

# 지진을 받는 현수교의 수직진동

## Vertical Seismic Vibration of Suspension Bridges

최 지 훈<sup>1)</sup> · 이 존 자<sup>2)</sup> · 김 수 보<sup>3)</sup> · 이 용 재<sup>4)</sup>  
*Choi, Jee-Hoon Lee, Jon-Ja Kim, Su-Bo Lee, Yong-Jae*

**요 약**: 본 연구는 지진하중을 받는 현수교의 수직 동적 해석방법을 발전시켰다. 시간 영역해석, 불규칙 진동 해석 및 스펙트럼 해석의 이론을 체계적으로 정립하였다. 불규칙 진동 해석을 다시 수치적분을 이용하는 방법과 수학적 적분식 및 상관계수를 이용한 방법으로 나누고 각각은 다시 지진하중을 white noise로 가정한 경우와 filtered white noise로 가정한 경우에 대해 CQC 방법과 SRSS 방법을 사용하였다. 현수교의 모델링은 빔, 트러스 및 프레임요소를 사용하였고 케이블과 주탑은 사하중에 의한 기하학적 강성을 고려하였다.

**ABSTRACT**: In this study, vertical dynamic analyses on the suspension bridges under seismic load are developed. Time domain analysis, random vibration analysis, and spectral analysis are formulated theoretically. The random vibration analysis is checked by numerical integration and the mathematical integration with correlation coefficient which include CQC and SRSS method in the conditions of white noise and filtered white noise. Beam, truss and frame elements are used in order to model the suspension bridge. Geometric stiffness due to dead load is considered for cable and tower.

**핵심용어**: 현수교, 지진해석, 시간영역 해석, 불규칙 진동, 스펙트럼 해석, CQC방법, SRSS방법

**KEYWORDS**: suspension bridge, earthquake analysis, time domain analysis, random vibration, spectral analysis, CQC method, SRSS method

### 1. 서론

최근 들어 우리나라에서는 장지간의 교량을 많이 건설하고 있으며, 점차 특수형식의 교량(사장교, 현수교 및 arch교 등)에도 관심이 고조되고

있다. 이는 점차 발전하는 국가 경제력으로 인하여 교량건설의 목적을 단순히 경제성과 안전성에만 두는 것이 아니라 차츰 상징성과 미관성에도 관심을 두고 있음을 입증하는 것이다. 이에따라 과거 중소 교량 건설에는 별다른 문제가 되지 않

1) 건국대학교 토목공학과 박사과정  
2) 건국대학교 토목공학과 박사과정  
3) 정회원, (주)동일기술공사 사장  
4) 정회원, 건국대학교 토목공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2001년 4월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

있던 내풍, 내진 및 피로 등에 관한 해석에 차츰 관심을 보이고 있는 실정이다.

일반적으로 구조물에 작용하는 외력은 정적하중보다는 동적하중인 경우가 많고 동하중이면서도 불규칙한(random) 동하중이 대부분이다. 그러나 일반 중소 교량건설에 있어서는 이러한 불규칙한 특성을 갖는 동하중을 고려하지 않거나 정하중으로 환산하여 고려하는 것만으로도 충분한 안전성을 확보할 수 있었기 때문에 지금까지는 불규칙한 하중에 대한 동적해석에 큰 관심을 보이지 않은 것이 사실이다.

하지만 장지간을 갖는 특수형식의 교량에서는 다른 형식의 교량과 비교할 때 불규칙한 동하중에 민감한 구조형식이기 때문에 이러한 하중에 대한 동적해석이 필요하다.

최근 학계에는 현수교에 관한 연구 결과가 많이 발표되었다. 현수교에 있어서도 이러한 불규칙한 랜덤 하중의 해석이 필수적이기 때문에 최근의 보고서들 역시 이러한 불규칙한 랜덤 하중의 해석에 초점이 맞추어져 있다. 그런데, 1940년 구 타코마 내로우즈교의 붕괴에서도 알 수 있듯이 현수교에 있어서는 특히 풍하중의 영향이 문제가 되기 때문에 최근의 연구도 상당부분 현수교의 풍하중에 관한 해석 방법이 주류를 이루고 있었고 상대적으로 지진하중을 받는 현수교의 해석에는 소홀했던 것이 사실이다. 또한 현수교의 지진 해석은 진앙지로 부터 멀리 떨어진 구조물의 수평진동에 관심이 있었고, 진앙지 근처 현수교의 수직진동에 대한 해석은 거의 없었다. 이에 따라 본 연구에서는 지진하중을 받는 현수교의 수직진동 해석을 다루어 보기로 하겠다. 본 연구의 내용은 다음과 같다.

- i) 기 발생된 지진 가속도의 시간 이력으로부터 구조물 응답의 시간 이력을 수행하는 시간 영역해석
- ii) 지진 가속도의 파워 스펙트럼 밀도함수로부터 응답의 최대 기대치를 구하는 주파수 영역에서의 불규칙 진동 해석

일반적으로 지진은 서로 다른 시간에 서로 다른 통계론적 특성을 갖는 nonstationary 프로세스이나 해석의 단순화를 위하여 시간에 관계없이 그 통계론적 특성이 동일한 stationary 프로세스로 가정하였으며 다음과 같은 몇가지 방법을 별도로 수행한다.

- ① 응답의 파워스펙트럼 밀도함수를 구하여 적당한 하중 진동수 구간을 설정하고 구분구적법에 의한 수치적분을 통하여 응답의 표준편차를 구하는 방법
  - ② 미리 수학적으로 적분이 된 공식과 각 모드 응답의 분산 사이의 상호 관계를 표현하는 상관계수를 이용하여 표준편차를 구하는 방법
- iii) 기 발생된 지진의 스펙트럼 가속도로 부터 최대응답을 구하는 응답 스펙트럼 해석.

## 2. 연구방법 및 이론

### 2.1 현수교의 강성 및 질량매트릭스의 구성<sup>(4)</sup>

본 연구에서는 현수교의 상판은 빔요소, 케이블은 트러스 요소를 이용하였다. 다만 주탑과 행거는 케이블 요소와의 연결성을 고려하여 주탑은 평면 프레임 요소, 행거에서 상부 케이블과 연결된 절점은 트러스의 자유도를 갖고 하부 상판과 연결된 절점은 빔의 자유도를 갖는 트러스 천이 요소(transient element)로 모델링 하였다.

