

週期的인 圧縮荷重을 받는 円筒 Panel의 動的 不安定 特性에 관한 연구

Parametric Instability of Cylindrical Panels

박 승 진¹⁾ · 三上 隆²⁾
Park, Sung Jin Mikami, Takashi

요 약 : 본 논문은 직선변이 단순지지, 원호변이 단순 또는 고정인 경계조건의 원통 Panel을 해석하였다. 해석방법은 Galerkin법을 사용하였고, 기초방정식은 Love-Timoshenko의 기초식을 이용한 진동·좌굴 및 동적문제에 관한 특성을 명확히 하였다. 특히, 고정지지를 포함한 Panel에 대해서는 시행함수로서 삼각함수만으로 나타나는 경우와 쌍곡선함수로 나타나는 보의 고유함수를 이용하여 해석하였으며 시행함수에 미치는 영향을 검토하였다.

ABSTRACT : This paper presents a numerical analysis procedure and a characteristics for dynamic of cylindrical panels. The panels with simply-simply or simply-clamped edge supports are subjectes to circumferential compressive or flexural stresses. The differential equations governing vibration and dynamic for these panels are derived by using the fundamental differential equation of the Love-Timoshenko and are solved numerically by the Galerkin method. The panel with simply-clamped edge supports is used a trigonometric function or an eigen function of a beam as a trial function and the effects of trial functions on numerical solutions are displayed. Numerical results are presented to demonstrate the effects of the flexural parameters in natural frequencies and coefficients of critical buckling, and some typical mode shapes of vibration and buckling are also presented.

핵심 용 어 : 원통 Panel, Galerkin법, 고유진동수, 진동, 좌굴, 동적불안정 특성

KEYWORDS : cylindrical panels, galerkin mathod, natural frequencies, parametric instability

1) 정회원, 인천전문대학 토목과 부교수, 공학박사
2) 日本 北海道大学工学研究科社会基盤工学専攻構造工学講座 教授, 工学博士

본 논문에 대한 토의를 2001년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

원통 Panel은 토목, 건축, 조선, 항공 등의 많은 공학분야에서 이용되고 있지만, 진동·좌굴 및 동적특성에 관한 연구¹⁻⁴⁾는 곡평판⁵⁻⁹⁾ 등에 비하여 다소 미흡한 편이다. 각종 지지조건을 갖는 원통 Panel의 진동·좌굴 및 동적특성을 간편한 수치해석 방법으로 해석한다는 것은 원통 Panel의 안정성문제를 규명한다는 점에서 큰 의의를 갖는다.

구조물 또는 구조요소의 강성 및 고유진동수는 초기응력에 큰 영향을 받는다는 것은 이미 잘 알려져 있다. 즉 축방향 하중을 받는 보의 휨 고유진동수는 하중의 증가와 함께 감소하고 하중이 좌굴하중과 같아질 때 영이 되며 주기적인 하중이 작용하는 경우에는 하중의 진폭이 정적 좌굴하중보다 낮아도 하중의 주기와 휨 고유진동수 사이에 어떤 특정한 관계가 성립되면 매우 심한 휨진동이 발생한다는 것은 잘 알려진 이론이다.

이와 같은 이론을 기초로 하여 본 논문은 단순 지지된 원통형 Panel을 직선변에 축방향 압축력 또는 휨모멘트를 받을 경우에 ①초기응력이 고유진동 특성에 미치는 영향, ②주기적인 압축응력이 작용할 경우의 동적불안정현상에 대하여 역학적으로 규명하기로 한다. 초기응력을 받는 원통 Panel을 지배하는 미분방정식은 Love-Timoshenko의 기초식을, 해석방법으로는 Galerkin 해석법을 사용하였다. 또한 동적불안정 영역은 Mathieu-Hill 방정식의 Bolotin¹⁰⁾ 방법에 의하여 해석하였고, 수치적분은 개정 Gauss Legendre 수치적분법과 Matlab 수치처리법을 사용하였다.

