



오스테나이트 결정립 크기를 고려한 CGHAZ에서의 상변태 거동 예측

이찬우* · 엄상호* · 이경종* · 이창희*

*한양대학교 재료공학부, 철강공정 및 응용연구소

Modeling of Phase Transformation Kinetics in the CGHAZ Considering Prior Austenite Grain Size

Chan-Woo Lee*, Sang-Ho Uhm*, Kyung Jong Lee* and Chang-Hee Lee*

*Division of Materials Science and Engineering, Research Institute of Steel Processing & Applications Hanyang University,
Seoul 133-791, Korea

Abstract

A metallurgical model for the phase transformation kinetics at Coarsened Grain Heat Affected Zone(CGHAZ) on the basis of Johnson-Mehl-Avrami equation(JMA equation) was proposed. In this model, the effect of prior austenite grain size on the transformation and the morphological changes of ferrite were considered. Isothermal dilatometer tests were performed to determine the effect of prior austenite grain size (AGS) on the austenite decomposition to ferrite and pearlite in a plain carbon steel. By comparing the calculated volume fraction with measured data, the reliability of the developed model was discussed.

(Received April 17, 2000)

Key Words : CGHAZ, Metallurgical modeling, Additivity rule, Johnson-Mehl-Avrami equation, Continuous cooling.

1. 서 론

접합부에 대한 모델링 연구는 유한 요소법, 유한 차분법 등 수치해석 기법에 의한 열분포 해석과 잔류응력 해석 등 대부분 기계분야 연구자들에 의해 이루어져 왔다. 그러나, 용접부에서의 재료의 미세조직 예측 연구는 그 중요성에도 불구하고 현상의 복잡성에 기인하여 많은 연구가 이루어지지 못한 것이 현실이다^{1, 2)}. 열영향부(HAZ)는 구조물의 안정성에 큰 영향을 끼치는 결함요인으로 작용한다. 특히 Coarsened Grain HAZ(CGHAZ)는 인성을 감소시킬 수 있는 영역으로 결함이 가장 많이 발생하는 부위로 보고되고 있다. 만약, 이와 같은 CGHAZ에서의 미세조직을 예측할 수 있게 된다면, 용접부의 안정성을 높일 수 있을 뿐만 아니라, 공정에 있어서의 경제성도 얻을 수 있을 것이다.

이에 따라 본 연구에서는 등온변태시 상변태 거동을 표현하는 Johnson-Mehl-Avrami equation(JMA equation)을 이용하여 용접 열사이클에 따른 재질 예측 모델을 작성하고자 하였다.

상변태 거동을 표현하는 JMA equation은 다음과 같다^{3, 4)}.

$$X = 1 - \exp(-K \cdot t^n) \quad (1)$$

K는 속도변수로 재료의 조성, 오스테나이트 결정립 크기(Austenite Grain Size, AGS) 그리고 등온유지 온도의 함수이다. n은 반응변수로 상의 성장형태와 핵 생성 모드를 표현한다. 만약 재료의 Morphology에 변화가 없다면 n은 일정한 상수값을 가지게 된다.

상변태 거동에 영향을 미치는 대표적인 인자들로 AGS와 냉각속도 등을 들 수 있다. 특히, AGS의 상변

태 거동에 대한 영향은 널리 알려져 있다. 만약 AGS가 조대하다면 이는 상변태를 늦출 뿐만 아니라, 잠복기를 늘려, 상변태 시작을 늦추게 된다. 또한, AGS는 페라이트의 결정립 크기에 영향을 주게 되고^{5, 6)}, 페라이트 Morphology에도 영향을 준다⁷⁻⁹⁾. 일반적으로 AGS가 작다면 polygonal ferrite가 주요 Morphology가 되나, AGS가 증가함에 따라 ferrite의 주요 Morphology는 acicular ferrite로 변화하게 된다.

이와 같은 AGS의 상변태 거동에 대한 영향에 대해 Umemoto¹⁰⁾ 등은 JMA equation을 다음과 같이 수정하여 고려하였다.

$$X = 1 - \exp(-Kt^n), \quad K = \frac{K'}{AGS^m} \quad (2)$$

AGS 변수인 m 은 핵생성모드와 상의 성장형태에 영향을 받게 된다. 본 연구에서는 이와 같이 수정된 JMA equation을 이용하여 예측 모델을 작성하였다. 즉, 페라이트와 펄라이트에 대해 AGS 변수, m 과 속도 변수, K 그리고 반응변수, n 을 등온변태 실험을 통해 수식화하였다. 특히, 기존 연구자들이 반응 변수, n 을 상수로 취급하는 반면, 본 연구에서는 페라이트의 Morphology 변화를 고려하기 위해 n 을 등온유지온도의 함수로 모델에 적용하였다. 등온변태거동을 예측하는 경우 JMA equation만을 사용하였으며, 연속냉각변태의 경우는 JMA equation과 가산법칙¹¹⁾을 이용하여 예측하였다. 그러나, 가산법칙은 상변태 거동에 측에만 적용하였고, 연속냉각에서의 냉각속도에 따른 상변태 시작온도의 예측에 대해서는 가산법칙 대신, 프랑스 IRSID의 실험식¹²⁾을 이용하여 연속냉각에서의 상변태 시작온도(A_{3s})를 예측하였다.

