



클래딩 자유단의 열응력 해석

김형남* · 최성남* · 장기상*

*한국전력공사 전력연구원

Thermal Stresses near the Edge in a Clad

Hyung-Nam Kim*, Sung-Nam Choi* and Ki-Sang Jang*

*Nuclear Power Laboratory, KEPRI, Korea Electric Power Corporation, Taejon 305-380, Korea

Abstract

Based on the principle of complementary energy, an analytical method is developed which focused on the end effects for determining thermal stress distributions in the clad beam. This method gives the stress distributions which completely satisfy the stress-free boundary condition at the edge. Numerical result shows that shear stress and peeling stress at the interface between the substrate and clad are significant near the edge and become negligible in the interior region. Even though the relative location where the maximum or minimum stresses take place moves to interior as the length of the beam becomes smaller, the absolute location from the free end and the value of these stresses are the same in spite of the variation of the length of beam.

(Received November 30, 1999)

Key Words : Thermal stress, Clad, Layered beam, End effects, Delamination, Variational method

1. 서 론

하나의 기계 부품에서 필요로 하는 물리적 성질을 한 가지 재료로부터 얻을 수 없을 때 모재에 클래딩층을 형성하여 서로 다른 재료의 유리한 성질을 이용하게 된다. 예를 들면, 원자력발전소의 증기발생기 관지지대는 가격이 저렴하고 제작이 용이한 탄소강을 사용하나 세관 재질인 인코넬 합금과의 용접성 때문에 인코넬 합금을 클래딩을 하여 사용한다. 발전소의 티타늄 전열관 복수기에서도 같은 이유로 탄소강에 티타늄을 클래딩한 관지지대를 사용하고 있다. 그러나 클래딩한 구조물에 온도변화가 있는 경우 서로 다른 열팽창계수로 인하여 서로 늘어나거나 줄어드는 길이 차이가 생기는 데, 이 차이가 경계면을 따라 분포된 힘으로 작용한다. 이 힘으로 인하여 자유단에서 가까운 경계면에서 응력의 변화가 커지고, 이는 미세 균열이나 박리의 원인이 되어 부품의 신뢰도에 영향을 미친다는 것은 잘 알려진 사실이다. 그러므로 경계면에서의 응력상태

를 안다는 것은 부품의 신뢰성 제고를 위하여 매우 중요한 일이다.

접층 구조물에 대한 열응력 문제는 Grimado¹⁾ 이후 electronic packaging, 표면처리 등 여러분야에서 널리 연구되고 있으나 자유단에서의 응력조건을 만족시키는 연구 결과를 찾기는 매우 어렵다. Suhir^{2,3)}는 Timoshenko⁴⁾의 바이메탈 이론을 발전시켜 유한 길이의 바이메탈을 두 개의 독립된 보로 취급하여 경계에서 응력과 변위를 일치시키는 방법으로 경계면에서의 응력을 구하였다. Razaqpur⁵⁾와 Suhir⁶⁾ 자신에 의해 지적된 것처럼 그의 첫 번째 연구는 자유단에서의 응력조건을 만족시키지 못했지만 두 번째 연구에서는 이를 보완한 연구 결과를 내놓았다.

접층보의 경계면을 따라 작용하는 열응력을 구하기 위하여 Yin^{7,8)}은 stress function을 이용한 변분법을 이용하였다. 그의 연구는 끝단 효과(end-effects)에 중점을 두어 접층보의 자유단에서 경계조건을 만족하는 응력을 구하는데 중점을 두었다.

본 논문에서는 한쪽의 길이가 상대적으로 긴 클래딩

한 겹층판의 자유단에서 경계조건을 완전히 만족하는 열응력 분포를 구할 수 있는 방법을 소개하고 이를 이용하여 계산된 열응력 분포와 Yin⁸⁾의 결과를 비교하였으며 탄소강에 티타늄을 클래딩한 겹층판에 대하여 탄성보 이론을 적용하여 보의 길이가 열응력에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 지배방정식

