확률유한요소법을 이용한 초고주파 수동소자의 2차원 해석

論 文
49C-4-8

The Two Dimensional Analysis of RF Passive Device using Stochastic Finite Element Method

金 俊 淵* · 鄭 鐵 溶* · 李 善 榮** · 千 昌 律***
(Jun-Yeon Kim · Chul-Yong Jeong · Sun-Young Lee · Chang-Yul Cheon)

Abstract - In this paper, we propose the use of stochastic finite element method, that is popularly employed in mechanical structure analysis, for more practical designing purpose of RF device. The proposed method is formulated based on the vector finite element method cooperated by pertubation analysis. The method utilizes sensitivity analysis algorithm with covariance matrix of the random variables that represent for uncertain physical quantities such as length or various electrical constants to compute the probabilities of the measure of performance of the structure. For this computation one need to know the variance and covariance of the random variables that might be determined by practical experiences. The presenting algorithm has been verified by analyzing several device with different measure of performanes. For the convenience of formulation, two dimensional analysis has been performed to apply it into waveguide with dielectric slab. In the problem the dielectric constant of the dielectric slab is considered as random variable. Another example is matched waveguide and cavity problem. In the problem, the dimension of them are assumed to be as random variables and the expectations and variances of quality factor have been computed.

Key Words : SFEM, Perturbation method, FEM, RF passive device

1. 서 론

현재의 통신산업은 급속도로 변화하고 있으며 또한 사용하는 주파수 대역도 점차 높아지고 있다. 따라서 초고주파소자에 대한 개발의 필요성은 해가 갈수록 높아지고 있는 추세이다. 하지만 초고주파소자의 개발에는 비용 및 시간이 많이 필요하게 되고, 또한 정확한 필드해석을 필요로 하므로, 현재의 추세는 초고주파소자 설계 및 해석에 있어서 효과적인 해석법이라 할 수 있는 수치해석방법을 주로 사용하고 있다. 수치해석방법은 해석모델에 대한 정확한 모델링이 가능하고, 최근에는 컴퓨터 성능의 급격한 향상으로 보다 많은 양의 계산이 짧은 시간에 가능하게 됨에 따라 정확하고 빠른 해석을 할 수 있는 장점이 있다. 하지만 수치해석기법은 결정적 파라미터(deterministic parameter)만을 사용하고, 비유전율이나 투자율 같은 전기적인 상수, 또는 해석하고자 하는 소자의 구조가 정확히 결정된 상태에서만 해석을 할 수 있으므로 실제 제작 상 발생할 수 있는 불확실한 요소들을 고려하지 못하고 있다. 따라서 수치해석의 결과와 실제 측정한 결과사이에 차이가 발생하게 된다.

확률유한요소법(Stochastic Finite Element Method)은 이러한 불확실한 요소들을 랜덤변수(random variable)로 선택하여 소자의 성능을 해석 할 수 있는 수치해석방법으로 기계나 건축 분야의 수치해석에 있어서는 여러모로 응용되고 있으나 아직 까진 초고주파소자의 해석 및 설계에는 적용된 예가 없다. 확률유한요소법에 쓰이는 방법에는 섭동법(perturbation method)과 테일러 전개(Taylor series expansion)를 이용한 방법, 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation), 노이만 전개(Neuman expansion)을 이용한 방법 등이 있다[1]. 몬테카를로 시뮬레이션은 전체 적인 구조에 대한 확률적인 정보를 필요로 하는 반면에 본 논문에서 제시한 섭동법 및 테일러 전개에 의한 방법은 랜덤 변수의 평균 및 분산만을 필요로 하고, 또한 기존의 전자파 수치해석 기법중의 하나인 벡터유한요소법을 이용하므로 다른 방법에 비해 더 효율적이라고 할 수가 있다[2][3]. 기존의 유한요소법은 각각의 변화에 따라 다시 수치해석을 해야하는 번거로움이 있고 수치해석에 있어서 대부분의 시간이 역행렬을 구하는데 소요된다. 하지만 확률유한요소법 은 기존의 식에서 구한 역행렬을 이용하므로 유한요소법에 비해 계산시간을 현저히 감소시킬 수 있다. 본 논문에서는 수식의 간략화를 위해 2차원 확률유한요소법 및 하나의 랜덤 변수만을 가정하여 수식을 전개하였고, 구체적 적용사례로서 랜덤변수의 변화에 따른 소자의 해석을 유한요소법과 비교해 보았다. 첫 번째 경우는 도파관(waveguide)에 채워져 있는 유전체의 비유전율(dielectric constant)을 랜덤변수로 가정 하여 소자를 해석하였고, 이미 가정한 랜덤변수의 확률분포를 통해 입력 단에서의 반사계수(reflection coefficient) 및 반사 계수의 확률분포를 구하였다. 또한 이를 몬테카를로 시뮬레이션과 비교하였다. 두 번째 경우는 민감도 해석 (sensitivity analysis)의 알고리즘을 이용하

* 準 會 員 : 서울市立大 工大 電子工學科 碩士
** 準 會 員 : 서울市立大 工大 電子工學科 碩士課程
*** 正 會 員 : 서울市立大 工大 電子工學科 敎授 · 工博
接受日字 : 2000年 1月 25日
最終完了 : 2000年 3月 13日

여 필드에 직접적인 영향을 미치는 구조의 민감한 부분을 랜덤변수로 가정하여 소자를 해석하였다[8]. 도파관 끝이 정합(matching)된 구조와 공동기(cavity)에 대해 적용을 해 보았으며 공동기의 경우 랜덤변수의 확률분포에 따른 Q 값(Quality factor) 및 Q 값의 확률분포를 구하였다.

2. 확률유한요소법

유한요소법은 경계치문제(Boundary value problem)에 대해 근사해를 얻는 수치해석방법으로 경계에 대한 정확한 정의 및 해석영역을 지배하는 지배 미분 방정식(Governing differential equation)을 필요로 한다. 전자파 해석에 있어서 경계치 문제는 주어진 경계 및 해석영역에서 지배 미분 방정식인 맥스웰방정식의 해를 구하는 것이다[4][5].