2. 원통 Panel의 진동·좌굴 및 동적특성의 수치적모델

2.1 지배미분방정식 및 경계조건

그림 1은 원통형 Panel의 진동·좌굴 및 동적

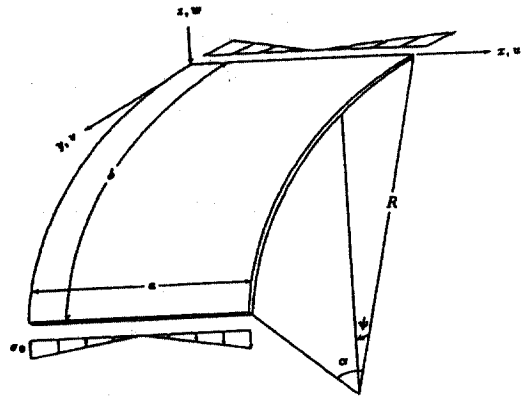


그림 1. 원통 Panel의 모델

특성에 관한 기초 미분방정식을 유도하기 위하여 직선변의 길이가 a , 원호변의 길이가 b , 두께가 h , 곡률반경이 R 인 등방성 원통형 Panel의 기하학적 형상과 직교 좌표계의 구성을 나타낸 것이다. 이와 같은 Panel의 직선변에 그림 1에 표시하는 초기응력을 받는 원통형 Panel의 기초미분방정식은 변형에너지, 운동에너지 및 초기응력에 의한 에너지식을 이용한 Hamilton 원리에 의하여 진동·좌굴 및 동적특성에 관한 지배 미분방정식을 x, y, z 축 방향의 변위함수 u, v, w 로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 L_1(u, v, w) = & R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \\
 & + \frac{R}{2}(1+\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} - \nu R \frac{\partial w}{\partial x} \\
 & + \frac{\rho}{E}(1-\nu^2) R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
 & + \sigma_y^0 \frac{1}{E}(1-\nu^2) \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} = 0 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_2(u, v, w) = & \frac{R}{2}(1+\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \phi} + \frac{R^2}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\
 & + \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + K \left[R^2(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} \right] - \frac{\partial w}{\partial \phi}
 \end{aligned}$$

$$+ K \left[R^2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \phi} + \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^3} \right] + \frac{\rho}{E} (1 - \nu^2) R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \sigma_y^0 \frac{1}{E} (1 - \nu^2) \left[v + \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (2)$$

$$L_3 = \nu R \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \phi} + K \left[-R^2 (2 - \nu) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \phi} - \frac{\partial^3 v}{\partial \phi^3} \right] - w - K \left[R^4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \phi^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} \right] + \frac{\rho}{E} (1 - \nu) R^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \sigma_y^0 \frac{1}{E} (1 - \nu^2) \left[w + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (3)$$

여기서, $K = 12(h/R)^2$ 이며 E 는 탄성계수, ν 는 포아송비, ρ 는 밀도, t 는 시간을 나타낸다. 식(1,2,3)은 원통형 Panel의 진동·좌굴 및 동적특성에 관한 미분방정식을 모두 포함할 수 있는 기본식으로서, 이들 식에서 y 축 방향의 초기법선 응력 σ_y^0 을 0으로 하면 진동문제의 기초방정식이 되며, 판성향을 0으로 하면 좌굴문제의 기초미분방정식으로 변환된다. 또한 직선변 단부에서 y 축 방향의 초기법선 응력은 다음식으로 나타난다³⁾.

$$\sigma_y^0 = \sigma_0 \left(1 - \theta \frac{x}{a} \right) \quad (4)$$

여기서, θ 는 초기응력의 형상을 나타내는 매개변수로서 $\theta=0$ 이면 축방향 상태를 나타내며, $\theta=2$ 는 순수 휨(Pure bending) 상태를 나타낸다.

4변이 단순지지된 경우와 직선변이 단순지지이며 원호변이 고정지지인 경우의 원통 Panel의 경계조건은 다음과 같다¹⁵⁾.

(1) 4변단순지지

$$x = 0 \text{ (곡선변)} : N_x = M_x = v = w = 0 \quad (5)$$

$$\phi = 0 \text{ (직선변)} : N_\phi = M_\phi = v = w = 0 \quad (6)$$

(2) 2변단순 2변고정지지

$$x = 0 \text{ (곡선변)} : u = v = w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\phi = 0 \text{ (직선변)} : N_\phi = M_\phi = u = w = 0 \quad (8)$$

식(5,6)과 식(8)에서 N_x , N_ϕ 는 직선변과 곡선변에 작용하는 축방향력이며 M_x , M_ϕ 는 각각에 작용하는 휨모멘트로서 다음과 같이 정식화된다.

$$N_x = \bar{K} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial v}{R \partial \phi} - \frac{w}{R} \right) \right] \quad (9)$$

$$N_\phi = \bar{K} \left[\frac{\partial v}{R \partial \phi} - \frac{w}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (10)$$

$$M_x = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) \right] \quad (11)$$

$$M_\phi = -D \left[\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (12)$$

$$\bar{K} = \frac{Eh}{1 - \nu^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (13 \sim 14)$$

여기서, \bar{K} 는 원통 Panel의 신장강성이며 D 는 휨강성이다.

2.2 시행함수

x, y, z 축 방향의 변위 (u, v, w)의 함수로서 유도된 원통 Panel의 기본 미분방정식(1~3)식의 수치해 u, v, w 를 구하기 위하여 시도한 시행함수는 식(15)와 같은 급수함수를 사용한다.

$$u(x, \phi, t) = \sum_m \sum_n a_{mn} U_{mn}(x, \phi) e^{i\omega t} \quad (15.a)$$

$$v(x, \phi, t) = \sum_m \sum_n b_{mn} V_{mn}(x, \phi) e^{i\omega t} \quad (15.b)$$

$$w(x, \phi, t) = \sum_m \sum_n c_{mn} W_{mn}(x, \phi) e^{i\omega t} \quad (15.c)$$

식(15)에서 ω 는 원진동수(circular frequency)이며 a_{mn}, b_{mn}, c_{mn} 은 미정계수들이고, $U_{mn}(x, \phi), V_{mn}(x, \phi), W_{mn}(x, \phi)$ 는 u, v, w 의 해를 가정한 시행함수에 사용된 좌표 함수들로서, 본 논문에서는 4변이 단순지지된 원통 Panel에 대해서는 식(16)과 같은 삼각함수로 된 좌표함수를 사용하였으며, 직선변이 단순지지되고 원호변이 고정지지된 원통 Panel인 경우에는 식(17)과 같은 삼각함수로 좌표함수와 식(18)과 같은 쌍곡선 함수로 표시되는 단경간 보의 자유진동에 대한 보의 고유함수를 좌표함수로 사용하여 지배방정식의 해를 구하였다.