양쪽 끝이 자유단이고 폭이 1(unit)인 겹층보의 기하학적 크기 및 물리적 성질과 좌표계가 Fig. 1에 주어져있다. 본 논문에서는 온도변화에 의한 기계적 성질 변화는 없는 것으로 가정하였다. 좌표 ξ 는 길이 l 의 크기에 상관없이 끝단으로부터 정의되는 일정 길이 l_0 의 위치를 원점으로 하고 끝단($x=l$)에서의 값이 1로 정의된다. 온도 변화가 ΔT_k 인 경우 2-차원 등방성(isotropic) 탄성체의 응력-변형도 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_x^k = \frac{E_k}{1-\nu_k} (\epsilon_x^k + \nu_k \epsilon_y^k) - \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1-\nu_k} \quad (1)$$

$$\sigma_y^k = \frac{E_k}{1-\nu_k} (\epsilon_y^k + \nu_k \epsilon_x^k) - \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1-\nu_k} \quad (2)$$

$$\tau_{xy}^k = \frac{E_k}{1+\nu_k} \gamma_{xy}^k \quad (3)$$

여기서, 위(아래) 첨자 k 는 k -번째 ($k=1, 2$) 층을 의미한다.

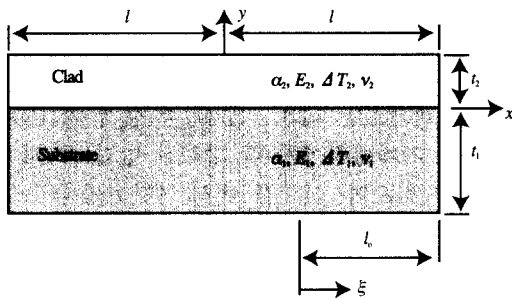


Fig. 1 Material properties of each layer and coordinate system

k -번째 ($k=1, 2$) 층에 대한 평형 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \sigma_x^k}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^k}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}^k}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^k}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

편의를 위하여 다음과 같은 관계식을 도입하자.

$$\sigma_x^k = \hat{\sigma}_x^k - \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1-\nu_k} \quad (6)$$

$$\sigma_y^k = \hat{\sigma}_y^k - \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1-\nu_k} \quad (7)$$

$$\tau_{xy}^k = \hat{\tau}_{xy}^k \quad (8)$$

각 층에서 재료의 기계적 성질과 온도변화가 일정하다는 가정하에 식 (6), (7), (8)을 평형 방정식(식 (4), (5))에 대입하면 다음과 같은 새로운 평형 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_x^k}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\tau}_{xy}^k}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{\tau}_{xy}^k}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\sigma}_y^k}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

위 식에 대해서 자유단의 실제 응력이 "0"이 되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_x^k(\pm l, y) = \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1-\nu_k} \quad (11)$$

$$\hat{\tau}_{xy}^k(\pm l, y) = 0 \quad (12)$$

겹층보의 위와 아래 표면이 외부에서 가해지는 힘이 없는 자유표면이 되기 위한 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\sigma}_1^2(x, t_2) = \frac{\alpha_2 E_2 \Delta T_2}{1-\nu_2} \quad (13)$$

$$\hat{\tau}_{xy}^2(x, t_2) = 0 \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_y^1(x, -t_1) = \frac{\alpha_1 E_1 \Delta T_1}{1-\nu_1} \quad (15)$$

$$\hat{\tau}_{xy}^1(x, -t_1) = 0 \quad (16)$$

서로 다른 층이 접하고 있는 경계면에서의 힘 평형에 의한 조건은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_y^1(x, 0) = \hat{\sigma}_y^2(x, 0) + \frac{\alpha_1 E_1 \Delta T_1}{1-\nu_1} - \frac{\alpha_2 E_2 \Delta T_2}{1-\nu_2} \quad (17)$$

$$\hat{\tau}_{xy}^1(x, 0) = \hat{\tau}_{xy}^2(x, 0) \quad (18)$$

3. 지배방정식의 변환

각 층에 생기는 x -축 방향의 응력을 다음과 같이 가정 하자.

$$\hat{\sigma}_x^k(x, y) = \sum_{i=1}^{n_k+1} \sigma_{(i-1)}^k(x) \left(\frac{y}{t_k}\right)^{i-1} \quad (19)$$

여기서, $n_k(k = 1, 2)$ 는 임의로 선택된 다항식의 최대 차수이고 $\sigma_{(i-1)}^k(x)$ 는 (n_k+1) 개의 결정해야 되는 함수이다. 각 층의 자유단($x = \pm l$)에서의 경계조건(식 (11))과 식 (19)로부터 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\sigma_0^k(\pm l) = \frac{\alpha_k E_k \Delta T_k}{1 - \nu_k} \quad (20)$$

$$\sigma_m^k(\pm l) = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots, n_k) \quad (21)$$

