δ-연산자를 이용한 강인한 모델 추종형 서보 제어 시스템의 구성에 관한 연구

A Design on Robust Model Following Servo System Using δ-Operator

김 정 택, 황 현 준
(Chung-Tek Kim and Hyun-Joon Hwang)

Abstract : In the fast sampling limit, the delta operator model tends to the analog system model. This fundamental property of the delta operator model unifies continuous and discrete time control system. In this paper, we study robust linear optimal model following servo system in the presence of disturbances and parameter perturbations. A technique to directly design the generalized differential operator based unified control system that covers both differential operator based continuous time and delta operator based discrete time case is presented. The quadratic criterion function for a linear system is used to design the robust unified servo control system. The characteristics of the proposed servo system are analysed and simulated to verify the robustness.

Keywords : unified system, model following, servo system, delta operator

I. 서론

신호처리 분야나 제어이론 분야에서 연속시간 시스템의 이산시간 근사화에 대해서는 수많은 연구와 실제 적용이 있어 왔다. 특히, 디지털 하드웨어의 비약적인 발달로 이산시간 시스템에 대한 관심은 날로 증가해 가고 있으며, 디지털 제어장치도 소형화, 경량화, 저가화, 고신뢰화를 이루어 가고 있다.

최근, 이산제어 시스템의 설계방법으로, δ-연산자를 이용한 방법이 연구되고 있다[1][2][3][4]. 이 방법은 1990년대 초반, 주로 Middleton과 Goodwin 등[5]에 의해 제기된 설계방법으로, 샘플링 주파수가 증가함에 따라 연속시간 시스템에 더욱 근접해지는 특성을 갖는 이산시간 시스템 설계방법이다. 이것은 실제적인 문제에서 샘플링 주파수를 0으로 할 때 이산시간 시스템이 연속시간 시스템의 특징을 갖는다는 점에서 큰 의미를 가지고 있다. 특히, 전향이동(forward shift) 연산자 q를 사용하여 표현한 이산시간 시스템에서 극이 $z = +1$ 근방에 분포되었을 때, 동일한 시스템을 δ 연산자로 표현한 이산시간 시스템으로 나타내면 상대적으로 훨씬 우수한 성능은 얻을 수 있다[6]. 이는 δ-연산자의 특징 가운데 하나로서, q-연산자를 사용한 경우 시스템의 극이 $z = +1$ 근방에 분포하게 되면 서로의 구별이 곤란하지만, δ 연산자를 사용하게 되면 시스템의 극이 상대적으로 크게 분리되어 나타나기 때문에 구별이 용이하게 된다. 이산시간 시스템을 표현함에 있어 전향이동 연산자 q와 δ 연산자 가운데 어느 연산자를 사용하는 것이 유리한가 하는 것은 이러한 표현으로 어떤 문제에 적용하려고 하느냐에 따라 달라 질 수 있다. 일반적으로 q-연산자는 순차적인 특성을 갖는 표본신호(sampled signal) 처리에 적합하며 비교적 간단한 결과식을 이끌어 낼 수 있다. 반면에 δ 연산자는 미분 연산자 d/dt로 표현되는 식에 훨씬 근접한 모델을 이끌어 낸다. 또한 δ-연산자에 의한 모델의 수치적인 성질도 q-연산자에 의한 것보다 월등하여, 동일한 연속시간 모델을 이산화 시켰을 때 δ-연산자에 의한 모델에서의 계수가 훨씬 가깝게 표현됨도 알 수 있다. 전향이동 연산자로는 연속시간 모델과 거의 닮지 않거나 완전히 다른 모양으로 구성되는 반면, δ 연산자로는 연속시간 모델에서 표현되는 계수와 매우 근사하게 된다. 이산시간 모델은 이산화 과정에서 어느 정도의 오차를 항상 가지고 있으며, 이러한 오차는 유한한 계수를 가지고 시스템을 표현하기 때문에 발생하기도 하며[7][8], 근본적으로 시스템 자체의 특성이 공칭 설계점을 중심으로 어느 정도 변하기 때문에 발생하기도 한다[9]. 여기서는 이러한 모델링상, 설계상의 오차에 대해서는 상대적으로 강점을 보이는 δ-연산자를 사용하여 접근하고, 허용된 범위의 파라미터 변동에 대해서는 강인한 모델 추종형 제어기를 설계하여 이러한 문제점을 해결하고자 한다.