본 논문에서는 가상해를 발생시키지 않는 벡터유한요소법을 이용하였으며 정식화 과정에 있어서 가중잔차법의 하나인 갤러킨(Galerkin)법을 이용하였다[6]. 확률유한요소법은 이러한 벡터유한요소법에 섭동법과 테일러 전개를 이용한 방법으로, 유한요소법 지배방정식인 (1)식으로부터 전개가 된다.

2.1 확률유한요소법의 정식화

2.1.1 지배적분방정식

유한요소법의 지배방정식은 (1)식과 같으며 (1)식에서 Ω는 해석영역, $\vec{N}$은 가중함수인 벡터형상함수, Γ는 경계면적을 나타낸다. (1)식을 만족하는 근사해를 찾기 위해 해석영역을 이산화 하여 수식을 정리하면 (2)식과 같은 행렬형태의 선형적 결과식(Linera system equation)이 된다.

$$\int_{\Omega}[(\nabla\times\vec{H})\cdot(\nabla\times\vec{N})-k_0^2\varepsilon_r\mu_r\vec{H}\cdot\vec{N}]d\Omega = \int_{\Gamma}\{\hat{n}\times(\nabla\times\vec{H})\}\cdot\vec{N}\,d\Gamma \tag{1}$$

$$[K][H] = [f] \tag{2}$$

2.1.2 확률유한요소법의 정식화

초고주파소자에 있어서 실제적인 환경에서 나타날 수 있는 불확실한 변화를 나타내는 랜덤 파라미터가 랜덤변수벡터인 b_r에 의해 표현되어진다고 할 때, 랜덤변수벡터는 b_r은 다음과 같이 표현된다.

$$b_r=\{b_1, b_2, b_3, \cdots, b_m\}$$

여기서, m은 랜덤파라미터의 수를 나타내며 랜덤변수벡터는 식(3)과 같이 평균(expectation) 및 분산(variance)을 가지는, 경험상 얻어질 수 있는 기지의 값으로 가정한다.

$$E(b_r) = b_r^0 = \int_{-\infty}^{\infty} b_r p(b_r)\,db_r$$
$$Var(b_r) = \int_{-\infty}^{\infty}(b_r-b_r^0)p(b_r)db_r \tag{3}$$

$p(b_r)$은 b_r의 확률밀도 함수를 나타내며, 앞에서 말한 (2)식의 H를 랜덤변수벡터 b_r에 의해 표현되는 랜덤파라미터라고 가정한다면 섭동법 및 테일러 전개 에 의한 H의 표현은 식(4)처럼 표현된다.

$$H = H_0 + \xi H_r \Delta b_r \tag{4}$$

$$H^r = \left.\frac{\partial H}{\partial b_r}\right|_{b_r=b_r^0} = K^{-1}\left[\left.\frac{\partial f}{\partial b_r}\right|_{b_r=b_r^0} - \left.\frac{\partial K}{\partial b_r}H\right|_{b_r=b_r^0}\right]$$
$$\Delta b_r = (b_r - b_r^0)$$

(4)식에서 ξ는 정규화요소(normalization factor)로서 랜덤변수의 성질에 의해 결정되어지며, H^0는 랜덤변수벡터 b_r의 평균값에서 구한 H의 평균값으로 기존의 유한요소법으로 구할 수 있다. 또한 (2)식에서 형성되는 역행렬 $[K]^{-1}$ 은 H^r을 구하는데 사용할 수 있으므로 계산시간을 줄일 수 있는 장점이 있다. 주어진 랜덤변수벡터의 확률분포에 의해 우리가 구하고자 하는 시스템 성능 파라미터를 목적함수라 할 때 목적함수(Objective function) F의 평균은 식(5)과 같으며 분산은 식(6)과 같다.

$$E(F(H, b_r)) = E(F(H^0, b_r^0)) = F^0 \tag{5}$$

$$Var(F) = [\frac{dF}{db_r}]Var(b_r)[\frac{dF}{db_r}]^T \tag{6}$$

여기서, $\frac{dF}{db_r} = \frac{\partial F}{\partial b_r} + \frac{\partial F}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial b_r}$

2.2 확률유한요소법의 적용사례

본 논문에서는 랜덤변수를 두 가지 경우에 대해 적용을 해 보았으며, 적용한 결과를 유한요소법의 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다. 확률유한요소법의 전개에 있어서도 수식의 간략화를 위해 하나의 랜덤변수로만 가정하였다. 따라서 Taylor series에 의한 수식의 확장도 1차 항까지만 고려하였다. 첫 번째 경우는 유전체의 비유전율에 대해 적용을 하였고 두 번째 경우는 초고주파 소자에 있어서 필드 변화에 영향을 주기 쉬운 민감한 부분을 랜덤변수로 잡고서 수식을 전개하였다.

2.2.1 유전율에 대한 적용사례

실제적으로 유전체의 비유전율(ε_r)의 경우 일정한 상수값이 아닌 약간의 오차를 가지고 변화한다. 따라서 $\vec{H}$를 랜덤변수 ε_r에 의해 표현되는 랜덤파라미터라고 한다면, 섭동법과 테일러 전개에 의해 $\vec{H}$에서의 가중함수를 제외한 계수부분(H_i) 과 ε_r는 다음 식과 같이 표현된다.

$$H_i = H_i^0 + \xi H_i^r \Delta\varepsilon_r \tag{7}$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^0 + \xi\varepsilon_r^r\Delta\varepsilon_r = \varepsilon_r^0 + \xi\Delta\varepsilon_r \tag{8}$$

여 기 서 , $\Delta\varepsilon_r=(\varepsilon_r-\varepsilon_r^0)$, $H_i^r=\left.\frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_r}\right|_{\varepsilon_r=\varepsilon_r^0}$

$$\varepsilon_r^r=\left.\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \varepsilon_r}\right|_{\varepsilon_r=\varepsilon_r^0}=1$$

