

# TS 퍼지 모델을 이용한 최적 제어기 설계 및 비선형 시스템에의 응용

論文

49D - 2 - 3

## Design of Optimal Controller for TS Fuzzy Models and Its Application to Nonlinear Systems

張 旭\* · 周 永 煉\*\* · 朴 珍 培\*\*\*

(Wook-Chang · Young-Hoon Joo · Jin-Bae Park)

**Abstract** – This paper addresses the analysis and design of fuzzy control systems for a class of complex nonlinear systems. Firstly, the nonlinear system is represented by Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model and the global controller is constructed by compensating each linear model in the rule of TS fuzzy model. The design of conventional TS fuzzy-model-based controller is composed of two processes. One is to determine the static state feedback gain of each local model and the other is to validate the stability of the designed fuzzy controller. In this paper, we propose an alternative methods for the design of TS fuzzy-model-based controller. The design scheme is based on the extension of conventional optimal control theory to the design of TS fuzzy-model-based controller. By using the proposed method, the design and stability analysis of the TS fuzzy model-based controller is reduced to the problem of finding the solution of a set of algebraic Riccati equations. And we use the recently developed interior point method to find the solution of AREs, where AREs are recast as the LMI formulation. A numerical simulation example is given to show the effectiveness and feasibility of the proposed fuzzy controller design method.

**Key Words** : Fuzzy control, LMI, Optimal control, LQR, Nonlinear system, ARE

### 1. 서론

현대 제어 이론은 정확한 수학적인 모델을 다루는 데 있어서 매우 성공적인 결과를 보여왔다. 그러나, 제어 대상 시스템이 수학적으로 모델링하기 어렵거나 강한 비선형성을 보이는 경우, 또는 외부 환경이 불확실한 경우에 기존 제어 방법으로 원하는 제어 성능을 얻는 것은 매우 어려운 일이다. 이에 반해 퍼지 제어기는 앞서와 같은 상황에서 기존 제어기에 비해 우수한 성능을 보인다. 최초의 퍼지 제어기는 Mamdani에 의해 제안된 것으로 전문가의 경험을 퍼지 논리를 이용하여 언어 규칙으로 표현하고 이와 같이 이루어진 규칙으로 제어기를 구성하기 때문에 제어 대상 플랜트의 정확한 수학적인 모델을 알지 못한다 하더라도 좋은 결과를 얻을 수 있고 장인한 성질을 지니고 있으며 그 구현도 간단하다. 최근에 Takagi와 Sugeno에 의해 제안된 Takagi-Sugeno (TS) 퍼지 모델을 이용한 제어 방법은 비선형 시스템을 여러 운영 점에서 선형 시스템으로 근사화하여 이를 퍼지 추론을 이용하여 융합해 대상 비선형 시스템을 표현한다. 이러한 TS 퍼지 모델에 기반한 제어 방법은 앞서 언급한 퍼지 제어기의 장점과 더불어 엄밀한 수학적 성능 및 안정성 증명이 가능함으로써 최근 많은 연구가 이루어지고 있다 [1-14]. Tanaka 등

