

LMI에 기초한 연속 냉간압연기의 H^∞ 서보 제어기 설계

Design of an LMI-Based H^∞ Servo Controller for Tandem Cold Mill

김인수, 황이철, 이만형
(In Soo Kim, I Cheol Hwang, and Man Hyung Lee)

Abstract : In this paper, we design a H^∞ servo controller for gauge control of tandem cold mill. To improve the performance of the AGC(Automatic Gauge Control) system based on the Taylor linearized model of tandem cold mill, the H^∞ servo controller is designed to satisfy robust stability, disturbance attenuation and robust tracking properties. The H^∞ servo controller problem is modified as an usual H^∞ control problem, and the solvability condition of the H^∞ servo problem depends on the solvability of the modified H^∞ control problem. Since this modified problem does not satisfied standard assumptions for the H^∞ control problem, it is solved by an LMI(Linear Matrix Inequality) technique. Consequently, the comparison between the H^∞ servo controller and the existing PID/FF(FeedForward) controller shows the usefulness of this study.

Keywords : H^∞ servo controller, tandem cold mill, H^∞ servo problem, LMI-based H^∞ control

1. 서론

연속 냉간압연 공정에서 생산되는 압연제품의 품질향상을 위하여 선진 각국에서는 기존 제어시스템에 대한 성능향상을 위한 AGC 시스템 개발에 관한 연구를 활발히 수행하고 있다[1][2]. 즉 압연제품의 두께 정밀도는 제어시스템의 성능에 좌우되므로, 점점 엄격해지는 압연제품 두께에 대한 성능사양을 만족하기 위해서는 기존 AGC 제어시스템의 성능향상에 대한 연구가 필수적이다.

또한 산업 현장에서 사용되고 있는 기존의 PID 제어기는 모재 판두께 변동이나 롤 편심 등의 불확실성에 관한 견실성을 보장하기에는 많은 한계가 있으며, 동시에 급속한 기술 발전에 대처하는데 있어 오랫동안의 개인 조정 시간을 필요로 하는 문제점을 내포하고 있다. 따라서 불확실한 수확모델에 따른 모델링 오차와 주위환경 변화로 야기되는 외란 등을 합리적으로 고려할 수 있는 견실 제어기 설계에 대한 연구가 필요하리라 사료된다.

본 논문에서는 모델 규명법으로부터 연속 냉간압연기의 동특성을 정확히 기술할 수 있는 모델을 구축하여 이를 바탕으로 견실 안정하고, 외란 억제 성능을 만족하며, 출측 판두께가 주어진 명령치를 견실하게 추종하도록 하는 H^∞ 서보 제어기를 설계하고자 한다.

본 논문의 연구내용을 요약하면 다음과 같다. 먼저 압연기의 공칭모델과 모델링 오차의 구조 및 확정적인 크기를 규명할 수 있는 모델링 기법을 개발한다[3]. 규명되는 모델은 연속 냉간압연기의 입출력 및 상태를 기술할 수 있는 이산시간 선형 시분변 상태공간 방정식으로 도출되며, 여기서 부분공간법에 기초한 MOESP(MIMO output error state space model identification) 규명 알고리즘[4]을 사용

한다. 모델규명을 위한 입출력 데이터는 압연하중식, 장력식 등의 비선형 실험식을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 획득된다. 그리고 H^∞ 서보 제어기 설계 시 필요한 불확실성에 대한 가중함수의 결정은 파라미터 변동과 외란이 포함된 입출력 데이터를 생성한 후, 이로부터 규명된 모델과 공칭모델간의 상대오차를 최대 특이치 선도로 도시하여 이를 바탕으로 선정한다[5][6].

H^∞ 서보 제어는 외란이 존재하여도 출측 판두께가 압연기의 설계시 주어지는 압연 설정치에 견실하게 추종하는 문제로 공식화된다. 여기서 H^∞ 서보 제어기 설계 문제[7]는 일반화 플랜트를 내부모델 원리에 의해 기준입력 모델을 포함하는 수정된 일반화 플랜트로 재구성하여 전개되며, 수정된 일반화 플랜트는 H^∞ 제어 문제에서 요구되는 가정[8]을 만족하지 않으므로 LMI에 기초한 H^∞ 제어 문제를 적용하여 그 해를 구한다[9][10]. 결론적으로 기존의 Taylor 선형화 모델에 기초한 PID/FF 제어기와의 비교를 통하여 제안된 H^∞ 서보 제어기가 롤 편심 등의 외란 억제 성능, 출측 판두께의 스텝형 기준입력에 대한 견실 추종 성능면에 있어서 향상됨을 확인한다.

II. 연속 냉간압연기의 동특성

이 장에서는 기존의 압연 비선형 실험식들을 이용한 컴

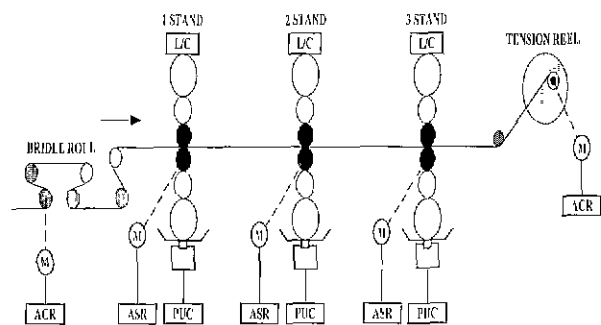


그림 1 3단 연속 냉간압연기.
Fig. 1. Three-stand tandem cold mill.

접수 일자 : 1999 1. 6., 수정완료 : 1999 9. 29.
김인수 부산대학교 지능기계공학과
황이철 : 동의대학교 기계산업시스템공학부
이만형 부산대학교 기계공학부, 정밀정형 및 금형가공연구소
* 본 논문은 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구소와 PO-SCO 석좌교수 연구기금의 지원하에 연구되었습니다.

퓨터 시뮬레이션을 통하여 스텐드 간 전달 지연, 각 요소간의 상호 연성 등을 고려한 연속 냉간압연기의 동특성을 해석하고 각 스텐드의 입출력 데이터의 상호 관계를 명확히 파악한다. 본 연구에서 고려한 압연시스템은 그림 1과 같은 3단 연속 냉간압연기이다.

1. 연속 냉간압연기의 비선형 실험식

1.1 압연하중식

압연하중식은 Hill 근사식[11]으로 주어진다.

$$P_i = k_p Q_p x_i b \sqrt{R_D (H_i - h_i)} \quad (1)$$

여기서, k_p 는 재료의 동적 변형저항, Q_p 는 압하력 함수, k 는 장력보정항, b 는 판재의 폭, R_D 는 변형률 반경, H 는 입측 판재두께, h 는 출측 판재두께를 나타낸다. 단, i 는 i -번째의 스텐드에 대한 값을 가리킨다

1.2 체적속도 일정식

입측 판재속도 $V_{in,i}$ 와 출측 판재속도는 $V_{out,i}$ 는 다음의 관계식을 갖는다.

$$H_i V_{in,i} = h_i V_{out,i} \quad (2)$$

1.3 출측 판두께 및 후방장력식

출측 판두께는 아래와 같은 게이지 미터(gauge meter) 측정식으로 기술된다.

$$h_i = \frac{P_i}{K_i} + S_i \quad (3)$$

여기서, K 는 압연기 강성 계수, S 는 롤 갭 그리고 P 는 압연하중을 나타낸다.

