, 피칭 방향의 자유도를 가지며 각각의 스프링하 질량은 수직 방향의 자유도만을 갖게 된다. 4개의 독립 현가장치 각각은 선형 스프링, 댐퍼, 그리고 차시와 차축 사이에서 힘을 발생시킬 수 있는 액츄에이터로 구성된다. 여기서 액츄에이터의 반응 속도는 전체 현가장치의 응답성보다 훨씬 빠르다고 가정하여 그 동역학은 무시하였다. 차량의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \cdot \ddot{p} = GB \cdot (\dot{z}_u - \dot{z}_s) + GK_v(z_u - z_s) + Gf_a \quad (1)$$

$$M_u \ddot{z}_u = B \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + K_v(z_s - z_u) + K_r(z_u - z_r) - f_a \quad (2)$$

여기서

$$p = [z_s, \theta, \phi]^T \in \mathbb{R}^3$$

$$z_s = [z_{s1}, z_{s2}, z_{s3}, z_{s4}]^T \in \mathbb{R}^4$$

$$z_u = [z_{u1}, z_{u2}, z_{u3}, z_{u4}]^T \in \mathbb{R}^4$$

$$z_r = [z_{r1}, z_{r2}, z_{r3}, z_{r4}]^T \in \mathbb{R}^4$$

$$f_a = [f_{a1}, f_{a2}, f_{a3}, f_{a4}]^T \in \mathbb{R}^4$$

이다.  $z_s, \theta, \phi$  는 차량의 무게 중심에서 스프링상 질량의 수직 방향 변위, 롤링 각도, 피칭 각도를 각각 나타내며  $z_{u1}, z_{u2}, z_{u3}, z_{u4}$  는 각각의 현가장치에서 스프링하 질량의 수직 변위, 스프링상 질량의 수직 변위, 노면의 수직 변위, 액츄에이터에서 발생되는 힘을 나타낸다. (1)과 (2)의 행렬들은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$M_s = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_s \end{bmatrix}, M_u = \begin{bmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & I_u & 0 \\ 0 & 0 & I_u \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_r \end{bmatrix}$$

$$K_{ss} = \begin{bmatrix} k_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_r \end{bmatrix}, K_t = \begin{bmatrix} k_{tf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{tf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{tr} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -l_f & l_f & -l_r & l_r \\ -l_f & -l_f & l_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$K_v = \begin{bmatrix} k_s + r_f/2 & -r_f/2 & 0 & 0 \\ -r_f/2 & k_s + r_f/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_s + r_r/2 & -r_r/2 \\ 0 & 0 & -r_r/2 & k_s + r_r/2 \end{bmatrix}$$

여기서 모든 파라미터에 대한 설명과 그 값들은 표 1에 정리되어 있다.

표 1. 사용된 차량모델의 파라미터.

Table 1. Parameters of the vehicle model used.

Parameters	Symbols	Values
Sprung mass	$m_s$	1,460 kg
Front unsprung mass	$m_f$	40 kg
Rear unsprung mass	$m_r$	35.5 kg
Roll moment of inertia of the sprung mass	$I_u$	460 kg·m <sup>2</sup>
Pitch moment of inertia of the sprung mass	$I_s$	2,460 kg·m <sup>2</sup>
Front suspension damping rate	$b_f$	1,290 N·s/m
Rear suspension damping rate	$b_r$	1,620 N·s/m
Front suspension stiffness	$k_f$	19,960 N/m
Rear suspension stiffness	$k_r$	17,500 N/m
Front anti-roll-bar stiffness	$r_f$	19,200 N·rad/m
Rear anti-roll-bar stiffness	$r_r$	9,600 N·rad/m
Front tire stiffness	$k_{tf}$	175,500 N/m
Rear tire stiffness	$k_{tr}$	175,500 N/m
Half the distance between the front wheels	$l_f$	0.761m
Half the distance between the rear wheels	$l_r$	0.755 m
Distance between the c.g. and the front axle	$l_s$	1.011 m
Distance between the c.g. and the rear axle	$l_r$	1.803 m

한편  $z_s$ 와  $p$ 는 다음과 같은 기구학적인 관계를 가지고 있다.

$$z_s = G^T p \quad (3)$$

(3)을 (1)과 (2)에 대입하면 다음과 같다.

$$M \ddot{z}_s + B \dot{z}_s + K_a z_s - K_b z_r = G_a f_a \quad (4)$$

여기서  $z^T := [p^T, z_u^T] \in \mathbb{R}^7$  이고 모든 행렬들은 알맞은 크기를 가지며 다음과 같이 정의된다.

$$M = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_u \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} GB_s G^T & -GB_s \\ -B_r G^T & B_r \end{bmatrix}$$

$$K_a = \begin{bmatrix} GK_{ss} G^T & -GK_{ss} \\ -K_{tt} G^T & K_{tt} + K_{ss} \end{bmatrix}$$

$$K_b = \begin{bmatrix} 0 \\ K_r \end{bmatrix}, G_a = \begin{bmatrix} G \\ -I \end{bmatrix}$$