은 리아프노프 안정도 정리를 이용하여 안정성을 증명하였다 [1-4]. 이 연구들에서 Tanaka 등은 리아프노프 함수의 안정도 조건을 만족하도록 하는 일련의 충분 조건들을 제시하고 이를 이용해 퍼지 제어기를 설계하는 기법을 제안하였다. 이들이 제안한 충분 조건들은 여러 개의 안정도 조건을 위한 부등식을 동시에 만족하는 공통 리아프노프 행렬 등을 구해 퍼지 모델 기반 제어기의 안정성을 증명한다. 이를 위해 제안된 안정도 조건들을 선형 행렬 부등식 (linear matrix inequalities, LMI)의 형태로 바꾸어 안정도 조건을 만족하는 해를 구하였으며 이를 바탕으로 하여  $H_{\infty}$  제어 등의 현대 제어 이론과 퍼지 제어의 융합에 관한 연구 결과를 발표하였다. 한편, Cao [5-6]은 퍼지 제어 시스템의 체계적인 설계 및 안정성의 분석을 위해 불확실 선형 시스템 이론을 적용해 Tanaka 등과 또 다른 연구의 흐름을 제시하였다. 이들이 사용한 제어기의 형태는 Tanaka 등과는 달리 스위칭 제어기의 형태이며 TS 퍼지 모델의 각 선형 부시스템들 (linear subsystems) 간의 상호 작용에 의한 영향을 일종의 불확실성으로 두고 구간 이차 리아프노프 함수(piecewise quadratic Lyapunov function)를 사용해 퍼지 모델 기반 제어기의 안정도 분석 및 설계 문제를 해결하고자 하였다. 이러한 퍼지 제어 시스템의 안정도는 여러 개의 ARE (algebraic Riccati equation)을 풀어 구할 수 있으며 Tanaka의 연구 결과와는 달리 각 ARE의 해를 독립적으로 구해 안정도 분석 및 제어기 설계를 수행할 수 있다. 그러나, 이들의 방법은 TS 퍼지 모델 내부의 상호 작용을 표현하는 불확실성의 상한값을 구해야 한다는 단점이 있다. 최근에 이들은 기존의 결과를

\*正會員：延世大 工大 電氣工學科 博士課程

\*\*正會員：群山大 工大 電氣電子制御工學部 助教授 · 工博

\*\*\*正會員：延世大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博

接受日字：1999年 10月 19日

最終完了：1999年 12月 20日

PDC (parallel distributed compensation)로 확장하는 연구 결과를 발표하였다 [7]. 또한, Joh [8]는 TS 퍼지 모델의 안정도 분석을 위해 시스템 행렬들이 특정 조건을 만족하는 경우 공통 리아프노프 행렬을 체계적으로 구하는 기법을 제시하였으며, Joo [12]는 TS 퍼지 모델 기반 제어기와 디지털 재설계 기법을 융합하는 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 상기의 여러 제어기 설계 기법과는 다른 한 가지 방법을 제안한다. 즉, 안정한 퍼지 제어기를 설계하기 위하여 기존의 선형 시스템에 적용되는 최적 제어 이론인 LQR (linear quadratic regulator) 방법을 TS 퍼지 모델에 확장하여 적용하는 방법을 제안한다. 이를 위해, 여러 개의 ARE를 동시에 만족하는 공통 해를 구하는 방법과 bounded real lemma를 사용해 ARE를 ARI (algebraic Riccati inequalities)로 바꾸고 이를 다시 LMI 형태로 구성하여 최적 제어기를 구성하는 방법을 제시한다. 또한, 구성된 제어기는 시스템의 안정성을 보장하며 성능에 대한 제약 조건도 만족함을 증명한다. 마지막으로, 제안된 방법을 도립 진자 시스템에 적용하여 그 효용성을 보인다.

## 2. 퍼지 모델 기반 제어기

식 (1)과 같은 단일 입력 단일 출력 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

여기서,  $x \in R^n$ 은 상태 변수 벡터,  $u \in R^m$ 은 제어 입력 벡터, 비선형 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 는 정확히 알려진 상태 변수  $x$ 의 연속 함수이다. 식 (1)의 비선형 시스템은 식 (2)와 같은 TS 퍼지 모델로 표현 가능하다.

Plant Rule  $i$ :

$$\begin{aligned} & \text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ & \text{THEN } \dot{x} = A_i x + B_i u \\ & (i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, Rule  $i$ 는  $i$ 번째 퍼지 추론 규칙,  $F_j^i$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )는 퍼지 집합,  $x \in R^n$ 은 상태 변수 벡터,  $u \in R^m$ 은 제어 입력,  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$ ,  $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전반부 변수,  $q$ 는 퍼지 IF-THEN 규칙의 수이다.