또한 케이블과 주탑은 사하중에 의한 기하학적 강성의 영향을 포함시키기 위하여 강성 매트릭스에 기하학적 강성 매트릭스<sup>(4)</sup>를 추가하였다.

일반적으로 현수교에 있어서는 케이블에 걸리는 인장력이 매우 큰 값이므로 사하중에 의한 인장력의, 수평분력으로 인한 케이블의 기하학적 강성과 수직분력으로 인한 주탑의 기하학적 강성의 영향을 고려하였다.

## 2.2 지진 가속도에 대한 시간 영역 해석

다 자유도계에서의 지진 가속도에 대한 기본 미분방정식은 다음과 같다.

$$[m]\{\ddot{y}\} + [c]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = -[m]\{r\} \ddot{v}_g(t) \quad (1)$$

$$\text{이때 } \{r\} = \begin{pmatrix} \{0\}_s \\ \{1\}_p \end{pmatrix}$$

### 2.2.1 static condensation<sup>(4)</sup>

지진 가속도에 대한 기본 미분 방정식 식 (1)에서

$$\{\dot{y}\} = [T]\{\dot{y}_p\}, \quad \{\ddot{y}\} = [T]\{\ddot{y}_p\},$$

$$\{y\} = [T]\{y_p\} \text{로 놓고}$$

양변에  $[T]^T$ 를 곱하면

$$[\bar{m}]\{\ddot{y}_p\} + [\bar{c}]\{\dot{y}_p\} + [\bar{k}]\{y_p\} = [T]^T[m]\{r\} \ddot{v}_g(t) \quad (2)$$

$$\text{여기서 } [\bar{k}] = [T]^T[k][T],$$

$$[\bar{m}] = [T]^T[m][T],$$

$$[\bar{c}] = [T]^T[c][T]$$

### 2.2.2 시간 영역해석

식(2)에서

$$\{\ddot{y}_p\} = [\phi]\{\ddot{Y}_p\}, \quad \{\dot{y}_p\} = [\phi]\{\dot{Y}_p\}$$

$\{y_p\} = [\phi]\{Y_p\}$ 라하고, 식 (2)의 양변에  $[\phi]^T$ 를 곱하면, 매트릭스의 직교특성에 의하여 대각행렬로 변환된다. 즉 식(2)의 연성 방정식이 모드 형상 매트릭스의 곱으로 인하여, 비연성 방정식으로 변환되어 n개의 고유진동수에 대한 단자유도계의 문제로 귀착된다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) \\ = \frac{P_n(t)}{M_n} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{여기서, } \xi_n = \frac{C_n}{2\omega_n M_n}.$$

$$P_n(t) = \{\phi_n\}^T [T]^T [m]\{r\} \ddot{v}_g$$

따라서 식 (3)의 비제차 선형 미분방정식을 풀면

$$\begin{aligned} Y_n(t) = \frac{1}{M_n \omega_{nD}} \int_0^t P_n(\tau) \sin \omega_{nD}(t - \tau) \\ \times \exp[-\xi_n \omega_n(t - \tau)] d\tau \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{여기서, } \omega_{nD} = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$$

위 식을 수치적분하여  $Y_n(t)$ 를 구한 후, 다음식으로  $\{y\}$ 를 구한다.

$$\{y_p\} = [\phi]\{Y_p\}$$

$$\{y\} = [T]\{y_p\} = [T][\phi]\{Y_p\} \quad (5)$$

## 2.3 파워 스펙트럼 밀도함수에 의한 불규칙 진동해석

### 2.3.1 하중 진동수에 대한 수치적분 방법

평균치가 0이고 stationary인 임의의 가속도의 불규칙 진동 프로세스  $\ddot{v}_g(t)$ 에 관한 Fourier 변환쌍<sup>(9)</sup>으로부터  $\ddot{v}_g(t)$ 의 평균 제곱치를 적분식으로 표현하면,

$$\langle \ddot{v}_g(t)^2 \rangle = \int_0^\infty G_{\ddot{v}_g}(\omega) d\omega \quad (6)$$

이 함수로부터

$$G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega}) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\left| \int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \ddot{v}_g(t) \exp(-i\overline{\omega}t) dt \right|^2}{\pi s} \quad (11)$$

$G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega})$  : 지진가속도의 one-sided 파워 스펙트럼 밀도함수<sup>(7)</sup>

동일한 stationary 불규칙 진동 프로세스인 지진가속도  $\ddot{v}_g(t)$ 이 모든 지점에 작용하는 다자유도계의 선형응답은 모드중첩법으로 나타낼 수 있으며, 일반화되어진 하중함수  $P_n(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_n(t) = \{\phi_n\}^T [\overline{m}] \{1\} \ddot{v}_g(t) \quad (8)$$

따라서 임의의  $P_m(t), P_n(t)$ 에 대한 크로스 스펙트럼 밀도함수를 나타내보면

$$S_{P_m P_n}(\overline{\omega}) = G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega}) \{\phi_m\}^T [\overline{m}] \{1\} \{1\}^T [\overline{m}] \{\phi_n\} \quad (9)$$

여기서, 지진에 대한 불규칙 진동 프로세스를 white noise로 가정할 경우  $G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega})$ 는  $\overline{\omega}$ 에 무관하므로

$$G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega}) = G_0 = \text{const.} \quad (10)$$

지진에 대한 불규칙 진동 프로세스를 filtered white noise로 가정할 경우<sup>(7,8)</sup>

$$G_{\ddot{v}_g}(\overline{\omega}) = \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \overline{\omega}^2}{(\omega_g^2 - \overline{\omega}^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega_g^2 \overline{\omega}^2} G_0$$

여기서  $\omega_g$  및  $\xi_g$  값은 지진 가속도 프로세스를 고려하기 위해서 지진공학에서 일반적으로 사용하는 값을 이용하였다.<sup>(7,8)</sup>

$\omega_g$  : 필터 진동수 =  $5 \pi$  rad

$\xi_g$  : 필터 감쇠 계수 = 0.6

응답  $y(t)$ 에 대한 파워 스펙트럼 밀도 함수를 자기상관 함수의 Fourier 변환을 도입하여 정리하면 다음과 같다.<sup>(6,12)</sup>

$$S_y^{(i)}(\overline{\omega}) = \sum_m \sum_n S_{y_m y_n}^{(i)}(\overline{\omega}) : \text{CQC} \quad (12)$$