상태 변수를  $v^T := [z^T, \dot{z}^T] \in \mathbb{R}^{14}$  로 선정하면 (4)로부터 다음과 같은 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{v} = \Phi v + \Gamma f_a + F z, \tag{5}$$

여기서

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K_a & -M^{-1}B_s \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}G_a \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}K_b \end{bmatrix}.$$

이제 시스템에 사용되는 160ms의 정착시간을 갖는 유압 액추에이터의 동역학을 단순화하여, 다음과 같은 40ms의 시정수를 갖는 1차 시스템으로 액추에이터의 모델을 고려한다.

$$H_u(s) = \frac{1}{0.04s + 1} \tag{6}$$

이것을 상태공간 모델로 변화시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a u \\ f_a &= C_a x_a + D_a u \end{aligned} \tag{7}$$

(5)와 (7)로부터 상태변수를 아래와 같이 정의 한다면,

$$s^T := [v^T \quad x_a^T] \in R^{18} \tag{8}$$

액추에이터가 고려된 상태공간 차량 모델은 다음과 같다.

$$\dot{s} = A_s s + B_{s1} z_s + B_{s2} u \tag{9}$$

여기서  $u \in R^4$ 는 제어 입력이고

$$A_s = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma C_a \\ 0 & A_a \end{bmatrix}, B_{s1} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}, B_{s2} = \begin{bmatrix} \Gamma D_a \\ B_a \end{bmatrix}.$$

### III. 제어기 설계

#### 1. LQG 제어기 설계

노면 입력은 백색 잡음이 1차 필터를 통과한 신호라고 간주하였고 필터 파라미터는 포장된 도로를 기준으로 Hac의 논문을 참조하여 1차함수의 시정수를 0.1로 선정하였다[1].

LQG 제어기는 차시 가속도와 현가장치의 변위, 타이어의 변위, 제어 입력에 대해서 가중치를 조정하여 다음의 비용 함수를 최소화 시키도록 설계할 수 있다.

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t \left[ \begin{aligned} &\rho_1 \dot{z}_c^2 + \rho_2 \dot{\theta}^2 + \rho_3 \dot{\phi}^2 \\ &+ \rho_4 \sum_{i=1}^4 (z_{si} - z_{ui})^2 \\ &+ \rho_5 \sum_{i=1}^4 (z_{ui} - z_{ri})^2 + \rho_6 \sum_{i=1}^4 f_{wi}^2 \end{aligned} \right] dt \tag{10}$$

표 2.  $H^\infty$  제어를 위한 가중치.

Table 2. Weighting factors for  $H^\infty$  control.

$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	$\rho_5$	$\rho_6$
$1 \times 10^5$	$3 \times 10^5$	$3 \times 10^5$	$1 \times 10^8$	$1 \times 10^8$	1

위에서 사용된 가중 요소의 값은 Barak의 논문을 기준

으로 표 2에 나타내었고[5], 또한 백색 잡음으로 가정된 입력 외란과 측정 노이즈에 대한 공분산  $Q_0$ 와  $R_0$ 는 각각  $5.1 \times 10^{-3}$ 과  $1 \times 10^{-7}$ 로 선정하였다[1, 16].

#### 2. $H^\infty$ 제어기 설계

$H^\infty$  제어기 설계에 사용되는 2블럭 구조를 가지기 위해서 (9)의 차량 모델이 그림 2와 같이 변환되었다. 여기서  $w$ 는 노면 입력과 측정 노이즈를 나타내며  $u$ 는 제어 입력을,  $y$ 는 현가장치의 변위를 각각 표시하며  $z$ 는 스프링상 질량의 가속도, 현가장치 변위, 스프링상 질량의 변위, 그리고 제어 입력으로 구성된다. 위에서 사용된 가중 인자들은 표 3에 나타내었고 스프링상 질량의 가속도와 현가장치 변위를 위한 가중 함수는 다음과 같다. 이 가중함수는 입력에 대한 스프링상 질량의 가속도 및 현가장치 변위의 개루프 전달함수를 구하여 그 개루프 시스템 성능을 주파수 영역에서 확인한 후 이것을 주파수 영역상에서의 기준목표성능 값과 비교하여 이에 맞도록 주파수 특성을 선정하였고, 이것의 DC 이득은 각 성능지수의 최대 허용값의 역을 이용하여 결정된 뒤 최종 DC 이득을 시뮬레이션을 통해 조정하여 최종 확정하였다.

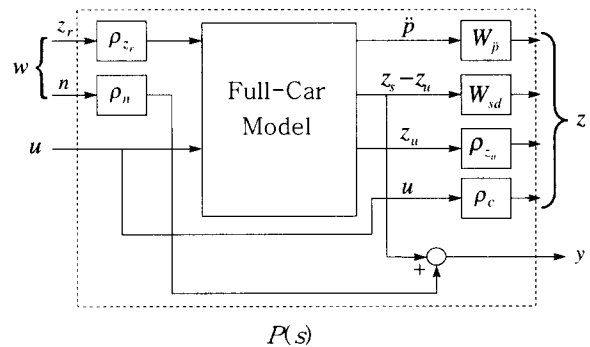


그림 2. 전차량 모델의 확장 블록선도.