싱글톤 퍼지파이어, 프로덕트 추론, 무게 중심 비퍼지화기를 사용하면 식 (2)의 TS 퍼지 모델은 다음의 전역 모델로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^q w_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(z(t))} \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ &= A(\mu(z(t)))x(t) + B(\mu(z(t)))u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(t)) \\ \mu_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(z(t))} \\ \mu(z(t)) &= (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t))) \\ z(t) &= (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)) \end{aligned}$$

여기서,  $F_j^i(z_j(t))$ 는  $F_j^i$ 에 대한  $z_j(t)$ 의 소속 정도이다. 또한, 위의 수식으로부터 다음을 유추할 수 있다.

$$\begin{aligned} w_i(z(t)) &\geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, q) \sum_{i=1}^q w_i(z(t)) > 0, \\ \mu_i(z(t)) &\geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, q) \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) = 1 \end{aligned}$$

이후의 전개에서 우리는  $w_i = w_i(z(t))$   $\mu_i = \mu_i(z(t))$   $\mu = \mu(z(t))$  정의한다.

원 비선형 시스템 (1)의 TS 퍼지 모델을 이용한 퍼지 제어기는 식 (4)와 같다 [4].

Controller Rule  $i$ :

$$\begin{aligned} & \text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ & \text{THEN } \dot{x} = -K_i x \\ & (i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $K_i$ 는 피드백 이득 벡터이다. 퍼지 제어기 (4)의 전역 모델은 식 (5)와 같이 주어지며 폐루프 시스템은 식 (6)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\sum_{i=1}^q w_i(z(t)) (-K_i x(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(z(t))} \\ &= -\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) K_i x(t) \\ &= -K(\mu)x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$x = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i - B_i K_j) x \quad (6)$$

Tanaka 등은 식 (6)의 시스템이 안정하기 위한 충분 조건을 제시하였다 [2-4]. 그 중 가장 최근의 결과는 다음과 같다. TS 퍼지 시스템에서 동시에 발화되는 퍼지 규칙의 수가  $s$  ( $1 < s \leq q$ )라면, 식 (7)을 만족하는 공통 양한정 행렬  $P$  와 공통 양반정 행렬  $Q$ 가 존재할 때, 주어진 피드백 이득  $K_i$ 에 의한 폐루프 시스템 (6)은 안정하다 [4].

$$\begin{aligned} G_{ii}^T P + PG_{ii} + (s-1)Q &< 0 \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q &\leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. LQR 방법을 이용한 퍼지 제어기 설계

본 절에서는 기존 LQR 제어 기법을 TS 퍼지 모델에 대해 확장하는 정리를 유도한다. 이러한 확장을 통해 안정하면서 적절한 성능을 갖는 퍼지 제어기를 설계할 수 있다. 먼저 식 (8)과 같은 선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (8)$$

여기서,  $x$ 는 상태 변수 벡터이고  $u$ 는 제어 입력 벡터,  $A$ 는 시스템 행렬,  $B$ 는 입력 행렬이다. 다음의 보조 정리는 일반적으로 잘 알려져 있는 것이다 [15-18].

**보조정리 1:** 식 (8)의 시스템에서 다음은 서로 등가이다.

- 1) 시스템 (8)은 상태 변수 피드백에 의해 안정 가능하다.
- 2) 유일한 해  $P > 0$ 을 갖는 다음의 ARE를 만족하는 행렬

$Q > 0$  과  $R > 0$  이 존재한다.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

- 3) 다음의 ARI를 만족하는 양한정 행렬  $P$ 와  $R$ 이 존재한다.

Note: 위의 보조 정리는 선형 시불변 시스템뿐만 아니라 선형 시변 시스템에 대해 적용 가능하다. 한편, TS 퍼지 시스템은 비선형 시스템이나 그 전역 형태는 선형 시변 시스템이다. 따라서, 본 논문에서는 보조 정리 1의 결과를 퍼지 제어기의 설계에 이용한다.