위 식에서 H_i^0, ε_r^0는 각각의 평균값을 나타낸다. (7)식과 (8)식을 (1)식에 대입하여 평균값 과 정규화요소 ξ에 대해 정리하면 (9), (10)식과 같다.

$$\int_\Omega[(\nabla\times\vec{H^0})\cdot(\nabla\times\vec{N})-k_0^2\varepsilon_r^0\mu_r\vec{H^0}\cdot\vec{N}]d\Omega = -\int_\Gamma\{\hat{n}\times(\nabla\times\vec{H^0})\}\cdot\vec{N}d\Gamma \quad (9)$$

$$\xi:\ \int_\Omega[(\nabla\times\vec{H^r})\cdot(\nabla\times\vec{N})-k_0^2\mu_r\vec{H^r}\cdot\vec{N}]d\Omega = -\int_\Gamma\{\hat{n}\times(\nabla\times\vec{H^r})\}\cdot\vec{N}d\Gamma+\int_\Omega k_0^2\varepsilon_r^0\mu_r\vec{H^0}\cdot\vec{N}d\Omega \quad (10)$$

여기서,

$$\vec{H^0}=\sum_{i=1}^{3}H_i^0\vec{N_i}\ ,\ \vec{H^r}=\sum_{i=1}^{3}H_i^r\vec{N_i}\ ,\ \vec{N}=\sum_{j=1}^{3}\vec{N_j}$$

(9)식은 기존의 유한요소법식으로 유한요소법으로 구한 $\vec{H^0}$를 (10)식에 대입하여 순차적으로 $\vec{H^r}$을 구할 수 있다. (9)식 과 (10)식을 보면 좌변의 형태가 서로 같으므로, 두 식에서 형성되는 시스템 행렬 [K]은 동일하다. 따라서 (9)식에서 구한 역 행렬을 (10)식에 그대로 사용함으로써 해를 구하는데 있어서 역 행렬을 푸는데 들어가는 계산시간을 없앨 수 있다. 그러므로 계산시간의 현저한 감소를 가져다준다.

2.2.2 형상에 대한 적용사례

자장세기($\vec{H}$)는 지배방정식에 들어가는 전기적인 상수(유전율, 투자율)이외에도 초고주파소자 자체의 민감한 구조의 변화에 의해서도 변화를 한다. 따라서 다음과 같은 그림 1의 경우, 민감한 부분에 대한 변화에 따라 자장세기도 변화하게 된다. 유한요소법은 해석영역을 삼각형 요소로 나누어서 해석하는 방법이므로 본 논문에서는 삼각형 요소에서 민감한 부분의 절점(node)좌표 가 $\hat{z}$ 방향으로는 일정하고 $\hat{x}$ 방향으로만 변한다고 가정을 하고, 또한 변화의 폭이 크지 않다는 것을 전제로 민감한 부분의 절점 x좌표를 랜덤변수로 선택하였다

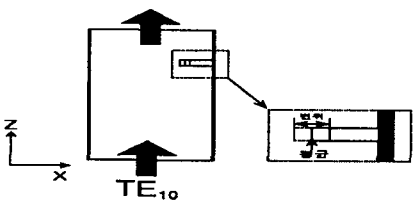


그림 1 민감한 구조를 갖는 구형도파관
Fig. 1 Rectangular waveguide having sensitive dimension

따라서 x좌표의 변화에 따라 자장세기($\vec{H}$) 및 가중함수($\vec{N}$)도 변하게 되며 섭동법 과 테일러 급수 전개에 의해 $\vec{H}$ 에서의 가중함수를 제외한 계수부분(H_i)과 가중함수($\vec{N_i}$)는 다음과 같이 표현된다

$$H_i=H_i^0+\xi H_i^r\Delta x_i \quad (11)$$

$$\vec{N_i}=\vec{N_i^0}+\xi\vec{N_i^r}\Delta x_i \quad (12)$$

여기서,

$$\Delta x_i=(x_i-x_i^0)\ ,\ H_i^r=\left.\frac{\partial H_i}{\partial x_i}\right|_{x_i=x_i^0}\ ,\ \vec{N_i^r}=\left.\frac{\partial \vec{N_i}}{\partial x_i}\right|_{x_i=x_i^0}$$

(11)식과 (12)식을 유전율에 적용한 경우와 같이 (1)식에 대입하기 위해 (1)식을 삼각형 요소로 이산화한 식으로 다시 쓰면 (13) 식과 같다.

$$\sum_{i=1}^{3}\int_\Omega[(\nabla\times H_i\vec{N_i})\cdot(\nabla\times\vec{N_j})-k_0^2\varepsilon_r\mu_r H_i\vec{N_i}\cdot\vec{N_j}]d\Omega = -\sum_{i=1}^{3}\int_\Gamma\{\hat{n}\times(\nabla\times H_i\vec{N_i})\}\cdot\vec{N_j}\,d\Gamma \quad (13)$$

$$(j=1,\ 2,\ 3)$$

(13)식에 (11)식과 (12)식을 대입하여 평균값 과 미소변화량 ξ에 대해 정리하면 다음 식과 같다.