Fig. 2. Block diagram augmentation of the full-car model.

$$\begin{aligned} W_{sc} &= \frac{0.002(s+1200)}{s+120}, W_\theta = \frac{0.003(s+1200)}{s+120}, \\ W_\phi &= \frac{0.005(s+1200)}{s+120}, W_{sd,i} = \frac{0.05(s+1200)}{s+120}, \end{aligned} \tag{11}$$

단  $i=1, \dots, 4$

그림 2의 확장된 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \tag{12}$$

여기서  $x \in R^{25}$ 는 확장된 상태 변수이고  $w \in R^8$ ,  $y \in R^4$ ,  $u \in R^4$ 이다.

위의 시스템은 단지 현가장치의 변위만을 피드백 받기 때문에 (12)에서  $D_{11}=0, D_{22}=0$ 가 되며,  $(A, B_2, C_2)$ 가 안정 가능하고 관측 가능하게 된다. 또한 시스템  $(A, B_2, C_1, D_{12})$ 와  $(A, B_2, C_1, D_{21})$ 가 허수축 상에 다변수 영점

을 가지지 않으므로 이 시스템을 안정화시킬 수 있는 제어를 비교적 용이하게 구할 수 있다.

(12)로부터  $w$ 에서  $z$ 로의 전달 함수 행렬을  $T_{zw}$ 로 정의하면, (13)의 조건을 만족시키는 최적 제어를 (14)에서 두개의 Algebraic Riccati Equation(ARE)을 풀어 구할 수 있다[9, 10].

$$\|T_{zw}\|_{\infty} < \gamma \quad (13)$$

표 3.  $H^{\infty}$  제어를 위한 가중치.

Table 3. Weighting factors for  $H^{\infty}$  control.

$\rho_{z_r}$	$\rho_n$	$\rho_{z_w}$	$\rho_c$
0.02	0.005	1	0.0001

$$X_{\infty} = Ric \left( \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ -C_1^T [D_{11} \ D_{12}] \end{bmatrix} \right. \\ \left. \times R^{-1} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1 & B^T \end{bmatrix} \right)$$

$$Y_{\infty} = Ric \left( \begin{bmatrix} A^T & 0 \\ -B^T B_1 & -A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C^T \\ -B_1 [D_{11} \ D_{21}] \end{bmatrix} \right) \\ \times \tilde{R}^{-1} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^T & C \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서,  $X_{\infty}$ 와  $Y_{\infty}$ 는 각각 제어기와 관측기 쪽의 Riccati 대수방정식을 만족시키는 행렬이고,  $\rho(X_{\infty} Y_{\infty}) = \lambda_{\max}(X_{\infty} Y_{\infty}) < \gamma^2$ 이며  $R$ 과  $\tilde{R}$ 는  $D$ 와  $\gamma$ 에 의해서 정의된다.

본 논문에서 구한  $\gamma_{\min}$ 값은 0.32 이지만 안정도 강인성을 위해서  $\gamma$ 값이 0.42에 해당하는 준최적 제어가 설계되었다.

#### IV. 안정도 강인성 및 성능 강인성

실제의 플랜트는 비선형이고 시스템의 파라미터는 작동점에 따라서 변화하기 때문에 여러가지 불확실성에도 강인하게 시스템을 안정화시킬 수 있는 제어가 요구된다.

사시의 질량과 타이어 강성이 공칭 상태에서  $\pm 10\%$  변화 되었을 때, (12)는 다음과 같이 변경되어 진다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B_1 + \Delta B_1)w + (B_2 + \Delta B_2)u \quad (15)$$

여기서  $\Delta A$ ,  $\Delta B_1$ , 그리고  $\Delta B_2$ 는 시스템과 입력 행렬의 파라미터 변화로 인한 양들이며  $H$ 와  $S_i$  행렬은 다음과 같은 조건을 만족시키도록 설정되어 진다 [12].

$$[\Delta A \ \Delta B_1 \ \Delta B_2] = H \cdot \Delta [S_0 \ S_1 \ S_2] \quad (16)$$

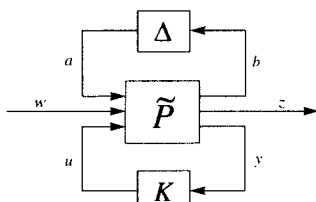


그림 3. 확장된 전차량의 변형된 블록선도.

Fig. 3. Modified block diagram of the augmented model.

여기서  $\Delta \in R^{18 \times 28}$ 는 고려된 파라미터 불확실성을 나타내며 블록 대각선 행렬이 된다. 또한  $H \in R^{25 \times 18}$ ,  $S_0 \in R^{28 \times 25}$ ,  $S_1 \in R^{28 \times 8}$ ,  $S_2 \in R^{28 \times 4}$ 는 시스템과 입력 행렬의 불확실성 요소들의 최대 크기를 정의하므로  $\Delta$ 는 그림 3의 구조를 가지고 크기가 1보다 작게 된다.