본 연구에서는 연속시간 시스템에서 미지의 일정 외란 및 시스템 파라미터 변동하에서도 강인한 모델 추종 특성을 보이는 설계방법[9]을 근거로 하여, 연속시간 시스템에서의 미분연산자와 이산시간 시스템에서의 δ-연산자를 포괄하는 통합형 시스템을 구성하고자 한다. 통합 연산자 ρ에 의해, 연속시간 시스템 설계와 이산시간 δ 시스템 설계를 함께 표현함으로써 서로의 연계성을 높이고자 한다. 이산시간 모델화에 의해 나타나는 오차와 공칭 설계점에서의 변동에 의한 오차는 이에 강인한 모델 추종형 시스템에서 흡수할 수 있음도 보이고자 한다.

II. 제어 시스템의 구성

제어대상인 플랜트의 응답이 희망하는 과도특성 및 정상특성에 잘 추종하면서도 파라미터 변동이나 미지의 일정 외란에 대해 강인한 통합형 제어기를 구성하고자 한다.

접수일자 : 1999. 4. 7., 수정완료 : 1999. 11. 24.
김정택 : 거제대학 전기과
황현준 : 포항1대학 전기과

연속시간과 이산시간 δ 시스템에 관계없이 설계하기 위하여 통합 연산자인 ρ-연산자를 사용하여 전체 시스템을 구성하기로 한다. 주어진 제어대상은 (1)로 표현되는 연속시간 상태공간 시스템으로 한다.

$$\rho x_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) + E_p d \quad (1a)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (1b)$$

여기서, $x_p \in R^n$, $u_p \in R$, $y_p \in R$, $d \in R$은 각각 제어대상의 상태벡터, 제어입력, 시스템 출력 그리고 미지의 일정 외란이다. R은 연속시간 시스템에서는 $\{t : t \in$ 실수$\}$로 되어 실수영역을, δ-연산자에 의한 이산시간 시스템에서는 $\{t: \frac{t}{\Delta} \in$ 정수$\}$로 되어 정수영역을 나타낸다. ρ 연산자로 표현되는 $\rho x_p(t)$는 연속시간 시스템과 이산시간 δ 시스템에 모두 포괄하는 통합형 기호[5]로서, 연속시간 시스템에서는 $dx_p(t)/dt$를, 이산시간 δ 시스템에서는 $\{x_p(t) - x_p(t-\Delta)\}/\Delta$를 의미한다. Δ는 이산시간 δ 시스템에서의 샘플링시간을 나타낸다. 제어대상이 추종해야 할 모델은 (2)로 표현되는 선형 시스템으로 한다.

$$\rho x_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (2a)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) \quad (2b)$$

여기서, $x_m \in R^m$, $r \in R$, $y_m \in R$은 각각 모델의 상태벡터, 기준 목표입력 그리고 모델의 출력이다. 모델은 가제어, 가관측하고 점근적으로 안정한 것으로 선정한다. 기준입력으로는 계단입력인 $r(t) = r_o u(t)$가 인가되는 것으로 한다. 여기서 r_o는 임의의 실수이며 $u(t)$는 단위 계단입력을 의미한다. (A_p, B_p)는 가안정, (C_p, A_p)는 가검출 하고, (3)을 만족한다고 가정한다.

$$det\begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (3)$$

(3)의 가정에 의해, 정상상태 $y_p \equiv r$을 실현하는 x_p, u_p의 정상상태 값 $x_{p,\infty}$, $u_{p,\infty}$는 (4)에서 유일하게 정해진다.

$$\begin{bmatrix} x_{p,\infty} \\ u_{p,\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (4)$$