$$\sum_{i=1}^{3}\int_\Omega[(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^0})\cdot(\nabla\times\vec{N_j^0})-k_0^2\varepsilon_r\mu_r H_i^0\vec{N_i^0}\cdot\vec{N_j^0}]d\Omega = -\sum_{i=1}^{3}\int_\Gamma\{\hat{n}\times(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^0})\}\cdot\vec{N_j^0}\,d\Gamma \quad (14)$$

$$(j=1,\ 2,\ 3)$$

$$\xi:\ \sum_{i=1}^{3}\int_\Omega[(\nabla\times H_i^r\vec{N_i^0})\cdot(\nabla\times\vec{N_j^0})-k_0^2\varepsilon_r\mu_r H_i^r\vec{N_i^0}\cdot\vec{N_j^0}]d\Omega = -\sum_{i=1}^{3}\int_\Gamma\{\hat{n}\times(\nabla\times H_i^r\vec{N_i^0})\}\cdot\vec{N_j^0}\,d\Gamma-\frac{\partial[K]}{\partial x_i}$$

$$(j=1,\ 2,\ 3) \quad (15)$$

(15)식에서 $\frac{\partial[K]}{\partial x_i}$는 시스템 행렬을 랜덤변수 x_i 로 미분한 식으로, 민감도 해석시 사용되는 알고리즘 이며 다음 식과 같이 구할 수 있다[5][7].

$$\frac{\partial[K]}{\partial x_i}=\sum_{i=1}^{3}\int_\Omega[(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^0})\cdot(\nabla\times\vec{N_j^r})+(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^r})\cdot(\nabla\times\vec{N_j^0})-k_0^2\varepsilon_r\mu_r H_i^0\vec{N_i^0}\cdot\vec{N_j^r}-k_0^2\varepsilon_r\mu_r H_i^0\vec{N_i^r}\cdot\vec{N_j^0}]d\Omega + \sum_{i=1}^{3}\int_\Gamma[(\hat{n}\times(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^r}))\cdot\vec{N_j^0}+(\hat{n}\times(\nabla\times H_i^0\vec{N_i^0}))\cdot\vec{N_j^r}]d\Gamma \quad (16)$$

(14)식도 기존의 유한요소법의 식과 동일하며 (15)식 또한 강제항(forcing term)만 바뀐 식으로 두 식 모두 시스템 행렬이 같음을 알 수 있다.

3. 확률유한요소법의 타당성 검증 및 결과

확률유한요소법의 타당성을 검증하기 위한 방법으로 간단한 모델을 통해 기존의 유한요소법과 확률유한요소법을 비교해 보았다. 또한 확률유한요소법의 결과로 랜덤변수의 확률분포를 가우시안(Gaussian) 분포로 가정했을 때 나타나는 출력 값들의 확률분포를 구하였다. 각 모델의 경우 주파수는 1.5GHz로 하였고 TE_{10}모드를 입사하였다.

제 1 절에서는 랜덤변수벡터를 하나의 랜덤변수인 비유전율(ε_r)로 잡고 유전체가 채워져 있는 모델에 대해 해석을 해보았으며, 제 2 절에서는 랜덤변수벡터를 민감한 부분의 x 좌표로 택하여 형상이 변할 때의 필드 변화를 유한요소법 과 비교하여 해석해 보았다.

3.1 랜덤변수가 유전율인 경우

끝이 막인 도파관에 유전체가 부분적으로 채워진 경우, 끝이 정합된 도파관에 유전체가 부분적으로 채워진 경우에 대하여 비교해 보았다. 유전체의 비유전율의 평균($E[\varepsilon_r]$)은 3.0으로 하였고, 비유전율 오차의 범위를 ±10% (2.7~3.3)에서 비유전율의 변화에 따라 확률유한요소법 과 유한요소법을 비교해 보았다.

그림 2의 경우는 끝이 막힌 도파관에 부분적으로 유전체가 채워져 있는 경우로서 공기의 비유전율(ε_r)은 1.0, 유전체의 비유전율의 평균은 3.0으로 잡았다. 그림 2와 같은 경우는 끝이 막힌 도파관이므로 입력단에서의 반사계수의 크기측정은 별로 중요하지 않다. 왜냐하면 입사된 양이 다 반사되는 것은 자명하기 때문이다. 따라서 그림 3의 경우는 입력단에서는 위상을 가지고 유한요소법과 확률유한요소법을 비교한 그래프이다.

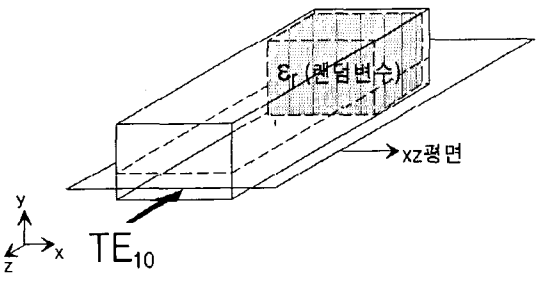


그림 2 유전체가 부분적으로 채워져있는 끝이 막힌 구형도파관

Fig. 2 Shorted rectangular waveguide partially filled with dielectric

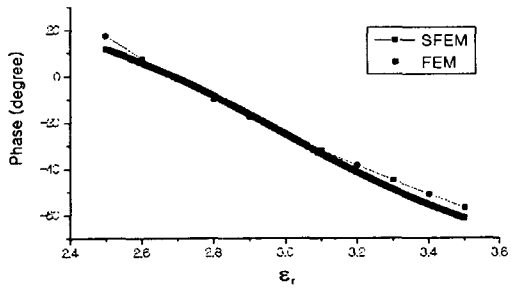


그림 3 입력단에서 반사계수 위상 비교

Fig. 3 Comparison of phase of S_{11} in input port

그림 3을 보면 유한요소법과 확률유한요소법이 유전율이 변화하는 범위에서 거의 같음을 알 수 있다. 그래프에서 유한요소법은 각각의 경우마다 역행렬을 풀어서 구한 그래프이고, 확률유한요소법의 경우는 유전율의 평균값인 3.0에서 구한 값을 이용하여 유전율이 변화하는 범위를 추정한 값이다. 따라서 위의 경우에는 계산속도 면에서 확률유한요소법이 유한요소법보다 훨씬 빠름을 알 수있다. 그림 4는 $\vec{E}$필드 분포그림을 비교한 것으로 평균값 근처인 3.0에서 유전율이 적게 변화할 때 필드 패턴이 같음을 알 수 있다.