이때 변경된 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} H & B_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ w \end{bmatrix} + B_2 u$$

$$\begin{bmatrix} b \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ C_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & S_1 \\ 0 & D_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} u$$

$$y = C_2 x + \begin{bmatrix} 0 & D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ w \end{bmatrix} + D_{22} u \quad (17)$$

하위 선형 분수 변환을 사용하면 입력  $u$ 에서 측정된 출력  $y$ 까지 플랜트 주변의 제어기 피드백 루프를 새로운 시스템 내부에 포함시킬 수 있고 그때의 전달함수 행렬  $M$ 은 그림 4와 같이 정의될 수 있다.

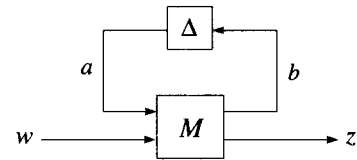


그림 4.. 불확실성 블록에서 본 전달함수 행렬.

Fig. 4. Transfer function matrix seen by the uncertainty block.

폐루프 시스템의 성능 강인성을 평가하기 위해서 다음과 같이 확장된 불확실성  $\tilde{\Delta}$ 을 정의하자.

$$\tilde{\Delta} = \left( \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix} ; \Delta_p \in C^{8 \times 15} \right) \quad (18)$$

여기서  $\Delta_p$ 는 가상의 성능 불확실성 블록이며 크기는 역시 1보다 작다.  $\mu$ 해석 이므로로부터 그림 4에 보여진  $M$ 이 안정하고 다음의 조건을 만족한다면 그림 3의 시스템은 안정하고  $\|T_{zw}\|_{\infty} < 1$ 가 된다 [11, 13, 15].

$$\max_{\omega} \mu_{\tilde{\Delta}} \{ M(j\omega) \} < 1 \quad (19)$$

안정도와 성능 강인성을 평가하기 위해서  $M$ 의  $\mu$ 선도를 그림 5에 나타내었다. 그림 5에서  $H^{\infty}$  제어기는 불확실성이 존재하는 플랜트에서 안정도 강인성과 성능 강인성을 유지하지만 LQG는 그렇지 못함을 나타내고 있다. 그것은  $H^{\infty}$  제어기의  $\mu$ 선도의 최대치가 0.98로써 1보다 작은 값을 갖는 것으로부터 확인할 수 있으며 결론적으로 액추에이터 동역학을 고려한 그림 3의 시스템은 파라미터 불확실성  $\Delta$ 가 존재할 때 안정하며 성능 강인성을 보장받게 된다.

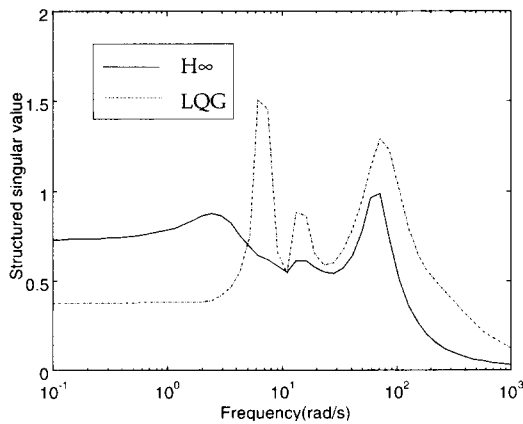


그림 5. 안정 및 성능 강인성.  
Fig. 5. Stability and performance robustness.

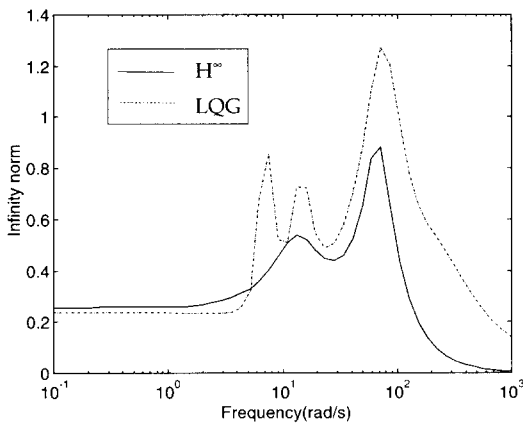


그림 6. 공칭 성능.  
Fig. 6. Nominal performance.

또한 불확실성이 없는 공칭 플랜트에 대한 설계된 제어기의 공칭 성능을 LQG의 것과 비교하기 위해 그림 6에  $T_{zw}$ 의 최대 특이값 선도를 나타내었다. 여기서,  $H^\infty$  제어기가 LQG보다 더 나은 성능을 보임을 알 수 있다. 특히 [2]가 지적한 현가장치 설계에 중요한 주파수 영역인 1 Hz부터 10 Hz까지에서는  $H^\infty$  제어기의 능이 더 우수하였다. 이 결과는 액츄에이터를 무시하고 설계한 Barak의 LQG제어기[5]에 사용된 비용함수가 액츄에이터가 고려될 경우에는 부적합하다는 것을 지적하고 있다.