본 장의 목적은 다음과 같은 LQ 문제에 사용되는 비용 함수를 최소화하는 퍼지 제어기를 설계하고자 하는 것이다.

$$V(x_0) = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (9)$$

여기서,  $Q > 0$ ,  $R > 0$  이다.

퍼지 시스템 (2)와 비용 함수 (9)에 대한 LQ 문제의 해는 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} u &= -K(\mu)x \\ K &= R^{-1}B(\mu)^T P \\ A(\mu)^T P + PA(\mu(x(t)))^T + Q - PB(\mu)R^{-1}B(\mu)^T P &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

**보조 정리 2:** 주어진 퍼지 시스템 (2)에 관해 다음은 서로 등가이다.

1) 식 (10)의 ARE가 유일한 해인 양한정 행렬  $P$ 를 갖는 양한정 행렬  $Q$ 와  $R$ 이 존재한다.

2) 식 (11)로 표현되는 ARI를 만족하는 양한정 행렬  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 이 존재한다.

$$A(\mu)^T P + PA(\mu)^T + Q - PB(\mu)R^{-1}B(\mu)^T P < 0 \quad (11)$$

보조 정리 2는 선형 시불변 시스템에 대해 보조 정리 1을 TS 퍼지 시스템에 대해 확장한 것이다.

보조정리 1과 보조정리 2를 이용하면 식 (11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_i \mu_i A_i^T P + P \sum_i \mu_i A_i + Q - P \sum_i \mu_i B_i R^{-1} \sum_i \mu_i B_i^T P < 0 \quad (12)$$

식 (12)의 좌변이 음한정이기 위한 충분 조건은 식 (13)과 같이 쓸 수 있다.

$$A_i^T P + PA_i + Q - PB_i R^{-1} B_i^T P < 0 \quad (\text{for } i, j = 1, 2, \dots, q) \quad (13)$$

위의 부등식 (13)을 만족하는 공통 행렬  $P$ 와  $R$ 을 구하면 제어 입력은 식 (14)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u &= -K(\mu)^T \\ &= K(\mu) = R^{-1}B(\mu)^T P \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$K(\mu) = R^{-1} \sum_i \mu_i(x(t)) B_i^T P = \sum_i \mu_i(x(t)) R^{-1} B_i^T P$$

따라서, 식 (14)는 퍼지 규칙 형태로 쓰면 다음과 같다.

Controller Rule  $i$ :

IF  $z_1(t)$  is  $F_1^i$  and ... and  $z_n(t)$  is  $F_n^i$

THEN  $u = -K_i x$

( $i = 1, 2, \dots, q$ )

여기서,  $K_i = R^{-1} B_i^T P$ 이다.

위의 결과를 정리하면 TS 퍼지 시스템을 위한 LQR의 확장에 대해 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

**정리 1:** TS 퍼지 모델 (2)는 식 (13)을 만족하는 공통 행렬  $P > 0$ ,  $Q > 0$  및  $R > 0$ 이 존재하는 경우 식 (15)의 퍼지 제어기에 의해 안정해 진다.

또한, 우리는 정리 1과 보조 정리 2를 이용해 다음의 따름 정리를 얻는다.

**따름 정리 1:** TS 퍼지 모델 (2)는 공통 양한정 행렬  $Q$ 와  $R$ 에 대해 식 (16)을 만족하는 공통 양한정 행렬  $P$ 가 존재하는 경우 식 (15)의 퍼지 제어기에 의한 안정해 진다.

$$A_i^T P + PA_i + Q - PB_i R^{-1} B_i^T P < 0 \quad (\text{for } i, j = 1, 2, \dots, q) \quad (16)$$