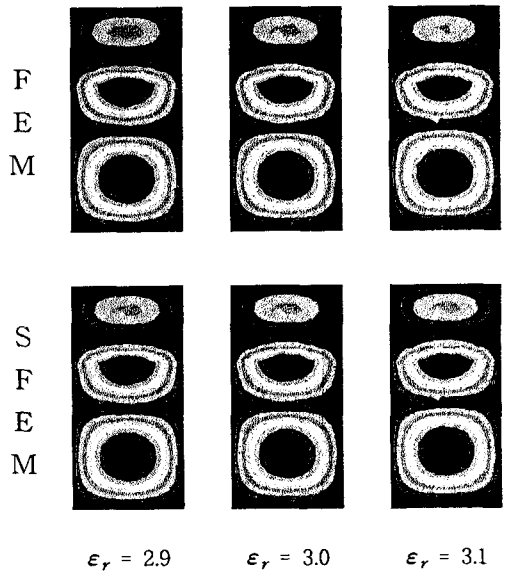


그림 4 전계의 세기 분포 비교

Fig. 4 Comparison of the distribution of $\vec{E}$

그림 5의 경우는 끝이 정합된 도파관에 유전체가 부분적으로 채워져 있는 경우이며, 채워진 유전체의 두께는 $\lambda_g/4$이다. 그림 6은 입력단에서 구한 반사계수의 그래프로 수치해석된 반사계수가 랜덤변수인 비유전율이 변화하는 범위(2.7~3.3)이상에서도 거의 일치함을 보이고 있다.

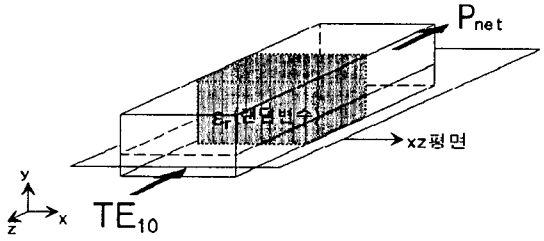


그림 5 부분적으로 유전체가 채워진 끝이 정합된 구형도파관

Fig. 5 Matched rectangular waveguide partially filled with dielectric

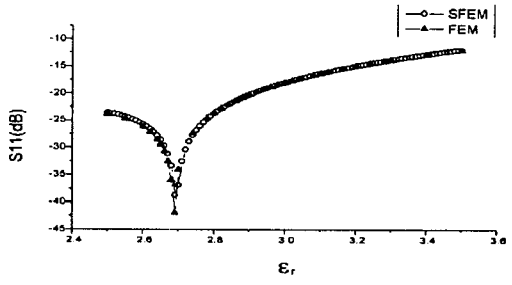
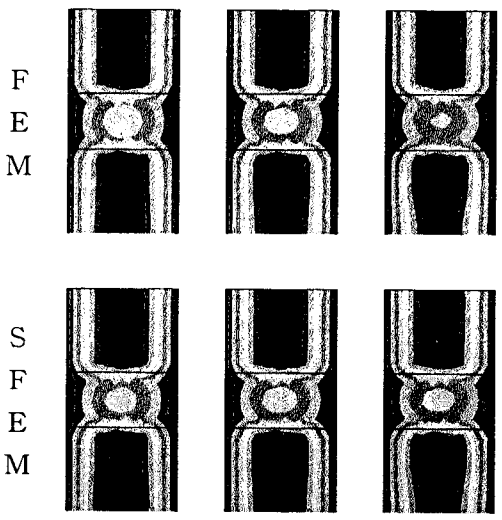


그림 6 입력단에서의 반사계수 비교

Fig. 6 Comparison of S_{11} in input port

그림 7은 유한요소법과 확률유한요소법으로 구한 $\vec{E}$ 필드 분포그림으로 유전율이 변화하는 범위에서 필드의 변화가 거의 일치하고 있음을 알수 있다. 그림 7은 입력 단에서 수치해석된 반사계수가 랜덤변수인 비유전율이 변화하는 범위(2.7~3.3)이상에서도 거의 일치함을 보이고 있다. 위의 결과를 보면 끝이 정합된 구조의 도파관인 경우, 확률유한요소법에 의한 해석이 유한요소법에 의한 해석과 거의 같으며 또한 계산시간에서 유한요소법에 비해 더 효율적이라고 할 수 있겠다.



ε_r = 2.8 ε_r = 3.0 ε_r = 3.2

그림 7 전계의 세기 분포 비교

Fig. 7 Comparison of the distribution of $\vec{E}$

다음은 확률유한요소법에 의해 구한 반사계수의 평균 및 확률분포 함수와 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 구한 반사계수의 평균 및 확률분포함수를 비교해 보았다. 그림 8은 유전율이 가우시안 분포를 따른다고 가정했을 때 얻어진 확률 분포 함수(probability density function)그래프 이고 그림 9는 몬테카를로 시뮬레이션을 위해 랜덤발생기에 의해 발생된 유전율의 가우시안 확률분포 그림이다.