후방장력식은 1계 상미분 방정식으로 주어진다[2].

$$\frac{d\tau_b}{dt} = \frac{E}{L} \left\{ \frac{h_i}{H_i} (1+f_i) V_{Ri} - (1+f_{i-1}) V_{Ri-1} \right\} \quad (4)$$

여기서, E 는 롤의 영률, L 은 스텐드간 거리, f 는 Blond & Ford의 근사식[12]에 의한 전진율을 나타낸다

2. 연속 냉간압연기의 동특성 해석

연속 냉간압연기의 초기 압연 설정치 조건으로서 표 1과 같이 두었으며, 대표적인 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

표 1. 시뮬레이션을 위한 초기 압연 설정치.

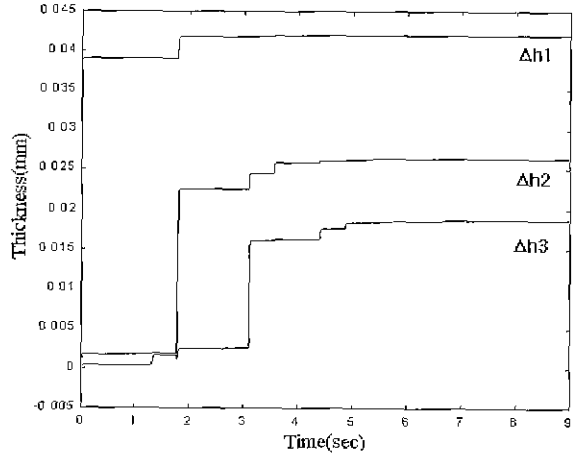
Table 1. The set-up values for simulation.

압연 파라미터	1 스텐드	2 스텐드	3 스텐드
입측 판두께 H_i (mm)	2.60	2.12	1.57
출측 판두께 h_i (mm)	2.12	1.57	1.17
단위후방장력 τ_b (kgf/mm ²)	2	12.7	17.1
단위전방장력 τ_h (kgf/mm ²)	12.7	17.1	10.0

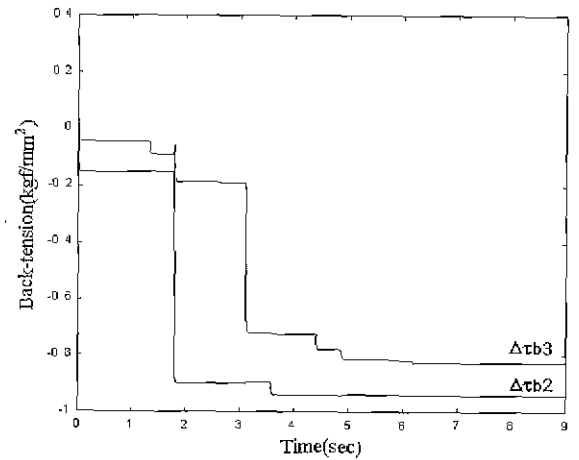
단, 판폭 b 는 930mm, 작업롤 반경 R 은 273mm, 스텐드간 거리 L 은 4500mm이다.

2.1 제 1 스텐드의 스텝형 롤 갭, 롤 속도에 대한 출력

그림 2와 그림 3은 제 1 스텐드 롤 갭과 롤 속도를 각각



(a)



(b)

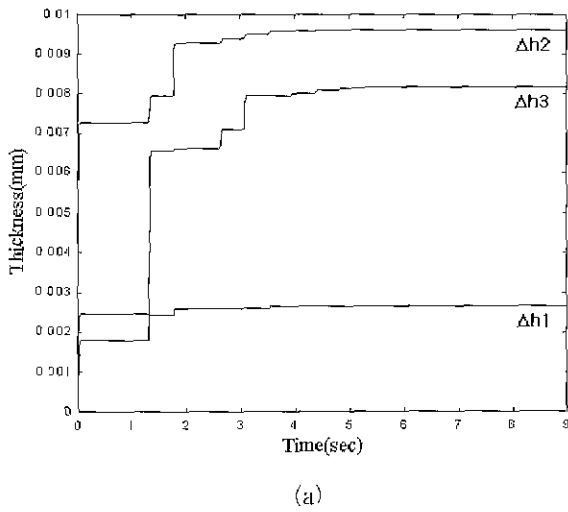
그림 2. 제 1 스텐드 롤 갭의 스텝형 증가에 대한 각 스텐드 출력 응답. (a) 출측 판두께, (b) 후방장력.

Fig. 2. Output responses resulted from a step variation of the first-stand roll gap. (a) Delivery strip thickness, (b) Back-tension.

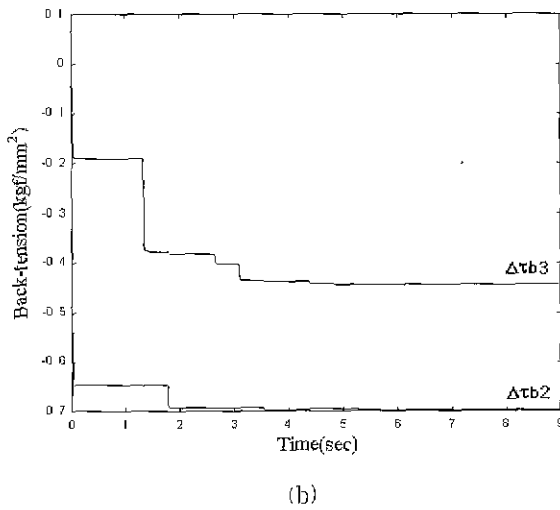
독립적으로 변화시켰을 때의 출력 변동을 나타낸다. 제 1 스텐드의 스텝형 롤 갭과 롤 속도 증가에 대하여 전 스텐드의 출측 판두께가 증가하고 후방장력이 감소하는 경향이 나타남을 알 수 있다.

2.2 불확실성에 대한 출력

연속 냉간압연기에서 특히 중요시되는 롤 편심이 출력 특성에 미치는 영향을 해석한다. 롤 편심은 백업롤의 기하학적인 중심과 축과의 중심 불일치로 인하여 압연시 백업롤이 상하로 움직이게 되어 출측 판두께의 변동을 야기한다. 그림 4는 제 1 스텐드에서 발생한 크기 0.01mm, 주기 5Hz를 가지는 정현파형의 롤 편심이 출력에 미치는 영향을 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이, 롤 편심은 1 스텐드의 출측 판두께에 가장 큰 영향을 미치며, 2, 3 스텐드



(a)



(b)

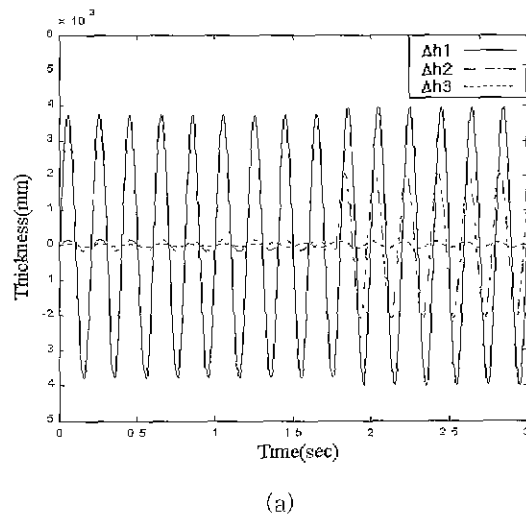
그림 3. 제 1 스탠드 록 속도의 스텝형 증가에 대한 각 스탠드 출력 응답. (a) 출측 판두께, (b) 후방장력.