여기서,

$$S_{y_m y_n}^{(i)}(\overline{\omega}) = \phi_{i,m} \phi_{i,n} H_m(-i\overline{\omega}) H_n(i\overline{\omega}) S_{p_m p_n}(\overline{\omega})$$

$$H_m(-i\overline{\omega}) = \frac{1}{K_m [1 - 2i\xi_m (\frac{\overline{\omega}}{\omega_m}) - (\frac{\overline{\omega}}{\omega_m})^2]}$$

$$H_n(i\overline{\omega}) = \frac{1}{K_n [1 + 2i\xi_n (\frac{\overline{\omega}}{\omega_n}) - (\frac{\overline{\omega}}{\omega_n})^2]}$$

$$S_y^{(i)}(\overline{\omega}) = \sum_m S_{y_m y_m}^{(i)}(\overline{\omega}) : \text{SRSS} \quad (13)$$

여기서,

$$S_{y_m y_m}^{(i)}(\overline{\omega}) = \phi_{i,m}^2 |H_m(i\overline{\omega})|^2 S_{p_m p_m}(\overline{\omega})$$

따라서  $\{y_e\}_p = \eta_e \{\sigma_y\}_p$

$$= \eta_e \left\{ \left[ \int_0^\infty S_y^{(i)}(\overline{\omega}) d\overline{\omega} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (14)$$

여기서,  $\eta_e$  : 3~4 (본해석의 경우 3을 적용)

$\{\sigma_y\}_p$  : 1차 자유도(수직병진변위)에 대한 응답 표준편차

$$\{y_e\} = [T] \{y_e\}_p \quad (15)$$

단,  $\{y_e\}$  : 전체자유도에 대한 응답 평균 최대 기대치

윗식중 식(14)에서 적당한 하중 진동수의 구간을 잡아 수치적분한다.

### 2.3.2 상관계수를 이용한 방법

stationary인 불규칙 진동 프로세스에서 응답

y(t)의 평균 제곱치를 상관계수와 연관된 식으로 나타내면<sup>(6)</sup>

$$\begin{aligned} \langle y^{(i)}(t)^2 \rangle &= \sigma_y^2 = \int_0^\infty S_y(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \\ &= \sum_m \sum_n \phi_{i,m} \phi_{i,n} \lambda_{mn} \\ &= \sum_m \sum_n \phi_{i,m} \phi_{i,n} \rho_{mn} \sigma_{Y_m} \sigma_{Y_n} \\ &= \sum_m \sum_n \phi_{i,m} \phi_{i,n} \alpha_{mn} \overline{\rho_{mn}} \sigma_{Y_m} \sigma_{Y_n} \text{(CQC)} \quad (16) \end{aligned}$$

여기서,  $\rho_{mn} = \alpha_{mn} \overline{\rho_{mn}}$

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} &= \begin{cases} 1 & : \int_m \int_n > 0 \\ -1 & : \int_m \int_n < 0 \\ 1 & : m = n \end{cases} \\ \int_m &= \{\phi_m\}^T [\bar{m}] \{1\} \\ \int_n &= \{\phi_n\}^T [\bar{m}] \{1\} \\ \sigma_y^2 &= \sum_m \phi_{i,m} \sigma_{Y_m}^2 \text{ (SRSS)} \quad (17) \end{aligned}$$

i) white noise일 경우<sup>(7,8,11,12)</sup>

$$\lambda_{mm} = \sigma_{Y_m}^2 = \frac{\int_m^2 G_0}{M_m^2} \frac{\pi}{4 \xi_m \omega_m^3} \quad (18)$$

$$\overline{\rho_{mn}} = \frac{8\sqrt{\xi_m \xi_n} (\xi_m + \gamma \xi_n) \gamma^{\frac{3}{2}}}{(1-\gamma^2)^2 + 4\xi_m \xi_n \gamma (1+\gamma^2) + 4(\xi_m^2 + \xi_n^2) \gamma^2} \quad (19)$$

여기서  $\gamma = \omega_n / \omega_m$  (단,  $\omega_m > \omega_n$ )

ii) filtered white noise일 경우<sup>(8)</sup>

$$\lambda_{mm} = \frac{\pi \int_m^2 G_0}{4 \xi_m \omega_m^3} \frac{A}{F} + \frac{\pi \int_m^2 G_0}{4 \xi_g \omega_g^3} \frac{B}{F} \quad (20)$$

여기서,

$$A = A_0 + 4 \xi_m^2 \bar{\gamma}^2 [2 - 4 \xi_g^2 - (3 - 4 \xi_m^2) \bar{\gamma}^2 - 4 \xi_g^2 \bar{\gamma}^4]$$

$$F = F_0 + 8 \xi_m^2 \bar{\gamma}^2 [1 - 2 \xi_g^2 - 2(1 - \xi_m^2) \bar{\gamma}^2 + (1 - 2 \xi_g^2) \bar{\gamma}^4]$$

$$B = 1 - 8 \xi_g^2 - 2(1 - 2 \xi_m^2) \bar{\gamma}^2 + (1 + 4 \xi_g^2) \bar{\gamma}^4$$

$$A_0 = 1 - 2(1 - 4 \xi_g^2) \bar{\gamma}^2 + (1 + 4 \xi_g^2) \bar{\gamma}^4$$

$$F_0 = 1 - 4(1 - 2 \xi_g^2) \bar{\gamma}^2 + 2(3 - 8 \xi_g^2 + 8 \xi_g^4) \bar{\gamma}^4 - 4(1 - 2 \xi_g^2) \bar{\gamma}^6 + \bar{\gamma}^8$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\omega_m}{\omega_g}$$

white noise의 경우와 filtered white noise의 차이점은  $\lambda_{mm}$ 의 차이밖에 없으므로, 식 (16), (17)과 같이 CQC방법과 SRSS방법으로 해석할 수 있다. 식 (16), (17)은 식 (14), (15)에 대입하여 전체 자유도에 대한 응답 평균 최대 기대치를 구할 수 있다.