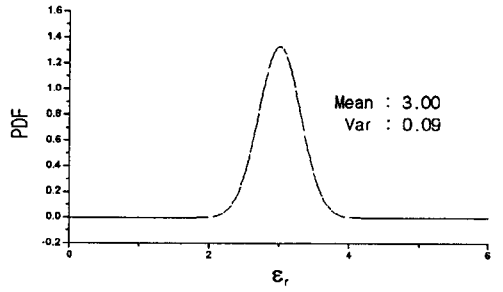


그림 8 비유전율의 확률분포함수

Fig. 8 Probability density function of ε_r

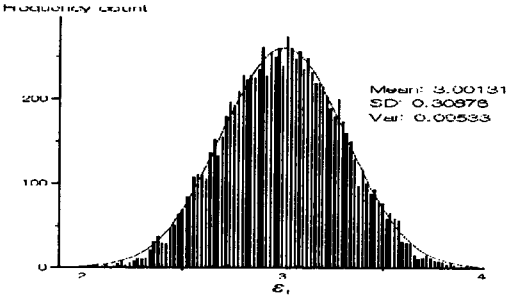


그림 9 랜덤 발생기에 의한 비유전율의 확률분포함수

Fig. 9 Probability density function of ε_r by random generator

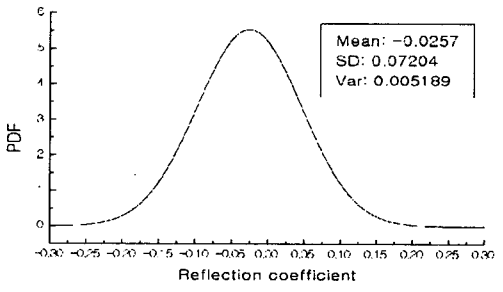


그림 10 확률유한요소법에 의해 구한 반사계수의 확률분포함수

Fig. 10 Probability density function of reflection coefficient by SFEM

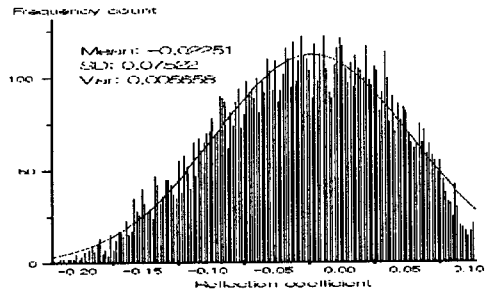


그림 11 몬테카를로 법에 의해 구한 반사계수의 확률분포함수

Fig. 11 Probability density function of reflection coefficient by Monte carlo simulation

그림 10과 그림 11의 결과에서 확률유한요소법을 이용하여 구한 반사계수의 평균은 -0.0257 분산은 0.005189이고, 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 구한 평균은 -0.2251, 분산은 0.005658로서 평균 및 분산 과 거의 일치하는 것을 알수 있다. 위 결과에서 몬테카를로 시뮬레이션은 기존의유한요소법을 이용하여 유전율이 변함에 따라 1000번동안 수치를 바꿔가며 계산하여 얻은 결과인 반면, 그림 10의 결과는 확률유한요소법을 이용하여 유전율의 평균값에 대한 수치해석으로 얻은 결과이다.

3.2 랜덤변수가 형상인 경우

3.2.1 끝이 정합 된 도파관 인 경우

그림 12는 아랫 면이 입력포트이고 윗면은 끝이 정합된 도파관으로 주파수는 1.5 GHz 이고 TE_{10} 모드를 입사하였다. 삼각형 요소로 나누어진 구조에서 민감한 부분의 절점(node)을 랜덤변수로 택하였으며, 절점(node)의 평균 x좌표는 13.36㎝, 변화는 ±0.5㎝로 하였다. 그림 13은 입사면에서 구한 반사계수로서 유한요소법과 확률유한요소법을 비교한 그래프이다.

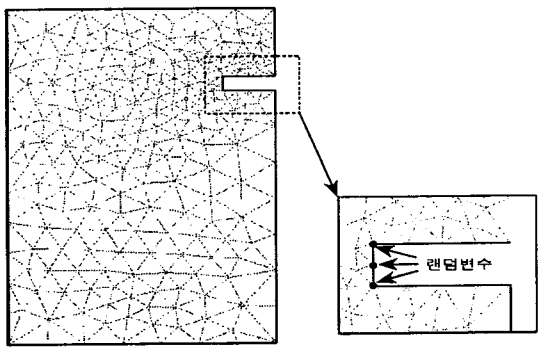


그림 12 끝이 정합된 도파관 에서의 랜덤변수

Fig. 12 Random variable in matched waveguide

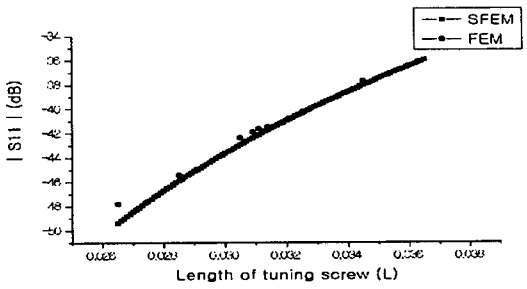


그림 13 입사면에서의 반사계수

Fig. 13 Reflection coefficient in input port

그림 14는 $\vec{E}$ 필드 분포그림으로 유한요소법과 확률유한요소법이 끝이 정합된 경우에는 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 위의 경우 유한요소법은 형상이 바뀔 때 삼각형 요소를 다시 나눠야 하는 번거로움이 있으나 확률유한요소법은 형상이 평균값 일 때의 삼각형 요소로 구한 그림이므로 유한요소법 보다 더 효율적이라고 할 수 있다.

그림 15와 그림 16은 동조나사(tunnin screw)로 모델링 될 수 있는 형상의 민감한 부분이 가우시안 확률 분포를 가진다고 가정 했을 때 확률유한요소법에 의해 구한 반사계수의 확률 분포 함수이다.