Fig. 3. Output responses resulted from a step variation of first-stand roll speed. (a) Delivery strip thickness. (b) Back-tension.

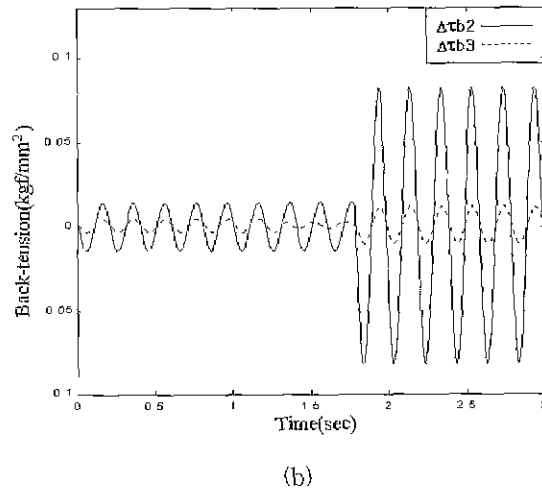
의 출측 판두께는 스탠드 간 전달 지연으로 인하여 일정 지연시간 후에 크게 증감한다. 후방장력은 출측 판두께와 반대의 경향을 보인다 이와 같은 동특성 결과는 연속 냉간압연기의 고유한 성질을 명확히 기술할 수 있는 모델을 규명하는데 중요한 기초 자료가 된다.

III. 연속 냉간압연기의 모델 규명

연속 냉간압연기의 모델을 규명하기 위한 MOESP 모델 규명법은 부분공간에 기초한 상태공간 모델 규명법 가운데 확정적인 모델에 관한 실현법을 다루고 있으며, 기존의 다변수 시스템의 상태공간 실현법과는 달리 먼저 입출력 데이터로부터 생성된 블록 Hankel 행렬에 대하여 RQ 분해를 수행한 후 특이치분해를 이용하고 있다. MOESP 모



(a)



(b)

그림 4. 롤 편심 발생으로 인한 각 스탠드 출력 변동. (a) 출측 판두께, (b) 후방장력.

Fig. 4. Output responses due to the roll eccentricity (a) Delivery strip thickness, (b) Back-tension.

델 규명법은 입출력 데이터 또는 규명대상에 불확실성이 포함된 경우에도 적용할 수 있어 실 시스템의 모델 규명에 매우 유용한 알고리즘으로 평가된다.

1. MOESP 모델 규명법

Verhaegen[4] 등이 제안한 MOESP 모델 규명법의 실현 순서를 나타내면 다음과 같다.

단계 1 입출력 데이터로부터 구성되는 2개의 (k×l) 블록 Hankel 행렬을 아래와 같이 정의한다.

$$Y_l = \begin{bmatrix} y(t) & y(t+1) & \dots & y(t+l-1) \\ y(t+1) & y(t+2) & \dots & y(t+l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(t+k-1) & y(t+k) & \dots & y(t+l+k-2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$U_l = \begin{bmatrix} u(t) & u(t+1) & \dots & u(t+l-1) \\ u(t+1) & u(t+2) & \dots & u(t+l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(t+k-1) & u(t+k) & \dots & u(t+l+k-2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서, $y(t)$ 와 $u(t)$ 는 각각 시간 t 에서의 입력과 출력 신호이며, $u(t)$ 는 지속적인 기진(persistent excitation)조건을 만족한다[13].

단계 2 : 입출력 데이터 행렬의 RQ분해를 다음과 같이 수행한다[4][14]

$$\begin{bmatrix} U_r \\ Y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

단계 3 : 행렬의 R_{22} 를 다음과 같이 특이치 분해한다.

$$R_{22} = \begin{bmatrix} U_n & U_n^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_n & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n^T \\ (V_n^-)^T \end{bmatrix} \quad (8)$$

단계 4 : 규명되는 모델의 시스템 행렬 (A_d, B_d, C_d, D_d)는 다음 관계식으로부터 계산된다.

$$C_d = U_n(1:p, :), U_n^{(1)}A_d = U_n^{(2)}, X_y = X_n \begin{bmatrix} D_d \\ B_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$X_y = \begin{bmatrix} L(:, 1:m) \\ L(:, m+1:2m) \\ \vdots \\ L(:, m(k-1)+1:mk) \end{bmatrix}, L = (U_n^+)^T R_{21} R_{11}^{-1} \quad (10)$$

$$X_n = \begin{bmatrix} U_n^+(1:p, :)^T & \dots & U_n^+(p(k-1)+1:pk, :)^T \\ U_n^+(p+1:2p, :)^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_n^+(p(k-1)+1:pk, :)^T & \dots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & U_n^{(1)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

2. 모델 규명 결과

연속 냉간압연기의 모델 규명에 있어서 기존의 Taylor 선형화 모델과는 달리 각 스펀드의 견실한 제어를 위한 독립적인 모델을 규명하는데 초점을 두었으며, 이를 위하여 앞서 수행한 연속 냉간압연기의 동특성 해석으로부터 각 스펀드에 지배적인 영향을 미치는 입·출력 신호의 관계를 명확히 밝히고자 하였다. 본 논문에서는 출측 판두께의 견실한 두께 제어가 주목적이므로, 규명대상을 제 1 스펀드로 한정하였다. 먼저 비선형 시뮬레이터로부터 모제 판두께 변동 및 롤 편심, 롤과 판제와의 마찰계수 변동 및 판제의 변형저항 변동의 불확실성이 포함되지 않은 경우의 입출력 데이터를 생성하여 이로부터 모델을 규명하고, 다음으로 불확실성이 고려된 입출력 데이터를 생성하여 이로부터 모델을 규명하였다. 모델 규명을 위한 입력 데이터는 제 1 스펀드의 롤 갭과 롤 속도로, 출력 데이터는 제 1 스펀드의 출측 판두께와 후방장력으로 선정하였다. 모델 규명을 위한 가장 바람직한 입출력 데이터는 실제 연속 냉간압연 시스템에서 측정된 입출력 데이터이지만, 현장에서 작업중인 연속 냉간압연기로부터 원하는 입출력 데이터를 실험적으로 얻는다는 것은 대단히 어려운 상황이므로, 본 논문에서는 공증된 압연기의 비선형 실험식들을 이용하여 가상의 연속 냉간압연기를 구성하고, 이로부터 입출력 데이터를 생성하였다. 입력 신호의 형태는 이상적인 백색잡음에 근사한 M계열 신호[13]로 지속적인 기진조건을 만족

하도록 선정하였고, 스펀드 간 전달 지연, 입출력 신호간의 상호 연성 등의 연속 냉간압연기의 고유한 특성을 충분히 가질 수 있도록 결정하였다. 단, 본 논문에서 연속 냉간압연기의 모델 규명이 목적이므로 Coiler부에서 제 1 스펀드로 판제가 항상 일정하게 유입된다고 가정함으로써 제 1 스펀드의 후방장력은 일정하다는 가정을 두었다.