식 (19)와 평형방정식(식 (9), (10))에 의해서 각 층에서 미지의 함수 $\sigma_{(i-1)}^k(x)$ 와 $\hat{\tau}_{xy}^k(x, y)$ 및 $\hat{\sigma}_y^k(x, y)$ 의 관계가 구해지며, $\hat{\tau}_{xy}^k(x, y)$ 와 식 (12)에 의해서 부가적인 경계조건이 다음과 같이 얻어진다.

$$\left. \frac{d\sigma_m^k}{dx} \right|_{x=\pm l} = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots, n_k) \quad (22)$$

경계면에서 첫 번째 층과 두 번째 층의 수직응력(σ_y), 전단응력(τ_{xy})이 같다는 힘 평형조건(식 (17), (18))을 경계조건(식 (20), (21), (22))을 이용하여 적분하면 접합층에서의 미지함수($\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_{n_2}^2$)중 2개가 결정되어 응력분포를 알기 위해서 구해야 하는 미지함수의 수는 $(n_1 + n_2)$ 개이다.

4. 에너지법

평형 방정식과 경계조건을 이용하여 구한 응력장 (auxiliary stress field)이 유일해가 되기 위해서는 다음과 같은 기하학적 적합조건에 관한 식을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x^k}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y^k}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}^k}{\partial x \partial y} \quad (23)$$

기하학적 적합조건은 실제 상태의 응력을 구하기 위한 필요 조건이며 complementary 에너지법에 근거한 변분법에 의해서 우회적으로 만족시킬 수 있다. Principle of complementary energy는 다음과 같이 설명이 된다. 물체의 내부와 힘이 작용하는 일부 표면에서 평형 조건을 만족하는 모든 응력 중에서 기하학

적 적합조건을 만족하는 응력은 complementary 에너지 변분을 0으로 만든다.

2차원 응력 문제에서 complementary energy는 다음과 같다.

$$V = \int_{-l}^l \int_{-l}^l \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2E_k} \{(\hat{\sigma}_x^k)^2 + (\hat{\sigma}_y^k)^2 - 2\nu_k \hat{\sigma}_x^k \hat{\sigma}_y^k + 2(1 + \nu_k)(\hat{\tau}_{xy}^k)^2\} dy dx \quad (24)$$

위식을 적분하여 에너지법(principle of stationary complementary energy)을 적용하면 함수 $\sigma_{m_1}^1(x)$ ($m_1 = 0, 1, 2, \dots, n_1$), $\sigma_{m_2}^2(x)$ ($m_2 = 0, 1, 2, \dots, (n_2-2)$)를 미지함수로 하는 다음과 같은 연립 상미분 방정식이 얻어진다.

$$[L] \{\sigma\} = \{a\} \quad (25)$$

여기서, $[L]$ 은 square symmetric 행렬로 이의 성분 $L_{rs}(r, s = 1, 2, 3, \dots, (n_1+n_2))$ 는 다음의 형태를 취하는 선형 연산자이고

$$L_{rs} = A_{rs} \frac{d^4}{dx^4} + B_{rs} \frac{d^2}{dx^2} + C_{rs} \quad (26)$$

상수 A_{rs}, B_{rs}, C_{rs} 는 식 (26)을 y -좌표에 대하여 적분하고 변분을 취하는 과정에서 결정되는 상수이다 (column matrix $\{a\}$ 의 성분도 이 과정에서 결정됨). Column matrix $\{\sigma\}$ 의 성분은 다음과 같다.

$$\{\sigma\} = [\sigma_0^1, \sigma_1^1, \dots, \sigma_{n_2-3}^2, \sigma_{n_2-2}^2]^T \quad (27)$$

경계조건(식 (22), (23), (24))과 함께 식 (27)에 의해 주어진 지배방정식은 잘 알려진 방법⁹⁾에 의해서 해를 구할 수 있으며, 식 (21)에서 어떤 $n_k(k = 1, 2)$ 를 선택하더라도 위와 같은 방법으로 해를 구할 수 있음을 증명할 수 있다¹⁰⁾. 경계조건과 함께 식 (25)에 의해 주어진 지배방정식을 풀고 이를 식 (6), (7), (8)에 대입하므로써 실제의 응력분포가 구해진다.