## 2.4 응답 스펙트럼에 의한 해석<sup>(4,5)</sup>

다자유도계에서 모드좌표계로 변환된 기본 미분 방정식으로부터  $Y_n(t)$ 의 평균 제곱치는

$$\langle Y_n(t) \rangle^2 = \frac{C_{nn} \int_n^2}{K_n^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_n(i\bar{\omega})|^2 d\bar{\omega} \quad (21)$$

$$\text{여기서, } C_{nn} = \frac{|\dot{V}_g(i\omega_n)|^2}{4\pi^2 t_d}$$

임의의 두 모드에 의한 응답의 공분산(covariance)은

$$\begin{aligned} \langle Y_n(t) Y_m(t) \rangle &= \\ &= \frac{C_{nm} \int_n \int_m}{K_n K_m} \int_{-\infty}^{\infty} H_n(i\bar{\omega}) H_m(-i\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (22) \end{aligned}$$

여기서,

$$C_{nm} = \text{Re} \frac{[V_g(i\omega_n)V_g(-i\omega_m)]}{4\pi^2 t_d}$$

Re : 실수 부

그러므로 응답  $y(t)$ 의 평균 제곱치는

$$\sigma_y^2 = \langle y^{(i)}(t)^2 \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{nm} \phi_{i,n} \phi_{i,m} \overline{\rho_{nm} \langle Y_n^2(t) \rangle} \frac{1}{2} \langle Y_m^2(t) \rangle \frac{1}{2} \quad (23)$$

그런데 모드좌표계에서  $Y_m(t)$ 의 응답의 최대치 대치를  $Y_m(t)$ 의 평균 제곱근에 비례한다고 보면

$$|Y_m(t)|_{\max} = B_n \langle Y_m(t)^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \quad (B_n \text{은 비례상수})$$

따라서, 응답의 최대치는 다음 식으로부터 구할 수 있게 된다.

$$|y(t)|_{\max} = \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \phi_{i,n} \phi_{i,m} \frac{f_n f_m}{M_n M_m} \rho_{nm} S_d(\xi_n, \omega_n) S_d(\xi_m, \omega_m) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{C.Q.C.}) \quad (24)$$

$$|y(t)|_{\max} = \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{i,n}^2 \frac{f_n^2}{M_n^2} S_d(\xi_n, \omega_n)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{S.R.S.S.}) \quad (25)$$

단,  $S_d(\xi_m, \omega_m) = S_a(\xi_m, \omega_m) / \omega_m^2$

$S_a(\xi_m, \omega_m)$  : m번째 모드의 스펙트럼 가속도

### 3. 예제해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 지진하중을 받는 현수교의 동역학적 해석을 위하여 예제 해석으로 남해대교를 택하여 해석하였다.

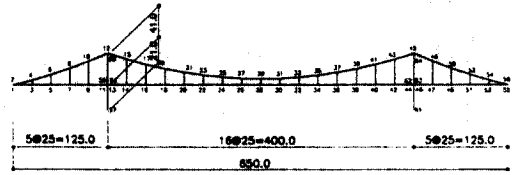


그림 1. 남해대교 모델링

남해대교의 모델링은 그림1과 같으며 평면해석을 위하여 2개의 케이블을 한 개의 트러스로 모델링하였으며 상판은 빔요소, 주탑은 평면 프레임 요소로 모델링하였다.

케이블과 주탑은 사하중에 의한 기하학적 강성을 고려하였다.

본 연구에서 지진가속도 데이터는 수직진동 데이터를 구할수 없어서 Pacoima와 Elcentro 지진의 수평진동 데이터를 이용하였다. 이에 따른 해석방법은 다음과 같다.

- ① Pacoima 및 Elcentro (1940년, NS) 지진 데이터를 이용한 시간영역 해석.
- ② Elcentro (1940년, NS) 지진 가속도의 파워 스펙트럼 밀도함수<sup>(4)</sup>를 이용한 불규칙 진동 해석-수치적분과 상관계수를 이용한 두 가지 방법.
- ③ Elcentro (1940년, NS) 지진의 스펙트럼 가속도<sup>(12)</sup>를 이용한 응답 스펙트럼 해석.

#### 3.1 시간영역해석

본 연구에서의 시간영역해석은 1971년 2월 9일 California, San Fernando의 Pacoima dam에서 측정된 데이터를 이용하여 해석하였고 SAP90의 P-Δ해석을 통한 시간영역 해석과 비교하였다.

그림 2는 본 연구에서의 프로그램과 SAP90에서의 수직자유진동에 대한 고유진동수를 비교하였으며 그림 3은 문헌 (15)에서 발췌한 수직자유진동에 대한 고유진동수이다. 그림 2에서 알 수 있듯이 본 연구에서의 프로그램과 SAP90에서의 수직자유진동에 대한 모드형상은 일치하였으며 고유진동수는 최대 2%정도의 차이를 보였다.

그림 2와 그림 3에서 본 연구에서의 프로그램과 문헌 (15)의 수직자유진동에 대한 모드형상은 비교적 일치하나 고유진동수는 최대약 20%의 차이를 보였다. 이는 양자에서 사용된 요소 및 모델링 방법, 적용 물성치 등의 차이 때문인 것으로 판단되며 고차 모드로 갈수록 차이가 커지는 것을 알 수 있다.

남해대교의 감쇠비는 0.05로 가정하였고, 시간

( $\omega_{1-5}$  : 본 연구,  $\omega'_{1-5}$  : SAP90, 단위 : rad/sec)

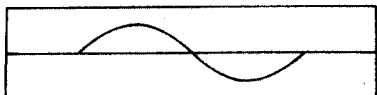
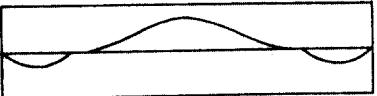

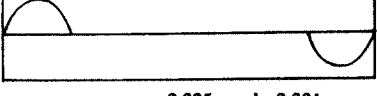
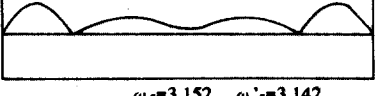
모드	모드 형상
1	 $\omega_1=1.299 \quad \omega'_1=1.312$
2	 $\omega_2=1.555 \quad \omega'_2=1.568$
3	 $\omega_3=2.200 \quad \omega'_3=2.183$
4	 $\omega_4=2.335 \quad \omega'_4=2.381$
5	 $\omega_5=3.152 \quad \omega'_5=3.142$

그림 2. 본 연구 및 SAP90에 의한 수직자유진동에서의 고유진동수와 모드형상. -남해대교-

이력을 구하는 프로그램은 Duhamel integration의 수치적분을 위하여 Simple Summation, Trapezoidal rule 및 Simpson's rule의 세가지 방법을 이용하여 시간이력을 구하였으나 결과의 차이가 거의 없었기 때문에 본 예제 해석에는 Simple Summation 으로 구한 시간 이력만을 SAP90과 비교하였다.