(1) 4변이 단순지지된 경우의 삼각함수를 사용한 좌표함수

$$U_{mn} = \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (16.a)$$

$$V_{mn} = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{a} \phi \quad (16.b)$$

$$W_{mn} = \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (16.c)$$

(2) 2변단순 2변고정지지된 경우의 좌표함수

① 삼각함수를 사용한 경우

$$U_{mn} = \left[\sin \frac{m-1}{a} \pi x - \sin \frac{m+1}{a} \pi x \right] \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (17.a)$$

$$V_{mn} = \left[\cos \frac{m-1}{a} \pi x - \cos \frac{m+1}{a} \pi x \right] \cos \frac{n\pi}{a} \phi \quad (17.b)$$

$$W_{mn} = \left[\cos \frac{m-1}{a} \pi x - \cos \frac{m+1}{a} \pi x \right] \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (17.c)$$

② 보의 고유함수를 사용한 경우

$$U_{mn} = \left[\cos \frac{\mu_m}{a} x - \cosh \frac{\mu_m}{a} x + \alpha_m \left\{ \sin \frac{\mu_m}{a} x + \sinh \frac{\mu_m}{a} x \right\} \right] \cdot \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (18.a)$$

$$V_{mn} = \left[\sin \frac{\mu_m}{a} x - \sinh \frac{\mu_m}{a} x + \alpha_m \left\{ \cos \frac{\mu_m}{a} x + \cosh \frac{\mu_m}{a} x \right\} \right] \cdot \cos \frac{n\pi}{a} \phi \quad (18.b)$$

$$W_{mn} = \left[\sin \frac{\mu_m}{a} x - \sinh \frac{\mu_m}{a} x + \alpha_m \left\{ \cos \frac{\mu_m}{a} x + \cosh \frac{\mu_m}{a} x \right\} \right] \cdot \sin \frac{n\pi}{a} \phi \quad (18.c)$$

식(18)에서 $\alpha_m = (\sin \mu_m - \sinh \mu_m) / (\cos \mu_m - \cosh \mu_m)$ 이며 μ_m 은 식(19)를 만족시키는 값이다. m, n 은 해의 정도에 따라 급수의 항수를 정해주는 정수들이다.

$$\cos(\mu_m) \cdot \cosh(\mu_m) = 1 \quad (19)$$

식(16) 및 식(17) 또는 식(18)을 식(15)에 대입한 식과 식(9)~식(14)를 원통형 Panel의 지지조건 들에 따른 $x = 0$ 인 곡선변과 $\phi = 0$ 인 직선변에 대입하면 원통형 Panel의 경계조건 식(5)~(8)이 각각 만족하게 된다.

2.3 Galerkin 해석법의 정식화

좌굴이나 진동에 관한 평판이나 곡판을 지배하는 연립 미분방정식의 정확한 해석해를 구한다는 것은 매우 어려운 문제이므로 대개의 경우 최소에너지의 원리를 이용한 변분적분법, Rayleigh-Ritz법 및 Galerkin법 등의 수치해석법^{6,11)}과 유한차분법, 유한요소법 등과 같은 유한해석을 이용한 수치해석법¹²⁻¹⁴⁾ 등을 사용하여 근사적으로 해석한다. 본 연구에서는 Galerkin법을 이용하여 수치해석하였다.

Galerkin 해석법은 다른 해석법과 비교한 주요한 잇점은 지배방정식만으로 해석되기 때문에 범함수를 필요로 하지 않는다는 것이다. 또한 Galerkin 해석법은 모든 경계조건을 만족시킬 수 있으므로 진동·좌굴 및 동특성을 해석할 경우 시행함수를 지배 미분방정식에 바로 대입하여 그 해를 근사적으로 수치해석할 수 있는 매우 유효한 방법이다. 따라서, 본 연구에서는 원통 Panel의 진동·좌굴 및 동적문제를 Galerkin 해석법을 이용하여 수치해석하였다.

식(15)의 시행함수를 이용하여 원통 Panel의 좌굴과 진동에 관한 지배 미분방정식인 식(1~3)에 Galerkin 해석법을 적용하면 각각의 좌표함수 U_{rs} , V_{rs} , W_{rs} 의 함수식으로 표시되는 다음과 같은 세 조건식으로 정식화된다.

$$\int_0^a \int_0^a L_1(u, v, w) U_{rs}(x, \phi) R dx d\phi = 0 \quad (20)$$

$$\int_0^a \int_0^a L_2(u, v, w) V_{rs}(x, \phi) R dx d\phi = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^a \int_0^a L_3(u, v, w) W_{rs}(x, \phi) R dx d\phi = 0 \quad (22)$$

$$(r, s = 1, 2, 3, \dots)$$

식(20~22)의 조건식에서 식(15)의 시행함수와 식(1~3)의 지배 미분방정식 및 식(16)의 좌표함수를 대입하여 연립 2개 미분방정식을 유도하여 풀면 4변이 단순지지된 원통 Panel의 수치해가 얻어진다. 또한 좌표함수로서 삼각함수를 이용한 식(17) 또는 보의 고유함수를 이용한 식(18)을 같은 방법으로 적용하면 각각의 좌표함수를 이용한 경우에 대한 두 직선변이 단순지지되고 두 원호변이 고정지지된 원통 Panel의 수치해가 얻어진다.