5. 수치예

앞에서 설명한 방법의 정확성을 보이기 위하여 자유단에서 경계조건을 만족하고 있는 Yin^{7,8)}의 결과와 본 논문에서 개발된 해석적 방법에 의한 결과를 서로 비교하였다. 여기에서 사용된 각 층의 두께 및 기계적 성질은 Table 1과 같다. 보의 길이 $2l$ 은 50.8mm, 층의

두께는 첫째층과 둘째층 모두 2.54mm이고 온도 변화 ΔT_k 는 모든 층에 대하여 240℃가 상승하는 것으로 보았다. 각 층의 높이가 길이에 비해서 작고 온도 변화가 두께의 함수가 아니면 식 (19)의 축방향 응력을 각 층의 경계에서 불연속인 선형함수로 가정해도(n_k ($k = 1, 2$)를 1로 선택) 충분히 정확한 값을 얻을 수 있으나, 본 예제의 경우에는 n_1 을 3, n_2 를 1 또는 3으로 선택한 계산 결과를 제시하였다.

Table 1 Material properties of each layer

Material	E (GPa)	ν	α (/°C)
Layer 1	70.38	0.345	23.6×10^{-6}
Layer 2	324.7	0.293	4.9×10^{-6}

첫째층과 둘째층 사이 경계면에서 첫째층과 둘째층에 작용하는 x -축방향 열응력 분포가 Fig. 2와 Fig. 3에 나타나 있다. 본 연구에서 소개된 방법에 의한 계산 결과와 Yin의 결과가 잘 일치하고 자유단에서의 경계조건(자유단에 가해지는 외력이 없으면 표면에 응력이 발생하지 않음)을 만족하고 있음을 알 수 있다. 열팽창계수가 커서 많이 늘어나는 첫째층은 전체적으로 압축응력이, 열팽창계수가 작아 상대적으로 작게 늘어나는 둘째층은 전체적으로 인장응력이 발생한다.

클래딩층의 박리와 직접 관련된 경계면에서의 y -축방향 열응력 분포는 Fig. 4와 같다. 자유단 근처를 제외하면 수직 응력이 "0"이기 때문에 열에 의한 박리는 주로 자유단 근처에서 시작될 것임을 짐작할 수 있다.

Fig. 5는 경계면을 따라 작용하는 전단응력 분포도이다. 경계면의 전단응력은 대부분의 영역에서 "0"이고 자유단 근처에서 최대값을 가진다. 계산에 사용된 다항식의 수(식 (19)의 n_k)를 크게 할수록 최대값의 위치가 자유단에 접근하고 n_k 를 무한대로 취하면, 자유단에서 전단응력은 최대값과 "0"인 두 값을 가질 것이다. 이러한 현상은 경계면의 자유단에서 특이점(singular point)이 있어 이곳에서는 유일해가 존재하지 않고 응력의 크기는 특이점으로의 접근 방향에 따라 결정된다. 즉, 보의 바깥쪽(즉, x 의 좌표가 $\pm(l + |\epsilon|)$)에서 자유단으로 접근하게 되면 전단응력이 "0"이 되고 보의 안쪽(즉, x 의 좌표가 $\pm(l - |\epsilon|)$)에서 자유단으로 접근하면 전단응력이 "0"이 아닌 어떤 값을 갖는다. Nissley¹¹⁾를 비롯한 많은 연구자들은 이러한 응력 특이성(Stress Singularity) 때문에 일반적인 유한요소법으로 끝단효과를 정확히 해석할 수 없음을 지적하고 있다.

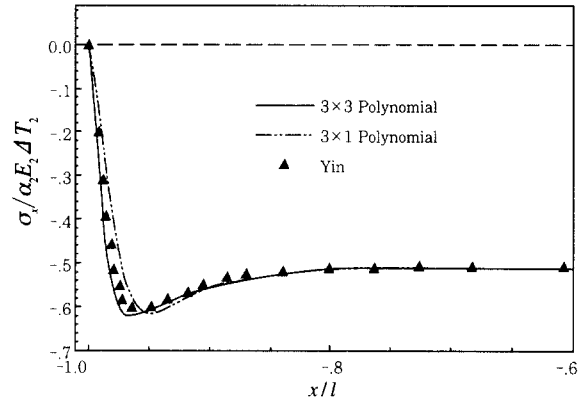


Fig. 2 Axial stress distributions in the layer 1 along the interface compared with the result of Yin