본 연구에서는 상태변수와 조작량을 가능한 한 빠르게 (4)의 정상상태 값에 수렴하도록 하는 제어계를 구성하는 것을 목표로 한다. 표현된 각 상태변수와 시스템 파라미터는 통합 환경에서의 대표 기호로서, 연속시간 시스템이나 이산시간 δ 시스템 가운데 어느 한쪽에 관심이 있을 때에는 해당되는 시스템에 맞는 기호나 값으로 대치하여 사용할 수 있다. 즉, 제어대상인 플랜트의 계수행렬 A_p를 연속시간 시스템의 관점에서 볼 때는 A_{cp}로, 이산시간 δ 시스템의 관점에서 볼 때는 A_{dp}로 표현하고, 표현된 시스템에 맞도록 값을 사용한다. 본 연구에서는 통합 환경 하에서의 설계방법을 논하고 있으므로 전체적으로는 통합형 기호로 써 기술해 나가기로 한다. 플랜트 출력과 모델 출력의 차이를 오차 e로 정의하면 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} e(t) &= y_m(t) - y_p(t) \\ &= C_m x_m(t) - C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (5)$$

미지의 일정 외란에 대해 강인한 제어기를 구성하기 위하여 (1)로 표현되는 시스템에 대해 ρ-연산자를 한번 더 적용하고, 플랜트와 모델에 대한 상태방정식과 각 출력간의 오차를 한꺼번에 포괄하는 확대 시스템을 구성하면 (6)과 같이 된다.

$$\rho X(t) = AX(t) + Bv(t) \quad (6)$$

단,

$$A = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & A_m & 0 \\ -C_p & C_m & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ X = \begin{bmatrix} \rho x_p \\ \rho x_m \\ e \end{bmatrix},\ v = \rho u_p$$

이다. (6)으로 표현되는 확대 시스템에 대한 가격함수는 (7)과 같이 정의함으로서, 미지의 일정 외란이 있는 모델 추종문제를 외란이 없는 모델 추종문제로 변형된 설계가 가능하게 된다.

$$J = \lim_{t \to \infty} \mathop{S}_{0}^{t} \left[X^T(\tau) Q X(\tau) + v^T(\tau) R v(\tau) \right] d\tau \quad (7)$$

여기서, $Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$, $R = 1$ 이다.

Q는 양의 반한정(positive semi-definite) 대칭행렬인 상태가중행렬, R은 양의 한정(positive definite) 대칭행렬인 제어가중행렬이며, q는 플랜트와 모델에 대한 상태방정식과 각 출력간의 오차에 대한 가중치이다. (7)에 사용된 기호 가운데 S는 연속시간 시스템에서는 $\int$을, 이산시간 δ 시스템에서는 $\Delta\Sigma$ 를 의미하는 기호이다. 구하고자 하는 제어입력 v의 최적해를 v^*로 표시하면, v^*는 (8)로 표시된다[5].

$$v^* = LX \quad (8)$$

여기서, $L = -(R + \Delta B^T P B)^{-1} B^T P (I + A\Delta) \quad (9)$

이다. P는 정상상태에서의 행렬 리카티 방정식, (10)의 해이다.

$$0 = Q + A^T P + PA + \Delta A^T PA - L^T (R + \Delta B^T PB) L \quad (10)$$

P는 (11)과 같은 요소들로 구성되어 있다.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12}^T & p_{22} & p_{23} \\ p_{13}^T & p_{23}^T & p_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

(11)을 (9)에 대입하여 정리하면, 상태 피드백 제어이득, L은 (12)와 같이 표현된다.

$$L = -R_d^{-1}\begin{bmatrix} B_p^T\{p_{11}(I+A_p\Delta) - p_{13}C_p\Delta\} \\ B_p^T\{p_{12}(I+A_m\Delta) + p_{13}C_m\Delta\} \\ B_p^T p_{13} \end{bmatrix}^T \tag{12}$$

여기서, $R_d = R + \Delta B_p^T p_{11} B_p$이다. (8)을 (12)의 관계를 이용하여 제어입력에 대한 형태로 바꾸면 (13)과 같이 된다.

$$\rho u_p^* = L_1\ \rho x_p + L_2\ \rho x_m + L_3\ e \tag{13}$$

(13)은 (14)로 다시 쓸 수 있다.

$$u_p^* = L_1\ x_p + L_2\ x_m + L_3\ \mathop{S}_0^t e(\tau)d\tau \tag{14}$$

통합환경에서 구한 (14)의 각 계수를 이산시간 δ시스템에서 나타내면 상태 피드백 제어이득, L_d는 (15)와 같이 된다.