전술한 바와 같이 유도된 각종 지지조건을 갖는 원통 Panel의 2계 연립 상미분방정식의 결과는 식(23)과 같은 고유치문제의 형태로 변환할 수 있다.

$$K\{\delta\} - K_{cr}S\{\delta\} - \Omega^2 M\{\delta\} \quad (23)$$

여기서,

K : 미분방정식에 의한 전체 강성

S : 관성항에 대한 기하학적 강성

M : 시간에 대한 질량 강성

K_{cr} : 임계좌굴계수, Ω : 기본 고유원진동수,

$\{\delta\}$: 변위함수, $\{\delta\} = (U_{rs}, V_{rs}, W_{rs})$

식(23)에서 무차원으로 표시되는 기본 고유원진동수 Ω 와 임계좌굴계수 K_{cr} 를 구하면 식(24)와 같이 정식화된다.

$$\Omega^2 = \frac{\rho(1-\nu^2)\omega^2 a^2}{E} \quad (24.a)$$

$$K_{cr} = \frac{12(1-\nu^2)\sigma_0 a^2}{E^2 h^2} \quad (24.b)$$

2.4 주기적인 압축하중을 받는 동적불안정 영역의 결정

마주보는 2변이 일정한 동적 또는 주기적인 압축응력이 작용할 경우에 원통 Panel의 동적문제를 해석한다. 기초식으로는 Galerkin 법을 적용하고 주기계수를 가지는 2계 연립미분방정식을 유도하여 안정영역을 Mathieu-Hill 방정식에 의해 제안하는 방법을 채택하였다.

또한 원통 Panel에 대해서 각 경계조건의 진동수 범위를 수치계산에 의해 실시하고, 각 경우의 고유진동수 및 고유진동파형에 미치는 정적응력의 영향을 살펴보고, 이에 필요한 동적불안정 영역을 명확히 규명하였다.

여기서 원통 Panel의 진동 및 좌굴인 일반적인 매트릭스는 다음과 같다.

$$\{M\}\{\ddot{q}\} + \{K\}\{q\} - \{S\}\{q\} = 0 \quad (25)$$

식(25) 중에서 σ 는 다음식으로 정의된다.

$$\alpha(t) = \sigma_s + \sigma_t \phi(t) \quad (26)$$

여기서, $\sigma_s = \alpha\sigma_0$, $\sigma_t = \beta\sigma_0\phi(t) = \cos\theta t$

α, β 는 정적인 좌굴응력을 받은 σ_0 로, $[S]$ 매트릭스는 다음 식이 된다.

$$[S] = \alpha\sigma_0[S_s] + \beta\sigma_0 \cos\theta t[S_t] \quad (27)$$

식(27)의 $[S_s]$ 와 $[S_t]$ 의 매트릭스는 정정응력과 시간에 관한 좌굴응력을 의미한다. 식(27)을 식(25)에 대입하면 다음과 같은 Mathieu-Hill 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\dot{q}\} + \{[K] - \alpha\sigma_0[S_s] - \beta\sigma_0 \cos\theta t[S_t]\}q = 0 \quad (28)$$

발산해의 주기 T 또는 $2T$ 를 가지는 주기해에 의해 불안정 및 안정영역을 구분할 수 있다. 주기와 동등한 2개의 해는 불안정영역을 나타내고, 주기와 다른 2개의 해는 안정영역을 나타낸다. 주불안정 영역을 정하기 위해서 해 q 를 다음 식으로 가정한다.

$$q = \sum_{k=1,3,5}^{\infty} \left\{ [a_k] \sin \frac{k\theta t}{2} + [b_k] \cos \frac{k\theta t}{2} \right\} \quad (29)$$

단, $[a_k], [b_k]$ 는 미정계수이다. 식(29)을 사용한 주불안정영역은 일반적으로 충분한 정도를 얻을 수 있다. 따라서 주불안정영역의 제1근사식을 이용하여 동적불안정 현상을 해석하기로 한다.

$$\left| [K] - \left(\alpha \pm \frac{1}{2} \beta \right) \sigma_0 [S] - \left(\frac{\theta^2}{4} \right) [M] \right| = 0 \quad (30)$$

3. 수치계산에

전술한 바와 같이 원통 Panel의 좌표 및 진동에 관한 수치해석 과정으로부터 얻어진 수치해를 이용하여 아래와 같은 해석조건을 갖는 원통 Panel의 진동 및 좌굴에 관하여 해석하였다. 해석하여 얻어진 결과를 중심으로 Galerkin 해석법을 이용한 본 논문의 수치해와 선점법(Collocation Method)에 의한 문헌3)의 수치해와 정도를 비교 검토하였으며, 시행함수가 수치해에 미치는 영향을 검토하였다.