2. 야금학적 모델

모델은 등온 변태 실험 결과 얻어지는 Expansion curve의 분석에 의해 수식화된 상변태 관련 변수들을 이용하여, 등온변태 및 연속냉각변태에서의 각 상의 상분율을 계산하게 된다. 연속냉각변태의 경우, 냉각속도에 따른 상변태 시작온도를 IRSID 실험식을 이용하여 결정하고, 결정된 상변태 시작온도부터 각 상의 상분율을 가산법칙과 JMA equation을 이용하여 예측하게 된다. 각각의 냉각속도에 따른 상변태 시작온도(A_{3s})는 다음과 같은 식에 의해 계산된다¹²⁾.

$$A_{3s} = A_{3s}^0 \cdot C_r^{-a} \quad (3)$$

A_{3s}^0 는 냉각속도, $1^\circ\text{C}/\text{sec}$ 에서의 상변태 시작온도이고, C_r 은 냉각속도($^\circ\text{C}/\text{sec}$) 그리고 a 는 상수로 양수값을 가진다. 베이나이트와 마르텐사이트의 상변태 시작온도는 기존 연구자들의 실험식을 이용하였다^{13, 14)}.

JMA equation의 반응변수, n 은 페라이트의 Morphology 변화(polygonal ferrite→acicular ferrite)에 따라 증가하게 되며, 이에 따라 이와 같은 Morphology 변화의 영향을 고려해 주기 위해 n 을 등온유지온도의 함수로 수식화하여 모델에 적용하였다. 그러나, 이론적으로는 n 이 등온유지온도의 함수라면, 다시 말해 상수가 아니라면, JMA equation은 연속냉각변태로의 적용이 불가능하다. 이는 n 이 등온유지온도의 함수라면, 가산법칙을 적용하기 위해 필요한 조건들중 하나인 General isokinetic condition^{18, 20)}을 만족시키지 못하기 때문이다.

$$\frac{dX}{dt} = \frac{H(T)}{G(X)} \quad (4)$$

$H(T)$: temperature term, $G(X)$: volume fraction term

General isokinetic condition이란, 상변태 거동의 시간에 따른 미분식이 식[4]의 형태로 표현되어야만 가산법칙을 적용할 수 있다는 이론으로, n 이 상수, K 가 등온유지온도의 함수라면 이와 같은 General isokinetic condition을 만족시키나, 만약 n 이 등온유지온도의 함수라면, JMA equation은 식[4]의 형태로 표현될 수 없다¹⁸⁾. 즉, n 을 등온유지온도의 함수로 적용하는 것은 이론적으로 불가능하다. 그러나, KAMAT¹⁹⁾ 등은 polygonal ferrite와 acicular ferrite간에는 n 을 등온유지온도로 표현하여도 실험적인 가산법칙이 적용 가능하다는 이론을 발표하였고, 이와 같은 이론은 'stepped isothermal transformation test'에 의해 실험적으로 증명되었다. 따라서, 본 연구에서는 실험적 가산법칙이 적용 가능하다고 가정하고 ferrite의 반응변수, n 을 등온유지온도의 함수로 두고 예측모델을 작성하였다.

3. 실험 방법

본 연구에서는 SS400 강종(0.15%C, 0.01%Si, 0.64%Mn)을 이용하여 등온변태 및 연속냉각 변태 실험을 시행하였고, 이를 통해 페라이트와 펄라이트의 상변태 거동관련 변수들을 수식화하였다. 실험은 dilatometer(Bahr-Geratebau GmbH Model

805A)을 이용하여 시행하였고, 시편은 지름 3mm, 길이 10mm의 원통형 시편을 사용하였다. 등온변태 실험과 연속냉각변태실험에서의 열사이클은 이상적인 CGHAZ에서의 열사이클을 기초로 하여 결정하였고, AGS가 상변태거동에 미치는 영향을 정량적으로 분석하기 위해 열사이클의 최고 온도와 최고온도에서의 유지시간을 변화시키며 다양한 열사이클을 결정, 이를 이용하였다. 등온변태 및 연속냉각변태실험에 사용된 열사이클을 Figs. 1, 2에 도식적으로 나타내었다. 각각 열사이클에서의 AGS값은 각 열사이클조건에서의 급랭시편을 ASTM E112-95방법과 Image analyzer를 사용하여 측정하였고 이를 Table. 1에 나타냈다.

