

Development of OPF Algorithm with Changing Inequality to Equality

朱雲杓* · 金建中*** · 崔章欽** · 李炳日** · 嚴載鄒**

(Oon-Pyo Zhu · Kern-Joong Kim · Jang-Heum Choi · Byoung-ill Rhee · Jae-Sun Eom)

Abstract - This paper presents an improved optimal power flow algorithm, which solves an optimization problem with equality constraints with converted inequality constraints. The standard OPF and the penalty function method should do reconstructing active constraints among the inequality constraints so that the activation of the inequality constraints has been imposing an additional burden to solve OPF problem efficiently. However the proposed algorithm converts active inequality constraints into the equality constraints in order to preclude us from reconstructing the procedures. The effectiveness of the new OPF algorithm is validated by applying the IEEE 14 bus system.

Key Words : Optimal Power Flow: Newton-Rapson method: Lagrangian Duality Function: Kuhn-Tucker Condition

1. 서 론

1950년대 후반 조류 계산 프로그램이 실용화된 이후, 경제 급진 문제를 포함한 최적조류계산이 1960년대 Carpentier와 Siroux에 의하여 주창되었다. 관련 논문이 1970년대 이후 다수 발표되었으나, Dommel과 Tinney의 Newton-Rapson을 이용한 방법이 현재까지 널리 사용되는 algorithm으로 널리 알려왔다[1]. 특히 최근 전력 산업의 구조개편에 따라 최적조류계산은 계통운용의 기본적인 수단으로 새로이 자리 매김하고 있다. 이러한 최적조류계산은 기술적, 물리적, 환경적 제약조건하에서 최소비용으로 전력계통을 운용하기 위한 해를 찾는 문제로써 등호제약조건과 부등호 제약조건을 가지는 비선형 최적화 문제이다.

최적조류계산의 해석방법에는 LP(linear programming), RGM(reduced gradient method), quasi-Newton법 등이 있다. 하지만 이러한 방법들에서 최적조류계산을 구성하는 부등호 제약조건에 대한 처리가 용이하지 않으며, 부등호 제약조건들 중에서 활성 제약조건(active constraint)만을 분리하여 문제를 재구성하여야 하므로 정확한 최적조류계산의 해를 구하는데 많은 어려움을 주고 있다.

본 논문에서는 등호제약조건과 부등호 제약조건을 가지는 비선형 최적화 문제인 최적조류계산을 비 활성 등호제약조건만을 가지는 최적화 문제로 변환하여 최적조류계산에 대한 해석적 접근이 가능하도록 하는 알고리즘을 제시하였다. 부등호 제약조건 중에서 활성 제약 조건만을 따로 분리하여

문제를 재구성하는 번거로움 없이 제안한 알고리즘을 적용하여 IEEE 14 모선 계통에 대한 모의계산을 수행하였으며, 그 계산결과는 알고리즘이 타당함을 입증하고 있다.

2. 최적화 문제

2.1 등호제약조건을 가지는 최적화문제

일반적으로 등호제약조건만을 가지는 최적화 문제는

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1)$$

와 같이 공식화 된다. 식 (1)의 최적화 문제는

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \text{Max}_{\lambda} L = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

와 같이 Lagrangian 함수 L 로 등가 변환되고 이로부터 다음과 같은 최적 조건식들이 유도된다.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \{ f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4)$$

그리고 이러한 최적 조건식들로 구성된 연립방정식의 해를 구하기 위하여 LP법, RGM법, quasi-Newton법 등이 사용되고 있다.

* 正 會 員 : 原子力安全技術員
 ** 正 會 員 : 忠南大 電氣工學科 博士課程
 *** 正 會 員 : 忠南大 電氣工學科 教授 · 工博
 接受日字 : 2000年 2月 10日
 最終完了 : 2000年 6月 16日

2.2 부등호제약조건을 가지는 최적화문제

최적조류계산과 같이 등호제약조건과 부등호제약조건을 함께 가지는 최적화 문제는

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

와 같이 공식화된다. 이 문제를 Lagrangian 함수 L 로 등가 변환하면

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad \text{Max} \quad & L = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \text{diag}(\boldsymbol{\mu}) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

이 되고 이로부터 다음과 같은 Kuhn-Tucker 최적 조건식이 유도된다.