그러나, 식 (13)은 퍼지 제어 규칙의 수가 많은 경우 그 해를 해석적으로 구하는 것은 어려운 것으로 알려져 있다. 따라서, 본 논문에서는 interior point method를 사용하여 복잡한 컨벡스 최적화 문제를 유한 시간 내에 수치적으로 풀 수 있는 방법을 제안한다. 이를 위해서는 먼저 QMI (quadratic matrix inequality) 형태인 식 (13)을 LMI 형태로 바꾸어 컨

벡스 최적화 기법을 적용한다. 먼저 식 (13)의 앞뒤에  $\Gamma = P$ 를 곱하여 식 (17)을 얻는다.

$$\Gamma A_i^T + A_i \Gamma + \Gamma Q \Gamma - B_i R^{-1} B_i^T \text{ for } i=1,2,\dots,q \quad (17)$$

식 (17)은 비선형 컨벡스 부등식으로 이는 Schur complement를 사용해 식 (18)과 같은 최종적인 LMI 형태로 구성 가능하다. 부가적인 제한 조건들은 식 (19)와 같다.

$$\begin{bmatrix} -\Gamma A_i^T - A_i \Gamma + B_i R^{-1} B_i & \Gamma \\ \Gamma & Q^{-1} \end{bmatrix} \text{ for } i=1,2,\dots,q \quad (18)$$

$$R_i > 0 \text{ for } i=1,2,\dots,q \quad (19)$$

그러므로 우리는 다음과 같은 정리를 얻는다.

**정리 2:** TS 퍼지 모델 (2)는 LMI 조건 (18), (19)를 만족하는 양한정 행렬  $\Gamma$ ,  $Q$ ,  $R$ 이 존재하는 경우 식 (15)의 퍼지 제어기에 의해 안정해진다. 이때, 비용 함수 (9)는 최소화되며 준최적 제어기 이득은  $K_i = B_i R^{-1} B_i^T \Gamma$  주어진다.

**Note:** 정리 2에서는 비용 함수의 가중치 행렬인  $Q$ ,  $R$ 의 값 또한 제어기 설계 대상에 포함시켰으나 설계 시에는 필요에 따라 이를 값을 고정하고 공통 행렬  $P$ 만을 구해 제어기를 구성할 수 있다.

#### 4. 모의 실험

본 장에서는 앞서 제안한 방법을 비선형 제어 시스템의 검증용으로 광범위하게 사용되는 도립 진자 시스템에 적용하여 그 효용성을 보이고자 한다. 도립 진자 시스템의 운동 방정식은 식 (20)에 표시하였으며 그림 1에 이를 도시하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - a m l x_2^2 \sin(2x_1) - a \cos(x_1) u}{4l/3 - a m l \cos^2(x_1)} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,  $x_1$ 은 수직축으로부터 측정한 진자의 각도 (rad)이며,  $x_2$ 는 각속도 (rad/s)이다.  $g = 9.8m/s^2$ 는 중력 가속도,  $m = 2.0kg$ 은 진자의 질량,  $a = 1/(m+M)$   $M = 8.0kg$ 은 차량의 질량,  $2l = 1.0m$ 은 진자의 길이이며  $u$ 는 차량에 가해지는 힘이다. 위의 TS 퍼지 모델은 다음과 같이 표현 가능하다.

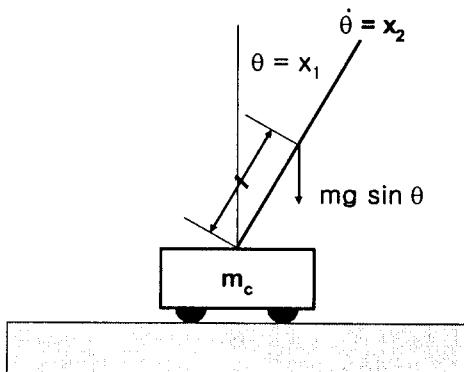


그림 1 도립 진자 시스템

Fig. 1 Inverted pendulum system

Plant Rules:

Rule 1: IF  $x_1$  is about 0, THEN  $\dot{x} = A_1 x + B_1 u$

Rule 2: IF  $x_2$  is about  $\pm\pi/2$ , THEN  $\dot{x} = A_2 x + B_2 u$

여기서

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{4l/3 - aml} & 0 \end{bmatrix} B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a}{4l/3 - aml} \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\phi(4l/3 - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix} B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a\beta}{4l/3 - aml\beta^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

또한,  $\beta = \cos(88^\circ)$ 이다. Rule 1과 Rule 2의 소속 함수를 그림 1에 보인다.