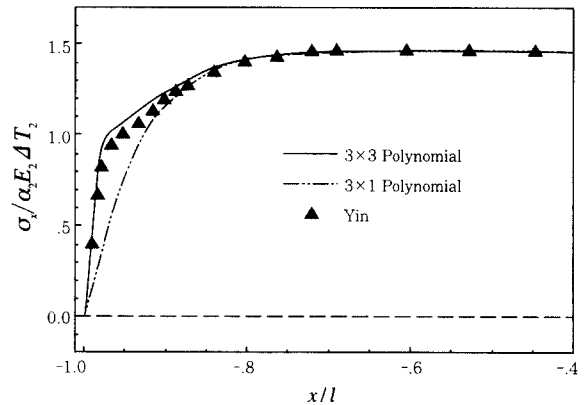


Fig. 3 Axial stress distributions in the layer 2 along the interface compared with the result of Yin

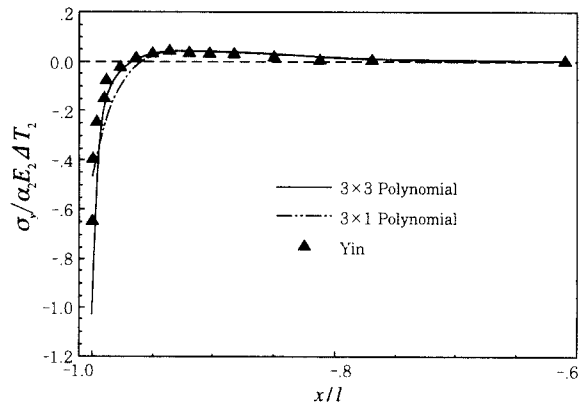


Fig. 4 Normal stress distributions along the interface compared with the result of Yin

보의 길이가 열응력에 미치는 영향을 검토하기 위하여 원자력발전소 설비에 가장 많이 쓰이는 탄소강에 티타늄을 클래딩한 경우를 고찰하였다. 계산에 사용된 탄소강과 티타늄의 물리적 성질은 Table 2와 같다. 모재 및 클래딩층의 두께는 각각 10mm 및 0.5mm

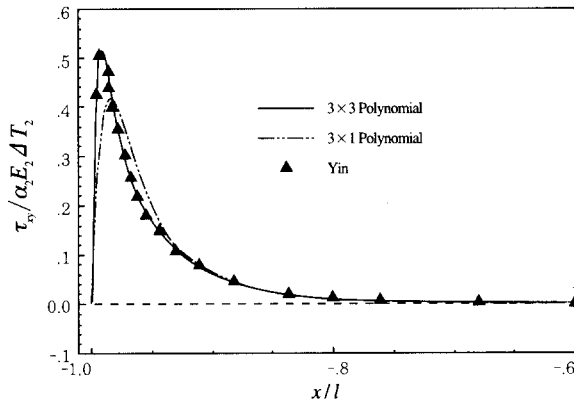


Fig. 5 Shear stress distributions along the interface compared with the result of Yin

를 취하였다. 식 (19)의 n_k 는 모재에 대하여 3, 상대적으로 얇은 클래딩층에 대하여 1을 선택하였다. 온도 변화는 전체적으로 10°C 상승한 것으로 보았다.

Table 2 Material properties of each layer

Material	E (GPa)	ν	α (/°C)
Steel	200	0.28	11.0×10^{-6}
Ti	110	0.34	8.82×10^{-6}

길이에 따른 경계면에서 모재 및 클래딩층에 각각 작용하는 x -축방향 열응력 분포가 Fig. 6, 7에 의해 주어진다. 전체적으로 모재에는 압축응력, 클래딩층에는 인장응력이 작용하며, 자유단에서 어느 정도 떨어지면 응력이 일정해지고 자유단에서는 "0"이 된다. 경계면이 아닌 곳에서도 이와 같은 현상이 나타난다. 길이가 증가함에 따라 최대(혹은 최소) x -축방향 응력의 크기는 변화가 없고 발생위치는 전체 길이에 대하여 상대적으로 자유단에 가까운 곳이다.