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \tag{7}$$

$$\mathbf{L}_\lambda = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{8}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \tag{9}$$

$$\text{diag}(\boldsymbol{\mu}) \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0} \tag{11}$$

즉 식 (5)를 만족하는 최적해에 도달했을 때 각 변수들은 식 (7)~(11)의 최적조건들을 만족하게 된다.

이와 같이 등호제약조건과 부등호제약조건을 갖는 최적화 문제는 등가의 제약조건이 없는 문제로 바꾸거나 또는 간단한 형태의 조건을 갖는 문제로 바꾸어서 처리한다. 이러한 방법으로는 penalty method와 barrier method가 잘 알려져 있고 최근에는 interior point method가 널리 이용되고 있다.

2.2.1 Penalty method

penalty method는 제약조건에 어긋난 것들을 목적함수에 penalty 항으로 부가하는 방법이다. 이방법은 허용해가 아닌 비허용해를 순서적으로 구하여 결국에는 원래 문제의 최적해에 도달시키는 방법이다.

이 방법에 의해 식 (5)의 최적 조건식은

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) + \sum_i P_i(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{12}$$

와 같은 형태를 가지게 된다. 이때 $P_i(\mathbf{x})$ 는 penalty 항으로써 함수의 전형적인 형태는

$$P_i(\mathbf{x}) = g_i(\mathbf{x}) \cdot W_i \cdot \text{maximum}\{0, g_i(\mathbf{x})\} \tag{13}$$

이 된다. 즉 변수가 허용영역 내부에 존재하는 경우에는 어

떤 penalty 항도 부과되지 않고 변수가 허용영역을 벗어나서 부등호제약조건이 active constraint로 작용하는 경우에는 양의 penalty항을 부과해야 한다. 따라서 반복과정에서 active constraint만을 어떻게 따로 분리하여 그에 상응하는 weight W_i 를 어떻게 결정할 것인가가 이 방법의 중요한 관건이다.

2.2.2 Barrier method

barrier method는 어떠한 점도 허용영역을 벗어나지 못하도록 목적함수에 barrier 항을 추가시키는 방법이다. 이방법도 penalty method와 마찬가지로 순서적으로 해를 구해가는 방법이지만 penalty method와 다른 점은 오로지 부등호제약조건에만 적용할 수 있다는 점이다.

이 방법에 의해 식 (5)의 최적 조건식은

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) + \sum_i B_i(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{14}$$

와 같은 형태를 가지게 된다. 이때 $B_i(\mathbf{x})$ 는 barrier 항으로써 함수의 전형적인 형태는

$$B_i(\mathbf{x}) = \frac{-1}{g_i(\mathbf{x})} \tag{15}$$

이 된다. 이러한 barrier 항수의 이상적인 형태는 변수가 허용영역 내부에 존재하는 경우에는 0이고 변수가 경계점에서는 ∞ 이다. 따라서 barrier method를 사용하는 경우에는 각 변수들의 초기값이 허용영역 내부에 존재하는 경우에는 해를 찾을 수 있지만 허용영역을 벗어난 초기값의 경우에는 barrier 함수의 불연속성으로 인하여 해를 찾을 수 없게 된다.