**V. 시뮬레이션**

능동형 현가장치를 위한 시뮬레이션으로 특정 주파수 영역에 대한 차량의 응답과 시간 영역에서의 응답의 최대치를 비교하기 위해서 보통 노면과 범프 입력이라는 두가지 형태의 노면 입력이 공칭 플랜트에 사용되었다 [16]. 또한 차량에 여러가지 불확실성이 포함된 경우에도 위의 두 가지 시뮬레이션을 수행하였다.

**1. 보통 노면에서의 응답**

차량은 보통의 노면 위에서 80 km/hr의 속력으로 주행한다. 각각 좌, 우륵에 입력되는 노면에 대한 PSDs (Power Spectral Densities)를 그림 7과 8에 나타내었다.

히빙(heaving) 가속도, 피칭(pitching) 각가속도, 롤링(rolling) 각가속도, 우측 후륵의 현가장치 변위, 좌측 전륵의 타이어 변위, 그리고 우측 전륵의 동력 소비량의 PSDs를 각각 그림 9-14에 나타내었다. 여기서, 소모동력은 순간적으로 액츄에이터가 발생하는 힘에 그 때의 현가장치의 속도를 곱한 값을 사용하였다.

사시의 공진 주파수는 1Hz 부근의 저주파 영역이고 각 바퀴의 공진 주파수는 10Hz 부근에서 형성되므로 승차감 향상을 위해서는 저주파 영역에서, 차량의 조종 안정성을 위해서는 상대적으로 고주파 영역에서 PSDs가 작아야 한다. 그림 9와 10으로부터  $H^\infty$  제어기는 히빙 가속도와 피칭 각가속도에서 LQG보다 특히 저주파수 영역에서 작은 값을 나타내고 있다. 그리고, 그림 11로부터 롤링 각가속도는 비슷한 값을 보이고 있음을 알 수 있다. 비록 사람마다 차이는 있고 진폭의 크기에 달리지지만, 롤링과 피칭, 즉 회전운동의 가속도에서 가장 인간에게 민감한 주파수 영역은 0.5-1 Hz 근방이며 이 근방에서 사람들은 어지럼증을 느끼게 된다고 알려져 있다[17]. 또 그림 12, 13 및 14로부터 알 수 있듯이, 현가장치 변위와 타이어 변위에 관해서는  $H^\infty$ 가 LQG보다 훨씬 더 나은 성능을 보이고 있으며 동력 소비량의 측면에서도  $H^\infty$ 가 LQG보다 상당한 이득을 얻는 것을 볼 수 있다.

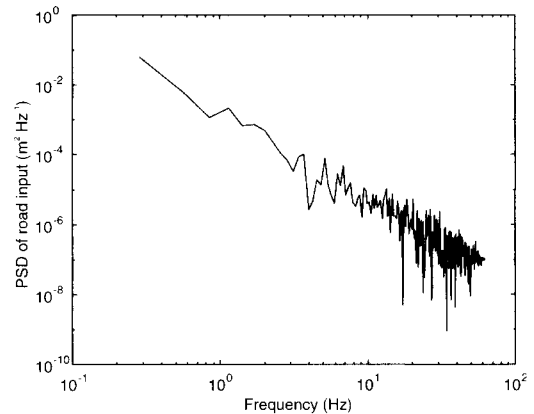


그림 7. 좌륵 도로 입력의 PSD.  
Fig. 7. PSDs of the left wheel road input.

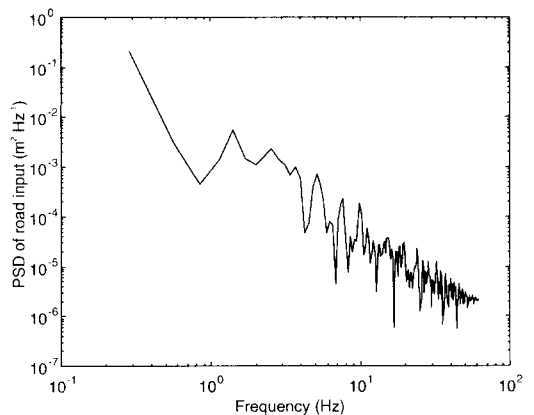


그림 8. 우륵 도로 입력의 PSD.  
Fig. 8. PSDs of the right wheel road input.

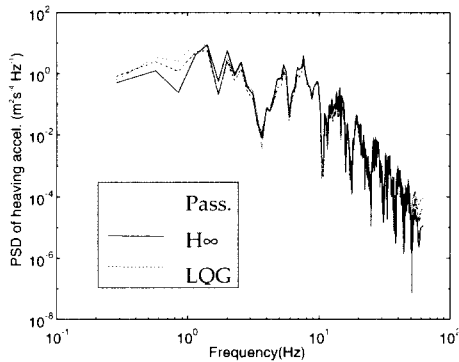


그림 9. 히빙 가속도의 PSD.  
Fig. 9. PSDs of the heaving acceleration.

