

현수교의 정착 형식에 따른 이동하중에 의한 동적 응답의 비교

Comparison of Dynamic Responses According to Anchorage Type of Suspension Bridges

서 정 인¹⁾ · 김 호 경²⁾
Suh, Jeong In · Kim, Ho Kyung

요 약 : 현수교는 정착 형식에 따라 타정식과 자정식으로 나누는데, 본 연구는 이 두 가지의 정착 형식의 이동하중에 대한 동적 효과의 차이를 살펴보기 위한 것으로, 연구 결과를 동적확대계수를 차량의 속도와 중량의 효과에 대해 제시함으로써 살펴보았다. 본 연구에 유한요소법을 이용하였다. 비선형 다엽식 현가장치와 트랙터-트레일러의 타이어를 모델링하기 위해 6자유도 시스템으로 차량을 모델링 하였다. 교량은 3차원 프레임 요소와 3차원 탄성현수선 요소로 모델링하였다. 바닥판 상부의 조도를 실제의 도로로부터 얻은 스펙트럼으로부터 노면형상을 생성하여 사용하였다.

ABSTRACT : The suspension bridge is divided by an earth anchor and a self-anchor type according to the anchorage type. This study is to evaluate the dynamic effect of moving vehicles to suspension bridges. The results were presented with the dynamic magnification factor (DMF) by the effect of vehicle speed and weight according to the anchorage type. The vehicle model has 6 degrees of freedom to idealize nonlinear multi-leaf suspensions and elastic tires of tractor-trailer. The bridge was modelled with the 3-dimensional frame element and 3-dimensional elastic catenary cable element. The condition of deck surface is considered using the actual road spectra.

핵심 용어 : 동적 효과, 동적확대계수, 비선형 다엽식 현가장치, 도로 스펙트럼

KEYWORDS : dynamic effect, DMF, nonlinear multi-leaf suspensions, road spectra

1. 서 론

장경간 현수교는 다른 형식의 교량에 비해 풍하중, 지진하중, 차량하중 등과 같은 동적 하중에 매우 민감한 형식의 교량이다. 타코마 교량의 붕

괴 사고 이후에 풍하중과 지진하중에 대한 현수교의 동적 거동에 관한 연구^{1,2,3}는 매우 활발하게 진행되어 왔지만, 상대적으로 이동하중에 대한 연구는 그리 활발하지 못하였다. 그 중 몇몇 연구에서 차량 모델을 한 개의 집중하중으로 모사하여

1) 정회원, 우석대학교 토목공학과 교수
2) 정회원, 목포대학교 토목공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2000년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

연구를 진행한 경우가 많았다.^{4,5,6} 그러나 이동 차량 하중에 의한 교량의 동적 거동을 좀 더 정확하게 알기 위해서는 보다 실제에 가까운 차량 모델을 도입하는 것이 중요하다고 할 수 있다. 또한 교량 노면의 조도를 고려함으로써 보다 더 실제 상황에 부합되도록 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 먼저 현수교의 보강형과 주탑을 휨-비틀 효과를 고려한 절점당 7개의 자유도를 갖는 3차원 프레임 요소로, 주케이블과 행어는 절점당 3개의 자유도를 갖는 3차원 탄성현수선 요소를 사용하여 모델링을 하고, 차량은 다엽식 현가스프링과 타이어를 6개의 자유도를 이용하여 모델링하는 비선형 모델을 사용한다. 또한 노면의 조도를 해석에 고려하기 위하여 실제 스펙트럼으로부터 생성한 조도값을 이용하여, 보다 더 실제에 가까운 모델을 사용하여 현수교의 정착 형식에 따른 중요 부재의 이동하중에 의한 응답 특성을 보고자 하였다.