Table 1 Measured value of AGS for each heat cycle

Holding time(sec) at peak temperature(℃)	5sec at 1350℃	15sec at 1350℃	25sec at 1350℃	5sec at 900℃
AGS(μm)	185μm	250μm	275μm	50μm

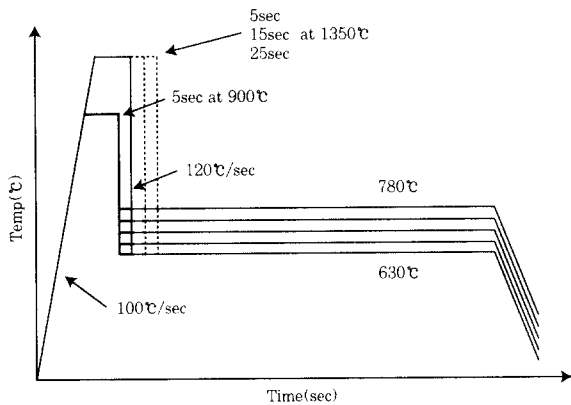


Fig. 1 Thermal history of isothermal transformation experiment

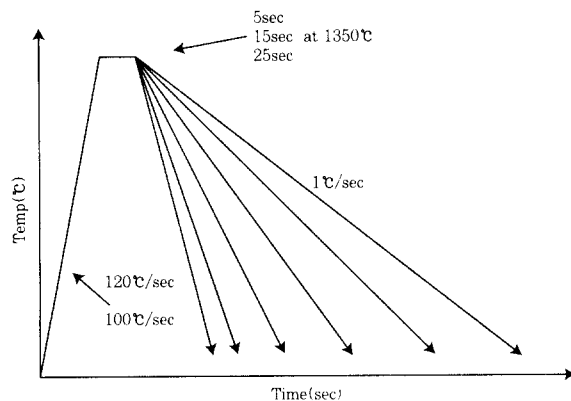


Fig. 2 Thermal history of simulated continuous cooling transformation of CGHAZ

4. 결과 및 고찰

상변태 후의 최종 조직이 페라이트와 펄라이트의 혼합상이 되는 경우, 등온변태실험 결과 나타나는 expansion curve로부터 각 상들의 변태점을 구분하는 것은 거의 불가능하다. 이에 따라, 본 연구에서는 Thermocalc.에 의해 계산된 상태도를 바탕으로, Hawblot¹⁵⁾ 등이 제안한 방법을 통해 각상들의 변태구간을 분리하여 각 상의 상변태 거동을 분석하였다. expansion curve를 위의 방법으로 보정한 후, 다음과 같이 양변에 자연로그를 두 번 취하여 식을 변형시킨 다음 변태시간과 변태분율의 관계에서 JMA equation의 K, n 그리고 m을 구하였다.

$$\ln \ln \left(\frac{1}{1-X} \right) = \ln K + n \ln t \quad (5)$$

즉, 등온변태 실험에서 얻은 시간과 변태분율의 관계를 x축을 $\ln t$, y축을 $\ln \ln \left(\frac{1}{1-X} \right)$ 으로하여 그래프로 그리면 이 때의 기울기는 n, y절편 값은 $\ln K$ 가 된다.

4.1 등온변태실험의 분석

Fig.3에서 알 수 있는 바와 같이, 펄라이트의 반응변수, n은 0.9060으로 상수값을 가졌으며, 이는 기존연구자들¹⁵⁾에 의해 보고된 반응변수 값과 유사했다. 그러나, 페라이트의 경우는 Fig. 4에서 보여지듯이, 반응변수, n은 등온유지온도가 낮아짐에 따라 점차 증가하는 경향을 보였다.

본 연구에서는 페라이트의 Morphology를 polygonal ferrite와 acicular ferrite(Widmanstätten ferrite + acicular ferrite)로 구분하였다. Fig. 4에서 보여지듯이 조대한 AGS(185.0μm-275.0μm)

