



로 되며, 임의의 변수로 사용한  $V_{k0}$ 와 lateral 선로말단에서의 경계조건  $V_{k0}=V_{0k}$ ,  $P_{kn}=0$ ,  $Q_{kn}=0$ 을 포함하면 다음과 같은  $3(kn+1)$ 개의 방정식으로 된다.

$$\begin{aligned} x_{ki+1} &= f_{ki+1}(x_{ki}) \quad \text{단, } x_{ki} = [P_{ki}, Q_{ki}, V_{ki}^2] \\ x_{k0} &= V_{k0}^2 = V_k^2 = x_{0k} \\ x_{kn} &= P_{kn} = 0, \quad x_{kn} = Q_{kn} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  
 $k = 0$  ; main feeder,  $k \neq 0$  ; lateral

방정식의 해를 구하기 위해서는 Newton-Raphson method에 의해 System Jacobian(이하  $J$ )을 형성하여야 한다. 먼저 main feeder만 있는 계통에 적용해보면,  $J$ 는  $2 \times 2$  행렬로 다음과 같이 표현된다

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{0n}}{\partial P_0} & \frac{\partial \hat{P}_{0n}}{\partial Q_0} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{0n}}{\partial P_0} & \frac{\partial \hat{Q}_{0n}}{\partial Q_0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$\hat{P}_{0n}(x_{0n-1}) = P_n = 0, \quad \hat{Q}_{0n}(x_{0n-1}) = Q_n = 0$$

식(4)의 System Jacobian인  $J$ 는 Chain Rule에 의해 식(5)로부터 쉽게 구해질 수 있다.

$$\begin{aligned} JJ &\triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{0n-1}}{\partial x_{0n-2}} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{0n-1}}{\partial x_{0i-1}} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{0n-1}}{\partial x_{00}} \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \end{bmatrix} J_{n-1} J_{n-2} \cdots J_i \cdots J_2 J_1 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} J_i &\triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{0i}}{\partial x_{0i-1}} \end{bmatrix} \quad ; \text{branch Jacobian} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - 2r_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & -2r_i \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} & r_i \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \\ -2x_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & 1 - 2x_i \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} & x_i \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \\ -2(r_i - x_i^2) \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & -2(x_i - z_i^2) \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} & 1 - z_i^2 \frac{(P_{i-1}^2 + Q_{i-1}^2)}{V_{i-1}^4} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

즉, 식(5)에서  $JJ$ 는  $2 \times 3$  행렬인  $\begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{0n}}{\partial x_{0n-1}} \end{bmatrix}$ 와  $3 \times 3$ 인 행렬 branch Jacobian(이하  $J_i$ )들의 곱에 의해 구해지는  $2 \times 3$  행렬이 된다. 그러므로, System Jacobian인  $J$ 는  $JJ$ 의 (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)를 취함으로 구할 수 있게 된다. 한편,  $l$ 개의 lateral을 고려한 배전계통을 살펴보면,  $J$ 는  $2(l+1) \times 2(l+1)$  행렬로서 식(6)과 같이 구성되어진다<sup>[2]</sup>.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & \cdots & 0 & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & 0 & J_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ J_{l1} & J_{l2} & \cdots & J_{ll} & J_{l0} \\ J_{01} & J_{02} & \cdots & J_{0l} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$J_{ki} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{kn}}{\partial P_{i0}} & \frac{\partial \hat{P}_{kn}}{\partial Q_{i0}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{kn}}{\partial P_{i0}} & \frac{\partial \hat{Q}_{kn}}{\partial Q_{i0}} \end{bmatrix} \quad ; \text{submatrix of System Jacobian}$$

식(6)에서 main feeder를 lateral 0으로 한다면,  $J_{ki}$ 는 lateral  $k$ 의 마지막 bus에서 lateral  $i$ 의 첫 번째 bus로  $P$ 와  $Q$ 를 미분한 값이다. 결국, lateral이 있는 경우의 조류해석은  $J_{ki}$ 인 부분행렬(submatrix)을 구하여 System Jacobian을 구성하는 것이 중요시된다. 그러나, lateral이 많아질수록 각각의 부분행렬  $J_{ki}$ 를 구하여  $J$ 를 구성하는데 복잡해지고, 이  $J$ 의 역행렬 연산시간이 증가하게 된다.