2. 모델링

2.1 교량의 유한요소모델⁷

본 연구에서는 보강형과 주탑을 모델링하기 위해서 단면의 도심과 전단중심이 다른 경우에 발생하는 휨-비틀 효과를 포함하는 절점당 7개의 자유도가 있는 3차원 비선형 프레임 요소(그림 1)를 사용하였다. 주케이블과 행어를 모델링하는 데에는 탄성현수선 이론의 정해로부터 유도된 비선형 탄성현수선 케이블 요소(그림 2)를 사용하였다. 이 요소는 절점당 3개의 자유도가 있다.

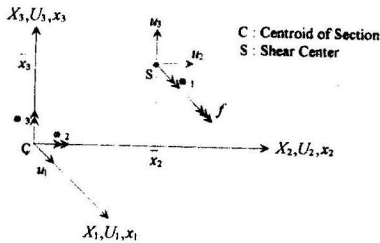


그림 1. 3차원 프레임 요소

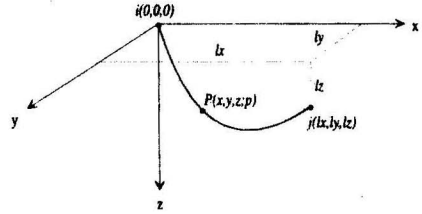


그림 2. 3차원 탄성 현수선 케이블 요소

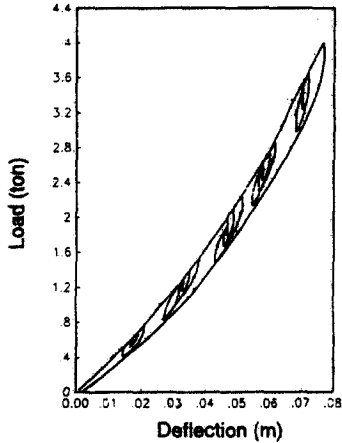
2.2 차량 모델

트랙터-트레일러 형태의 차량이 표준 차량으로 우리나라의 도로교표준시방서 설계편에 규정되어 있다. 본 연구에서도 트랙터-트레일러를 차량 모델로 채택하였다. 동역학적 관점에서 차량은 몸체, 차축, 현가장치, 타이어로 구성되어 있다고 가정한다. 여기서 현가장치는 다엽식 스프링 형태로, 타이어는 선형 탄성 스프링 요소로, 몸체와 차축은 질량으로만 모델링한다.

현가장치는 비선형 시스템으로 유효 강도와 감쇠가 쿨롱 마찰 또는 자기 이력과 같은 형태의 복잡한 힘 발생 장치를 갖고 있으며, 그 특성은 변위의 발생량과 작용하중에 좌우된다. 팬서(Fancher)는 다엽식 스프링 현가장치의 특성을 측정해서 다음과 같은 다엽식 스프링의 특성을 반영하는 힘-변위 관계식을 제안하였다.⁸

$$F_i = F_{ENVi} + (F_{i-1} - F_{ENVi})e^{-|\delta_i - \delta_{i-1}|/\beta} \quad (1)$$

여기서, F_i 는 현재 단계에서의 현가력; F_{i-1} 는 바로 이전 단계에서의 현가력; δ_i 는 현단계에서의 현가장치의 변위; δ_{i-1} 는 바로 전 단계에서의 현가장치의 변위; F_{ENVi} 는 각 변위의 포락선의 상하 경계에 상응하는 힘; β 는 자기이력곡선 내의 현가력이 외측 경계에 접근하는 비율을 나타내기 위하여 사용된 입력 매개변수이다. 또한 F_{ENVi} 와 β 는 엽식 스프링의 형태에 따라 다른



| $\delta(\sigma_{11})$ | | $\delta(\sigma_{22})$ | |
|-----------------------------------|-----------|-----------------------|-----------|
| δ | F_{max} | δ | F_{max} |
| 0.00000 | 0.000 | 0.00000 | 0.000 |
| 0.01016 | 363.872 | 0.01016 | 229.947 |
| 0.02031 | 771.103 | 0.02032 | 362.452 |
| 0.03048 | 1224.693 | 0.03048 | 529.860 |
| 0.04064 | 1719.106 | 0.04064 | 736.070 |
| 0.05080 | 2232.591 | 0.05080 | 979.719 |
| 0.06096 | 2889.368 | 0.06096 | 1262.086 |
| 0.07112 | 3646.864 | 0.07112 | 1668.058 |
| 0.07426 | 4022.415 | 0.07620 | 1915.323 |
| 0.07870 | 4218.287 | 0.07870 | 2087.687 |
| $\beta = 0.00095 - 0.00628\delta$ | | $\beta = 0.000508$ | |

그림 3. 트랙터 뒷바퀴의 다엽식 스프링 현가장치의 힘-변위 곡선

값이 된다.