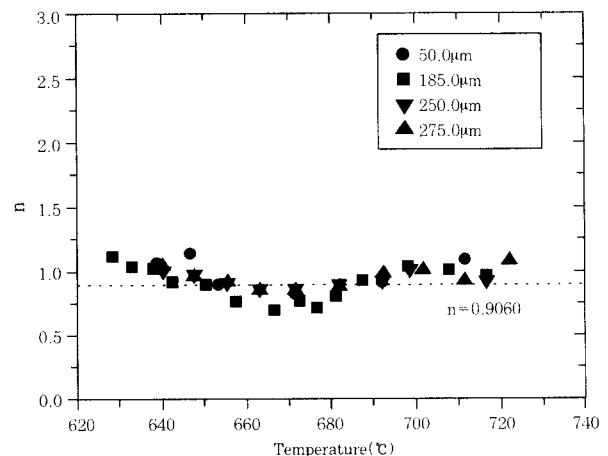


Fig. 3 Plot of reaction parameter, n of pearlite

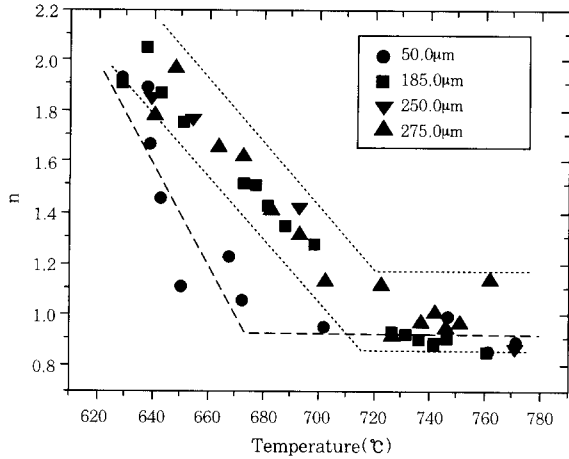


Fig. 4 Plot of reaction parameter, n of ferrite

에서의 반응변수, n의 등온유지온도 감소에 따른 증가 경향은 거의 유사하게 나타났다. 반면, 작은 AGS(50.0µm)에서의 n은 조대한 AGS에서의 n과 비교하였을 때, 보다 낮은 온도에서 증가하고 있음을 확인할 수 있었다. 이는 Krahe⁷⁾ 등의 데이터를 통해 설명될 수 있다. 즉, acicular ferrite의 변태시작온도는 AGS의 변화에 영향을 받게 되며, 이와 같은 acicular ferrite의 변태시작온도는 작은 AGS의 경우에 보다 민감하게 AGS의 변화에 영향을 받게 된다. 이에 따라, AGS가 185.0µm 이상인 조건들에서는 n이 AGS 변화와는 거의 무관하게 증가하나 작은 AGS, 50µm에서는 n이 보다 낮은 등온유지온도에서 증가하기 시작하는 것이다. 그러나, 본 연구에서는 조대한 AGS를 가지는 CGHAZ에서의 예측모델을 작성하는 것이 목적이므로, 이와 같은 n에 대한 AGS의 영향을 고려하지 않았다.

페라이트의 등온유지온도 감소에 따른 n의 증가 원인을 알아보기 위해 등온변태실험을 시행한 시편들의 미세조직을 광학현미경으로 관찰하였다. (Fig. 7)

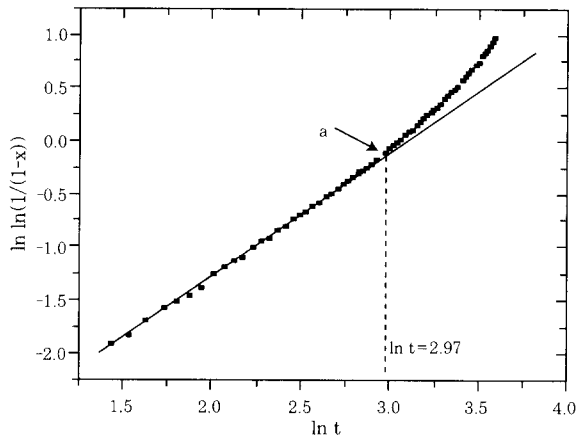


Fig. 5 $\ln \cdot \ln(1/(1-X))$ vs $\ln t$ plot of ferrite (Temperature:695°C, AGS=185µm)

(AGS: 185.0µm) 또한, Fig.5와 Fig. 6에서처럼, 각각의 등온변태실험 결과를 $\ln t$ 와 $\ln \ln \left(\frac{1}{1-X} \right)$ 의 형태로 분석한 후, 이 때의 기울기인 n의 증가시작점(a)을 등온유지온도에 따라 측정하여 Fig.4의 n변화 경향과 비교하여 보았다. Fig.7~11에서 검은 원으로 표시한 부분은 acicular ferrite 영역으로, 등온유지온도가 낮아짐에 따라 점점 많이 생성되는 경향을 보였다.

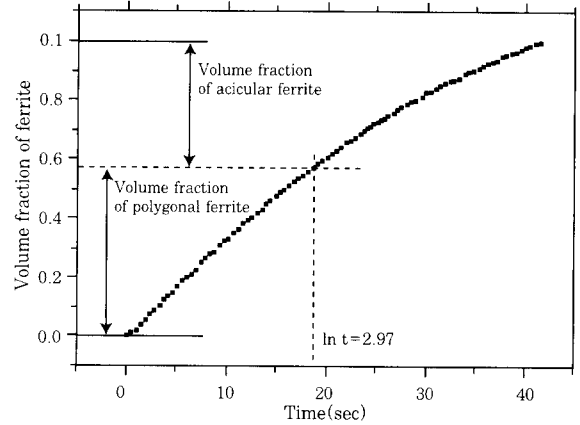


Fig. 6 $\ln \cdot \ln(1/(1-X))$ vs $\ln t$ plot of pearlite (Temperature:695°C, AGS=185µm)