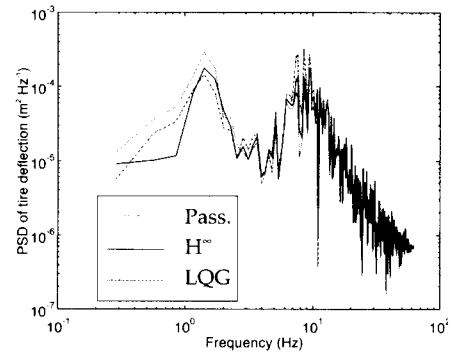


그림 13. 좌측전륜 타이어 변형의 PSD.  
Fig. 13. PSDs of the front left wheel tire deflection.

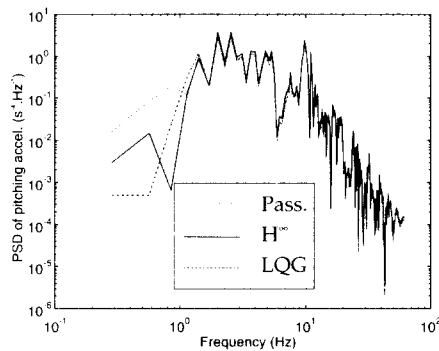


그림 10. 피칭 각가속도의 PSD.  
Fig. 10. PSDs of the pitching angular acceleration.

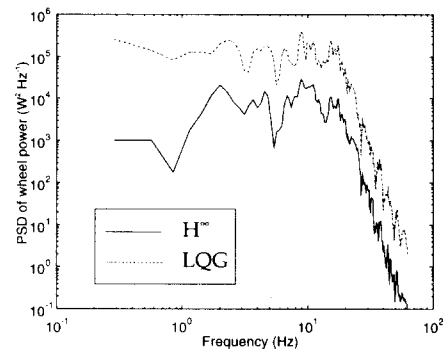


그림 14. 우측전륜에서의 소모동력의 PSD.  
Fig. 14. PSDs of the front right wheel power.

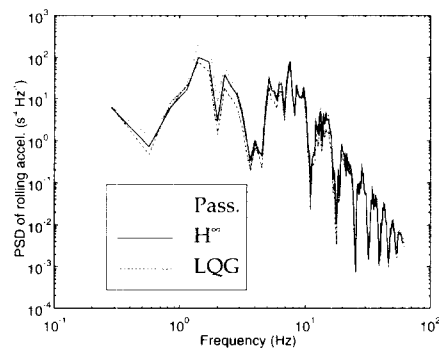


그림 11. 롤링 각가속도의 PSD.  
Fig. 11. PSDs of the rolling angular acceleration.

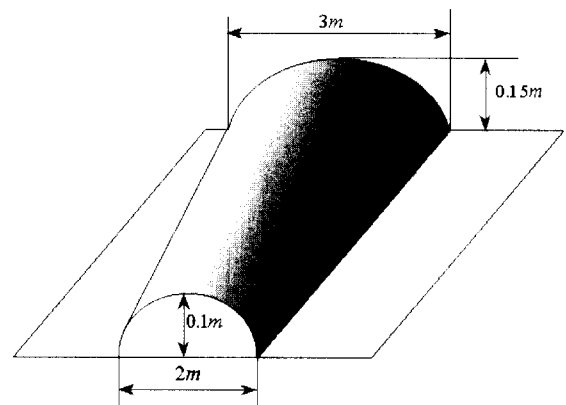


그림 15. 비대칭 범프.  
Fig. 15. Asymmetric bump.

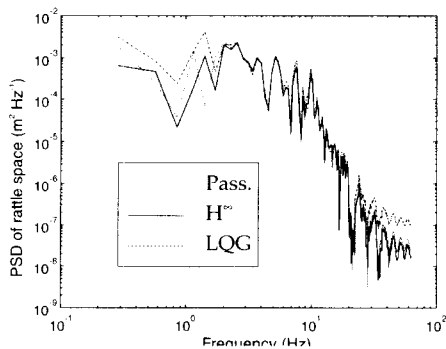


그림 12. 우측 전륜 현가변위의 PSD.  
Fig. 12. PSDs of the rear right wheel rattle space.

2. 범프 입력에서의 응답

차량은 그림 15의 비대칭 범프 위를 35 km/hr의 속력으로 주행한다. 그때의 히빙 속도, 피칭 각변위, 좌측 전륜의 현가장치 변위, 좌측 전륜의 동력 소비량을 각각 그림 16-19에 나타내었다.

$H^\infty$  제어기는 히빙 속도와 피칭 각변위에서 LQG보다 작은 수준의 값들을 유지하고 있다(그림 16, 17). 또한 그림 18과 19를 통해서 상당히 작은 현가장치 변위와 동력 소비량을 나타냄을 알 수 있다.

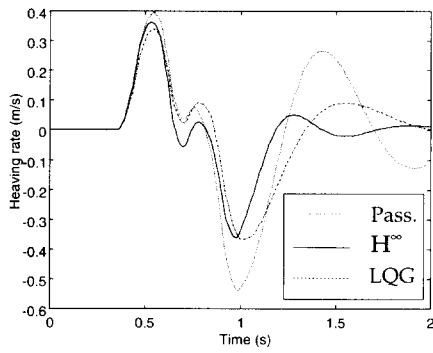


그림 16. 차시의 히빙율.  
Fig. 16. Heaving rate of the chassis.