트랙터의 앞바퀴와 뒷바퀴의 다엽식 스프링 현가장치의 힘-변위 곡선을 그림 3에 보였다. 타이어의 스프링 상수는 89,284 kg/m/tire로 가정하였다. 차량의 몸체는 질량으로 보며, 횡방향 변위와 회전은 강체운동에 포함되는 것으로 가정하였다. 본 연구에서는 수직변위와 피칭 회전만을 고려하였다. 회전 특성은 질량관성모멘트를 사용하여 고려하였다. 피칭관성모멘트는 적절한 가정을 통해 계산하였으며, 롤링과 요 회전은 무시하였다. 질량의 관성모멘트를 유도하는 과정은 참고문헌 9를 참조하면 된다. 질량관성모멘트는 차축 사이의 거리와 몸체의 전체 중량의 함수로 표현할 수 있다.

트랙터-트레일러 모델과 자유물체도를 그림 4에 보였다. 차량을 모델링하는 데에는 6개의 자유도를 사용하였고, 트랙터-트레일러에 대한 운동방정식은 다음과 같다.⁹

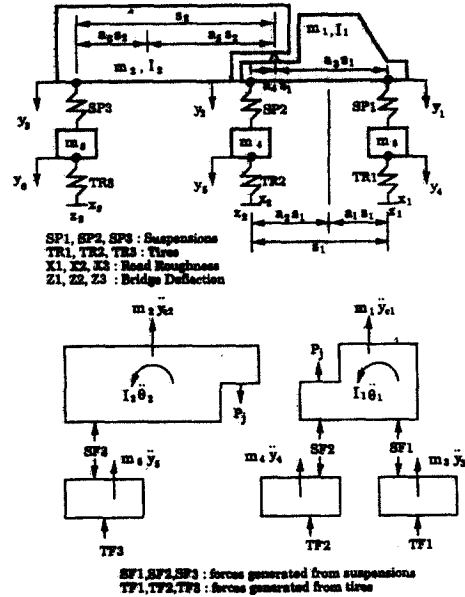


그림 4. 트랙터-트레일러 모델과 자유물체도

$$\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_2 & c_4 & c_5 \\ c_3 & c_5 & c_6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} SF_1 \\ SF_2 \\ SF_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} c_1 &= I_2 a_4^2 / s_2^2 + I_1 / s_1^2 + a_2^2 m_1 + a_4^2 a_6^2 m_2 \\ c_2 &= I_2 a_3 a_4 / s_2^2 - I_1 / s_1^2 + a_1 a_2 m_1 + a_3 a_4 a_6^2 m_2 \\ c_3 &= a_4 a_5 a_6 m_2 / s_2^2 - I_2 a_4 / s_2^2 \\ c_4 &= I_2 a_3^2 / s_2^2 + I_1 / s_1^2 + a_1^2 m_1 + a_3^2 a_6^2 m_2 \\ c_5 &= a_3 a_5 a_6 m_2 - I_2 a_3 / s_2^2 \\ c_6 &= a_5^2 m_2 + I_2 / s_2^2 \end{aligned}$$

2.3 교량 노면의 조도 모델⁹

랜덤프로세스 이론을 노면 조도를 모델링하는 데 사용한다. 파워스펙트럴밀도(Power Spectral Density, 이하 PSD)를 이용하여 랜덤 프로세스

를 기술할 수 있다.