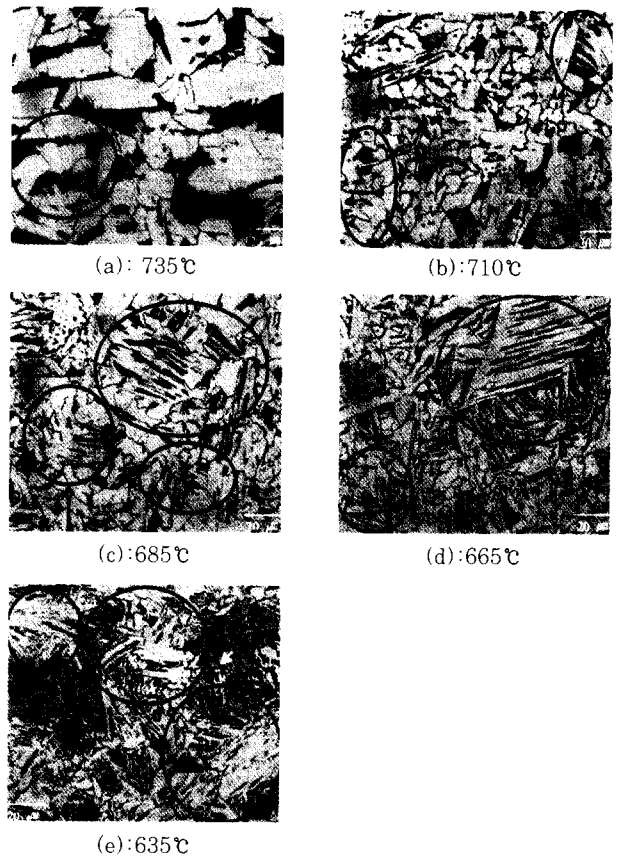


Fig. 7 OM microstructures of isothermal transformation at various holding temperature

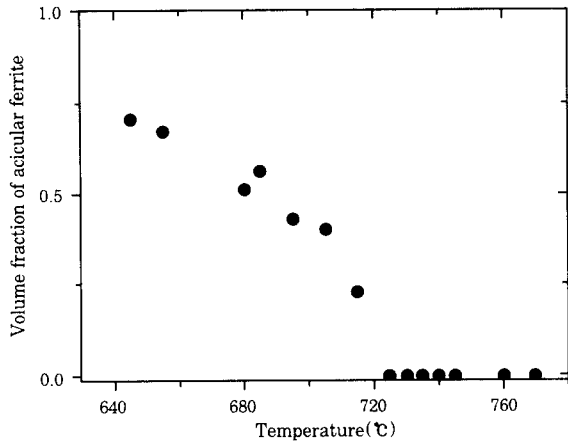


Fig. 8 Volume fraction of acicular ferrite in ferrite

이와 같은 Fig. 8의 전체 페라이트에서의 acicular ferrite의 상대적인 상분율과 Fig. 4의 n의 증가경향을 비교하여본 결과, n의 증가 경향과 페라이트 Morphology 변화 사이의 정량적 관계를 확인할 수 있었다. 즉, 등온유지온도가 낮아짐에 따라 n이 증가하는 이유는 페라이트 Morphology 변화(polygonal ferrite → acicular ferrite)에 기인한다.

이에 따라, 본 연구에서는 페라이트의 반응변수, n은 등온유지온도의 함수로 수식화하여 모델에 적용하였고, 펄라이트의 반응변수, n은 상수값인 0.9060을 사용하였다.

Table 2 Empirical equations of n for ferrite and pearlite

Phase	Temperature(°C)	Reaction parameter, n
Ferrite	over 740	n=0.90
	740~640	n=9.01-0.01109 · T
	below 640	n=1.90
Pearlite		n=0.9060

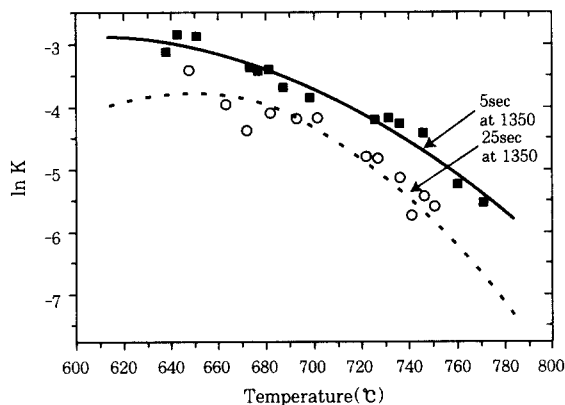


Fig. 9 Plot of ln K of ferrite transformation on different AGSs

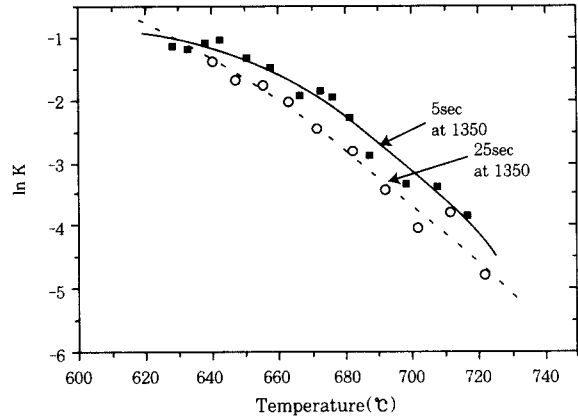


Fig. 10 Plot of ln K of pearlite transformation on different AGSs

Fig. 9,10은 페라이트와 펄라이트에서의 속도변수, K값을 자연로그형태인 ln K로 등온유지 온도에 따라 표시한 그래프로, 속도변수, K는 이처럼 각각 등온유지 온도에서의 K값을 구한 후 이를 다중회귀분석을 통해 온도의 함수로 수식화하였다. 이렇게 분석된 ln K 값에서 AGS 변수, m을 구하기 위해 다음과 같이 관계식을 유도하였다. JMA equation에서 K는