$$L_{d1} = -R_d^{-1}B_{dp}^T\ \{p_{11}(I+A_{dp}\Delta) - p_{13}C_{dp}\Delta)\} \tag{15a}$$

$$L_{d2} = -R_d^{-1}B_{dp}^T\ \{p_{12}(I+A_{dm}\Delta) + p_{13}C_{dm}\Delta)\} \tag{15b}$$

$$L_{d3} = -R_d^{-1}B_{dp}^T\ p_{13} \tag{15c}$$

(14)와 (15)는 샘플링시간 $\Delta \to 0$가 됨에 따라 $A_{dp}\to A_{cp}$, $B_{dp}\to B_{cp}$, $C_{dp}\to C_{cp}$, $x_{dp}\to x_{cp}$, $x_{dm}\to x_{cm}$,이 되므로 연속시간 시스템에서는 (14)의 각 계수가 (16)과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$L_{c1} = -R^{-1}B_{cp}^T\ p_{11} \tag{16a}$$

$$L_{c2} = -R^{-1}B_{cp}^T\ p_{12} \tag{16b}$$

$$L_{c3} = -R^{-1}B_{cp}^T\ p_{13} \tag{16c}$$

따라서 통합 환경 하에서 설계한 최적 제어입력인 (14)는 연속시간 시스템과 이산시간 δ시스템의 구성을 모두 포괄하고 있을 뿐 아니라, δ 연산자의 극한에서 미분 연산자가 얻어지므로 그 경계점에서의 연속성도 보장됨을 알 수 있다.

이제, 미지의 일정 외란과 시스템의 파라미터 변동 하에서도 플랜트의 출력이 모델의 계단응답에 정상편차 없이 추종함을 보이고자 한다. (14)와 같이 구해진 최적제어 입력을 (17)과 같이 다시 고쳐 쓴다.

$$u_p^* = L_1\ x_p + L_2\ x_m + z \tag{17}$$

여기서, $z \equiv L_3\ S\ e(\tau)d\tau$

$= L_3\ S\ (y_m - y_p)d\tau$

$= L_3\ S\ (C_m x_m - C_p x_p)d\tau$ 이다.

(17)을 플랜트, (1)에 대입하면 제어대상은 (18)로 표현할 수 있다.

$$\rho\begin{bmatrix} x_p \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p + B_pL_1 & B_p \\ -L_3C_p & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_p \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_pL_2 \\ L_3C_m \end{bmatrix}x_m + \begin{bmatrix} E_p \\ 0 \end{bmatrix}d \tag{18a}$$

$$y_p = [\ C_p \quad 0]\begin{bmatrix} x_p \\ z \end{bmatrix} \tag{18b}$$

(18)을 주파수 영역에서 해석하기 위하여 (19)의 변환관계를 이용한다.

$$F(\gamma) \equiv \mathop{S}_0^t f(t)\ E(\gamma, -t)dt \tag{19}$$

여기서, $E(\gamma, -t)$는 연속시간 시스템에서는 e^{At}를, 이산시간 δ시스템에서는 $(I+A\Delta)^{t/\Delta}$을 의미하며 $\gamma \in C^{n\times n}$, $t \in R$, $C^{n\times n}$는 n×n 복소행렬 집합이다. 시간영역에서의 δ 연산자에 대응되는 주파수영역에서의 변수를 γ로 표시하면 (18a)는 (20)과 같이 쓸 수 있다. 첨자 N은 공칭치에 기초하여 설계된 값임을 나타낸다.

$$\gamma X_p(\gamma) = (A_p + B_pL_{1,N})X_p(\gamma) + B_pL_{2,N}X_m(\gamma) + B_pZ(\gamma) + E_pd\ \frac{(1+\Delta\gamma)}{\gamma} \tag{20a}$$

$$\gamma Z(\gamma) = -L_{3,N}C_pX_p(\gamma) + L_{3,N}C_mX_m(\gamma) \tag{20b}$$

그리고 (2a)를 주파수영역으로 변환하면 (21)로 표현된다.

$$X_m(\gamma) = (\gamma I - A_m)^{-1}B_mR(\gamma) \tag{21}$$

(20b)와 (21)을 (20a)에 대입하고 정리하면 (22)로 된다.