본 연구에서는 교량의 노면 형상을 기술하기 위하여 정상정규분포(stationary normal distribution)를 이용한다. 즉, 시간에 따른 노면형상은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$X(t) = a \cos(\omega t - \theta) \quad (3)$$

여기서, a 는 진폭, ω 는 각진동수, θ 는 위상각이다.

여러 과정을 거쳐 $X(t)$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$X(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{4S_{xx}(\omega_n) \Delta\omega} \cos(\omega_n t - \theta_n) \quad (4)$$

여기서, θ_n 은 위상각으로서 0에서 2π 사이에 균일하게 분포하는 독립 변수로 가정한다. 노면조도의 효과를 고려하기 위하여 노면 형상을 PSD의 푸리에역변환을 이용하여 생성한다. PSD함수 $S(\gamma)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$S_{xx}(\gamma) = a \cdot \gamma^{-n}, \quad \gamma_a \leq \gamma \leq \gamma_b \quad (5)$$

또는

$$S_{xx}(\gamma) = \frac{a}{\gamma^n + \beta^n} \quad (6)$$

여기서 a 는 조도 계수이고 β 는 스펙트럼 형상 계수(spectral shape coefficient), γ 는 소위 공간 주기 또는 파동수(wave number)라고 한다.

파동수를 다음과 같은 식을 사용하여 표현할 수 있다.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi V}{\lambda} = 2\pi V\gamma \quad (7)$$

여기서 T 는 주기, V 는 속도, λ 는 파동 길이이다.

교량의 노면 형상을 표현하기 위해서 사용한 식은 다음과 같다.

$$X(s) = \sum_{n=1}^N \sqrt{4S_{xx}(\gamma_n) \Delta\gamma} \cos(2\pi\gamma_n s - \theta_n) \quad (8)$$

여기서 s 는 거리를 나타내는데 $s = vt$ 로 계산한다. 사용된 PSD함수는 실제의 포장도로의 노면 형상을 측정하여 만든 것이다. 전형적인 노면

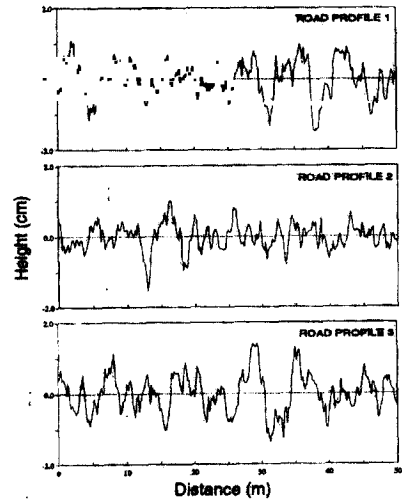


그림 5 생성한 노면 형상

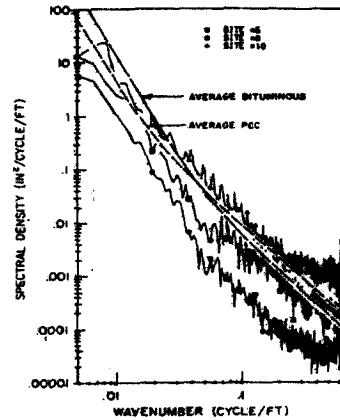


그림 6. 전형적인 노면 스펙트럼

형상의 스펙트럼의 한 예¹⁰를 그림 5에, 생성한 노면형상의 예를 그림 6에 보였다.

3. 해석절차

이동 차량의 속도가 일정하다고 가정하면, 교량에 가해지는 타이어력은 교량의 특정한 위치에서의 프레임 요소의 형상함수를 사용하여 결정할 수 있으며, 계산식은 다음과 같다.

$$\{F_p\} = [T]^T [H] \{P_p\} \quad (9)$$

여기서 $\{F_p\}$ 는 등가동적절점하중벡터이고, $[H]$ 는 차량의 위치에서의 형상함수행렬이며, $\{P_p\}$ 는 이동 차량의 타이어로부터 교량에 전달되는 힘벡터이다.

차량과 교량의 운동방정식의 해를 구한다는 것은 다음과 같은 기본적인 운동방정식을 푸는 것이다.