2.2.3 Interior point method

Interior point method는 Upper Limit를 가지는 부등호제약조건은 Lower Limit를 가지는 슬랙 변수 \mathbf{z} 를 도입함으로써 등호제약조건으로 변환한다. 따라서 식 (5)의 최적화 문제는

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{z} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{16}$$

이 된다. 이때 함수의 형태로 주어지는 부등호제약조건은 보다 간단한 형태의 변수 부등호제약조건으로 변형되게 된다. 그리고 이때 주어지는 변수 부등호제약조건의 처리를 위하여 식 (16)은 barrier 함수를 사용하여

$$\text{Min} \quad f(\mathbf{x}) + \sum_i B_i(\mathbf{z}) \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to } \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

으로 변환한다. 이때 barrier 함수는 log 함수의 형태를 사용한다. 그리고 이 방법도 barrier 함수를 사용하였기 때문에 각 변수들의 초기치가 허용영역에서 시작되어야 하며 각각 반복계산과정에서 허용영역을 벗어나지 않도록 step size를 조절해야 한다.

3. 부등호제약조건의 등호제약조건화

식 (5)에서 주어지는 부등호제약조건

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \tag{18}$$

은 식 (16)에서 변형된 것처럼

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{19}$$

$$\mathbf{z} \geq \mathbf{0} \tag{20}$$

등호제약조건과 변수에 대한 부등호제약조건을 가지는 문제로 변형할 수 있다. 하지만 이때 변수를 도입하지 않고 함수를 도입한다면 식 (19)와 (20)은

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{m}(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \tag{21}$$

$$\mathbf{m}(\mathbf{z}) \geq \mathbf{0} \tag{22}$$

이 된다. 이때 식 (22)를 만족하는 가장 간단한 형태의 함수는 2차함수이므로 부등호제약조건의 변형을 위해 추가한 슬랙함수를

$$m_i(\mathbf{z}) = \frac{z_i^2}{2} \tag{23}$$

으로 정의한다면 식 (21)과 (22)는

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \text{diag}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{24}$$

으로 변환된다. 따라서 식 (5)의 최적화 문제는

$$\text{Min } f(\mathbf{x}) \tag{25}$$

$$\text{s.t } \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \text{diag}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{0}$$

와 같이 등호제약조건만을 가지는 문제로 변환된다. 따라서 2.1절에서와 같이 Lagrangian 함수 L 로 등가 변환하면

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{y}) &\equiv f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ &+ \boldsymbol{\mu}^T \cdot \left(\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} [\mathbf{y}] \mathbf{y} \right) \end{aligned} \tag{26}$$

이 되고 이로부터 다음과 같은 최적 조건식들이 유도된다.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \tag{27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{28}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\mu}} = \mathbf{g} + \frac{1}{2} \text{diag}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{29}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{z}} = \text{diag}(\mathbf{z}) \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \tag{30}$$

이 된다. 이때 식 (27)~(30)의 최적조건식과 식 (7)~(11)로 주어지는 최적조건식을 비교해 보면 식 (27)은 식 (7)과 동일하고, 식 (28)은 식 (8)과 동일하고, 식 (29)는 식 (9)와 동일하며, 식 (30)은 식 (10)과 동일함을 알 수 있다. 그리고 식 (11)은 주어진 조건이 부등호제약조건이기 때문에 생기는 제약조건이므로 등호제약조건만을 가지는 식 (25)의 최적화 문제에서는 고려하지 않아도 된다.

(27)~(30)으로 주어지는 연립방정식의 해를 구하기 위하여 뉴턴-랩슨법을 적용하면

$$\begin{bmatrix} [H_0] & [J_h]^T & [J_g]^T & [0] \\ [J_h] & [0] & [0] & [0] \\ [J_g] & [0] & [0] & [z] \\ [0] & [0] & [z] & [\mu] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\mu} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_\lambda \\ \mathbf{L}_\mu \\ \mathbf{L}_z \end{bmatrix} \tag{31}$$

이다. 이때 계수행렬의 각 부분들은

$$[H_0] = \frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{x}^2} + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}^2} \right)^T + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}^2} \right)^T \tag{32}$$

$$[J_h] = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \tag{33}$$

$$[J_g] = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \tag{34}$$

$$[z] = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_n) \tag{35}$$

$$[\mu] = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \tag{36}$$

이다.