(단위 : rad/sec)

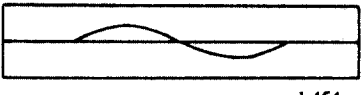
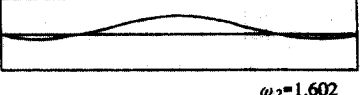
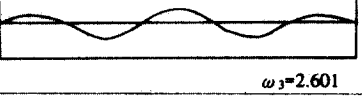
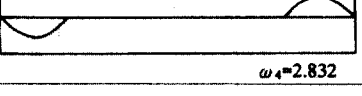
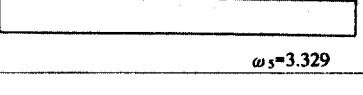
모드	모드 형상
1	 $\omega_1=1.454$
2	 $\omega_2=1.602$
3	 $\omega_3=2.601$
4	 $\omega_4=2.832$
5	 $\omega_5=3.329$

그림 3. 문헌(15)에 의한 수직자유진동에서의 고유진동수와 모드형상. -남해대교-

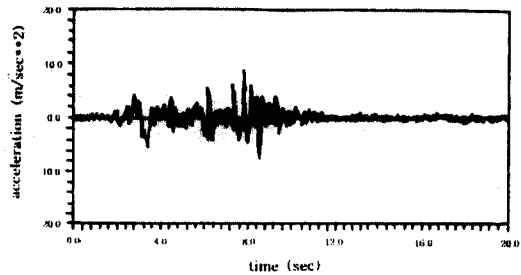


그림 4. Pacoima 지진 데이터

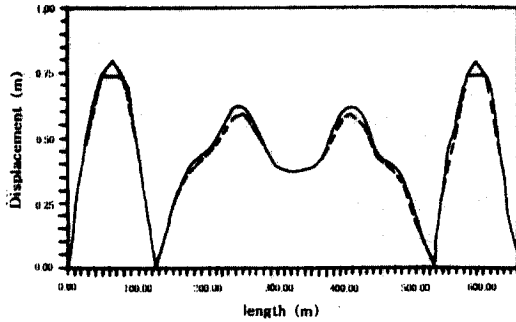


그림 5. 시간영역해석-상판에서의 최대 응답변위 비교  
(실선 : 본 연구, 점선 : SAP90)

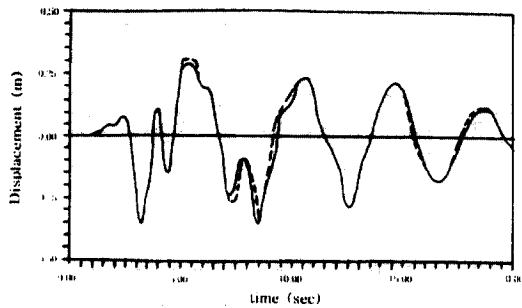


그림 6. 최대 경간 중앙부에서의 시간이력비교  
(실선 : 본 연구, 점선 : SAP90)

그림 5 및 그림 6에서 보는 바와 같이 변위의 최대치 및 시간이력이 잘 일치함을 알 수 있다.

### 3.2 불규칙 진동해석

본 연구에서 불규칙 진동 해석에 이용된 파워 스펙트럼 밀도함수는 Penzien, J.와 Liu, S.C.의 조사에 의한 Elcentro(1940, NS) 지진 가속도의 파워 스펙트럼 밀도함수  $S_0 = G_0/2 = 0.0047938m^2/rad \cdot sec^{(4)}$ 을 이용하였다. 수치적분에 의한 해석은 구분적분법으로 수행되었으며 적분구간은 최대고유 진동수의 2배를 설정하였다. 본 해석에 이용된 방법을 도해적으로 보면 그림 7과 같다.

본 해석에서는 국내의 범용 프로그램 중 불규칙 진동해석을 수행할 수 있는 것이나 적당한 비교

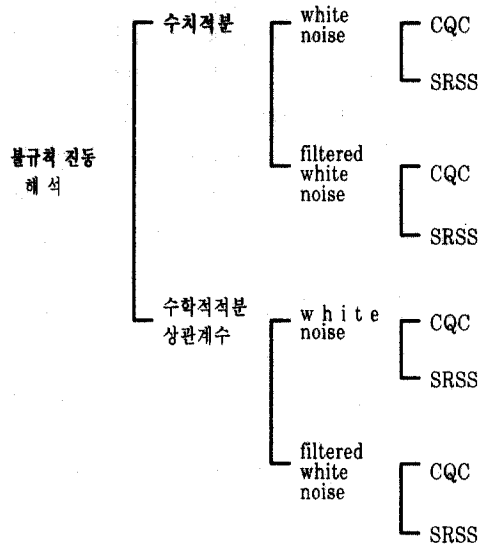


그림 7. 불규칙 진동 해석에서의 해석 방법

표 1. white noise 와 filtered white noise 처짐의 비교

해석 방법		최대변위비 (W.N./F.W.N.)	거리
수치적분	CQC	0.9627	150 m
	SRSS	0.9536	150 m
상관계수	CQC	0.9507	150 m
	SRSS	0.9505	150 m

표 2. 수치적분과 상관계수와의 처짐의 최대차 비교

해석 방법		최대변위비 (수치적분/상관계수)	거리
white noise	CQC	1.0513	175 m
	SRSS	0.9945	275 m
filtered white noise	CQC	0.9685	325 m
	SRSS	0.9936	325 m

표 3. CQC 해석과 SRSS 해석과의 처짐의 비교

해석 방법		최대변위비 (CQC/SRSS)	거리
수치적분	W.N.	1.0511	175 m
	F.W.N.	1.0456	175 m
상관계수	W.N.	1.0463	150 m
	F.W.N.	1.0463	150 m



대상을 찾기 힘들어 각 방법간의 비교와 검토를 수행하였다.