$$\begin{aligned} Y_p(\gamma) &= C_pX_p(\gamma) \\ &= \Lambda\{(B_p\gamma^{-1}L_{3,N}C_m + B_pL_{2,N})(\gamma I - A_m)^{-1}B_mr_o \\ &\quad + E_pd\}\ \frac{(1+\Delta\gamma)}{\gamma} \end{aligned} \tag{22}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Lambda &= C_p(\gamma I - A_p - B_pL_{1,N} + B_p\gamma^{-1}L_{3,N}C_p)^{-1} \\ &- \{\gamma I + C_p(\gamma I - A_p - B_pL_{1,N})^{-1}B_pL_{3,N}\}^{-1} \\ &\quad * C_p(\gamma I - A_p - B_pL_{1,N})^{-1}\gamma \end{aligned}$$

이며, r_o는 계단형 기준입력의 크기이다. (2b)의 주파수영역 변환식은 (23)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Y_m(\gamma) &= C_mX_m(\gamma) \\ &= C_m(\gamma I - A_m)^{-1}B_mr_o\ \frac{(1+\Delta\gamma)}{\gamma} \end{aligned} \tag{23}$$

주어진 제어대상이 시간이 흐름에 따라 어떤 파라미터에 영향을 받는지를 확인하기 위해 (22)에 최종값 정리를 사용하여 (24)를 얻는다.

$$\lim_{t\to\infty} y_p(t) = \lim_{\gamma\to 0} \gamma\, Y_p(\gamma)$$
$$= \lim_{\gamma\to 0} C_m(-A_m)^{-1} B_m r_o\,(1+\Delta\gamma) \quad (24)$$

그리고 (23)에 최종값 정리를 적용하면 (25)가 얻어 진다.

$$\lim_{t\to\infty} y_m(t) = \lim_{\gamma\to 0} \gamma\, Y_m(\gamma)$$
$$= \lim_{\gamma\to 0} C_m(-A_m)^{-1} B_m r_o\,(1+\Delta\gamma) \quad (25)$$

(24)와 (25)의 결과가 일치하므로, 구성된 제어시스템에서는 플랜트의 매개변수변동 및 미지의 계단형 외란이 있을 경우에도 플랜트의 출력이 모델의 기준특성에 정상 편차 없이 추종함을 알 수 있다. 이러한 추종성은 샘플링시간 $\Delta \to 0$으로 되어 연속시간 시스템이 되더라도 그대로 성립한다. 이상에서 얻어진 결과에 따라 그림 1과 같은 제어시스템을 구성할 수 있다.

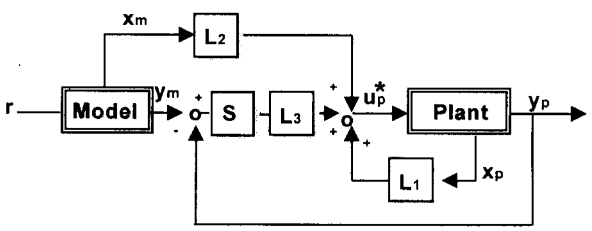


그림 1. 강인한 모델추종형 서보시스템의 구성.
Fig. 1. Structure of robust model following servo system.

III. 전산기 시뮬레이션

제안된 설계방법을 직류 서보 전동기에 적용하고 연속/이산시간 시스템에서의 통합형 제어기 특성을 살펴보기로 한다.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_i}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} e_a + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_m} \end{bmatrix} T_L \quad (26)$$

여기서, i_a, e_a : 전기자 전류, 전압, R_a, L_a : 전기자 저항, 인덕턴스, K_b, K_i : 역기전력 상수, 토오크 상수, ω : 각속도, J_m : 관성모멘트, B_m : 점성 마찰계수, T_L : 부하이다. 직류 서보 전동기의 각 파라미터의 값, R_a=4.2[Ω], L_a=2.64E-3[H], K_b=0.1852[V-s/rad], K_i=0.1852[N-m/A], J_m=0.39E-5[Kg-m-s^2], B_m=8.298E-4을 고려한 연속시간 시스템에서의 상태 방정식은 (27)과 같다.