$$K = \frac{K'}{AGS^m}$$

AGS의 영향을 포함하는 변수이지만, K'는 AGS의 영향이 AGS변수, m의 형태로 따로 고려되어졌기 때문에 K'는 AGS와는 무관하게 특정 등온 유지 온도에서 일정한 값을 가지게 된다. 이 관계를 이용하면, 서로 다른 AGS ①, AGS ② 에서 다음과 같은 관계에 의해 m값을 얻어낼 수 있다. 즉, ln K' at AGS ① = ln K' at AGS ② 에서

$$K = \frac{K'}{AGS^m}$$

$$\rightarrow \ln K = \ln K' - m \cdot \ln AGS$$

$$\rightarrow \ln K' = \ln K + m \cdot \ln AGS \text{ 이므로,}$$

$$\rightarrow \ln K \text{ at AGS ①} + m \cdot \ln AGS \text{ ①}$$

$$= \ln K \text{ at AGS ②} + m \cdot \ln AGS \text{ ②}$$

$$\rightarrow m \cdot \left(\ln \left(\frac{AGS \text{ ①}}{AGS \text{ ②}} \right) \right) = \ln \left(\frac{K \text{ at AGS ②}}{K \text{ at AGS ①}} \right)$$

$$\rightarrow m = \frac{\ln \left(\frac{K \text{ at AGS ②}}{K \text{ at AGS ①}} \right)}{\ln \left(\frac{AGS \text{ ①}}{AGS \text{ ②}} \right)}$$

$$\rightarrow m = \frac{\ln \left(\frac{K \text{ at AGS ②}}{K \text{ at AGS ①}} \right)}{\ln \left(\frac{AGS \text{ ①}}{AGS \text{ ②}} \right)} \quad (6)$$

Table 3 Measured AGS parameter, *m* for ferrite and pearlite

Steel	Phase transformation	AGS parameter, <i>m</i>
HYU(SS400)	Austenite to Pearlite	1.24
HYU(SS400)	Austenite to Ferrite	1.54
Fe-0.43C-5.5Mn ²¹⁾	Austenite to Ferrite	1.2
1010 ²⁶⁾	Austenite to Ferrite	1.3

이와 같은 방법에 의해서 *m*를 구하였다(Table.3). 그러나, Figs. 9, 10에서 보여지듯이 *m* 값은 모든 등온 유지 온도에서 일정하지 않으므로, 변태 시작 구간과 변태 종료 구간 온도에서의 *m* 값들은 제외하고 평균치를 구하여 *m* 값을 결정하였다. 이에 따라, AGS 변수, *m*과 등온 유지 온도의 함수로 표현되는 페라이트와 펄라이트의 속도변수, *K*의 회귀분석식을 다음과 같이 작성하였다.

$$\ln K_{ferrite} = -73.88118251 + 0.24365 \cdot T - 1.88436 \times 10^4 \cdot T^2 - 1.54 \cdot \ln AGS \quad (7)$$

$$\ln K_{pearlite} = -88.79005 + 0.31126 \cdot T - 2.56601 \times 10^4 \cdot T^2 - 1.24 \cdot \ln AGS \quad (8)$$

4.2 연속냉각변태실험의 분석

각 열사이클 조건에서, 냉각속도를 변화시키며 *A_{r3}* 온도를 측정하고, 이를 $\ln A_{r3}^0$ 와 $\ln C_r$ 의 형태로 표현하여 IRSID의 실험식(3)의 상수 *a*(그래프의 기울기)를 구하였다. Fig.11는 AGS가 275.0 μ m인 열사이클조건에서 실험치와 예측치를 비교한 그래프이다.

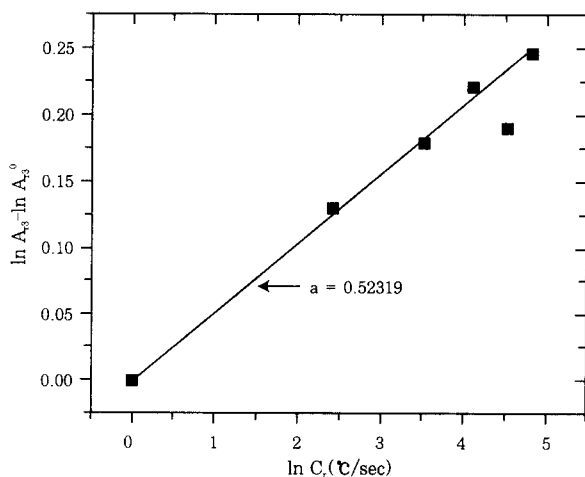


Fig. 11 Comparison of predicted *A_{r3}* and measured *A_{r3}* (AGS: 275.0 μ m)