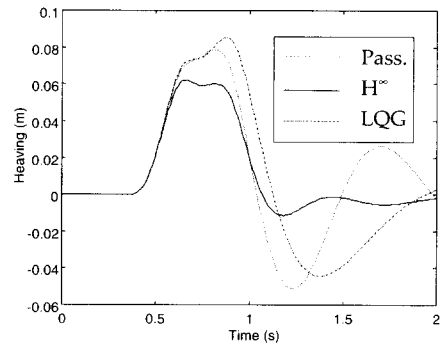


그림 20. 차시의 히빙 변위.  
Fig. 20. Heaving displacement of the chassis.

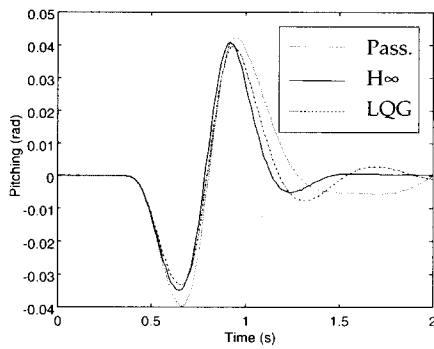


그림 17. 차시의 피칭 변위.  
Fig. 17. Pitching displacement of the chassis.

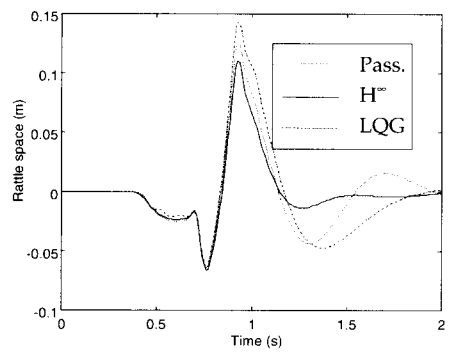


그림 21. 우측 전륜의 현가 변위.  
Fig. 21. Rattle space of the rear right wheel.

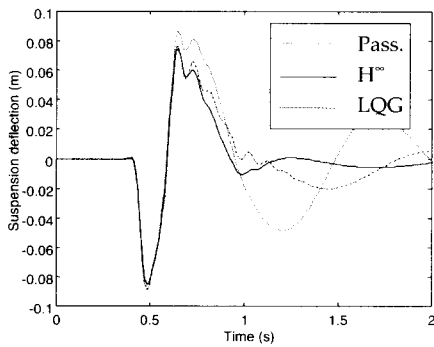


그림 18. 좌측 전륜에서의 현가 변위.  
Fig. 18. Suspension deflection of the front left wheel.

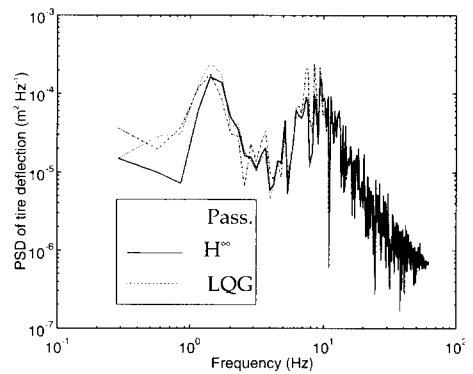


그림 22. 좌측 전륜 타이어 변위의 PSD.  
Fig. 22. PSDs of the front left wheel tire deflection.

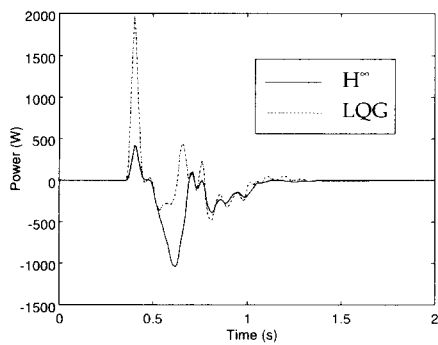


그림 19. 좌측 전륜에서의 동력.  
Fig. 19. Power of the front left wheel.

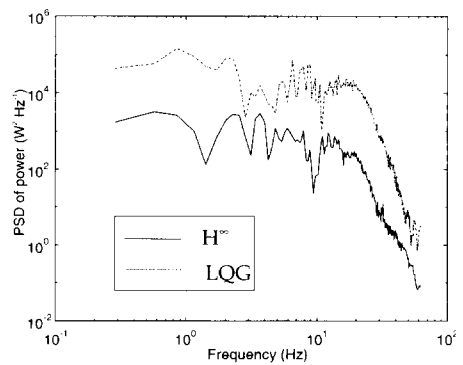


그림 23. 우측 후륜에서의 제어 동력의 PSD.  
Fig. 23. PSDs of the rear right control power.