### 3. 제안된 알고리즘

#### 3.1 Branch Jacobian의 간략화

Branch Jacobian의 각각의 요소를 p.u.단위로 해석하였을 때, 식(5)의  $J_i$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$J_i \approx \begin{bmatrix} 1 & \epsilon & \Delta P_i \\ \epsilon & 1 & \Delta Q_i \\ \epsilon & \epsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서,  $|\epsilon| \approx |V_i^2 - V_{i-1}^2| \ll 1$

$\Delta P_i$  : branch  $i$ 의 유효전력손실

$\Delta Q_i$  : branch  $i$ 의 무효전력손실

즉,  $J_i$ 의 비대각성분은 대각성분에 비해 매우 작고, 값들이 0에 가까우며, 더욱이 반복연산과정에서 더욱 작아지므로 생략이 가능하다. 비대각요소를 생략하면,  $J_i$ 의 3행3열의 요소는 식(5)에서 행렬식의 연산으로 볼 때  $J$ 에 아무런 영향을 주지 않으므로 역시 생략이 가능하다. 이러한 성질 때문에  $3 \times 3$  행렬인  $J_i$ 를 다음과 같이 정의되는  $2 \times 2$ 인 행렬  $SJ_i$ 를 이용하면 이로부터  $J$ 를 쉽게 구할 수 있다.

$$SJJ \triangleq SJ_n SJ_{n-1} \cdots SJ_i \cdots SJ_2 SJ_1 \quad (8)$$

여기서,

$$SJ_i \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{0n}}{\partial P_{i0}} & \frac{\partial P_{0n}}{\partial Q_{i0}} \\ 0 & \frac{\partial Q_{0n}}{\partial Q_{i0}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2r_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} & 0 \\ 0 & 1 - 2x_i \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} \end{bmatrix}$$

이 식에서  $SJ_i$ 를 기존의 branch Jacobian과 구별하여 simplified branch Jacobian으로 명명하기로 한다. 즉,  $SJ_i$ 에 의해  $P_i$ 와  $Q_i$ 는  $P_{i-1}$ ,  $Q_{i-1}$ ,  $V_{i-1}^2$ 에 의한 복합적으로 미분을 행하는 것이 아닌 각각  $P_{i-1}$ ,  $Q_{i-1}$ 로 독립적으로 미분하여 branch Jacobian을  $2 \times 2$  행렬로 축약할 수 있다. 그러므로 System Jacobian  $J$ 는 식(8)의  $SJJ$ 로 대신할 수 있다.

#### 3.2 Lateral 및 Sublateral이 있는 경우의 System Jacobian의 간략화

lateral이 있는 경우의 식(6)에서 마지막 행의 부분행렬( $J_{0i}$ )을 제외한 비대각성분 부분행렬인  $J_{ki}$ 는 식(8)을 이용하여 식(9)로 나타낼 수 있다.

$$J_{ki} \triangleq SJ_{kn} SJ_{kn-1} \cdots SJ_{k0} SJ_{k-1} \cdots SJ_i SJ_{i0} \quad (9)$$

여기서,

$SJ_{k-1}$  : matrix of zeros,  $SJ_{i0} : \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

즉,  $J_{0i}$ 를 제외한  $J$ 의 비대각성분 부분행렬인  $J_{ki}$ 는 행렬식의 연산에 의해 0이 되고, 이로 인해 식(6)을 식(10)으로 된다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_{ii} & 0 \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0i} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,  $J_{ii} = \begin{bmatrix} SJ_{i,i} & 0 \\ 0 & SJ_{i,i} \end{bmatrix}$

새로이 구성된  $J$ 는  $J_{0i}$ 를 제외하면 비대각성분이 없는 대각성분만의 행렬로서, 대각성분의 부분행렬을 각각 차례로 해석하고, 이값을 가지고 마지막행의 부분행렬에서 해를 구할 수 있다.

즉,  $l$ 개의 lateral이 있는경우에 main feeder를 lateral 0로 간주한다면, lateral 0의 DistFlow equation에 의해 1부터  $l$ 까지 각각의 lateral의  $V_{ko}^2$ 를 결정하여준다. 이  $V_{ko}^2$ 를 사용하여 각 lateral의 DistFlow equation을 통하여 각 lateral단위로  $J_{kk}$ 를 구성할 수 있다. 이를 독립적으로 연산하고, 각 lateral의 초기  $P_{k0}$ ,  $Q_{k0}$ 값들을 update하여 나감으로써 전체 System Jacobian을 구성하는데 소요되는 시간적 손실과 복잡성을 줄이는 것이다. 또한, numbering은 각 lateral과 node로 첨자로 구별하여 sublateral 증가 시에 야기될 수 있는 문제를 해소하였다. 예를 들면,  $V_{i,k}$ 는  $i$ 는 main feeder를 포함한 lateral의 번호,  $k$ 는 노드의 번호를 나타낸다.