$$\dot{x}_{cp} = \begin{bmatrix} -1591 & -70.2 \\ 47487 & -213 \end{bmatrix} x_{cp} + \begin{bmatrix} 378.79 \\ 0 \end{bmatrix} e_a + \begin{bmatrix} 0 \\ -256410 \end{bmatrix} T_L \quad (27)$$

(1a)로 표시되는 연속시간 시스템에 대한 δ연산자에 의한 구체적인 표현은 (28)과 같다.

$$\delta x_p = \left(\frac{e^{A_p\Delta} - I}{\Delta}\right) x_p + \left[\frac{1}{\Delta}\int_0^{\Delta} e^{A_p\tau} d\tau\right] B_p u_p + E_p d \quad (28)$$

샘플링시간 Δ=0.01초, 0.05초에서의 이산시간 δ시스템의 상태 방정식은, (28)을 이용하면, 각각 (29)와 (30)으로 표현된다.

$$\delta x_{dp} = \begin{bmatrix} -100 & 0.0005 \\ -0.3170 & -10 \end{bmatrix} x_{dp} + \begin{bmatrix} 2.197 \\ 489.867 \end{bmatrix} e_a + E_p T_L \quad (29)$$

$$\delta x_{dp} = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ -0 & -20 \end{bmatrix} x_{dp} + \begin{bmatrix} 0.4399 \\ 97.963 \end{bmatrix} e_a + E_p T_L \quad (30)$$

제어대상이 추종해야 할 기준 모델은 실제 사용하는 시스템의 특성에 따라 설계자가 설정할 수 있다. 여기서는 ζ=0.707, ω_n=1인 2차 시스템을 기준 모델로 하였고, 연속시간 시스템에서의 방정식은 (31)과 같다.

$$\frac{d}{dt} x_{cm} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} x_{cm} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_a \quad (31a)$$

$$y_{cm} = \begin{bmatrix} \omega_n^2 & 0 \end{bmatrix} x_{cm} \quad (31b)$$

샘플링시간 Δ=0.01초, 0.05초에서의 이산시간 δ시스템의 상태 방정식은 각각 (32)와 (33)으로 표현된다.

$$\delta x_{dm} = \begin{bmatrix} 0.0050 & 0.9929 \\ -0.9929 & -1.4090 \end{bmatrix} x_{dm} + \begin{bmatrix} 0.0050 \\ 0.9929 \end{bmatrix} e_a \quad (32)$$

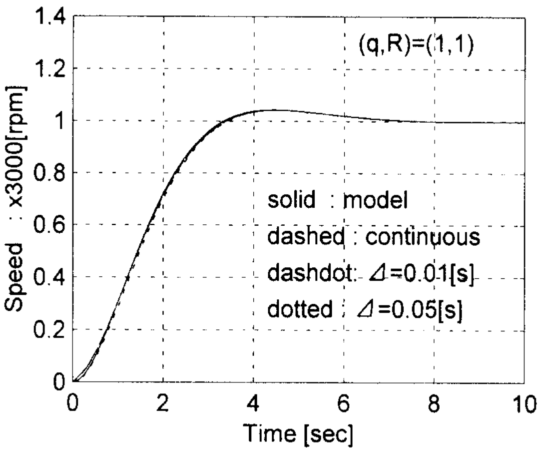
$$\delta x_{dm} = \begin{bmatrix} -0.0244 & 0.9651 \\ -0.9651 & -1.3890 \end{bmatrix} x_{dm} + \begin{bmatrix} 0.0244 \\ 0.9651 \end{bmatrix} e_a \quad (33)$$

(32), (33)은 (31a)와 연속성을 보이는 반면, (29), (30)이 (27)과 차이를 보이는 것은 동일한 샘플링시간에 따른 변화에서 제어대상의 상태방정식의 변화가 더 컸었기 때문이다. 제어대상인 직류 서보 전동기의 속도응답이 기준 모델의 출력응답에 정상편차 없이 최적으로 추종하도록 가격함수는 (34)와 같이 설정한다.