표 1~표 3에서 알 수 있듯이 각각의 방법이 약5%이내의 차이를 보이고 있다. 특히 표 2에서 수치적분과 상관계수를 이용한 방법이 해석방법 상 큰 차이가 있음에도 불구하고 거의 같은 결과를 보이고 있으므로 각각의 방법이 정확히 해석 되었음을 확인 할 수 있었다. 불규칙 진동해석의 해인 응답 평균 최대기대치는 식 (14)로부터 알 수 있듯이 계산된 표준편차의 일정배율을 취한다. 그러므로 불규칙 진동해석의 해는 표준편차와 상관계수의 관계로 해석된다고 할 수 있다. 따라서 다음은 불규칙 진동해석에서 표준편차와 상관계수와의 관계를 고찰해 보고자 한다.

표 4와 표 5는 10개의 모드를 포함시켰을 때의 상관계수 매트릭스와 각 모드별 표준편차를 보여준다. 2, 3, 5 및 7번째 모드에 주의를 기울일 필요가 있다. 이 모드들의 표준편차가 상대적으로 크고 나머지는 "0"에 가까운 값이다.

그러므로 2, 3, 5 및 7번째 모드들의 상관계수 이외의 것들은 결과에 영향을 미치지 못한다. 본 해석에서는 해석 방법에 관계없이 고려되는 모드수가 7개를 넘어서면서 해석결과가 수렴하고 있다.

표 5를 보면 7번째 모드의 표준편차가 0.16590으로 그 이후의 8~10번째 모드의 표준편차는 상대적으로 작은 값이라는 것을 알 수 있다.

이는 고려되는 모드수가 7개를 넘으면서 해석결과가 수렴하고 있다는 것과 잘 일치되는 내용이다.

표 6은 표 4의 모드 10개의 상관계수 중 모드의 표준편차가 상대적으로 큰 값인 것들만의 상관계수를 재구성한 것이다. 표 4와 표 6을 비교하면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다. 남해대교의 인접한 모드의 고유진동수는 일부는 거의 차이가 나지 않는다. 즉, 그 경우의 상관계수는 상대적으로 큰 값이다. 그러나, 해석결과에 영향을 주는 모드들의 상관계수는 상대적으로 작은 값에 불과하다. 그렇기 때문에 남해대교의 해석이 있어

표 4. white noise에서의 상관계수 매트릭스 (모드10개적용)

모드수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.0000	0.2349	-0.0329	-0.0263	0.0107	0.0099	-0.0045	-0.0025	-0.0021	-0.0021
2		1.0000	-0.0749	-0.0590	0.0177	0.0161	-0.0066	-0.0036	-0.0030	-0.0030
3			1.0000	0.7323	-0.0697	-0.0590	0.0160	0.0074	0.0060	0.0060
4				1.0000	-0.0983	-0.0812	0.0192	0.0086	0.0068	0.0068
5					1.0000	0.9042	-0.0625	-0.0196	-0.0146	-0.0146
6						1.0000	-0.0741	-0.0217	-0.0161	-0.0161
7			Sym.				1.0000	0.1021	0.0596	0.0596
8								1.0000	0.5136	0.5133
9									1.0000	1.0000
10										1.0000

표 5. white noise 에서의 각 모드별 표준편차

(단위 : m)

모드 번호	모드별 표준편차	비 고
1	$2.4526 \times 10^{-7}$	
2	$11359000 \times 10^{-7}$	1.13590
3	$1377800 \times 10^{-7}$	0.13778
4	$0.5607 \times 10^{-7}$	
5	$11402000 \times 10^{-7}$	1.14020
6	$0.2543 \times 10^{-7}$	
7	$1659000 \times 10^{-7}$	0.16590
8	$0.0600 \times 10^{-7}$	
9	$0.1711 \times 10^{-7}$	
10	$6.6150 \times 10^{-7}$	

표 6. white noise 에서의 상관계수 중 모드의 표준편차가 큰 것들만의 상관계수

모드 번호	2	3	5	7
2	1.0000	-0.0749	0.0177	-0.0066
3		1.0000	-0.0697	0.0160
5	Sym.		1.0000	-0.0625
7				1.0000

서 CQC와 SRSS의 차이가 거의 나지 않았다.

지금까지의 연구들은 구조물의 인접한 고유진동수의 차이가 크고, 작은 감쇄비를 가질 경우는 SRSS로 해석해도 상관없고, 그렇지 않은 경우 CQC 해석을 해야되는 것으로 알려져 있지만,<sup>(4)</sup>

실제에 있어서는 그것만으로는 기준을 삼기 곤란하고 각 모드의 표준편차 중 상대적으로 큰 값을 가지는 모드들의 고유진동수 상호간의 차이를 기준으로 해서 CQC와 SRSS의 해석방법을 결정해야만 한다.

### 3.3 응답 스펙트럼에 의한 해석

해석에서는 Yamamura 등이 작성한 Elcentro (1940, NS) 지진의 스펙트럼 가속도로 수행하였다.<sup>(12)</sup> 구조물의 고유진동수와 스펙트럼 가속도의 주기가 일치하지 않을 경우 선형 보간법으로 계산하도록 프로그램을 작성하였다. 응답 스펙트럼에 의한 해석은 감쇠비를 0.05로하여 CQC 방법으로 수행하였다.