2.1 공칭모델 규명

불확실성을 고려하지 않은 입출력 데이터로부터 규명된 모델은 다음과 같은 2차의 이산시간계 다변수 상태공간 모델로 주어졌으며, 이를 공칭모델(nominal model)이라 부르기로 한다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9959 & 0.10004 & 0.0398 & 1.19 \times 10^{-5} \\ 0.0047 & 0.8839 & -0.0461 & -1.38 \times 10^{-5} \\ \hline 0.4655 & -0.5901 & -7.46 \times 10^{-5} & -4.02 \times 10^{-8} \\ 0.5344 & 0.4617 & -3.42 \times 10^{-7} & -2.31 \times 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (13)$$

그림 5에서 실선은 모델 규명을 위해 사용하였던 출측 판두께이고, 점선은 규명된 모델에 입력신호를 인가하였을 때의 출측 판두께이다. 그림 6에서는 출측 판두께의 규명 오차를 나타내었다.

2.2 불확실모델 규명

불확실성이 포함된 입출력 데이터 신호로부터 규명된 모델을 불확실모델(uncertain model)이라 부르며, 공칭모

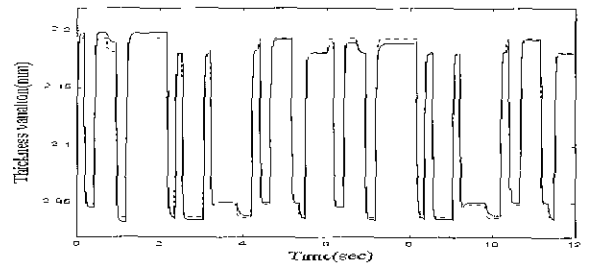


그림 5. 규명된 모델의 출측 판두께.
Fig. 5. Delivery strip thickness of the identified model.

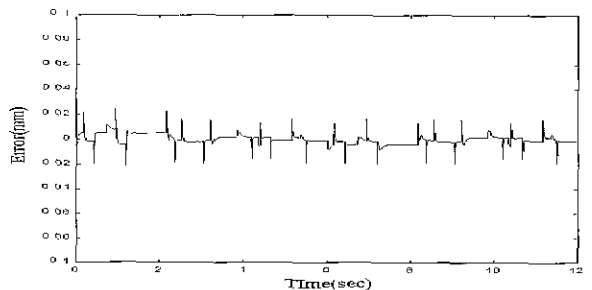


그림 6. 출측 판두께의 규명오차.
Fig. 6. The identification error of the delivery strip thickness.

델과 동일한 차수의 이산시간 상태공간 모델로 규명하였다[3]. 규명된 불확실모델은 다음 두 가지로 나누어진다.

i) 외란(모재 판두께 변동, 롤 편심)이 포함된 입출력 데이터로부터 규명된 모델.

ii) 시스템 파라미터 변동(롤과 판재와의 마찰계수 변동, 판재의 변형저항 변동)이 포함된 입출력 데이터로부터 규명된 모델.

모델규명에 있어서 입출력 데이터가 실 규명대상에 대한 실측치는 아니지만, 규명된 상태공간 모델이 입출력간의 비선형 거동을 양호하게 근사화함을 알 수 있다. 이로써 MOESP 모델 규명법은 연속 냉간압연기의 상태공간 모델 구축에 유용성을 가진다고 할 수 있다.

IV. H^∞ 서보 제어기 설계

1. H^∞ 서보 제어

제어 시스템 설계에 있어서, 페루프 시스템이 만족해야 할 성능 중 하나가 기준입력에 대한 견실 추종이다. Hozumi[7] 등은 견실 추종 문제를 H^∞ 서보 문제로 정식화하여 LMI에 기초한 해법을 바탕으로 서보 문제의 해를 구하였다.

1.1 H^∞ 서보 문제

H^∞ 서보 문제는 그림 7과 같은 2자유도 제어 시스템에서 아래와 같이 주어지는 n 차 일반화 플랜트 G 와 기준 모델에 대하여 다음의 3가지 성능을 만족하는 제어기 K 를 구하는 문제로 정식화된다.

$$G = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \quad (14)$$

- 1) K 는 G 를 내부적으로 안정화시킨다.
- 2) $\|T_{qw}(z)\|_\infty < \gamma$, $T_{qw}(z) : w$ 에서 q 로의 전달함수
- 3) K 는 견실 추종 성질을 만족한다.

여기서, K 는 설계되는 제어기이며, $w(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$ 은 외란, $u(t) \in \mathbb{R}^{m_2}$ 는 제어 입력, $q(t) \in \mathbb{R}^{o_1}$ 은 제어량, $y(t) \in \mathbb{R}^{o_2}$ 는 관측 출력, $r(t) \in \mathbb{R}^{p_2}$ 는 기준입력을 나타낸다.

1.2 H^∞ 제어 문제로의 간략화

본 논문에서는 H^∞ 서보 문제를 H^∞ 제어 문제로 변환하여, 이 수정된 문제에 LMI에 기초한 해법을 적용하였다 우선, 서보 제어기 K 를 아래와 같이 분해한다.

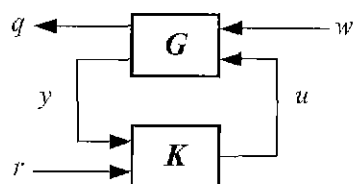


그림 7 H^∞ 서보 문제.
Fig. 7. The H^∞ servo problem.

$$u = K \begin{bmatrix} r \\ y \end{bmatrix} = [K_1 \quad -K_2] \begin{bmatrix} r \\ y \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, 안정화 피드백 제어기 K_2 가 올라의 파라메트리제이션(Youla parameterization)[5]으로부터 $\forall Q \in RH^\infty$ 에 대하여 $K_2 = (Y - Q\tilde{N}_{G22})^{-1}(X + Q\tilde{D}_{G22})$ 로 주어진다면, r 에서 u, y 까지의 전달함수 G_r 이 RH^∞ 에 속하기만 하면 제어기 K 를 포함한 전체 페루프 시스템은 내부 안정하게 된다. 여기서, 제어 대상 G_{22} 와 K_2 의 기약 분해(cofrime factorization)를 (16)으로 표현하기로 하자.