4. 부등호제약조건의 등호제약조건화를 통한 OPF 해석

4.1 최적조류계산(OPF) 문제의 정의

적정한 전력 예비율을 유지하면서 수용가가 필요로 하는 전력을 공급하기 위하여 어느 발전기에 얼마만큼의 출력을

배분하여 총 발전비용을 최소화시킬 것인가, 또 선로손실을 어떻게 하면 최소화시킬 수 있는가 하는 문제가 대두되는데 주어진 계통의 조건에서 이러한 문제들을 풀기 위하여 최적 조류계산이 행해지게 된다. 즉, 최적조류계산이란 계통의 주어진 조건, 즉 계통의 안정도 유지조건, 물리적 제약조건, 전압유지조건 등을 만족시키면서 발전비용이나 선로손실을 최소화시키는 것을 목적으로 한다. 따라서 최적조류계산 문제는 식 (37)과 같이 몇가지의 제약조건을 가지면서 발전연료비함수를 최소화시키는 비선형 문제로 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min } & f(\mathbf{P}_G) & (37) \\ \text{s.t } & \mathbf{P}_B - [\mathbf{A}_{PG}] \cdot \mathbf{P}_G + \mathbf{P}_D = 0 \\ & \mathbf{Q}_B - [\mathbf{A}_{QG}] \cdot \mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_D = 0 \\ & \theta_s = 0 \\ & \mathbf{P}_{GL} \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_{GH} \\ & \mathbf{Q}_{GL} \leq \mathbf{Q}_G \leq \mathbf{Q}_{GH} \\ & \mathbf{V}_L \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_H \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{P} 는 유효전력을, \mathbf{Q} 는 무효전력을, 그리고 \mathbf{V} 는 전압의 크기를, θ 는 위상각을 나타낸다. 그리고 각 하첨자가 의미하는 것은 G일 때는 발전기모선, D일 때는 부하모선, S일 때는 슬랙모선이고, L일 때는 하한치, H일 때는 상한치이다. 또한 식 (37)의 등호제약조건으로 주어지는 전력방정식에서 행렬의 형태로 주어지는 $[\mathbf{A}_{PG}]$ 와 $[\mathbf{A}_{QG}]$ 는 유효전력 발전기와 무효전력 발전기의 접속관계를 나타내는 접속행렬이다.

식 (37)에서 목적함수로 주어지는 발전연료비 함수는

$$\begin{aligned} f(\mathbf{P}_G) = & \mathbf{1}^T \cdot \mathbf{a}_G + \mathbf{b}_G^T \cdot \mathbf{P}_G \\ & + \frac{1}{2} \mathbf{P}_G^T \cdot [\mathbf{c}_G] \cdot \mathbf{P}_G \end{aligned} \quad (38)$$

이 된다. 단 각 계수행렬과 벡터는

$$\mathbf{a}_G = [a_{G1}, a_{G2}, \dots, a_{Gn}]^T \quad (39)$$

$$\mathbf{b}_G = [b_{G1}, b_{G2}, \dots, b_{Gn}]^T \quad (40)$$

$$[\mathbf{c}_G] = \text{diag}(c_{G1}, c_{G2}, \dots, c_{Gn}) \quad (41)$$

이다. 이때 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 는 발전비용함수의 상수항, 1차항 계수, 2차항 계수를 의미한다.

4.2 부등호 제약 조건을 등호제약 조건으로 변환

식 (37)에서 \mathbf{P}_G 에 대한 부등호제약조건은 upper limits와 lower limits를 가진다. 이것을 upper limits만을 가지는 부등호제약조건으로 변환하면

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_G & \leq \mathbf{P}_{GH} \\ -\mathbf{P}_G & \leq -\mathbf{P}_{GL} \end{aligned} \quad (42)$$