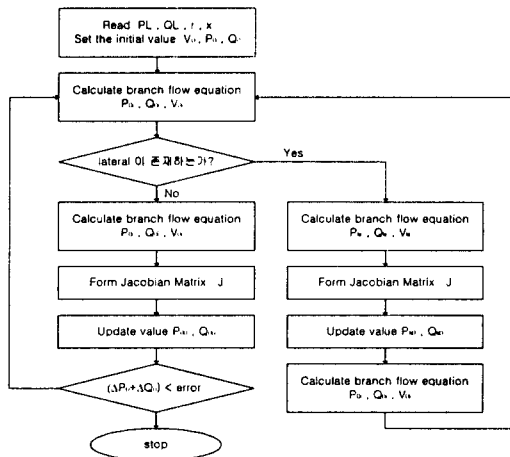


그림 2 제안된 알고리즘의 Flow Chart

Fig. 2 Flow Chart for proposed algorithm

그림2는 main feeder와 lateral만 존재하는 경우의 제안된 알고리즘의 Flow Chart이고 아래와 같은 7단계로 조류해석을 할 수 있다

#### 제안된 알고리즘의 조류해석 방법

step1 : main feeder의 처음 bus부터 마지막 bus까지

DistFlow equation으로  $P_i$ ,  $Q_i$ ,  $V_i^2$ 을 구한다

step2 : step1의 도중에 lateral이 빠져나간 bus를 만나면 lateral의 처음 bus부터 마지막 bus까지 DistFlow equation으로  $P_{ki}$ ,  $Q_{ki}$ ,  $V_{ki}^2$ 을 구한다

step3 : lateral의 System Jacobian을 구성한다

step4 : lateral의 System Jacobian으로부터 lateral의 처음 bus의  $P_{k0}$ ,  $Q_{k0}$ 를 update 한다

step5 : step 1이 끝날 때까지 step2, 3, 4를 반복한다

step6 : main feeder의 System Jacobian을 구성하여 main feeder의 처음 bus의  $P_0$ ,  $Q_0$ 를 update한다

step7 : 수렴치에 만족할 때까지 step1~step6을 반복한다

여기서, sublateral이 있는 경우의 조류해석 방법은 lateral이 있는 경우와 마찬가지로 step2와 step3사이에 sublateral에 관계된 step2, 3, 4를 포함시키면 된다. 즉, sublateral이 빠져나간 버스의 위치를 찾아 DistFlow equation을 수행하고 System Jacobian을 구성하여 sublateral 처음 bus의  $P$ ,  $Q$ 값을 update를 하는 것이다. 이와 같이 제안된 알고리즘은 sublateral이하 많은 lateral이 존재한다고 하더라도 쉽게 적용이 가능한 장점을 가지고 있다.

### 3.3 합성부하 조류해석

합성부하는 정전력, 정전류, 정임피던스로 구성된 부하를 말하며, 식(11)과 같은 전압존형 부하모델이 된다.

$$\begin{aligned} P_{Li}(V) &= P_{L0} [a_{pi} + b_{pi} V_i + c_{pi} V_i^2] \\ Q_{Li}(V) &= Q_{L0} [a_{qi} + b_{qi} V_i + c_{qi} V_i^2] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $P_{L0}$ ,  $Q_{L0}$  : 정격운전 전압에 대한 부하

$a_{pi}$ ,  $a_{qi}$  : 정전력부하 성분계수

$b_{pi}$ ,  $b_{qi}$  : 정전류부하 성분계수

$c_{pi}$ ,  $c_{qi}$  : 정임피던스부하 성분계수

식(11)에 의해 branch Jacobian은 식(12)로 바뀌게되며 정전력만을 고려한 조류해석과 동일하게 해를 구할 수 있다.

$$SJ_i \triangleq \begin{bmatrix} 1 - 2r_i \frac{P_{i-1}}{V_{i-1}^2} - \frac{\partial PL_i}{\partial P_{i-1}} & 0 \\ 0 & 1 - 2x_i \frac{Q_{i-1}}{V_{i-1}^2} - \frac{\partial QL_i}{\partial Q_{i-1}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

## 4. 사례연구

### 4.1 모델계통의 선정

모델계통은 121모선에 기준용량, 기준전압 각각 100 MVA, 22.9kV로 선정하였고, 부하는 균등부하로서 100m 간격의 각 모선에  $P_L=0.00075$  p.u.,  $Q_L=0.000363$  p.u.를 두었다. 또한, 선로 임피던스는  $r=0.00347$  p.u./km,  $x=0.00746$  p.u./km이고, main feeder 41 버스와 7개의 lateral 80버스를 사용하였다.

그림3은 시뮬레이션을 수행한 모델 배전계통을 보여주고 있다. 각 버스에는 부하  $P_L+jQ_L$ 이 연결되어 있고, lateral numbering은 main feeder를 포함하여 변전소 인출구에서 가

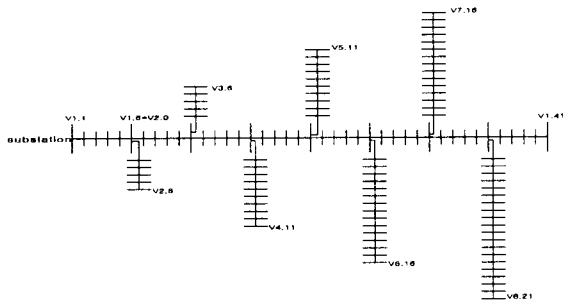


그림 3 121모선 모델배전계통

Fig. 3 121 Bus model distribution system

가운 lateral부터 번호를 부여하였다. 시뮬레이션은 Matlab을 사용하였고, 각 부하가 정전력일 때와 합성부하일 때를 나누어 수행하였다.