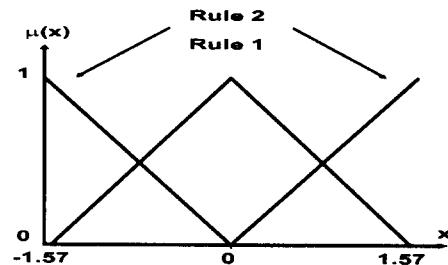


그림 2 소속 함수

Fig. 2 Membership functions

제어기 규칙은 다음과 같다.

Controller Rules:

Rule 1: IF  $x_1$  is about 0, THEN  $u = -K_1 x$

Rule 2: IF  $x_2$  is about  $\pm\pi/2$ , THEN  $u = -K_2$

본 논문에서 비용 함수는 식 (21)과 같이 둔다.

$$V = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (21)$$

제안된 기법을 사용해 구한 양한정 행렬  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ 과 제어기 이득  $K_i$ 는 다음과 같다.

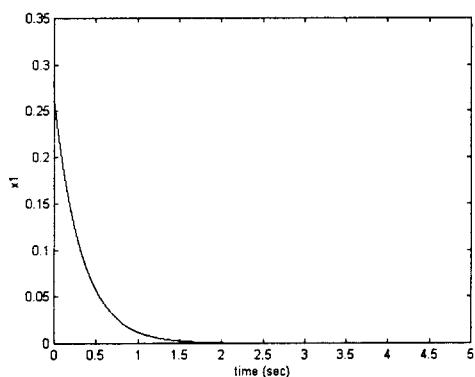
$$P = 10^3 \times \begin{bmatrix} 1.7882 & 0.5812 \\ 0.5812 & 0.1895 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.0048 & 0 \\ 0 & 0.0048 \end{bmatrix}$$

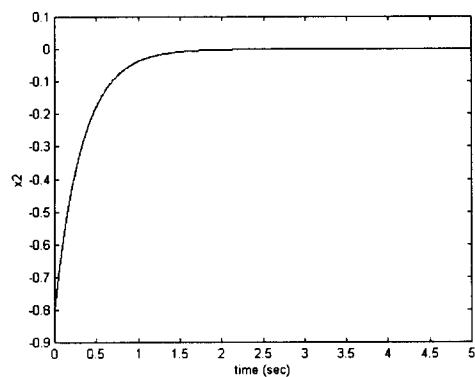
$$R = 4.4244 \times 10^{-4}$$

$$K_1 = [-2.3181 \times 10^5 \quad -7.560 \times 10^{-4}]$$

$$K_2 = [-6.8779 \times 10^3 \quad -2.2430 \times 10^3]$$



(a)



(b)

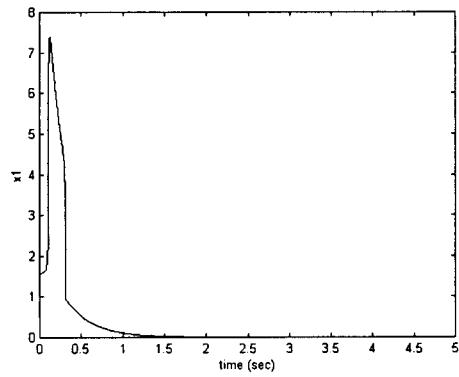
그림 3 초기치가  $x_0 = [45\pi/180 \ 0]$ 인 경우 응답(a) 상태 변수  $x_1$ 의 궤적 (b) 상태 변수  $x_2$ 의 궤적Fig. 3 Responses with initial condition  $x_0 = [45\pi/180 \ 0]$ (a) trajectory of the state variable  $x_1$ (b) trajectory of the state variable  $x_2$ 