또한 진동 및 좌굴특성은 식(24)와 같은 무차원으로 표시되는 기본 고유진동수 Ω , 임계좌굴 계수 K_{cr} 에 대해서 검토하였다.

원통Panel에 관한 제원은 다음과 같다.

포아송비(ν) = 0.3, 종횡비(a/b) = 1,

곡률 파라미터(b^2/Rh) = 0, 10, 20

3.1 해의 정도 및 시행함수에 미치는 영향

(1) 4변이 단순지지인 경우

수치계산 결과는 표 2, 3, 4와 같으며 이들 표와 같이 수치해는 진동인 경우는 수치식의 첫 번째 급수항만을 취할 경우 문헌3)과 같은 정도로 수렴하며, 좌굴인 경우는 초기응력이 축방향 압축상태($\theta=0$)이거나 순수휨상태($\theta=2$)인 경우 모두가 대개 5-6항 정도의 급수항을 택할 경우 문헌3)과 같은 정도로 수렴함을 보여주었다.

이는 본 연구의 식(16)의 좌표함수로 된 시행함수를 이용하여 수치해석할 경우 수렴성이 양호한 수치해를 얻을 수 있음을 입증한 것이다.

표 2. 고유진동수 Ω (4변단순지지)

$b^2/Rh(m,n)$	Galerkin 법 (본연구)				선점법
	1	3	5	7	
0	0.0285	0.0285	0.0285	0.0285	0.0285
10	0.0371	0.0371	0.0371	0.0371	0.0371
20	0.0555	0.0555	0.0555	0.0555	0.0555

표 3. 좌굴계수 K_{cr} (4변단순지지, $\theta=0$)

Galerkin 법 (본연구)					선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	
0	4.000	4.000	4.000	4.000	3.999
10	6.802	6.361	6.361	6.361	6.359
20	15.211	6.696	6.696	6.696	6.696

표 4. 좌굴계수 K_{cr} (4변단순지지, $\theta=2$)

Galerkin 법 (본연구)					선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	
0	25.758	25.536	25.529	25.529	25.512
10	28.611	26.350	27.338	27.337	26.323
20	31.143	28.751	28.742	28.742	27.736

표 5. 고유진동수 Ω (2변단순 2변고정)

㉑ 삼각함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)								선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	9	11	13	
0	0.0427	0.0420	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418
10	0.0511	0.0499	0.0496	0.0495	0.0494	0.0494	0.0493	0.0491
20	0.0703	0.0683	0.0677	0.0674	0.0672	0.0670	0.0669	0.0664

㉒ 보의 고유함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)								선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	9	11	13	
0	0.0419	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418
10	0.0499	0.0495	0.0494	0.0494	0.0495	0.0494	0.0494	0.0491
20	0.0687	0.0676	0.0672	0.0672	0.0674	0.0672	0.0411	0.0664

표 6. 좌굴계수 K_{cr} (2변단순 2변고정, $\theta=0$)

㉑ 삼각함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)								선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	9	11	13	
0	9.000	7.776	7.725	7.708	7.701	7.697	7.695	7.686
10	12.848	8.033	7.975	7.954	7.945	7.940	7.937	7.908
20	24.399	8.802	8.723	8.692	8.676	8.668	8.662	8.570

㉒ 보의 고유함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)								선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	9	11	13	
0	8.632	7.712	7.704	7.704	7.704			7.686
10	12.238	7.934	7.919	7.919	7.920			7.908
20	23.260	8.598	8.565	8.565	8.567			8.570

(2) 직선변이 단순지지 원호변이 고정지지인 경우

수치계산 결과는 표 5, 6, 7과 같으며 이들 표와 같이 좌표함수를 식(17)과 같은 삼각함수를 이용한 경우의 수치해는 7-8항 정도의 급수항을 택할 경우 문헌3)의 수치해와 거의 일치하는 수렴성을 보여준다. 그러나 식(18)과 같은 보의 고유함수를 택할 경우는 보다 많은 급수항을 취하여야만 문헌3)과 같은 수렴성을 갖게 되며 정도를 높이기 위하여 급수항을 아주 큰 수로 택하면 오히려 발산하는 경향이 있는데, 이는 시행함수에 쌍곡선함수가 포함되어 있어 시행오차로 인한 계수행렬의 정도가 나빠지게 때문이다. 시행함수는 보의 고유함수를 택하는 것보다 삼각함수를 이용하는 것이

표 7. 좌굴계수 K_{cr} (2변단순 2변고정, $\theta=2$)

㉔ 삼각함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)								선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	9	11	13	
0	49.325	41.080	40.205	39.938	39.823	39.823	39.765	39.636
10	51.075	42.405	41.468	41.175	41.044	41.044	40.979	40.766
20	56.323	46.367	45.239	44.869	44.695	44.695	44.600	44.169

㉕ 보의 고유함수를 좌표함수로 사용한 경우

Galerkin 법 (본연구)					선점법
$b^2/Rh(m,n)$	1	3	5	7	
0	45.876	40.165	40.008		39.636
10	42.424	41.380	41.191		40.766
20	52.063	45.012	44.723		44.169

수치해의 수렴성 및 정확도 면에서 유리하리라 생각된다.