클래딩층의 접착력 및 박리와 직접 관련이 있는 경계면을 따라 작용하는 y -축방향 열응력 분포가 Fig. 8에 주어진다. 자유단 근처에서 응력이 현저히 크기 때문에 자유단 근처가 쉽게 박리될 것이다. 고정된 모재 두께에 대하여 클래딩층의 두께가 커질수록 y -축방향 최대응력이 작용하는 위치가 자유단으로 접근하고 어느 한계를 넘어서면 자유단($x = \pm l$)에서 발생하나 본 논문에서는 이에 대한 그림은 생략하였다. x -축방향 응력분포에서와 마찬가지로 y -축방향 응력도 길이가 증가함에 따라 최대(혹은 최소) 응력의 크기는 변화가 없고 전체 길이에 대하여 상대적으로 자유단에 가까운 곳에서 발생함을 알 수 있다.

Fig. 9는 경계면에서의 전단응력 분포이다. Fig. 3~5에서 보는 바와 같이 최대 및 최소응력의 크기는

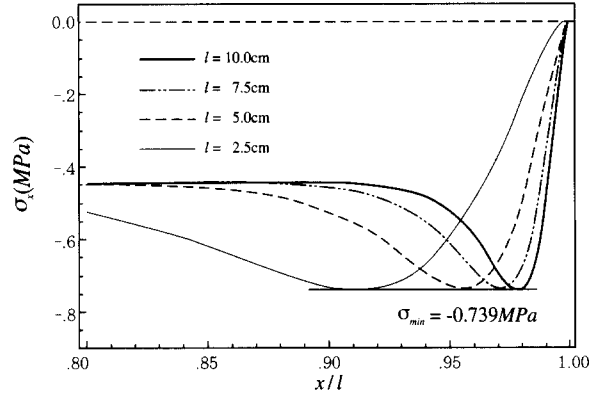


Fig. 6 Axial stress distributions in the layer 1 along the interface (substrate side)

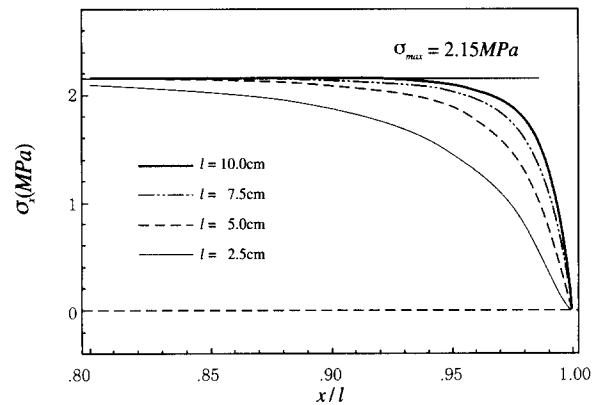


Fig. 7 Axial stress distributions in the layer 1 along the interface (clad side)

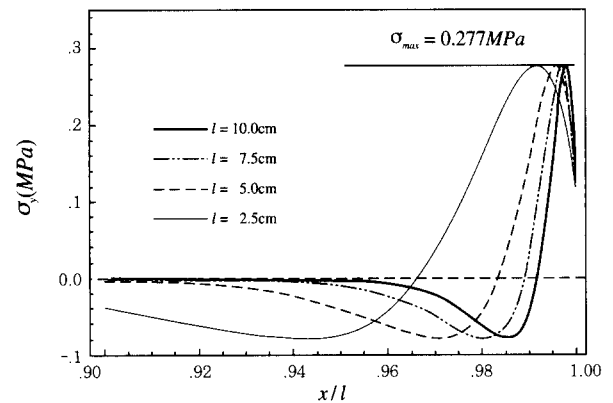


Fig. 8 Normal stress distributions along the interface

보의 길이에 무관하며 길이가 길수록 전체 길이에 대하여 상대적으로 자유단에 가까운 곳에서 최대(최소) 응력이 발생한다. 그러나 Fig. 9의 전단응력 분포는 길이 l 의 크기에 상관없이 끝단으로부터 정의되는 일정 길이 l_0 (Fig. 9에서는 두께 $(t_1 + t_2)$ 와 l_0 를 같다고 정

의)에서의 위치를 원점으로 하고 끝단($x=l$)에서의 값이 1로 정의되는 좌표계를 사용하면 최대(혹은 최소) 응력의 크기뿐만 아니라 발생하는 위치도 보의 길이에 관계없이 정확히 일치함을 보여주고 있다. 이러한 현상은 x -축방향 응력분포 및 y -축방향 응력분포에서도 똑같이 나타난다(그림은 생략하였음). 즉, 열에 의해 발생하는 클래딩에서의 최대 혹은 최소응력의 크기와 자유단으로부터의 위치는 보의 길이에 무관함을 알 수 있다.