$$\begin{aligned} G_{22} &= N_{G22}D_{G22}^{-1} = \tilde{D}_{G22}^{-1}\tilde{N}_{G22} \\ K_2 &= N_{K2}D_{K2}^{-1} = \tilde{D}_{K2}^{-1}\tilde{N}_{K2} \end{aligned} \quad (16)$$

(16)으로부터 $G_r = \begin{bmatrix} I \\ G_{22} \end{bmatrix} (I + K_2 G_{22})^{-1} K_1$ 는 $\tilde{D}_{K2} K_1$ 으로 전개되며, $\forall Q \in RH^\infty$ 에 대하여 $\tilde{D}_{K2} K_1 = R$ 로 두면 K_1 은 (17)과 같이 주어진다.

$$K_1 = (Y - Q\tilde{N}_{G22})^{-1}R = (D_{G22} + K_2 N_{G22})R \quad (17)$$

즉, 안정화 제어기 K_2 가 주어지고, K_1 이 (17)과 같이 주어지면, 전체 페루프 시스템의 내부 안정성은 보장된다. 본 논문에서는 H^∞ 서보 문제가 해를 가지기 위한 필요·충분 조건을 얻기 위하여, 기준 입력 r 로부터의 피드포워드 경로를 제거한 페루프 시스템에 대해서 다음과 같이 고려한다. 기준 입력을 스텝형으로 고려하면, \tilde{D}_r 의 최대 불변 요소로 정의되는 $\phi_r(z) \in RH^\infty$ 는 (18)과 같이 주어지며,

$$\phi_r(z) = \frac{z-1}{z} \quad (18)$$

제어기 $K_2(z)$ 는 $\phi_r(z)$ 를 이용하여 (19)와 같이 전개될 수 있다.

$$K_2(z) = K_r(z) \phi_r^{-1}(z) I \quad (19)$$

(18)에서 정의된 $\phi_r(z)$ 로부터 $\phi_r^{-1}(z)I$ 은 다음과 같이 전개된다.

$$\phi_r^{-1}(z)I = M_1 + M_2 \Sigma(z) \quad (20)$$

$$M_1 = I_{p_1}, \quad M_2 = I_{p_2}, \quad \Sigma(z) = \left[\begin{array}{c|c} I_{p_1} & I_{p_1} \\ \hline I_{p_2} & 0 \end{array} \right]$$

여기서, p_2 는 기준입력 수를 의미하며, I_{p_1} 은 $p_2 \times p_2$ 단위 행렬이다

결론적으로 일반화 플랜트 $G(z)$ 에 대한 H^∞ 서보 문제는 다음과 같이 정의되는 일반화 플랜트 $\hat{G}(z)$ 에 대한 H^∞ 제어 문제로 등가시켜 축소할 수 있다.

$$\hat{G}(z) = \begin{bmatrix} I_{p_1} & 0 \\ 0 & I_{p_2} \\ 0 & \Sigma \end{bmatrix} G(z) = \left[\begin{array}{c|cc} A & 0 & B_1 & B_2 \\ C_2 & 0 & D_{21} & 0 \\ \hline C_1 & 0 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & 0 & D_{21} & 0 \\ 0 & I_{p_2} & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (21)$$

(21)의 상태공간 모델을 다음과 같이 표기하고,

$$\widehat{G}(z) = \left[\begin{array}{c|cc} \widehat{A} & \widehat{B}_1 & \widehat{B}_2 \\ \hline \widehat{C}_1 & \widehat{D}_{11} & \widehat{D}_{12} \\ \widehat{C}_2 & \widehat{D}_{21} & 0 \end{array} \right] \quad (22)$$

\widehat{G} 의 H^∞ 제어기를 \widehat{K} 으로 두어 다음과 같이 H^∞ 서보 문제와 동가인 H^∞ 제어 문제를 정식화한다.

H^∞ 제어 문제 : 주어진 일반화 플랜트 G 와 기준 입력 r 에 관계된 기준모델로 구성되는 (21)과 같은 수정된 일반화 플랜트에 대하여, 다음의 두 가지 특성을 만족하는 제어기 \widehat{K} 을 구하는 문제.

- 1') \widehat{K} 는 \widehat{G} 를 내부적으로 안정화시킨다.
- 2') $\|T_{yw}(z)\|_\infty < \gamma$

2. LMI에 기초한 H^∞ 제어

(21)과 같은 수정된 일반화 플랜트에서 \widehat{G}_{12} 이 허측상에 서 영점을 가지고, \widehat{D}_{21} 이 행 플 랭크(full row rank)를 가지지 않는다. 따라서, 1,2절에서 제시한 H^∞ 제어 문제는 ARE(Algebraic Riccati Equation)에 기초한 해법으로는 해를 구할 수 없으며, Gahinet[10] 등이 제안한 H^∞ 제어 문제의 LMI에 기초한 해법을 적용하여 제어 해를 구할 수가 있다.

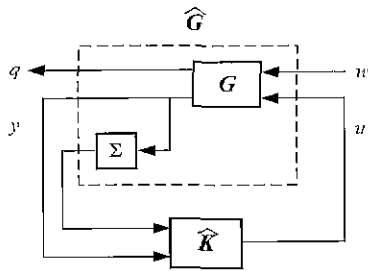


그림 8. H^∞ 서보 문제와 동가인 H^∞ 제어 문제
Fig. 8. The H^∞ control problem equivalent to the H^∞ servo problem

2.1 H^∞ 제어의 존재성

다음의 두 가지 사항을 만족하는 n 차의 프로퍼(proper)한 이산시간계 플랜트 $G(z)$ 를 다음과 같은 상태공간 모델로 표현하도록 하자.

- A1) (A, B_1) 이 가안정이고, (A, C_2) 가 가점출이다.
- A2) $D_{22} = 0$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B_1w(k) + B_2u(k) \\ q(k) &= C_1x(k) + D_{11}w(k) + D_{12}u(k) \\ y(k) &= C_2x(k) + D_{21}w(k) \end{aligned} \quad (23)$$

가정 A1)과 A2)하에서 이산 시간 H^∞ 제어기의 존재성은 다음과 같이 정리된다.

이산시간 준 최적 H^∞ 제어 문제의 가해성 : (23)과 같은 n 차의 프로퍼한 이산시간계 플랜트 $G(z)$ 에 대하여, N_R 과 N_S 를 각각 (B_2^T, D_{12}^T) 와 (C_2, D_{21}) 의 영 공간에 속하는 기저벡터라 두면, 설계사양 γ 에 대한 이산 시간 준 최적 H^∞ 제어문제는 다음의 두 LMI 시스템을 만족하는 대칭행렬

$R, S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 이 존재하기만 하면 해를 가진다.

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} ARA^T - R & ARC_1^T & B_1 \\ C_1RA^T & -\gamma I + C_1RC_1^T & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^TSA - S & A^T SB_1 & C_1^T \\ B_1^T SA & -\gamma I + B_1^T SB_1 & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} > 0 \quad (26)$$

2.2 이산시간계 H^∞ 제어기의 구성

(24)-(26)을 만족하는 두 행렬 R, S 가 주어지면, 일반화 플랜트와 동일한 차수를 가지는 γ -준 최적 제어기 $K(z) = D_K + C_K(zI - A_K)^{-1}B_K$ 는 다음과 같은 순서로 계산된다 [9].