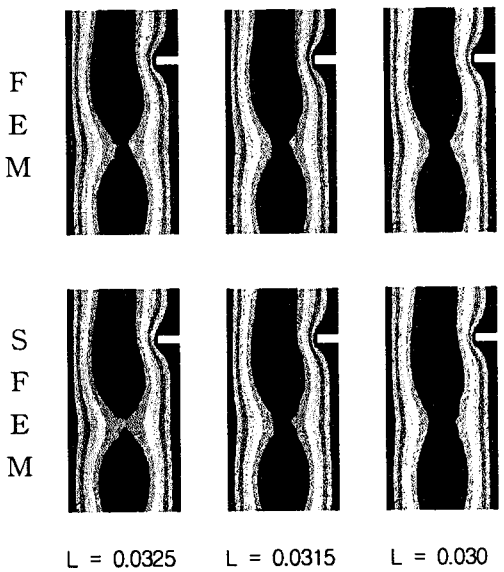


그림 14 전계의 세기 분포 비교

Fig. 14 Comparison of the distribution of $\vec{E}$

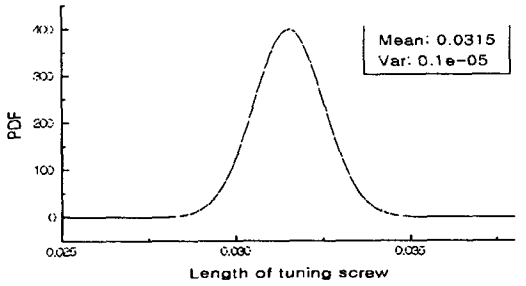


그림 15 동조나사 길이의 확률분포함수

Fig. 15 Probability density function of length of tunning screw

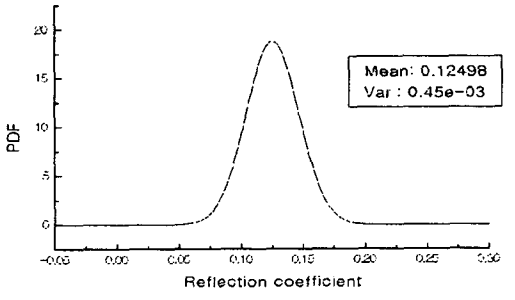


그림 16 확률유한요소법에 의해 구한 반사계수의 확률분포함수

Fig. 16 Probability density function of reflection coefficient by SFEM

3.2.2 공동기(cavity)인 경우

그림 17은 공동기의 그림으로 공동기 내의 랜덤변수 x (coupling aperture size)가 변화할 때 공동기 내부에서의 $\vec{E}$ 필드분포 및 Q 값(quality factor)의 변화를 유한요소법과 확률유한요소법에 비교하였다. 이 때 절점의 평균 x좌표는 5.4 ㎝ 이고 변화는 ±0.1㎝로 하였다.

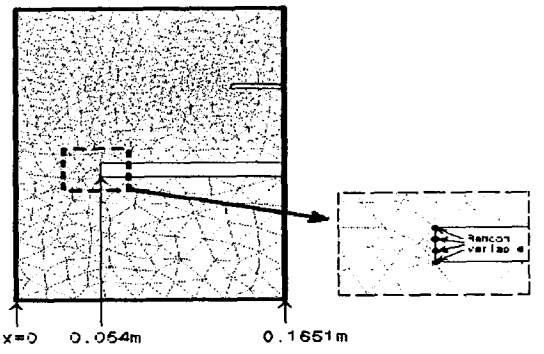


그림 17 공동기에서의 랜덤변수

Fig. 17 Random variable in cavity

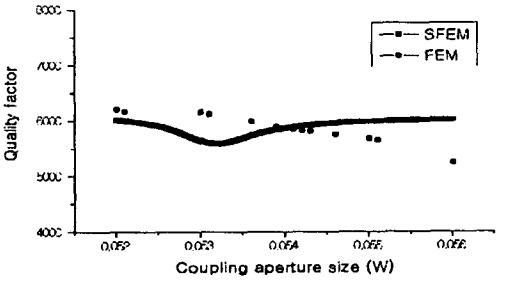


그림 18 Q값의 비교

Fig. 18 Comparison of quality factor

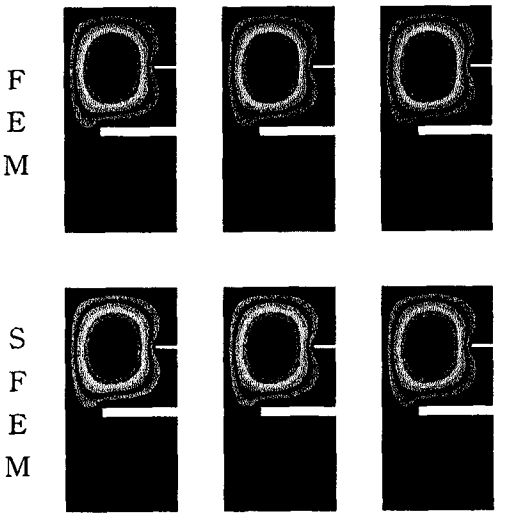


그림 19 전계의 세기 분포 비교

Fig. 19 Comparison of the distribution of $\vec{E}$

그림 18을 보면 전체범위에서 유한요소법과 확률유한요소법이 일치하지는 않지만, 평균값 근처에서는 거의 일치하는 것을 알 수 있고, 그림 19에서도 $\vec{E}$ 필드패턴의 변화가 서로 비슷함을 보이고 있다.

그림 18에서 구한 Q 값은 다음 식에 의해 구하였으며, 이식에서 R_s 는 도체의 표면저항으로 도체는 구리로서 가정했다. 구리의 도전율(σ)는 5.813×10^7이며, $\vec{H}_t$ 는 $\vec{H}$ 필드의 접선성분을 말한다. ω는 공동기 크기에 의해 결정되는 공진주파수로 TE_{101}모드 일 때의 주파수인 1.441GHz로 정하였다.

$$Q \equiv \omega \frac{stored\ energy}{dissipated\ power} = \omega \frac{W_t}{P_d} = \omega \frac{W_e + W_m}{P_d} \quad (17)$$

$$W_e = \oint_v \frac{1}{4}\varepsilon|\vec{E}|^2 dv, \quad W_m = \oint_v \frac{1}{4}\mu|\vec{H}|^2 dv$$

$$P_d = \frac{R_s}{2}\oint_s \vec{J}\cdot\vec{J}^* ds = \frac{R_s}{2}\oint_s |\vec{H}_t|^2 ds$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

그림 20은 랜덤변수 x에 대한 확률분포함수로서 x좌표 의 평균은 0.054m, 분산은 1.0e-06으로 가우시안 확률 분포로 가정하였다. 또한 확률유한요소법을 통해 얻어진 수치해석 값인 Q factor의 평균은 5873.39이고 분산은 58.73이며 확률분포함수는 그림 21과 같다.