5. 야금학적 모델을 통한 상변태 거동 예측

변태실험결과의 분석을 통해, JMA equation의 페라이트와 펄라이트에 관한 상변태 관련 변수들과 연속냉각시 상변태시작온도(*A_{r3}*)를 수식화하였고, 이를 바탕으로 페라이트와 펄라이트의 상변태 거동 예측 모델을 작성하였다. 그리고 작성된 모델의 신뢰도를 알아보기 위해 실험데이터와 예측치를 비교하여 보았다. 본 연구에서는 페라이트와 펄라이트에 대해서만 모델을 작성하였으므로, 베이나이트에 대해서는 Esaka¹⁷⁾ 등이 발표한 상변태 관련 실험식을 이용하였다.

5.1 등온변태 거동의 예측

모델의 등온변태 거동 예측에 대한 신뢰도를 알아보기 위해, 등온변태실험에서 얻어진 페라이트와 펄라이트의 상변태 거동과 모델에 의한 예측치를 비교하여 보았다. Fig. 12과 13에서 알 수 있는 바와 같이, 모델에 의한 예측이 실제 거동을 잘 표현하고 있음을 알 수 있다.

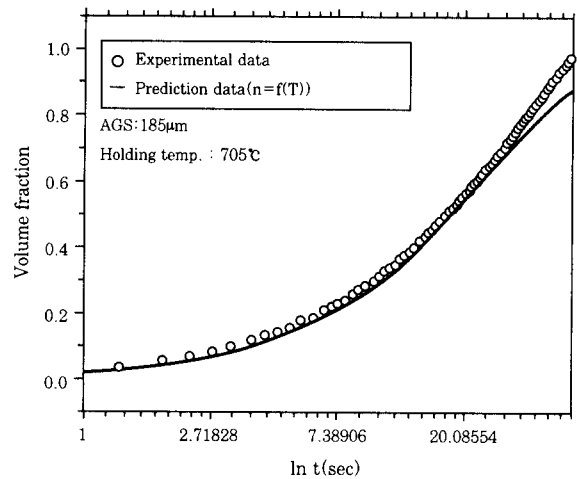


Fig. 12 Comparison of calculated isothermal transformation kinetics of ferrite with measured data

5.2 연속냉각변태 거동의 예측

변태실험에 의해 얻어진 상변태 관련 실험식들과 산법칙을 이용하여 연속냉각에서의 각 상들의 상분율을 예측하고 이를 실제 실험에서의 측정치와 비교하여 보았다. 상분율 예측은 AGS와 냉각속도를 변화시키며 시행하였고, 실제 실험에서의 상분율은 AGS:185 μ m 조건에서 image analyzer를 통해 측정하였다.

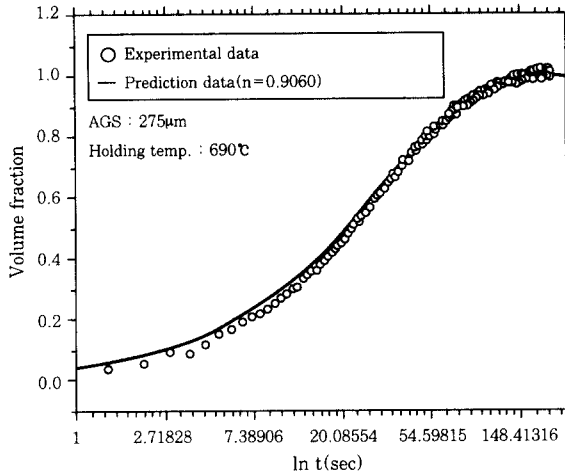


Fig. 13 Comparison of calculated isothermal transformation kinetics of pearlite with measured data

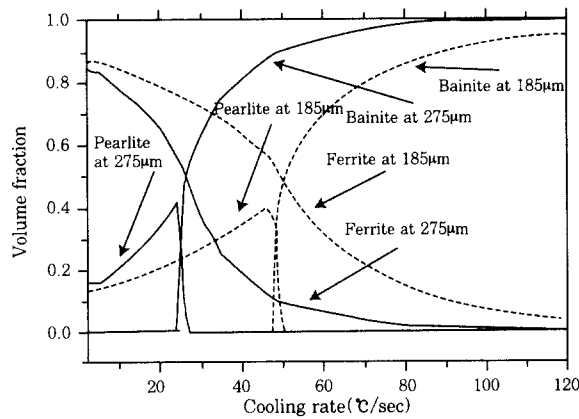


Fig. 14 Effect of AGS and cooling rate on continuous cooling transformation

Fig. 14은 AGS: 185.0µm, 275.0µm, 냉각속도: 1°C/sec ~120°C/sec 조건에서 각 상의 상분율을 예측치를 나타낸 그래프이다. AGS가 증가함에 따라, 페라이트의 상분율은 줄어들고 상대적으로 펄라이트와 베이나이트의 상분율은 증가함을 알 수가 있다. Fig. 15는 모델에 의한 예측치와 실제 실험에서의 상분율을 측정치를 비교한 그래프이다.