단계 1. 다음 식과 같이 구성되는 Δ 에서 $\Delta > 0$ 의 임의의 해 D_K 를 계산한다.

$$\Delta = - \begin{pmatrix} -R & 0 & * & * \\ 0 & -\gamma I & * & * \\ A + B_2 D_K C_2 & C_1 - D_{12} D_K C_2 & -S & 0 \\ B_1 + B_2 D_K D_{21} & D_{11} + D_{12} D_K D_{21} & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} \quad (27)$$

단계 2. 다음과 같이 주어지는 두 선형 행렬방정식의 최소자승해 $\begin{pmatrix} \theta_B \\ * \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \theta_C \\ * \end{pmatrix}$ 를 구한다

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & C_2 & D_{21} \\ 0 & & & & \\ 0 & & -\Delta & & \\ C_2^T & & & & \\ D_{21}^T & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_B \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ -I \\ 0 \\ A^T S \\ B_1^T S \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & B_2^T & D_{12}^T & 0 & 0 \\ \bar{B}_2 & & & & \\ D_{12} & & -\Delta & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_C \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{A}R \\ C_1 R \\ -I \\ 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

단계 3. $I - RS$ 를 가역인 두 행렬 M 과 N 에 대하여 MIN^T 로 분해하며, 여기서, A_K, B_K, C_K 는 다음식들로부터 계산된다

$$NB_K = -SB_2 D_K + \theta_B^T, C_K M^T = -D_K C_2 R + \theta_C \quad (30)$$

$$\begin{aligned} -NA_K M^T &= SB_2 \theta_C + \theta_B^T C_2 R + S(A - B_2 D_K C_2)R \\ &+ \begin{pmatrix} -I \\ 0 \\ A^T S - C_2^T \theta_B \end{pmatrix}^T \Delta^{-1} \begin{pmatrix} \bar{A}R + B_2 \theta_C \\ C_1 R + D_{12} \theta_C \\ -I \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

3 연속 냉간압연기의 H^∞ 제어기 설계

연속 냉간압연 공정에서 출력 관두께에 주된 영향을 주는 요인은 모재 관두께 변동과 롤 편심이다. 또한, 작업률과 관재의 마찰계수 변동 및 관재의 변형 저항 변동 등의

시스템 내부 파라미터 변동 등으로도 인하여 출력 관두께의 변동을 발생시킨다.

3.1 문제의 공식화

연속 냉간압연기의 고유한 동특성을 바탕으로 규명된 제 1 스탠드의 선형모델에 대하여 다음의 요구사항을 만족하는 견실한 두께 제어기를 설계하고자 한다.

i) 롤과 판재와의 마찰계수 변동 및 판재의 변형저항 변동에도 견실 안정성을 보장한다.

ii) 모제 판두께 변동 및 롤 편심의 외란에 대한 억제 성능을 가진다.

iii) 제 1 스탠드의 출력 관두께는 외란이 존재하여도 주어진 초기 압연 설정치를 견실하게 추종한다.

위의 세 가지 사항을 만족시키는 H^∞ 서보 제어기 설계를 위하여 일반화 플랜트를 그림 9와 같이 구성하였다. H^∞ 제어기 설계에 있어 가중함수 $W_1(z)$ 와 $W_2(z)$ 는 모델 규명 범으로부터 규명된 공칭모델과 외란 및 시스템 파라미터 변동이 포함된 불확실모델의 최대 특이치 선도로부터 결정된다. 그림 10에서 실선은 규명된 연속 냉간압연기 제 1 스탠드 공칭모델, 점선은 불확실모델의 최대 특이치 선도를 각각 나타내었다. 그림에서 10rad/s 이상의 주파수 영역에서는 공칭모델보다 계인값이 적음을 알 수 있다.

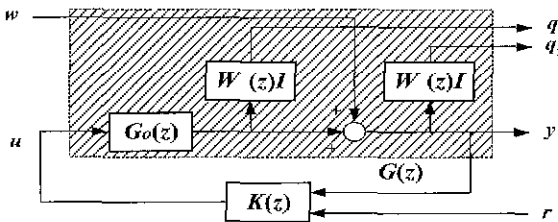


그림 9. H^∞ 서보 제어를 위한 일반화 플랜트.
Fig. 9. The generalized plant for the H^∞ servo control.

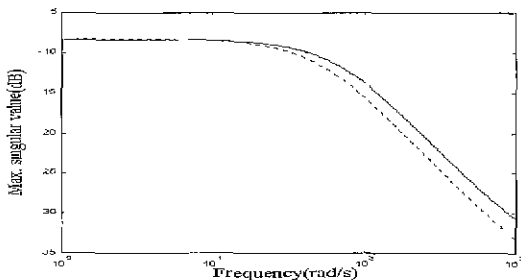


그림 10. 공칭모델과 불확실모델의 최대 특이치 선도.
Fig 10. Maximum singular value plot of the uncertain model and the nominal model.

이로부터 연속 냉간압연기의 견실한 H^∞ 제어기를 설계할 경우, 롤과 판재와의 마찰계수 및 판재의 변형저항 등의 파라미터 변동으로 야기되는 모델링오차가 존재하여도 견실 안정성을 보장하도록 모델링오차에 대한 가중함수를

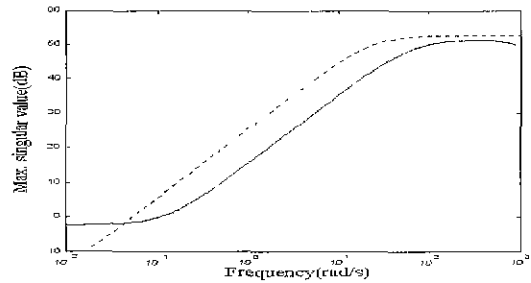


그림 11. 모델링 오차의 가중함수 선정.
Fig 11. Determination of the weighting function of modeling error

결정하고, 모제 판두께 변동 및 롤 편심 등의 외란에 대한 억제 성능을 가지도록 외란에 대한 가중함수를 설정하는데 있어서 그림 10의 최대 특이치 선도를 바탕으로 10rad/s 이상의 주파수영역에서 상대적으로 큰 계인값을 가지는 안정한 주파수역 유리함수 형태로 결정할 수 있다. 특히 시스템 파라미터 변동으로 야기되는 모델링오차는 공칭모델과의 상대오차인 공칭모델의 출력측으로 반영한 승법형오차(multiplicative error)로 표현하고, 실제의 제어대상을 $G(z)$, 공칭모델을 $G_o(z)$ 그리고 승법형오차를 $\Delta_m(z)$ 로 표기하면 (32)와 같다.

$$G(z) = G_o(z) + \Delta_m(z)G_o(z) \tag{32}$$

본 논문에서 규명된 공칭모델과 시스템 파라미터 변동을 고려한 불확실모델간의 승법형오차 $\Delta_m(z)$ 를 (32)로부터 구하여, $\Delta_m(z)$ 의 최대 특이치 선도를 그림 11의 실선과 같이 도시하였으며, 이를 바탕으로 모델링오차에 대한 가중함수 $W_1(z)$ 를 그림 11의 점선과 같이 선정하였다. $W_2(z)$ 는 규명된 공칭모델과 모제 판두께 변동 및 롤 편심 등의 외란이 포함된 입력력 데이터로부터 규명된 불확실모델간의 오차로부터 $W_1(z)$ 와 같은 방법으로 주파수 영역에서 안정한 함수로 선정하였다. $W_1(z)$, $W_2(z)$ 를 포함하는 외부 입력 w 와 제어입력 u 에서 제어량 q_1 , q_2 와 관측출력 y 까지의 일반화 플랜트의 전달함수는 (33)과 같다.