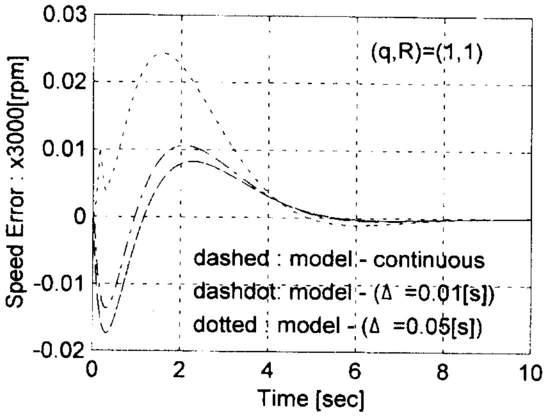
$$J = \lim_{t\to\infty} \int_0^t [e^T q e + v^T R v]\, dt \quad (34)$$

연속시간 시스템에서와 샘플링시간 Δ=0.01초, 0.05초, 가중 (q, R)=(1, 1), (10, 1)인 경우의 이산시간 δ시스템에서의 상태 피드백 제어이득, L은 표 1과 같다. 연속시간에서와 이산시간 δ시스템에서 상태 피드백 제어이득, L은 샘플링시간이 변하더라도 연속성을 보이면서 변함을 확인할 수 있다.

기준입력으로 정격회전수 3000[rpm]의 계단형 입력을 사용하였다. 부하특성을 검토하기 위하여 가중(q, R)= (1, 1)에서 연속시간 시스템과 샘플링시간 Δ=0.01초, 0.05초의

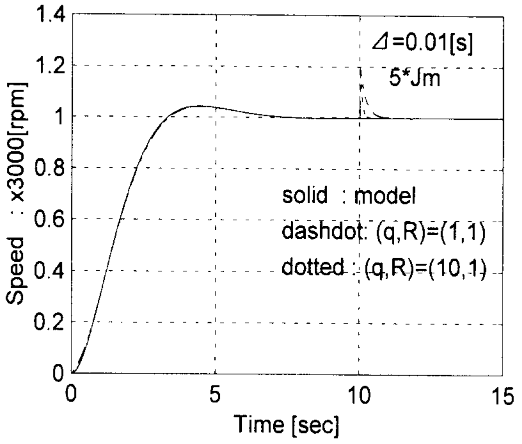


(a) speed response

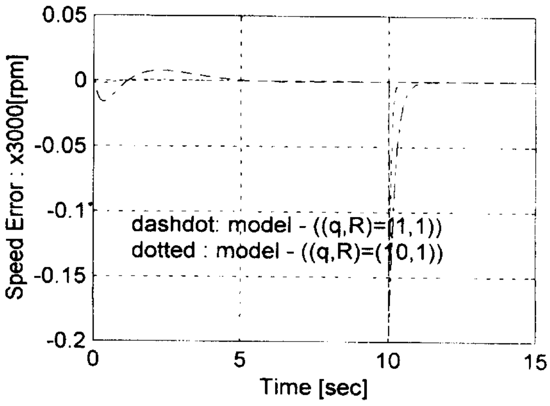


(b) speed error response

그림 2. 직류 서보 전동기의 속도와 속도오차 응답.
Fig. 2. Speed and speed error responses for DC motor.



(a) speed response



(b) speed error response

그림 3. 직류 서보 전동기의 강인성.
Fig. 3. Robustness of DC servo motor.

이산시간 δ 시스템에 대한 응답특성을 그림 2에 나타내었다. 샘플링시간에 따라 약간의 차이는 보이지만 전체적으로 좋은 모델 추종성을 보이고 있다.

제어기의 파라미터 변동에 대한 강인성과 부하특성을 확인하기 위하여 직류 서보 전동기에서 나타날 수 있는관성 모멘트 J_m의 변동에 대한 특성을 그림 3에 나타내었다. 그림 2에서와 같이, 기준입력으로는 3000[rpm]의 계단형 입력이며, 샘플링시간 Δ=0.01초에서 가중(q, R)=(1, 1), (10, 1)에서의 속도응답특성이다. J_m의 공칭값에서 설계된 제어기에서 J_m이 설계 공칭값의 5배로 변화되었을 때의 응답 특성이다. 그리고 10초 후에 0.02 [N-m]의 계단형 부하를 인가되었을 때에 나타나는 기준 모델에 추종성도 함께 보였다. 그림 3에서 보여 주는 것과 같이 외란 제거특성도 우수함을 알 수 있으며, 정상상태에서 목표치에 잘 추종함도 알 수 있다.