## 4.2 Simulation 결과 평가

표 1 시뮬레이션 결과

Table 1 Simulation result

부하의 종류	정전력부하			합성부하 (a=0.2, b=0.4, c=0.4)	
	Newton-Raphson Method	DistFlow Method		DistFlow Method	
		기존의 알고리즘	제안된 알고리즘	기존의 알고리즘	제안된 알고리즘
전압오차	base	10e-5	10e-5	base	10e-10
연산반복회수	4	6	6	6	7
연산시간(sec)	23.5	2.6	0.6	5.4	1.1

각각의 조류해석 알고리즘을 사용하여 모델계통에 적용하여본 시뮬레이션 결과는 표1이다. 전체 bus의 전압오차의 합은 정전력 부하일때  $10^{-5}$ 이고, 합성부하의 경우에는 더욱 무시할 수 있을 정도로 작았다. 연산시간면에서 DistFlow Method는 Newton-Raphson Method보다 월등히 빠른 수렴특성을 보여주고 있다. 그러나, DistFlow Method의 기존의 알고리즘에선 반복연산 회수는 제안된 알고리즘과 비슷하나 branch Jacobian을  $3 \times 3$ 으로, System Jacobian을  $16 \times 16$ 으로 구성함으로 인해 역행렬 연산시간과 수렴속도가 제안된 알고리즘에 비해 다소 떨어지는 면을 볼 수 있다. 제안된 알고리즘은 각 iteration마다  $2 \times 2$ 인 branch Jacobian과 역시  $2 \times 2$ 인 System Jacobian을 8개 구성하여 역행렬연산을 하므로 변수 지정 및 데이터 저장량이 줄어들어 연산시간이 현저히 감소함을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

DistFlow Method는 Newton-Raphson Method처럼 각 bus단위로 Jacobian을 구성하는 것이 아니라 각 branch단위로 구성하여 알고리즘을 간략화 시킨 것이고, R/X비에 관계없이 항상 해를 구할 수 있어 방사상 배전계통에 효율적으로 적용

될 수 있다. 그러나, lateral이 증가할 시에 System Jacobian의 구성시간과 수렴시간이 상당히 커지게 된다는 단점을 가지고 있어 본 논문에서는 이를 해결하고자 branch Jacobian과 System Jacobian의 새로운 구성방법과 이에 따른 새로운 계산 알고리즘 및 numbering방법을 제시하였다. 또한 합성부하를 고려한 DistFlow Method에 있어서의 branch Jacobian을 정의하여 제시하였다. 제안된 방법을 정전력 및 합성부하를 갖는 각각의 모델계통에 적용해본 결과 기존의 DistFlow Method보다 Data 처리가 손쉽고 연산시간이 빠르다는 것을 입증할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

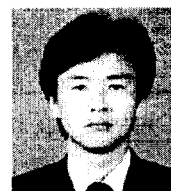
- [1] Gilbert, G.M.; Bouchard, D.E.; Chikhani, A.Y.A "A Comparison of load flow analysis using DistFlow, Gauss-Seidel, and optimal load flow algorithms" IEEE on Canadian Conference, Vol. 2 ,pp. 850-853 1998.
- [2] M.E.Baran, F.F.Wu, "Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, January 1989.

## 저 자 소 개



곽 도 일 (郭 鏞 一)

1972년 8월 30일생. 1998년 충북대 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 전기공학과 석사과정  
Tel : 0431-261-2423, Fax : 0431-263-2419  
E-mail : doyle@engine.chungbuk.ac.kr



김 재 언 (金 在 彦)

1959년 7월 17일생. 1982년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1984년 3월 1일~1998년 8월 31일 한국전기연구소 근무. 1996년 일본 교토대 전기공학과 졸업(공학박). 배전계통운용, MW급 전지전력저장시스템 설계 및 운용, 분산형전원 계통연계 해석 및 운용, 복합에너지시스템, 자율분산배전계통, Unbundled Power Quality Service, Custom Power Devices 등의 연구분야에 종사. 1995년도 일본 일본전기학회 전력·에너지부문대회 우수논문발표대상 수상. 현재, 충북대 공대 전기전자공학부 전임강사

Tel : 0431-261-2423, Fax : 0431-263-2419  
E-mail : jekim@trut.chungbuk.ac.kr