이 된다. 이때 식 (42)에서 부등호 제약조건을 우변을 좌변으로 이항하면 \mathbf{P}_G 에 대한 부등호 제약조건은 전부 0을 upper limits로 가지게 된다. 따라서 \mathbf{Q}_G 와 \mathbf{V} 에 대해서도 식 (42)와 같이 변환한 후 3절의 기법을 적용하면 식 (37)의 최적조류계산 문제는

$$\begin{aligned} \text{Min } & f(\mathbf{P}_G) = \mathbf{b}_G^T \cdot \mathbf{P}_G + \frac{1}{2} \mathbf{P}_G^T \cdot \mathbf{C}_G \cdot \mathbf{P}_G & (43) \\ \text{s.t } & \mathbf{P}_B - \mathbf{A}_{PG} \cdot \mathbf{P}_G + \mathbf{P}_D = 0 \\ & \mathbf{Q}_B - \mathbf{A}_{QG} \cdot \mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_D = 0 \\ & \theta_s = 0 \\ & \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_{GH} + \frac{1}{2} [y_{PH}] \mathbf{y}_{PH} = 0 \\ & -\mathbf{P}_G + \mathbf{P}_{GL} + \frac{1}{2} [y_{PL}] \mathbf{y}_{PL} = 0 \\ & \mathbf{Q}_G - \mathbf{Q}_{GH} + \frac{1}{2} [y_{QH}] \mathbf{y}_{QH} = 0 \\ & -\mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_{GL} + \frac{1}{2} [y_{QL}] \mathbf{y}_{QL} = 0 \\ & \mathbf{V} - \mathbf{V}_H + \frac{1}{2} [y_{VH}] \mathbf{y}_{VH} = 0 \\ & -\mathbf{V} + \mathbf{V}_L + \frac{1}{2} [y_{VL}] \mathbf{y}_{VL} = 0 \end{aligned}$$

와 같이 변환된다. 식 (44)에서 주어지는 최적화문제를 등호 제약조건과 관련된 라그랑주 승수 λ 와 부등호제약조건과 관련된 라그랑주 승수 μ 를 도입하여, 라그랑주 쌍대 함수 $L(\mathbf{z})$ 로 변환하면

$$\begin{aligned} L(\mathbf{z}) \equiv & f(\mathbf{P}_G) \\ & + \lambda_P^T \cdot \{ \mathbf{P}_B - \mathbf{A}_{PG} \cdot \mathbf{P}_G + \mathbf{P}_D \} \\ & + \lambda_Q^T \cdot \{ \mathbf{Q}_B - \mathbf{A}_{QG} \cdot \mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_D \} \\ & + \lambda_\theta \cdot \mathbf{1}_s^T \cdot \theta \\ & + \mu_{PH}^T \cdot \left\{ \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_{GH} + \frac{1}{2} [y_{PH}] \mathbf{y}_{PH} \right\} \\ & + \mu_{PL}^T \cdot \left\{ -\mathbf{P}_G + \mathbf{P}_{GL} + \frac{1}{2} [y_{PL}] \mathbf{y}_{PL} \right\} \\ & + \mu_{QH}^T \cdot \left\{ \mathbf{Q}_G - \mathbf{Q}_{GH} + \frac{1}{2} [y_{QH}] \mathbf{y}_{QH} \right\} \\ & + \mu_{QL}^T \cdot \left\{ -\mathbf{Q}_G + \mathbf{Q}_{GL} + \frac{1}{2} [y_{QL}] \mathbf{y}_{QL} \right\} \\ & + \mu_{VH}^T \cdot \left\{ \mathbf{V} - \mathbf{V}_H + \frac{1}{2} [y_{VH}] \mathbf{y}_{VH} \right\} \\ & + \mu_{VL}^T \cdot \left\{ -\mathbf{V} + \mathbf{V}_L + \frac{1}{2} [y_{VL}] \mathbf{y}_{VL} \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

와 같이 정리할 수 있다. 그리고 식 (44)로 부터 최적조건식을 정리하여 그 최적조건식에 대해 gradient method, LP method, Newton-Raphson method 등을 적용하여 주어진 OPF문제의 해를 구할 수가 있다.