표 1. 최적이득 L.
Table 1. Optimal gain L.

q	Δ	L_1	L_2	L_3
1	conti-nuous	-0.0129 -0.0004	0.1982 0.0314	1.0000
	10 [msec]	0.0000 -0.0098	0.2074 0.0321	0.9758
	50 [msec]	0.0000 0.0443	0.2411 0.0353	0.8850
10	conti-nuous	-0.0409 -0.0014	0.2049 0.0121	3.1623
	10 [msec]	0.0001 0.0293	0.2326 0.0130	2.9268
	50 [msec]	0.0000 -0.1083	0.3113 0.0174	2.1666

IV. 결론

본 연구에서는 미지의 일정 외란 및 시스템 파라미터 변동하에서도 강인한 모델 추종 특성을 보이는 제어기를, 연속시간 시스템에서의 미분연산자와 이산시간 시스템에서의 δ-연산자를 포괄하는 통합형 시스템으로 구성하였다. 이산시간 모델화에 의해 나타나는 오차와 공칭 설계점에서의 변동에 의한 오차는 이에 강인한 모델 추종형 시스템에서 흡수할 수 있음도 확인할 수 있었다. 통합 연산자 ρ에 의해, 연속시간 시스템 설계와 이산시간 δ시스템 설계를 함께 표현함으로서 서로의 연계성을 높였으며, 통합환경 하에서 파라미터 변동에 강인함을 수식적으로 증명하였다. δ-연산자에 의한 설계는 고속/고정밀도를 요구하는 시스템에서도 제어 알고리즘이 수치적으로 안정을 유지하여 주므로, 기존의 q-연산자에 의해 설계해온 서보, 프로세스 제어분야에서 많이 활용할 수 있을 것으로 본다.

참고문헌

[1] K. Furuta, "Alternative robust servo-control system and its digital control," *Inter. J. of Control*, vol. 45, no. 1, pp. 183-194, 1987.

[2] D. Janecki, "Model reference adaptive-control using delta-operator," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 33, no. 8, pp. 771-775, 1988.

[3] R. Neumann, D. Dumur, and P. Boucher, "Application of delta-operator generalized predictive control," *Proc. of IEEE Confer. on Decision and Control*, vol. 3, pp. 2499-2504, 1993.

[4] M. Rostgard, N. K. Poulsen, and O. Ravn, "General predictive control using the delta operator," *Proc. of IEEE Confer. on Decision and Control*, vol. 2, pp. 1769-1774, 1993.

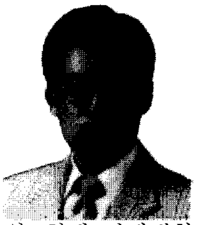
[5] R. H. Middleton and G. C. Goodwin, *Digital Control and Estimation: A Unified Approach. Englewood Cliffs*, NJ: Prentice-Hall, 1990.

[6] C. B. Soh, "Robust discrete time system using delta operator," *Inter. J. of Control*, vol. 54, no. 2, pp. 453-464, 1991.

[7] C. Lee and M. Gevers, "Comparative study of finite wordlength effects in shift and delta operator parameterizations," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, no. 5, pp. 803-807, 1993.

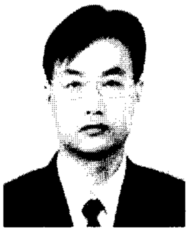
[8] T. Aoki, Y. Furukawa, and N. Moronuki, "A study on controlling algorithm to realize high speed & high-accuracy control systems (1st Report)," *J. of the Japan Society for Precision Engineering*, vol. 62, no. 3, pp. 398-402, 1996.

[9] C. S. Hwang, C. T. Kim, and M. S. Kim, "A design on robust multivariable model following servo system," *Proc. of Asian Control Conference*, vol. 3, pp. 191-194, 1994.



김 정 택

1962년 2월 14일생. 1984년 부산대 공대 전기공학과 졸업. 1986년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1989~1990년 산업과학기술연구소 선임연구원. 현재 거제대학 전기과 부교수.



황 현 준

1969년 8월 20일생. 1992년 부산대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 포항1대학 전기과 전임강사.