그림 3-(a)는 초기치 45도 ( $0.35 \text{ rad}$ )인 경우 도립 진자의 상태 변수  $x_1$ 의 궤적이며 3-(b)는 상태 변수  $x_2$ 의 궤적이다. 또한, 그림 4-(a)는 초기치 90도 ( $\pi/2 \text{ rad}$ )인 경우 도립 진자의 상태 변수  $x_1$ 의 궤적이며 4-(b)는 상태 변수  $x_2$ 의 궤적이다. 특히 그림 4의 실험에 사용되는 초기치는 진자 운동의 상한값에 해당하며 물리적인 제어는 불가능하나 제안된 방법의 효율성을 보이기 위해 선택하였다. 그림에서 보듯이 제안된 방법은 이와 같은 매우 어려운 제어 문제에 대해 성공적인 제어 결과를 보인다. 따라서, 제안된 방법은 비선형 시스템인 도립 진자를 매우 성공적으로 제어할 수 있음을 알 수 있다.

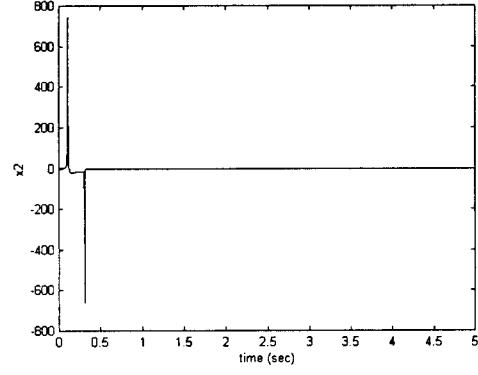
## 5. 결론

본 논문에서는 복잡한 비선형 시스템의 제어를 위해 최근 광범위하게 연구되고 있는 TS 퍼지 모델 기반 제어기를 설계에 관한 연구를 수행하였다. TS 퍼지 모델은 비선형 시스템을 전체 상태 공간 내에서 지역적으로 선형화하고 이를 퍼

지 논리에 의해 융합하여 주어진 시스템을 표현한다. 이러한 방법을 통해 구성된 TS 퍼지 모델은 기존의 선형 제어 이론에 의해 확고한 이론적 기반을 갖는 각종 제어 기법을 적용하는 것이 가능하다. 본 논문에서 제안하는 방법은 LMI 기법을 사용하여 기존 선형 시스템에 대한 최적 제어 문제를 TS 퍼지 모델로 확장하였으며 이에 따라 안정한 퍼지 제어 시스템의 설계와 분석이 가능함을 증명하였다. 제안된 제어기는 인간의 정성적인 지식을 사용 가능한 퍼지 제어 이론의 장점을 과 확고한 이론적 기반을 갖는 선형 제어 이론의 장점을 동시에 취할 수 있다. 마지막으로, 제안된 제어기 설계 방법을 비선형 시스템인 도립 진자 시스템에 적용하여 그 응용 가능성을 보였다.



(a)



(b)

그림 4 초기치가  $x_0 = [\pi/2 \ 0]$ 인 경우 응답(a) 상태 변수  $x_1$ 의 궤적 (b) 상태 변수  $x_2$ 의 궤적Fig. 4 Responses with initial condition  $x_0 = [\pi/2 \ 0]$ (a) trajectory of the state variable  $x_1$ (b) trajectory of the state variable  $x_2$ 

## 감사의 글

1999년 대한전기학회 학술대회에서 본 논문을 우수 논문으로 추천해 주신 심사위원님들께 감사 드립니다.