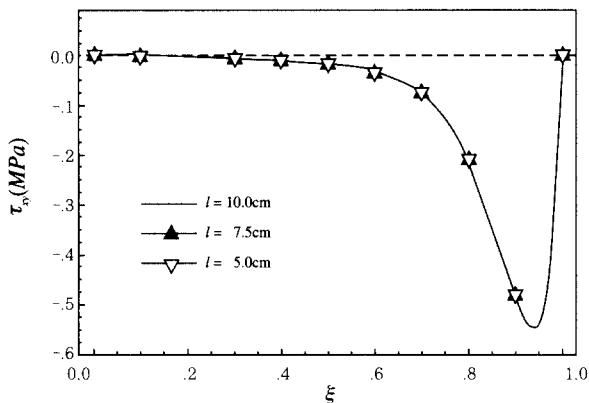


Fig. 9 Shear stress distributions along the interface

6. 결 론

에너지법에 근거하여 양쪽이 자유단인 겹층보에 대하여 경계조건을 완전히 만족하는 열응력분포를 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 이용하면 자유단에서 충분히 떨어진 곳에서 뿐만 아니라 자유단 근처의 응력분포도 구할 수 있다.

클래딩층을 가진 겹층보에 작용하는 열응력의 특징은 다음과 같다. 자유단에서 어느 정도 떨어진 위치에서 모재와 클래딩층 사이 경계면을 따라 작용하는 x -축방향 응력은 위치에 관계없이 일정한 값을 갖지만 자유단에 접근함에 따라 약간 커지거나 작아졌다가 "0"이 된다. 경계면에서의 y -축방향 수직응력과 전단응력은 클래딩 보의 대부분에서 "0"이나 자유단 근처에서 월등히 큰(혹은 작은) 값을 갖는다. 이와 같은 현상은 경계면이 아닌 곳에서도 똑같이 나타난다. 클래딩의 가장 큰 문제가 경계면에서의 박리임을 감안하면 자유단 근처가 가장 취약한 부분임을 알 수 있다.

길이가 열응력에 미치는 영향을 분석하기 위해 채택된 탄소강에 티타늄을 클래딩한 예에서 보는 것처럼 경계조건이 자유단인 클래딩 보에 대해서 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 응력성분의 최대(최소) 값은 클래딩 보의 길이에 무관하다.
- 2) 클래딩 보의 길이가 길수록 전체 길이에 대하여 상대적으로 자유단에 가까운 곳에서 열응력 성분이 최대(최소)가 된다.
- 3) 열에 의한 최대 혹은 최소 응력성분이 발생하는 위치는 클래딩 보의 길이에 상관없이 자유단으로부터 항상 일정한 거리에 있다.

참 고 문 헌

1. P.B.Grimado : Interlaminar Thermoelastic Stresses in Layered Beams, *Journal of Thermal Stresses*, Vol.1(1974), pp.75-86
2. E.Suhir : Stresses in Bi-Metal Thermostats, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.53(1986), pp.657-660
3. E.Suhir : Interfacial Stresses in Bimetal Thermostats, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.56(1989), pp. 595-600
4. S.P.Timoshenko : Analysis of Bi-Metal Thermostats, *Journal of the Optical Society of America*, Vol.11(1925), pp.233-255
5. A.G.Razaqpur : Discussion on Stresses in Bi-Metal Thermostats, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.54(1987), pp.479
6. E.Suhir : Discussion on Stresses in Bi-Metal Thermostats, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol.54(1987), pp.479
7. W.-L.Yin : Thermal Stresses and Free-Edge Effects in Laminated Beams: A Variational Approach Using Stress Functions, *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol.113(1991), pp.68-75
8. W.-L.Yin : Refined Variational Solutions of the Interfacial Thermal Stresses in a Laminated Beam, *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol.114(1992), pp.193-198
9. F.B.Hilderbrand : *Advanced Calculus for Application*, 2nd Ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ(1976), pp.18-23
10. H.N.Kim : *The Analysis of Free-Edge Effects of a Bilayered Structure due to Phase Change and Variable Temperature Distribution*, Ph.D. Dissertation, UW-Madison, (1995)
11. D.M.Nissley : Thermal Barrier Coating Life Modeling in Aircraft Gas Turbine Engines, *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol.6(1997), pp.91-98