3.2 진동특성과 좌굴특성

그림에서 보이는 바와 같은 진동특성과 좌굴특성은 식(23)의 고유벡터를 이용한 최저 고유진동수를 택하여 식(15)의 ω 모드를 도식한 것이다.

4변이 단순지지된 경우와, 직선변이 단순지원호변이 고정지지된 원통 Panel의 고유진동수 Ω 와 곡률파라미터 b^2/Rh 및 좌굴계수 K 와의 관계를 나타낸 진동 및 좌굴특성에 관한 결과와 진동 및 좌굴모드를 나타낸 결과는 그림 2~6과 같다.

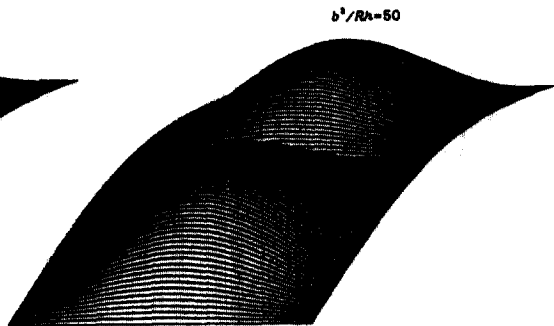
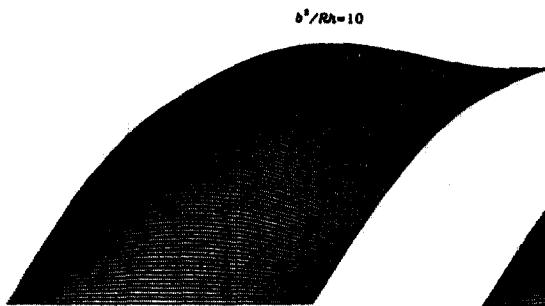
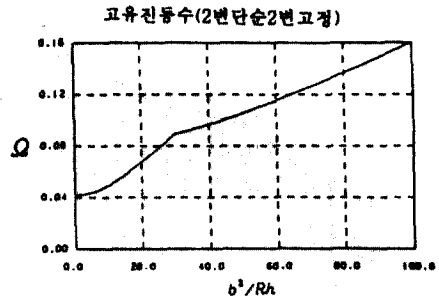
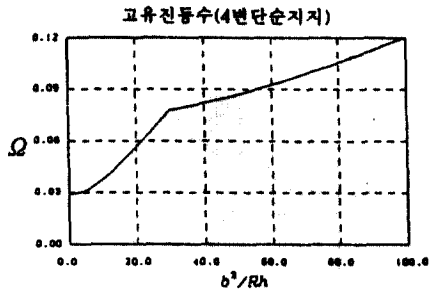
진동 및 좌굴특성을 나타낸 그림 2,4,5에서 보이는 바와 같이 고유진동수와 곡률파라미터 및 좌굴계수의 관계가 2~3개의 곡선군으로 표시되는데, 이것은 최소고유진동수 및 좌굴계수가 진동파형 및 좌굴파형에 의존하기 때문이다.

여기서, 파형 (x, ϕ) 방향의 반파수로 나타나는 (m, n) 으로 나타나면, 예를 들면 4변단순지지인 진동문제에서는 $0 \leq b^2/Rh < 30$ 에서 $(m, n) = (1, 1)$, $30 \leq b^2/Rh < 100$ 에서 $(m, n) = (1, 2)$ 이고, 고정지지를 갖는 경우에는 파형 (m, n) 을 정확히 표

시할 수 없지만, 근사적으로 모드의 그림에서 판단하면 $0 \leq b^2/Rh < 30$ 에서는 $(m, n) = (1, 1)$, $30 \leq b^2/Rh < 100$ 에서 $(m, n) = (1, 3)$ 이 된다. 이와 같은 결과를 보면, 그림 2,4,5에서 나타난 곡선의 기울기가 불규칙하게 바뀌는 점들의 영향은 진동·좌굴모드가 변하는 경계점이며, n 모드의 파형에 대한 영향이 크고, 곡률파라미터 b^2/Rh 가 크면 클수록 파형 (m, n) 의 변화가 큰 것을 알 수 있다.

4. 동적불안정 영역

원통 Panel의 일정한 주기적인 면내에 작용할 경우의 주불안정 영역을 그림 7,8에 보인다. 그림 7은 4변단순지지($\theta=0$)인 경우를 그림 8은 2변단순 2변고정지지($\theta=0$)를 나타낸 것으로 종축은 변진파라미터 $\mu = \beta/2(1-\alpha)$, α 는 변동면내 응력의 비주기성분과 좌굴응력의 비, β 는 변동면내의 주기성분의 좌굴응력의 비, 횡축은 최저고유진동수로 기준화한 가진진동수 (θ/ω) 를 나타낸다. 그림에서 곡률파라미터 b^2/Rh 가 클수록 불안정영역이 작아지는 것을 알 수 있다.