그래프에서 알 수 있는 바와 같이, 실제 상분율 측정치와 모델에 의한 예측치가 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 Johnson-Mehl-Avrami equation 과 가산법칙을 이용하여 SS400강종에서의 용접부 CGHAZ의 연속냉각에서의 상분율을 예측 모델을 작성

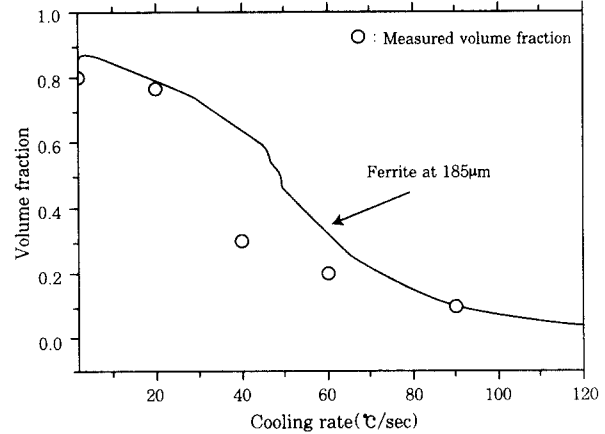


Fig. 15 Comparison of measured ferrite volume fraction with calculated ferrite volume fraction

하였다. 작성된 모델은 오스테나이트의 결정립 크기 (AGS)를 고려한 페라이트와 펄라이트의 상분율을 예측이 가능하였다.

1) 모델 작성을 위해 JMA equation의 상변태 관련 변수들을 실험식화하였는데, 특히 페라이트의 반응변수인 n을 페라이트 Morphology 변화를 고려하여 등온유지 온도의 함수로 수식화하였으며 이를 모델에 적용하였다.

2) 모델을 통한 예측 결과, AGS가 커지게 되면 페라이트의 속도변수, K값이 낮아져 페라이트의 상분율이 감소하고 펄라이트와 베이나이트의 상분율이 상대적으로 증가하는 경향을 확인하였다.

후 기

이 연구는 1997년 학술진흥재단의 공모과제(과제번호: 997-001-E00632) 연구비에 의하여 연구되었습니다.

참 고 문 헌

1. C. Ion, K. E. Eastering, and M. F. Ashby: Acta Metall.(1984), 32, 1949-1962.
2. H. K. D. H. Bhadeshia: Materials Science and Technology(1992), 8, 123-133.
3. M. Avrami: J. Chem. Phys.(1939), 7, 1103-1112
4. W. A. Johnson and R. F. Mehl: Trans. AIME(1939), 135, 416-458
5. M. Umemoto, Z. H. GUO and I. Tamura: Materials Science and Technology(1987), 3, 249-255.
6. M. Militzer, R. Pandi and E. B. Hawbolt: Metall. Mater. Trans. A(1996), 27A, 1547-1556.

7. P. R. Krahe, K. R. Kinsman and H. I. Aaronson: Acta Metall.(1972), 20, 1109-1121.
8. Jye-Long Lee and Yeong-Tsuen PAN: ISIJ(1995), 35, 1027-1033.
9. G. Spanos and M. G. Hall: Metall. Mater. Trans. A (1996), 27A, 1519-1534.
10. M. Umemoto, N. Nishioka and I. Tamura: J. Heat Treating(1980), 1, No.3, 57-64.
11. E. Scheil, Arch. Eisenhuettenwes(1935), 8, 565
12. B. Debray, P. Teracher and J. J. Jonas: Metall. Mater. Trans. A(1995), 26A, 99-111.
13. K. W. Andrews: JISI(1965 July), 721-727.
14. T. Kunitake and Y. Okada: Tetsu-to-Hagane(1998), 84, No.2, 137-141.
15. E. B. Hawbolt, B. Chau and J. K. Brimacombe: Metall. Trans. A(1984), 16A, 565-578.
16. E. B. Hawbolt, B. Chau and J. K. Brimacombe: Proceedings Intl Symposium on Mathematical Modeling of Hot Rolling of Steel.(1990), 424-433.
17. K. Esaka, J. Wakida, M. Takahashi and O. Kawano, 製鐵研究(1986), 321, 92.
18. Mark Lusk and Heng-Jeng Jou: Metall. Mater. Trans. A(1997), 28A, 287-291.
19. R. G. Kamat, E. B. Hawbolt, L. C. Brown and J. K. Brimacombe: Metall. Trans. A(1992), 23A, 2469-2480.
20. J. W. Cahn: Acta Metall.(1956), 4, 572-575.
21. M. Umemoto, N. Nishioka and I. Tamura: Proceedings Intl. Congress on Heat Treatment of Materials, Heat Treatment Shanghai 83(1983), 5.35-5.43.