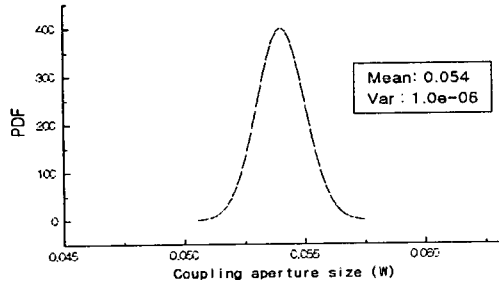


그림 20. 개구면 길이의 확률분포함수
Fig. 20 Probability density function of length of aperture size

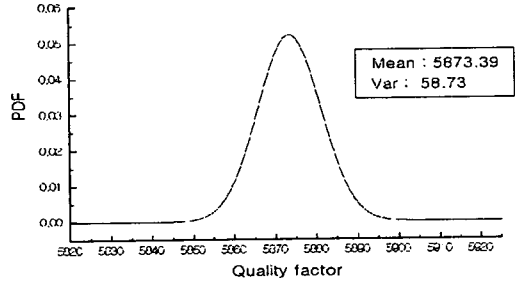


그림 21. 확률유한요소법에 의해 구한 Q값의 확률분포함수
Fig. 21 Probability density function of quality factor by SFEM

4. 결 론

본 논문에서는 유한요소법에 perturbation method 및 Taylor series를 이용하여 초고주파소자해석에 있어서 발생할 수 있는 불확실한 변화값을 평균과 분산을 통한 확률적인 정보를 이용하여 수치해석을 해보았다. 또한 비유전율(ε_r) 및 형상을 랜덤변수로 잡는 모델을 통해 실제소자의 가공에 있어서 가공오차에 따른 소자성능의 변화 값을 얻을 수 있었다. 또한 가정한 랜덤변수의 확률분포에 따라 원하는 수치해석 값의 확률분포를 추정할 수 있었다. 추정된 이러한 확률분포는 실제 경험상 얻어진 확률분포와 비교하여 원하는 파라미터(비유전율, 형상)의 한계를 정할 수 있다. 따라서 실제 초고주파소자를 제작하는데 많은 도움이 되리라고 사료된다. 본 논문에서는 확률유한요소법 의 타당성을 검증하는 해석예로써 간단한 초고주파소자 인 구형 도파관을 이용하였으며, 유전체의 비유전율이 변하는 경우와 도파관의 형상이 변하는 경우, 공동기에서 형상이 변하는 경우에 대해 유한요소법과 비교해 보았다. 확률유한요소법의 장점으로는 계산시간에 있어서 유한요소법에 비해 훨씬 빠르다는 점이다. 즉 원하는 파라미터의 값이 n개 있을 때 유한요소법은 n번의 계산을 수행해야 하지만 확률유한요소법은 1번의 계산으로 n개의 파라미터 값을 추정할 수 있다. 확률유한요소법의 단점으로는 정식화 과정에 있어서 섭동법을 이용했으므로 변화의 폭이 큰 랜덤변수인 경우는 유한요소법과 차이가 컸으며, 또한 해석하고자 하는 초고주파소자의 구조에 따라 유한요소법과 확률유한요소법의 차이가 남을 알 수 있었다. 따라서 확률유한요소법은 변화율이 작은 변수일 경우일 때 적용하는 것이 더 효과적이라고 할 수 있겠다.

감사의 글

이 논문은 1999년 서울시립대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

[1] Michael Kleiber and Tran Duong Hien, "The Stochastic Finite Element Method", John Wiley & Sons, 1992

[2] Tran Duong Hien and Michal Kleiber, "Stochastic finite element modeling in linear transient heat transfer",
Comput. Methods Appl.Mech Engrg.144(1997) 111-124

[3] Dae-Yeong Jeon, Il-Han Park, Ki-Sik Lee, Hyun-Kyo Jung and Song-Yop Hahn, "Stochastic FEM Analysis for Electromagnetic Force Variance in Electromechanical Devices",
COMPUMAG .The 11th Conf., p571-572, Nov. 03-06, 1997-Rio de Janeiro

[4] Jianming Jin, "The Finite Element Method in Electromagnetics", John Wiley & Sons, 1993

[5] 이영호, "균일한 전자장 분포를 위한 초고주파공동기 2차원 형상 최적화에 관한 연구", 전자공학과 석사논문, 서울시립대학교,1996

[6] Hong-bae Lee, "Computer Aided Optimal Design Methods for Waveguide Structrues", Ph. D. Dissertation,
Seoul National University, 1995

[7] Il-han Park, "Sensitivity Analysis for Shape Optimization of Electromagnetic Devices",
Ph. D. Dissertation, Seoul National University,1990

저 자 소 개

김 준 연 (金 俊 淵)
1997년 서울시립대 전자공학과 졸업. 1999년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 현 국방과학연구소 연구원.
Tel : 02-2216-1483, Fax : 02-2249-6802
E-mail : mwave1@ee.uos.ac.kr

정 철 용 (鄭 鐵 溶)
1997년 서울시립대 전자공학과 졸업. 1999년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사).
Tel : 02-2216-1483, Fax : 02-2249-6802
E-mail : mwave1@ee.uos.ac.kr

이 선 영 (李 善 榮)
1999년 서울시립대 전자공학과 졸업. 1999~현재 동 대학원 전자공학과 석사과정.
Tel : 02-2216-1483, Fax : 02-2249-6802
E-mail : lsy76@ee.uos.ac.kr

천 창 율 (千 昌 律)
1983년 서울대 전기공학과 졸업. 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1992년 미국 Univ. of Michigan 전기공학과 졸업(공박). 1992년 금성정밀연구소 선임연구원. 1992년~1995년 강원대 전기공학과 전임강사. 현재 서울시립대 전자전기공학부 부교수
Tel : 02-2216-1483, Fax : 02-2249-6802
E-mail : mwave1@ee.uos.ac.kr