진동모드(4변단순지지)

진동모드(2변단순2변고정)

그림 2, 3 진동특성 및 진동모드

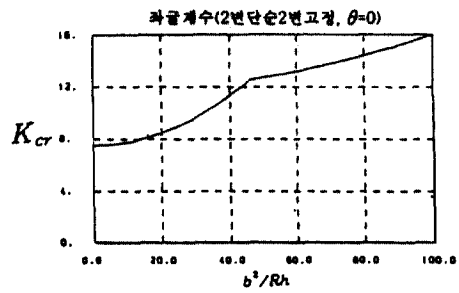
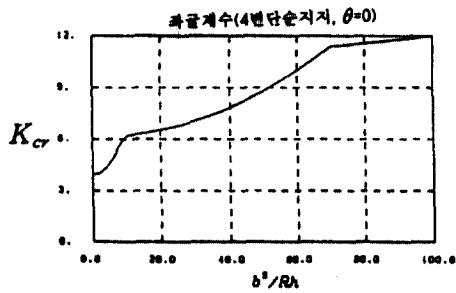


그림 4. 좌굴특성 ($\theta=0$)

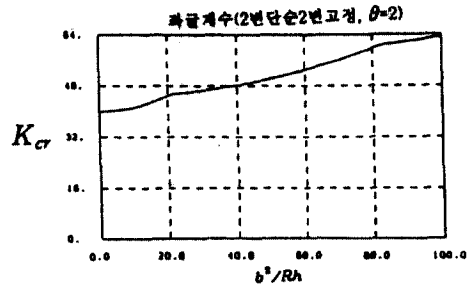
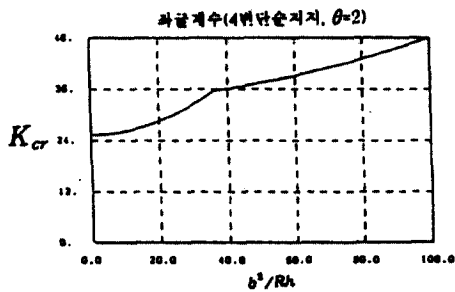


그림 5. 좌굴특성 ($\theta=2$)

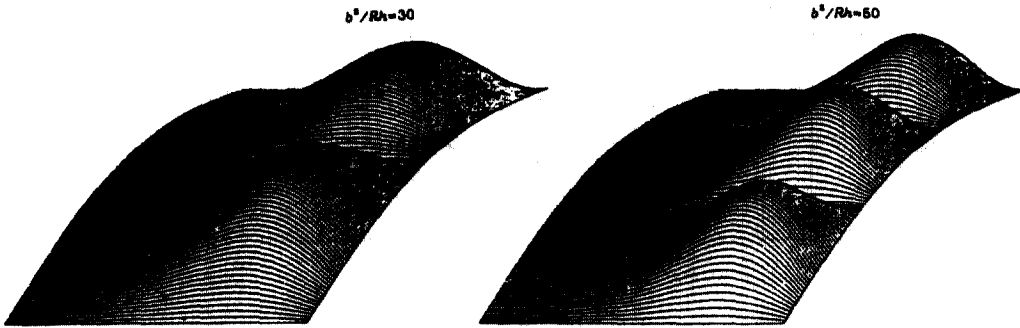


그림 6. 좌굴모드 (4변단순지지, $\theta=2$)

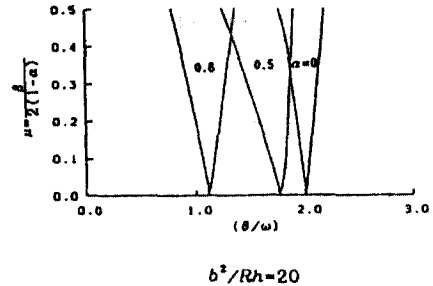
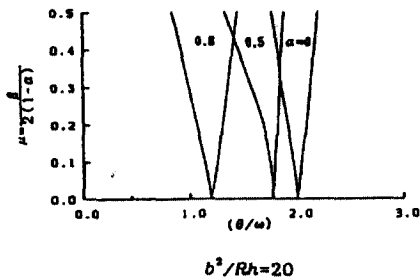
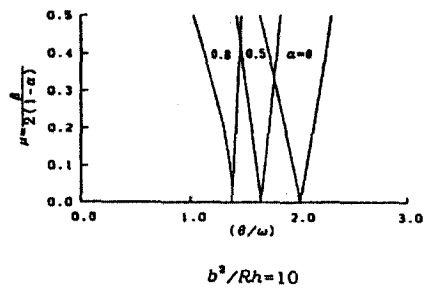
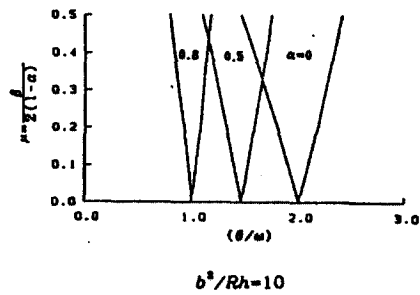
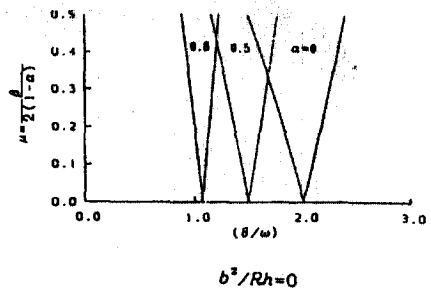
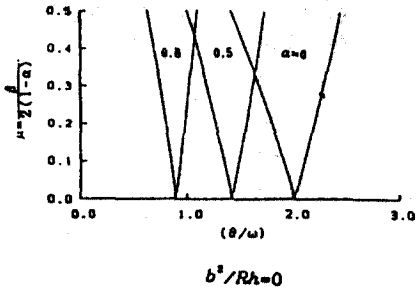