5. 사례연구

본 사례연구에서는 [그림 1]과 같은 IEEE 14-모선 샘플 계통에 대해 본 알고리즘을 적용하였다. 이때 발전기의 비용 함수와 발전력의 상하한치는 참고문헌 [2]의 값을 참고하여 [그림 2]와 같이 결정하였으며 각 모선에서 부하량과 전압의 상하한치를 포함한 모선 입력 자료는 [그림 3]과 같다.

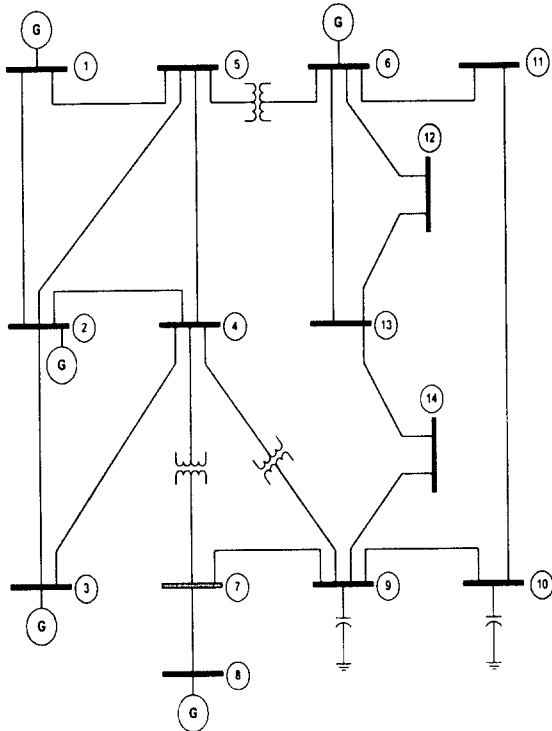


그림 1 IEEE 14모선 계통의 구성
Fig 1 Composition of IEEE-14 system

BusNum	Pow(Re)	Pow(Im)	TPow(Re)	TPow(Im)	BPow(Re)	BPow(Im)	Fir	Sec
1001	2.324000	-0.163000	2.999900	1.999900	0.000000	-1.999900	5.000000	0.002000
1002	0.400000	0.424000	0.999900	0.500000	0.000000	-0.400000	7.000000	0.004000
1003	0.900000	0.234000	0.999900	0.400000	0.000000	0.000000	9.000000	0.006000
1006	0.000000	0.122000	0.999900	0.240000	0.000000	-0.060000	9.000000	0.007000
1008	0.000000	0.174000	0.999900	0.150000	0.000000	-0.060000	4.000000	0.005000

그림 2 발전기 입력 자료
Fig 2 Generator input data

BusNum	Type	BName	Volt	Angle	Top Volt	Bottom Volt	Active Power	ReActive Power
1001	3	avg	1.050000	0.000000	1.200000	0.800000	0.000000	0.000000
1002	2	gen01	1.045000	0.000000	1.200000	0.800000	0.217000	0.127000
1003	2	gen02	1.010000	0.000000	1.200000	0.800000	0.942000	0.190000
1004	1	load01	1.000000	0.100000	1.200000	0.800000	0.478000	-0.039000
1005	1	load02	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.076000	0.016000
1006	2	gen03	1.070000	0.000000	1.200000	0.800000	0.112000	0.075000
1007	1	load03	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.000000	0.000000
1008	2	gen04	1.050000	0.000000	1.200000	0.800000	0.000000	0.000000
1009	1	load04	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.295000	0.168000
1010	1	load05	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.050000	0.058000
1011	1	load06	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.035000	0.018000
1012	1	load07	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.061000	0.018000
1013	1	load08	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.135000	0.058000
1014	1	load09	1.000000	0.000000	1.200000	0.800000	0.149000	0.050000