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_1(z)IG_o(z) \\ W_2(z)I & W_2(z)IG_o(z) \\ I & G_o(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \tag{33}$$

공칭모델 $G_o(z)$ 와 $W_1(z)$, $W_2(z)$ 에 대하여 각각 상태 변수를 선정하여 (34), (35)와 같이 실현함으로써, 일반화 플랜트를 상태공간 모델로 표현할 수 있다.

$$G_o(z) = \begin{bmatrix} A_o & B_o \\ C_o & D_o \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$W_1(z) = \begin{bmatrix} A_{w1} & B_{w1} \\ C_{w1} & D_{w1} \end{bmatrix}, W_2(z) = \begin{bmatrix} A_{w2} & B_{w2} \\ C_{w2} & D_{w2} \end{bmatrix} \tag{35}$$

3.2 시뮬레이션 결과

3.2.1 외란 억제 및 건설 추종 성능

플랜트의 출력측으로 외란, 즉 모재 판두께 변동과 롤 편심이 인가되는 경우 제 1 스탠드 출측 판두께에 외란의 영향이 억제되도록 하였고, 주어진 명령을 건설하게 추종하도록 시뮬레이션 하였다. 모재 판두께 변동 및 롤 편심의 외란을 w 로 인가하였고, 제 1 스탠드의 출측 판두께를 제어량 q_2 로, 설계사양 γ 는 $\gamma = 4.7$ 로 두었다.

그림 12와 같이 외부입력 w 로 외란에 상응하는 저주파의 정현파 신호를 인가하였을 때, 출측 판두께로의 영향을 그림 13에서 나타내었다. 외란에 대한 영향이 $\pm 20\mu m$ 이하로 현저하게 감소됨을 알 수 있다.

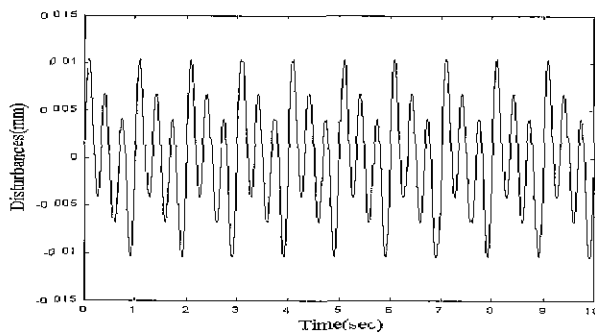


그림 12. 외부입력 w : 외란.
Fig. 12. Exogenous input w disturbance.

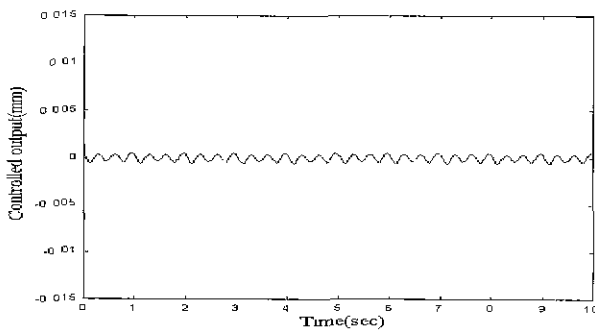


그림 13. 제어량 q_2 : 출측 판두께.
Fig. 13. Controlled output q_2 : The first-stand delivery strip thickness

3.2.2 PID/FF 제어와의 비교

기존 연속 냉간압연기의 Taylor 선형화 모델에 대한 PID/FF 제어기와 외란 억제 및 건설 추종 성능을 비교하였다. 본 논문에서 설계된 H^∞ 서보 제어기와 Taylor 선형화 모델에서의 PID/FF 제어기의 개략도를 그림 14와 그림 15에서 각각 나타낸다. 그림 16은 모재 판두께 변동 및 롤 편심의 외란이 저주파의 정현파형으로 발생하였을 때, PID/FF 제어기에 대한 폐루프 시스템의 응답을 점선, H^∞ 서보 제어기의 응답을 실선으로 각각 나타낸 것이다. Taylor 선형화 모델에 기초한 PID/FF 제어에서는 모재 판두께 변동의 발생에 대하여 미리 피드포워드 제어으로써 억

제하는 성능을 가지도록 설계되었음에도 불구하고, 결과적으로 본 논문에서 제안된 H^∞ 제어기가 적용된 제 1 스탠드의 출측 판두께 변동이 $\pm 1.0\mu m$ 이내로 감소하였으며, $\pm 80\mu m$ 범위의 변동을 가지는 PID/FF 제어에 비해 외란의 영향이 매우 감소됨을 알 수 있었다. 그림 17에서는 외란이 존재하는 경우, 주어진 출측 판두께의 기준 명령에 대한 건설 추종 성능을 비교하였다. $+0.1mm$ 스텝형 출측 판두께 명령 입력에 대하여, 점선은 PID/FF 제어기, 실선은 H^∞ 서보 제어기에 대한 출측 판두께이다.

PID/FF 제어기 응답의 정상상태 오차는 1.5초 이후에서 $\pm 0.01mm$ 이내로 줄어들었으며, H^∞ 서보 제어기는 정상상태 오차가 0.12초 이후부터 $\pm 8.3\mu m$ 이내로 감소하여 PID/FF 제어기에 비해 개선된 외란 억제 성능과 빠른 응답성 그리고 주어진 명령 입력을 건설하게 추종함을 알 수 있었다.