## 참 고 문 헌

- [1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [2] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 45, pp. 135-156, 1992.
- [3] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, February 1996.
- [4] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observer: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 250-265, 1998.
- [5] S. G. Cao, N. W. Rees and G. Feng, "Analysis and Design for a Class of Complex Control Systems Part II: Fuzzy Controller Design," *Automatica*, Vol. 33, No. 6, pp. 1029-1039, 1997.
- [6] S. G. Cao, N. W. Rees and G. Feng, "Stability Analysis and Design for a Class of Continuous-time Fuzzy Control Systems," *International Journal of Control*, Vol. 6, No. 6, pp. 1069-1087, 1996.
- [7] G. Feng, S. G. Cao and N. W. Rees, "An Approach to  $H_{\infty}$  Control of a Class of Nonlinear Systems," *Automatica*, Vol. 32, No. 10, pp. 1469-1474, 1996.
- [8] J. Joh, Y. Chen and R. Langari, "On the Stability Issues of Linear Takagi-Sugeno Fuzzy Models," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 402-410, 1998.
- [9] W. Chang, Y. H. Joo, J. B. Park and G. Chen, "Design of Robust Fuzzy-Model-Based Controller with Application to Inverted Pendulum Tracking Control," ITC-CSCC'98, pp. 1621-1624, 1998.
- [10] W. Chang, Y. H. Joo, J. B. Park and G. Chen, "Robust Fuzzy-Model-Based Controller for Uncertain Systems," IEEE International Fuzzy System Conference, pp. 486-491, August, 1999.
- [11] Y. H. Joo, H. S. Hwang, K. B. Kim and K. B. Woo, "Linguistic Model Identification for Fuzzy System," *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 4, p. 330-331, Feb. 1995.
- [12] Y. H. Joo, H. S. Hwang, K. B. Kim and K. B. Woo, "Fuzzy System Modeling by Fuzzy Partition and GA Hybrid Schemes," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 86, No. 3, pp. 279-288, 1997.
- [13] Y. H. Joo, L. S. Shieh and G. Chen, "Hybrid State-Space Fuzzy-Model-Based Controller with Dual-Rate Sampling for the Digital Control of Chaotic Systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 7, No. 4, pp. 394-408, 1999.
- [14] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [15] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [16] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Linear Optimal Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1971.
- [17] Y. Y. Cao, Y. X. Sun and J. Lam, "Simultaneous Stabilization via Static Output Feedback and State Feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 6, pp. 1277-1282, 1999.
- [18] Y. Y. Cao, Y. X. Sun and W. J. Mao, "A New and Sufficient Condition for Static Output Feedback Stabilizability and Comments on 'Stabilization via Static Output Feedback,'" *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, No. 8, pp. 1110-1111, 1998.

## 저 자 소 개



장 육 (張 旭)

1971년 11월 4일생. 1994년 연세대 공대 전기 공학과 졸업. 1996년 연세대 대학원 전기공학과 졸업. 1996년 3월~현재 연세대 공대 전기 공학과 박사과정

E-mail : pegasus@control.yonsei.ac.kr



주 영 훈 (周 永 烹)

1958년 6월 26일생. 1982년 연세대 공대 전기 공학과 졸업. 1984년 연세대 대학원 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업 (공박). 1986~1995년 8월 삼성전자(주) 자동화연구소(선임 연구원). 1998년 2월~1999년 1월 휴스톤대학 교환교수, 1995년 9월~현재 군산대 공대 전기전자제어공학과 조교수.

E-mail : yhjoo@ks.kunsan.ac.kr



박 진 배 (朴 珍 培)

1954년 8월 7일생. 1977년 연세대 공대 전기 공학과 졸업. 1990년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업 (공박). 1990~1991년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 조교수. 현재 연세대 공대 전기공학과 부교수.

Tel : 02-361-2773

E-mail : jbpark@control.yonsei.ac.kr