그림 9에서 보듯이 본 연구에서의 스펙트럼 해석과 SAP90의 스펙트럼해석은 잘 일치하지만, SAP90에서 실제 Elcentro (1940,NS)의 지진

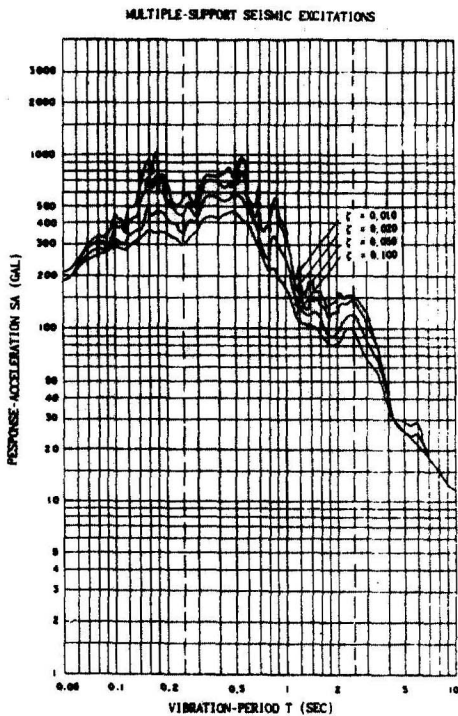


그림 8. Elcentro 지진의 스펙트럼 가속도

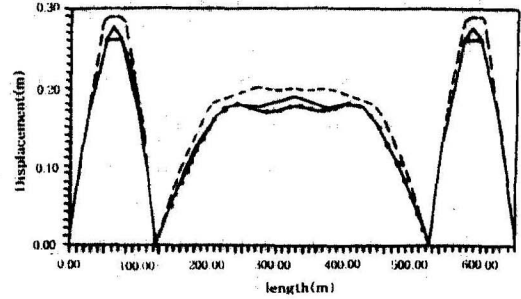


그림 9. 3가지 방식을 이용한 결과치 비교  
(실선: SAP90 응답 스펙트럼 해석, 파선: SAP90 시간영역해석, 점선: 본 연구의 응답 스펙트럼 해석)

데이터로 시간영역해석을 한 결과는 약간 차이를 보였다.

### 3.4 각 방법의 비교

여기서는 각 방법의 차이를 알기 위하여 다음의 해석에 상호간의 비교를 수행하였다.

- ① Elcentro (1940, NS)의 지진데이터를 이용한 시간영역 해석
- ② Elcentro (1940년, NS)의 스펙트럼 가속도를 이용한 응답스펙트럼 해석
- ③ Elcentro 지진의 스펙트럼 밀도함수에 의한 불규칙 진동해석(CQC, F.W.N., 상관계수에 의한 해석)
- ④ 도로교 표준 시방서의 탄성지진 응답계수를 이용한 응답스펙트럼해석 (단, 지반계수 S는 1.2, 가속도계수 A는 Elcentro 지진의 최대 지반 가속도인 0.3194를 적용)

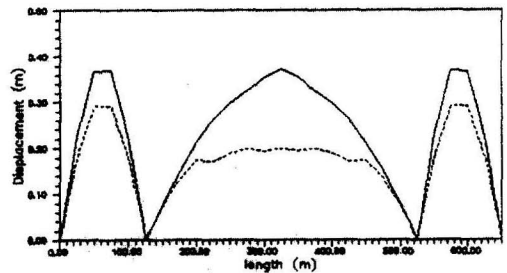


그림 10. 시간영역해석과 불규칙 진동해석과의 비교  
(실선: 불규칙 진동해석, 점선: 시간영역 해석)

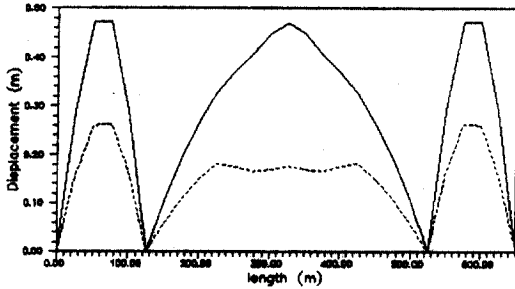


그림 11. 응답스펙트럼 해석비교  
(실선:도로교 표준 시방서 탄성지진응답계수,  
점선:Elcentro 지진의 스펙트럼 가속도)

앞 절에서 설명한 바와 같이 Elcentro (1940, NS)지진의 시간영역 해석과 스펙트럼 해석은 비교적 잘 일치하지만 각각 불규칙 진동해석과 도로교 표준 시방서의 탄성지진응답계수에 의한 스펙트럼 해석과는 큰 차이를 보였다. 이는 불규칙 진동해석은 확률론에 근거한 응답최대기대치를 구한 것이고 도로교 표준 시방서의 탄성 지진응답계수는 기 발생된 과거의 지진 데이터에 의해 정규화 된 것이므로 실제 Elcentro 지진에 의한 해석 결과와는 차이가 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 시간영역해석, 불규칙 진동 해석 및 응답스펙트럼 해석방법에 대해 체계적으로 이론을 정립하고 남해대교를 모델로 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 기 발생된 지진 데이터로부터 응답을 구하는 시간영역해석의 최대응답과 스펙트럼 해석의 결과는 서로 잘 일치하고 있다.
- 2) 불규칙진동 해석에 있어서 수학적 적분식과 상관계수를 이용하는 방법이 적당한 하중 진동수 구간을 잡아 수치적분하는 방법보다 해석 수행시간에 있어서는 적은 시간을 필요로 하고 해석결과는 서로 잘 일치하므로 해석의 경제성과 효율성 면에서 매우 우수한 해석방법임을 알 수 있었다.

- 3) 남해대교의 수직진동에 대한 해석에서는 7개 정도의 적은 수의 모드를 사용하여도 충분히 정확한 결과가 나온다.
- 4) 일반적으로 CQC와 SRSS 해석을 수행하는 기준이 인접한 구조물의 고유진동수의 차이가 크고 작은 감쇠비를 가질 경우 SRSS 해석을, 그렇지 않은 경우 CQC 해석을 해야 한다고 되어있지만, 그 외에 인접모드의 표준편차의 크기에도 영향을 받음을 확인할 수 있었다.