### 3. 모델 불확실성에 대한 응답

액추에이터 동역학이 포함되고 파라미터 변화가 일어났을 경우에 차량의 응답과 안정성이 비교된다. 사시의 질량과 타이어 강성을 공칭상태에서  $\pm 10\%$  변화시켰다. 범프 입력과 보통 노면에 대한 차량의 응답을 그림 20-23에 나타내었다.

$H^\infty$  제어기는 사시의 운동과 현가장치의 변위, 그리고 타이어 변위 및 동력 소비량의 측면에서 모두 공칭상태의 플랜트에서와 비슷하게 좋은 성능과 안정성을 유지하는 반면, LQG는 심지어 수동형 현가장치 보다도 좋지 않은 측면을 보이고 있다.

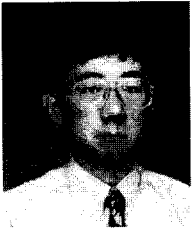
## VI. 결론

차량의 7자유도 모델에 대한  $H^\infty$  제어를 주파수 영역 가중함수의 기초 위에서 설계하였으며 액추에이터 동역학이 포함되고 시스템의 파라미터 변화가 일어났을 때도 안정도 강인성과 성능 강인성이  $\mu$ -해석을 통해서 보장됨을 확인 할 수 있었다. 현가장치의 성능을 평가하기 위해서 공칭 플랜트에 대해서 보통 노면 주행과 비대칭 범프 통과때의 차량의 응답을 확인하였으며 액추에이터 동역학과 파라미터 변화가 일어난 플랜트에 대해서도 동일한 시뮬레이션을 수행하였다. 공칭 플랜트와 실제 여러가지 불확실성 요소가 포함된 플랜트에 대해서 제안된  $H^\infty$  제어기는 LQG보다 더 나은 성능을 보였으며 동력 소비량의 측면에서도  $H^\infty$  는 LQG보다 상당한 이득을 보였다.

## 참고문헌

- [1] A. Hac, "Adaptive control of vehicle suspension," *Vehicle System Dynamics*, vol. 16, pp. 57-74, 1987.
- [2] C. Yue, T. Butsuen, and J. K. Hedrick, "Alternative control laws for automotive active suspensions," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 111, pp. 286-291, 1989.
- [3] L. R. Ray, "Robust linear-optimal control laws for active suspension systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 114, pp. 592-598, 1992.
- [4] P. Michelberger, L. Palkovics, and J. Boker, "Robust design of active suspension system," *Int. J. of Vehicle Design*, vol. 14, pp. 145-165, 1993.
- [5] P. Barak and D. Hrovat, "Application of the LQG approach to design of an automotive suspension for three-dimensional vehicle models," *Proc. of IMechE*, pp. 11-26, 1988.
- [6] D. A. Crolla and M. B. A. Abdel-Hady, "Active suspension control: performance comparisons using control laws applied to a full vehicle model," *Vehicle System Dynamics*, vol. 20, pp. 107-120, 1991.
- [7] I. Cech, "A full-car roll model of a vehicle with controlled suspension," *Vehicle System Dynamics*, vol. 23, pp. 467-480, 1994.
- [8] J. H. Park and Y. S. Kim, "Decentralized variable structure control," *Proc. of IEEE Conf. on Control Applications*, Trieste, Italy, September, 1998.
- [9] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulae for All stabilizing controllers that satisfy an  $H^\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity," *System and Control Letters*, vol. 11, pp. 167-172, 1988.
- [10] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-space solutions to  $H_2$  and  $H^\infty$  control problems," *IEEE Trans, Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989.
- [11] A. Packard, J. Doyle, and G. Balas, "Linear multivariable robust control with a  $\mu$  perspective," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 115, pp. 426-438, 1993.
- [12] K. R. Lee, D. C. Oh, and H. B. Park, "Robust  $H^\infty$  performance controller design with parameter uncertainty and unmodeled dynamics," *Journal of Korean Control, Automation and Systems Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 9-16, 1997.
- [13] G. Balas and A. Packard, "The structured singular value ( $\mu$ ) framework," in *Control Handbook* (W. S. Levine, ed.), CRC Press, 1996.
- [14] J. M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*. Addison Wesley, 1989.
- [15] K. Zhou, J. Doyle, and K. Glover, *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, 1996.
- [16] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, 1992.
- [17] D. Bastow and G. Howard, *Car Suspension and Handling*, SAE, 1993.



**박종현**

1958년 3월 19일생, 1981년 서울대학교 기계공학과 졸업, 1983년 MIT 석사, 1991년 MIT 박사. 1983-1986년 한국과학기술연구원 연구원, 1991-1992년 Brooks Automation 시스템 엔지니어, 1999.1-2 일본 와세다 대학 방문연구원. 1992년-현재 한양대학교 기계공학부 부교수. 주요관심분야는 차량동역학/제어 및 로봇제어.

**김영석**

1972년 10월 23일생. 1996년 한양대학교 정밀기계공학과 졸업, 1999년 동 대학원 석사. 1999년 3월-현재 대우자동차 기술연구소 연구원. 주요관심분야는 차량동역학, 비선형제어, 강인제어.