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f(t)\} \quad (10)$$

여기서,

$[M]$: 질량 행렬

$[C]$: 감쇠 행렬

$[K]$: 강도 행렬

$\{f(t)\}$: 힘 벡터

직접적분법을 사용하여 동적변위를 계산하여야 하는데, 이는 차량 모델이 현가장치에 비선형성을 갖고 있기 때문에, 계산에는 반복법이 사용되어야 한다. 동적변위를 구하기 위해 사용된 해석 절차는 다음과 같다.

(1) 트럭의 중량 및 차축 사이의 거리 계산

- (2) 트럭위치 계산
- (3) 정적 응답 계산
- (4) 현재의 차축 위치에서의 조도 계산
- (5) 현재의 차축 위치에서의 차량 및 교량의 변위 가정
- (6) 동적 응답 계산
- (7) 가정한 변위와 계산된 변위의 비교
- (8) 두 변위의 차이가 허용치 이내가 될 때까지 (5)~(7)번 반복
- (9) 다음 단계로 진행하여 (2)~(8) 단계 반복

4. 실교량 적용 예

장착 형식이 다른 2개의 현수교를 예제로 채택하였다.^{11,12} 그 하나는 타정식으로 이미 한국에 건설되어 있는 교량이고, 다른 하나는 현재 건설 중인 교량으로 그림 7과 8에 교량 형상을 보였다. 타정식의 교량은 3경간 형식의 교량으로 유선형 상자형의 보강형이 단순지지되어 있고, 타정식의 교량은 상자형과 트러스 형태의 보강형으로 연속지지된 교량이다. 각 교량의 기하학적 제원과 물성값을 표 1에 제시하였다. 제원과 물성값을 이

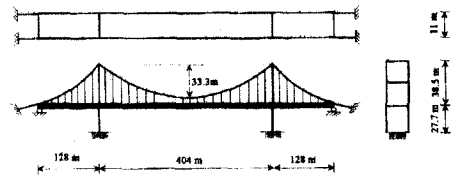


그림 7. 타정식 예제 현수교의 교량 형상

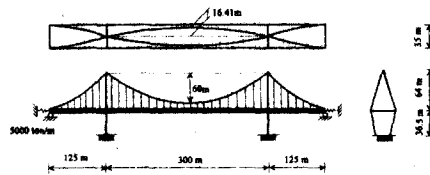


그림 8. 자정식 예제 현수교의 교량 형상

표 1. 예제 교량의 기하학적 제원과 물성값

| 항 목 | 타정식 | 자정식 |
|---------------------------------|---------------------|---------------------|
| 보강형의 단위길이당 중량 (tonf/m) | 4.235 | 45.38 |
| 케이블의 단위길이당 중량 (tonf/m) | 0.6908 | 3.0300 |
| 보강형의 탄성계수(tonf/m ²) | 2.1x10 ⁴ | 2.1x10 ⁴ |
| 단면2차모멘트(약축) | 0.1316 | 24.565 |
| 단면2차모멘트(강축) | 3.2667 | 217.386 |
| 비틀상수(m ⁴) | 0.4399 | 23.0 |
| 주케이블 초기수평장력(tonf) | 3063 | 9068 |
| 주케이블 탄성계수(tonf/m ²) | 2.0x10 ⁴ | 2.0x10 ⁴ |
| 주케이블 단면적(m ²) | 0.08356 | 0.2578 |
| 중앙경간 길이(m) | 404 | 300 |
| 측경간 길이(m) | 128 | 125 |
| 중앙경간 새그 (m) | 33.3 (X-Z 평면) | 60 (X-Z 평면) |
| | | 16.41 (X-Y 평면) |
| 측경간 새그 (m) | 3.252 (X-Z 평면) | 10.42 (X-Z 평면) |
| | | 2.85 (X-Y 평면) |
| | | |