#### 사 용 기 호

- [m] : 질량 매트릭스
- [c] : 감쇠 매트릭스
- [k] : 강성 매트릭스
- { $\ddot{y}$ }
- { $\dot{y}$ }
- {y}
- $\ddot{v}_g(t)$  : 임의 시간 t에서의 지진가속도
- { $\ddot{y}_P$ }
- { $\dot{y}_P$ }
- {y<sub>P</sub>}
- [ $\bar{m}$ ] : condensation 후 질량 매트릭스
- [ $\bar{c}$ ] : condensation 후 감쇠 매트릭스
- [ $\bar{k}$ ] : condensation 후 강성 매트릭스
- [ $\emptyset$ ] : 모드 형상 매트릭스
- { $\dot{Y}_P$ }
- { $\dot{Y}_P$ }
- {Y<sub>P</sub>}
- $\dot{Y}_n(t)$  : 모드 좌표계에서 n번째 모드의 임의의 시간 t에서의 가속도
- $\dot{Y}_n(t)$  : 모드 좌표계에서 n번째 모드의 임의의 시간 t에서의 속도
- $Y_n(t)$  : 모드 좌표계에서 n번째 모드의 임의의 시간 t에서의 변위
- $\xi_n$  : n번째 모드의 감쇠비

$\omega_n$  : n번째 모드의 고유 진동수  
 $\omega_{nD}$  : n번째 모드의 감쇠 진동수  
 $\frac{\omega}{\omega}$  : 하중 진동수  
 $S_{P_m P_n}(\bar{\omega})$  : 일반화 된 하중함수  $P_m(t)$ 와  $P_n(t)$ 의 크로스 스펙트럼 밀도함수  
 $S_{P_m P_m}(\bar{\omega})$  : 일반화 된 하중함수  $P_m(t)$ 의 파워스펙트럼 밀도함수  
 $S_{y_n y_n}^{(i)}(\bar{\omega})$  : i번째 변위의 크로스스펙트럼밀도함수  
 $S_{y_n y_m}^{(i)}(\bar{\omega})$  : i번째 변위의 파워스펙트럼 밀도함수  
 $H_m(i\bar{\omega})$  : m번째 모드의 complex frequency function  
 $H_m(-i\bar{\omega})$  :  $H_m(i\bar{\omega})$ 의 공액 복소수  
 $\{y_e\}_p$  : 1차 자유도(수직병진변위)에 대한 응답 평균 최대 기대치  
 $\lambda_{mm}$  : m 번째 모드의 스펙트럼 모멘트  
 $\lambda_{mn}$  : m과 n번째 모드에 대한 크로스 스펙트럼 모멘트  
 $\rho_{mn}$  : m과 n번째 모드 사이의 상관계수  
 $\langle Y_n(t)^2 \rangle$  : n 번째 모드의 일반화된 변위  $Y_n(t)$ 의 평균 제곱치  
 $\langle Y_n(t)Y_m(t) \rangle$  : 일반화된 변위  $Y_n(t)$ 와  $Y_m(t)$ 의 공분산(covariance)  
 $\langle y^{(i)}(t)^2 \rangle$  : i 번째 변위의 응답평균 제곱치  
 $y^{(i)}(t)$  : i 번째 변위의 임의시간 t에서의 변위  
 $\{1\}$  : 각 행의 요소가 "1"인 열 벡터  
 $\{1\}_p$  : 1차 자유도 (수직 병진변위)의 각 행의 요소가 "1"인 열 벡터  
 $\{0\}_s$  : 2차 자유도 (회전 및 수평 변위)의 각 행의 요소가 "0"인 열 벡터  
 $[T]$  : condensation을 위한 변환 매트릭스  
 $M_n$  : 모드좌표계로 변환된 n번째 모드의 질량  
 $C_n$  : 모드좌표계로 변환된 n번째 모드의 점성  
 $K_n$  : 모드좌표계로 변환된 n번째 모드의 강성  
 $\{\phi_n\}$  : n번째 모드의 모드 형상 열 벡터  
 $\phi_{i,m}$  : 모드형상매트릭스  $[\phi]$ 의 i행 m열 요소  
 $\vec{V}_g(i\bar{\omega})$  : 지진 가속도  $\vec{V}_g(t)$ 의 푸리에(fourier) 변환상  
 $t_d$  : 지진의 유효 가진 기간

## 참고 문헌

1. Abbel-Ghaffar, A.M. and Rubin, L.I., 1982, "Suspension bridge response to multiple-support excitations." J. of the Eng. Mech. Division, ASCE, Vol. 108, No. EM2.
2. Abbel-Ghaffar, A.M. and Rubin, L.I., 1983, "Vertical seismic behaviour of suspension bridges.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, 1-19.
3. Abbel-Ghaffar, A.M., 1976, "Dynamic analysis of suspension bridge structures.", California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
4. Abbel-Ghaffar, A.M., 1980, "Vertical vibration analysis of suspension bridges.", J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST10.
5. Clough, R.W. and Penzien, J., 1975, Dynamics of Structures, McGraw-Hill.
6. Dumanoglu, A.A. and Severn, R.T., 1990, "Stochastic response of suspension bridges to earthquake forces.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 19, 133-152.
7. Kiureghian, A.D., 1981, "A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, 419-435.
8. Kiureghian, A.D., 1980, "Structural response to stationary excitation.", J. of the Eng. Mech. Division, ASCE, Vol. 106, No. EM6.
9. Liou, D.D., SHORT COMMUNICATION, 1982, "Frequency-domain redigitization method for seismic time histories.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, 511-515.
10. Newland, DE, 1981, An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, Longman.

11. Wiison, E.L., Kiureghian, A.D. and Bayo, E.P., SHORT COMMUNICATION, 1981, "A replacement for the SRSS method in seismic analysis.", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.9, 187- 194.
12. Yamamura, N., and Tanaka, H., 1990, "Response analysis of flexible MDF systems for multiple-support seismic excitations.", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 19, 345-357.
13. 建設部, 1973, 南海大橋 建設誌.
14. 嶺南國土 建設局, 1968, 南海橋 設計報告書.
15. 김태남, 1991, "風荷重을 받는 懸垂橋의 推計學的 解析에 있어서 모우드 重疊法의 比較", 건국대학교 대학원 박사학위 논문
16. 尹楨邦, 玄昌憲, 柳濟南, 1988, "램덤 풍하중에 대한 현수교의 기하학적 비선형 거동의 동적해석.", *大韓土木學會 論文集* 第2券, 第2號.
17. 李榕才, 1988, "현수교의 자유 진동 해석.", *建國大學校 學術誌*[2], 第32輯.
18. 李榕才, 1985, "海洋構造물의 推計學的 한 解法.", *大韓土木學會 論文集*, 第5券, 第4號.
19. 玄昌憲, 1989, "현수교의 풍하중과 지진하중에 대한 추계론적 거동 해석.", 한국과학기술원, 박사학위논문.

(접수일자 : 2000년 3월 10일)