그림 3 모선 입력 데이터
Fig 3 Bus input data

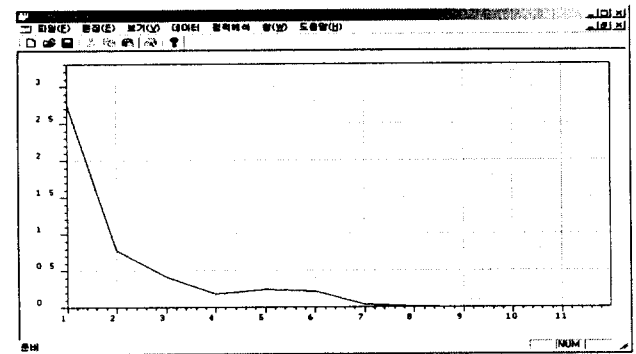


그림 4 수렴특성
Fig 4 Characteristic of convergence

[그림 4]는 본 논문에서 제시한 알고리즘에 대한 수렴상태를 나타내고 있다. 수렴 중간의 진동 현상은 부등호제약조건이 active로 변함으로 인해서 발생한다. 그리고 [그림 5]는 OPF수행 후 발전력 배분 상태를 나타낸다. [그림 2]의 입력 자료에서 발전비용이 비싼 2번, 3번, 6번의 발전기는 최소발전을 하고 발전비용이 싼 1번과 8번 중에서 가장 값이 싼 8번은 최대발전을 하고 1번 발전기가 나머지 부하와 감당하고 있다. 이와 같은 상태는 직관과 일치하며, 미리 예상된 실제 결과와 잘 부합하므로, 본 논문에서 제시한 알고리즘으로 계산한 결과가 타당하다는 것을 입증한다. [그림 6]은 OPF수행 후 각 모선의 상태를 나타내고 있다.

BusNum	Pow(Re)	Pow(Im)	TPow(Re)	TPow(Im)	BPow(Re)	BPow(Im)	Fir	Sec
1001	1.649860	-0.049879	2.999900	1.999900	0.000000	-1.999900	5.000000	0.002000
1002	0.000000	0.263601	0.999900	0.500000	0.000000	-0.400000	7.000000	0.004000
1003	0.000000	0.263632	0.999900	0.400000	0.000000	0.000000	9.000000	0.006000
1006	0.000000	0.048762	0.999900	0.240000	0.000000	-0.060000	9.000000	0.007000
1008	0.999900	-0.060000	0.999900	0.150000	0.000000	-0.060000	4.000000	0.005000

그림 5 OPF 수행후 발전력 배분 상태
Fig 5 The state of power dispatch after analyzing OPF

BusNum	Active Bus	ReActive Bus	Active Gen	ReActive Gen	Active Load	ReActive Load	Volt	Angle	Lambda P	Lambda Q
101	1.66860	-0.04879	1.66860	-0.04879	0.00000	0.00000	1.20000	0.00000	5.00254	0.00000
102	0.21700	0.15667	0.00000	0.26367	0.21700	-0.12700	1.18577	-0.05074	5.16453	0.00000
103	0.94200	0.07982	-0.00000	0.28982	0.94200	0.19000	1.18904	-0.13181	5.40846	0.00000
104	-0.47800	0.03800	0.00000	0.00000	0.47800	-0.03800	1.16707	-0.07659	5.22667	0.02618
105	0.07600	-0.01600	-0.00000	0.00000	0.07600	0.01600	1.16997	0.06254	5.21204	0.02683
106	0.11200	-0.02623	0.00000	0.04875	0.11200	0.07500	1.20000	0.11057	5.26343	0.00000
107	0.00000	-0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.17424	-0.02354	5.20543	0.02232
108	0.99900	-0.05000	0.99900	-0.05000	0.00000	0.00000	1.15748	0.10576	5.14853	0.05083
109	0.29500	-0.16398	-0.00000	0.00002	0.29500	0.16200	1.18784	0.07427	5.19162	0.05759
110	-0.05000	-0.05000	-0.00000	0.00000	0.05000	0.05000	1.18319	-0.04545	5.22510	0.06384
111	0.02600	-0.01800	-0.00000	0.00000	0.02600	0.01800	1.18134	-0.03941	5.20841	0.04072
112	0.06100	-0.01600	-0.00000	0.00000	0.06100	0.01600	1.18635	-0.11304	5.25905	0.02683
113	0.12500	-0.05000	-0.00000	0.00000	0.12500	0.05000	1.18256	-0.11853	5.30049	0.04138
114	-0.14900	-0.05000	-0.00000	0.00000	0.14900	0.05000	1.16921	-0.10569	5.26604	0.02577