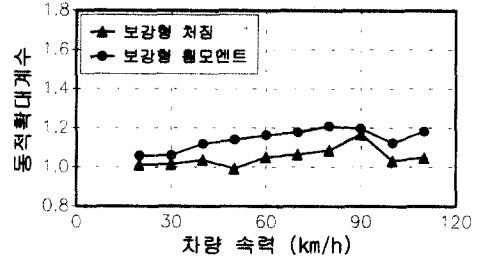
X-Z 평면 : 연직 평면
X-Y 평면 : 수평 평면

용하여 현수교의 해석 시 대부분 채택하는 어골 구조(fish-bone structure)로 모델링하였으므로 보강형의 위치가 차량하중이 재하되는 위치가 되며, 편심을 고려하지 않았다.

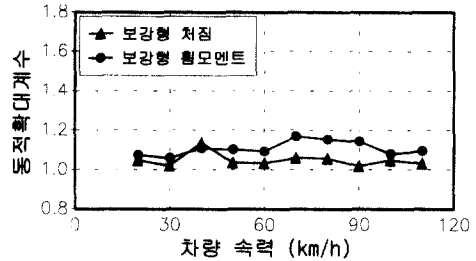
해석할 때 감쇠 효과를 고려하는 데에는 레일 레이(Rayleigh) 감쇠¹³를 사용하였다.

차량의 속도를 20km/h에서 110km/h까지 변화시키면서 교량의 동적 거동을 살펴보았다. 또한 차량의 중량 변화에 따른 거동 변화를 조사하였다. 각각의 총 중량은 18톤에서 68톤까지이다. 여기에서 차량의 중량이 변화함에 따라 타이어의 스프링 상수의 변화는 고려하지 않고 일정한 값을 사용하였다.

타정식의 경우는 차량 1대를 재하하였고, 자정식의 경우에는 차량 4대를 동시에 재하하였다.

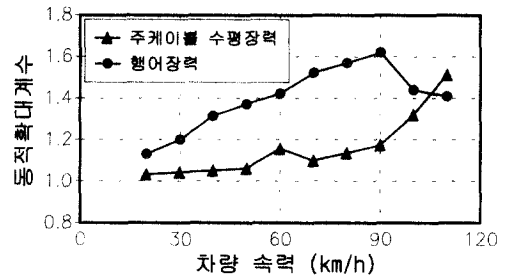


(a) 중앙경간 중앙점 (타정식)

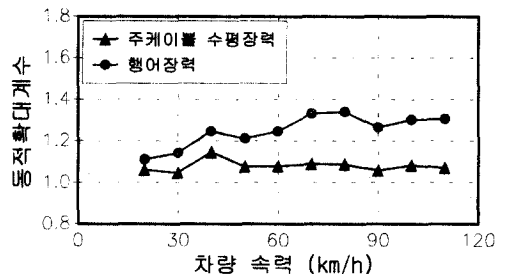


(b) 중앙경간 중앙점 (자정식)

그림 9. 차량의 속도 변화에 따른 보강형 처짐 및 휨모멘트의 동적확대계수의 변화

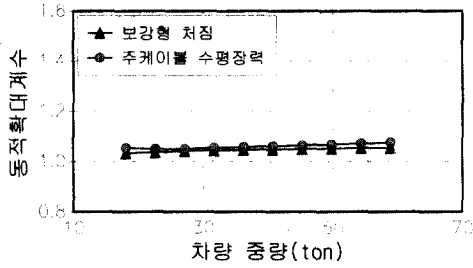


(a) 중앙경간 중앙점 (타정식)

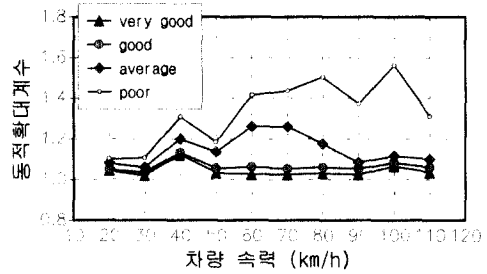


(b) 중앙경간 중앙점 (자정식)