그림 7,8. 4변단순지지 ($\theta=0$), 2변단순 2변고정지지 ($\theta=0$)

5. 결론

본 논문은 4변이 단순지지 되는 경우와, 직선변이 단순지지 원호변이 고정지지된 경우의 원통 Panel의 진동·좌굴 및 동적특성에 지배하는 미분방정식과 경계조건을 유도하고, 이 미분방정식을 시행함수로서 삼각함수를 이용한 좌표함수를 사용하는 경우와 보의 고유함수를 이용한 좌표함수를 사용하는 경우에 대하여 Galerkin 해석법에 의하여 수치해석한 연구로서 이 연구를 통해 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 1) 진동 및 좌굴특성은 곡률파라미터 b^2/Rh 에 크게 좌우되며, 곡률파라미터의 증가에 따라 고유진동수 및 좌굴계수도 증가하게 된다.
- 2) 본 연구 결과와 문헌3)의 결과를 비교하여 본 연구의 수치해의 타당성 및 수렴성을 입증하였으므로, 본 연구의 수치해석법을 이용하여 원통 Panel의 진동 및 좌굴특성을 규명할 경우 기초 미분방정식의 잔차조건과 경계조건을 동시에 고려하여 해석하는 복잡한 선점법보다 간단한 수치해석으로 원통 Panel의 진동 좌굴 특성을 명확히 규명할 수 있다.
- 3) 시행함수로서 보의 고유함수를 사용할 경우, 수치해가 발산하는 경우가 있으므로 가능한 삼각함수로 된 시행함수를 이용하여야 될 것으로 생각되며, 4변 단순지지된 경우는 본 연구의 식(16)을 2변고정 2변단순지지된 경우는 식(17)의 좌표함수를 이용하면 정확도와 수렴성이 좋은 수치해를 얻을 수 있다.
- 4) 주불안정영역은 곡률파라미터 b^2/Rh 가 클수록 작아지게 되는 것을 알 수 있다.

참고 문헌

1. Cheung, Y.K. and Cheung, M.S. : "Vibration analysis of cylindrical panels", J. Sound Vib. Vol. 22, 1972, pp.59
2. Mizusawa, T. : "Application of spline strip method to analysis vibration of open cylindrical shells", Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 26, 1988, pp.663
3. Takashi Mikami, and Jin Yoshimura : "Vibration characteristics of cylindrical panels under initial stress", J of ST. Eng., JSCE, Vol.35A, 1993, pp.709
4. Tsui, U.W. : "Natural vibrations of cylindrical panels", Proc. of ASCE, Vol. 94, No.EM6, 1968, pp.1425
5. Ilerrmann, G. and Armenakas,A.E. "Vibration and stability of plates under initial stress", Proc. of ASCE, Vol. 86, NO.EM3, 1960, pp65
6. Roufaeil, O.L. and DAwe,D.J. : "Rayleigh-Ritz vibration analysis of rectangular mindlin plates subjected to membrane stresses", J. Sound Vib., Vol. 85, 1982, pp.263
7. Dawe, D.J. and Moris, I.R. : "Vibration of curved plate assemblies subjected to membrane stresses", J. Sound Vib., Vol. 81, 1992, pp.229
8. J.M. Hutt and A.E. Salam : "Dynamic stability of plates by finite elements", Proc. ASCE., Vol. 97, EM3 1971, pp.879
9. R.G. Merrit, and N. Willems : "Parametric resonance of skew stiffened plates", J. Appl. Mech., Trans. ASME, Ser. E, Vol. 40, 1973, pp.439
10. Bolotin, V.U. : Noconservative prolooms of the theory of elastic stability, Pergaman Press, 1963.
11. Peng-Cheng, S. and Jian-Guo, W. : "Vibration analysis of flat shells by using B-spline functions", Compt. Struct, Vol. 25, 1994, pp.1
12. Magrab, E.B. : "Vibration of elastic structural members", Sijhoff & Noordhoff, 1979.
13. Johnny M. Hutt, and Ahmed E. Salam : "Dynamic stability of plates by finite elements", J. of Eng Mech. Div., ASCE, EM3, June, 1971, pp.879

14. Brown, J.E., Hutt, J.M., and Salama, A.E. : "Finite element solution to dynamic stability of bars", J. of AIAA, Vol. 6, 1968, pp.1423
15. Kapur, K.K. and Hartz, B.J. : "Stability of plates using the finite element method", J. of ASCE, Vol. 92, No. EM2, Proc, 1966, pp.177
16. Stefan Markus : "The Mechanics of Cylindrical Shells", New York, McGraw-Hill Book Co. Inc, 1979.

(접수일자 : 2000년 5월 22일)