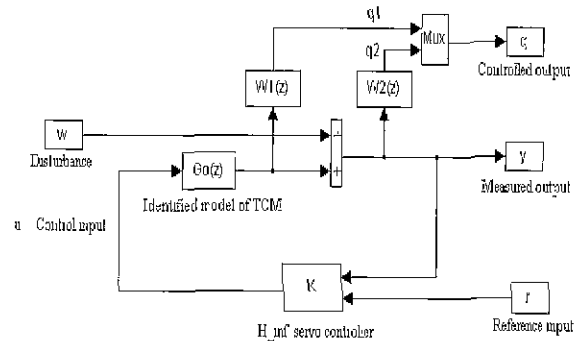


그림 14. 규명된 제 1 스탠드 모델에 대한 H^∞ 서보 제어기
Fig. 14. The H^∞ servo controller for the identified first-stand model

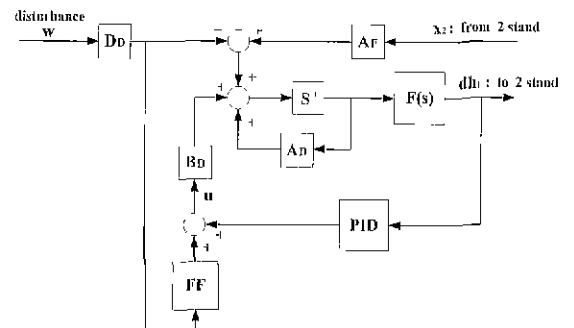


그림 15. Taylor 선형화 모델에 대한 PID/FF 제어기.
Fig. 15 The PID/FF controller for the Taylor linearized model.

V. 결론

본 논문에서는 연속 냉간압연기의 건설한 압연판재 두께 제어를 위한 H^∞ 서보 제어기를 설계하였다. 기존의 Taylor 선형화 모델과는 달리 연속 냉간압연기의 고유한 성질을 가질 수 있도록 명확한 동특성 해석을 바탕으로 부

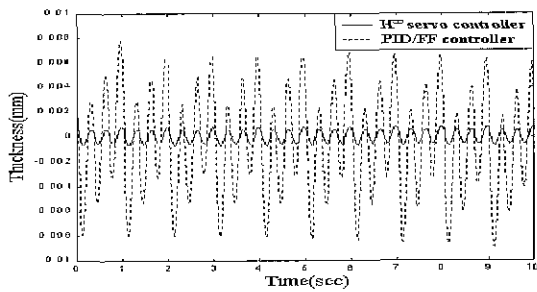


그림 16. H^∞ 서보 제어기와 PID/FF 제어기의 외란 억제 성능 비교.

Fig. 16. The comparison of the disturbances attenuation property of the H^∞ servo controller and the PID/FF controller.

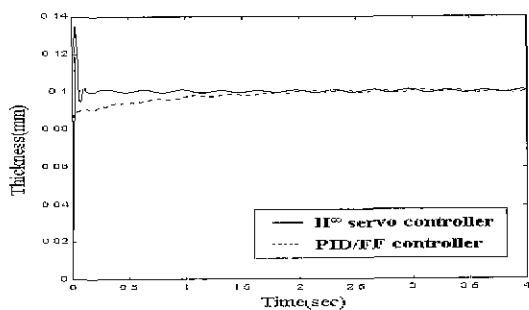


그림 17. H^∞ 서보 제어기와 PID/FF 제어기의 건설 추종 성능 비교.

Fig. 17. The comparison of the robust tracking property of the H^∞ servo controller and the PID/FF controller.

분공간법에 기초한 MOESP 모델규명법을 이용하여 연속 냉간압연기의 모델을 구축하였다. 규명된 모델로부터 롤과 판재와의 마찰계수 및 판재의 변형저항 변동 등의 모델링 오차에 대하여 건설 안정성을 보장하고, 모재 판두께 변동과 롤 편심 등의 외란에 대한 억제 성능을 가지며, 출력 판두께가 주어진 압연 설정치를 건설하게 추종할 수 있게 하는 H^∞ 서보 제어기를 설계하였다. 결과적으로 기존의 Taylor 선형화 모델에 기초한 PID/FF 제어기와의 성능 비교를 통하여 본 논문에서 제안한 H^∞ 서보 제어기가 향상된 성능을 가짐을 볼 수 있었다.

참고문헌

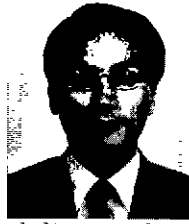
- [1] "Special issue on control in the metal processing industries," *IEEE Trans. on Control System Technology*, vol. 6, no. 2, 1998.
- [2] 浦項綜合製鐵(株), 光陽製鐵所, No. 5 CRM設備用 NEW TYPE AGC 共同研究完了報告書, 浦項綜合製鐵(株), 日立製鐵所(株), 1993.
- [3] 이만형, 황이철, "연속 냉간압연기의 견실 제어 시스템 설계를 위한 수학적모델 개발에 관한 연구," 포항제철(주) 기술연구소 위탁과제 연구보고서, 1998.
- [4] M. Verhaegen and P. Dewilde, "Subspace model identification part I. the output-error state-space model identification class of algorithm," *International Journal of Control*, vol 56, no. 5. pp. 1187-1210, 1992.
- [5] 多美 勉, H^∞ 制御, 昭晃堂, 1994.
- [6] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan, 1992.
- [7] J. Hozumi, S. Hara and H. Fujioka, "Robust servo problem with H_∞ norm constraint," *International Journal of Control* vol. 66, no. 6. pp. 803-823. 1997.
- [8] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis, "State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989
- [9] P. Gahinet, "Explicit controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis," *Automatica*, vol. 32, no. 7 pp. 1007-1014, 1996.
- [10] P. Gahinet and P. Apkarian, "A linear matrix l inequality approach to H^∞ control." *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 4, pp. 421-448, 1994.
- [11] R. Hill, "Relations between roll force, torque and the applied tensions in strip rolling," *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 163, pp. 135-140, 1950.
- [12] D. R. Bland and H. Ford, "The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions," *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*, vol. 159, pp. 144-163, 1948.
- [13] T. Soderstrom and P. Stoica, *System Identification*, Prentice-Hall, 1989.
- [14] J. L. Goldberg, *Matrix Theory with Applications*, McGraw-Hill, 1991.



김 인 수

1974년 6월 30일생. 1997년 부산대학교 제어기계공학과 졸업(공학사). 1999년 동 대학원 지능기계공학과 졸업(공학석사). 1999년-현재 동 대학원 지능기계공학과 박사과정 재학중

관심분야는 건설 H^∞ 제어, 모델규명 이론 및 응용, 수중운 동체 제어 및 응용.



황 이 철

1961년 10월 28일생. 1987년 부산대학교 기계설계공학과 졸업(공학사). 1991년 동 대학원 기계설계공학과 졸업(공학석사). 1996년 일본 오사카대학교 전자제어기계공학과 졸업(공학

박사). 1986년-1988년 삼성중공업 플랜트 사업부 근무. 1996년-1998년 부산대학교 기계공학부 국책교수 근무. 1998년 3월-현재 동의대학교 기계·산업시스템공학부 교수. 관심분야는 건설제어 및 모델규명 이론과 응용, 무한차원 시스템의 모델 근사화 및 제어, 프로세스 제어.



이 만 형

1946년 10월 18일생. 1969년 부산대학교 전기공학과 졸업(공학사). 1971년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1983년 오리건 주립대학교 전기·컴퓨터공학과 졸업(공학박사).

1975년~현재 부산대학교 기계공학부 교수. POSCO 석좌교수. 관심분야는 메카트로닉스, 확률제어, 전실제어 이론 및 응용. 랜덤 프로세스 및 파라미터 추정기법, ITS.