그림 6 OPF 수행후 각 모선의 상태
Fig. 6 The state of bus value after analyzing OPF

5. 결 론

본 논문에서는 등호제약조건과 부등호제약조건을 가지는 최적화 문제인 최적조류계산을 등호제약조건만 가지는 비활성 최적화 문제로 변환하여 최적조류계산을 해석하는 기법을 제안하였다. 본 논문에서 제안된 방법에서는 행렬의 크기가 부등호제약조건수의 개수의 3배만큼 늘어나지만 Complementary Slackness Condition을 만족하도록 매 반복계산마다 확인하는 활성 제약 조건을 따로 고려할 필요 없이 1회의 라그랑주 쌍대함수에 대한 해석을 수행하면 되기 때문에 OPF에 대한 해석이 훨씬 용이한 것으로 판단된다. 또한 부등호제약조건을 등호제약조건으로 변환하면서 도입된 변수들은 부등호제약조건과 경제조건과의 거리를 나타내므로 발전여력이 대한 별도의 계산 없이도 계산과정에서 발전여력이 바로 도출될 수 있는 장점을 가지고 있다. 앞으로의 과제는 선로조류에 대한 부등호 제약조건을 고려한 최적조류계산의 수행과 분산처리기법을 이용한 최적조류계산의 수렴속도 개선에 있다고 하겠다.

참 고 문 헌

[1] M.E.El-Hahwary et al, "Optimal Economic Operation of Electric Power System", Academic Press, Inc. 1979.
 [2] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, And Control", John Wiley & Sonss, Inc., 1996.
 [3] Mokhtar. S. Bazaraa, "Nonlinear Programming", John Wiley & Sonss, Inc., 1979.
 [4] 최장흠, 김건중 외, " 부등호 제약조건을 등호 제약 조건화를 통한 OPF 해석 알고리즘", 1999년도 대한 전기학회 추계학술대회 논문집, p.197-p.199.

저 자 소 개



주 운 표 (朱雲杓)

1953년 11월 3일생. 1984년 한양대 전기공학과 졸업. 1991년 충남대 전기공학과 석사 졸업. 1992~현재 충남대 전기공학과 박사과정. 1988년~현재 한국원자력안전기술원 안전평가부 계측제어실 근무

Tel : 042-868-0249, Fax : 042-867-2535
E-mail : zhu@kins.re.kr



김 건 중 (金建中)

1953년 2월 12일생. 1975년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1977년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1977년 해군 제2사관학교 교수. 현재 충남대 전기공학과 교수

Tel : 042-821-5659 Fax : 042-823-7970
E-mail : kjkim@ee.chungnam.ac.kr



최 장 흠 (崔章欽)

1972년 5월 26일생. 1997년 충남대 전기공학과 졸업. 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정

Tel : 042-821-7609 Fax : 042-823-7970
E-mail : mu-sic@power.ee.cnu.ac.kr



엄 재 선 (嚴載善)

1963년 9월 9일생. 1986년 충남대 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정

Tel : 042-821-7609
E-mail : jseomm@kornet.net



이 병 일 (李炳日)

1962년 11월 11일생. 1985년 금오공대 전기공학과 졸업. 1987년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 시스템제어 전공(석사). 현재 충남대 전기공학과 박사과정

Tel : 042-821-7609 Fax : 042-823-7970
E-mail : brhee@power.ee.cnu.ac.kr