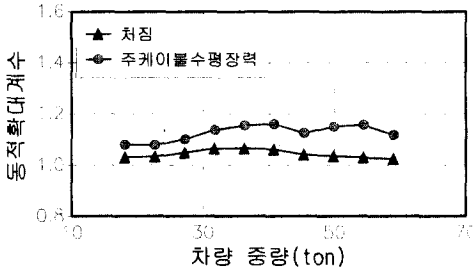
그림 10. 차량의 속도 변화에 따른 주케이블의 수평장력 및 행어장력의 동적확대계수의 변화



(a) 중앙경간 중앙점 (자정식)



(b) 주 케이블의 수평장력



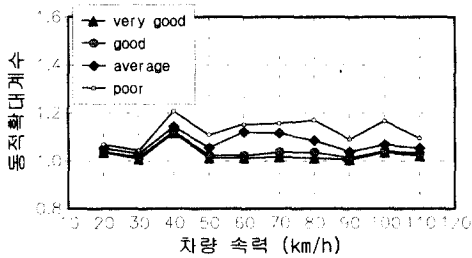
(b) 중앙경간 중앙점 (자정식)

그림 11. 차량의 중량 변화에 따른 보강형의 처짐 및 주케이블 수평장력의 동적확대계수의 변화

차량의 속도와 중량의 변화가 어떻게 교량의 동적 거동에 영향을 미치는지를 파악하기 위하여 동적확대계수(Dynamic Magnification Factor, DMF)를 이용하였다. 동적확대계수는 다음 식으로 계산한다.

$$\text{동적확대계수(DMF)} = \frac{\text{동적응답} - \text{정적응답}}{\text{정적응답}} \quad (11)$$

차량의 속도 변화에 따른 결과를 그림 9와 10에, 차량의 중량 변화에 따른 결과를 그림 11에



(a) 처짐

그림 12. 차량의 속력과 조도계수 변화에 따른 동적확대계수의 변화

보였다. 그림 12에는 조도계수의 변화에 따른 결과를 자정식의 경우만을 나타냈다.

5. 요약 및 결론

예제 교량의 개수가 많지 않지만, 수행된 예제의 해석 결과에 의거하여 기술하면,

- (1) 타정식과 자정식의 두 가지 정착 형식 모두에서 행어에서의 동적확대계수가 다른 부재보다 크게 나타났다.
- (2) 자정식의 경우 시속 40km와 70km의 경우에 큰 값을 보이며, 1.2보다는 작은 값을 보인다. 타정식의 경우에는 행어의 경우를 제외하고는 1.1보다 작은 값을 갖는다.
- (3) 차량 중량을 달리 했을 경우는 타정식의 경우에는 거의 일정한 반면, 자정식의 경우는 극치를 보여주고 있다.
- (4) 정착 형식에 상관없이 노면의 조도가 클수록 충격계수는 증가하였다.

참고 문헌

- (1) Beliveau, J-G., Vaicaitis, R., and Shinosuka, M., 1977, "Motion of suspension bridge subject to wind loads," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST6, Proc. Paper 12982

- (2) Huston, D.R., 1986, The Effects of Upstream Gusting on the Aeroelastic Behavior of Long Suspended-Span Bridges, Ph.D. Thesis, Princeton University
- (3) Abdel-Ghaffar, A.M., and Stringfellow, R.G., 1984, "Response of suspension bridges to traveling earthquake excitations : Part I. Vertical Response," Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 3, No. 2
- (4) Hayashinkawa, T. and Watanabe, N., 1982, "Suspension bridge response to moving loads," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 108, No. EM6
- (5) Bryja, D. and Sniady, P., 1988, "Random vibration of a suspension bridge due to highway traffic," Journal of Sound and Vibration, Vol. 125, No. 2
- (6) Chatterjee, P.K., Datta, T.K., and Surana, C.S., 1994, "Vibration of suspension bridges under vehicular movement," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, No.3
- (7) 장승필, 김호경, 서정인, 1995, "불규칙한 노면조도 위를 주행하는 차량에 의한 자정식 현수교의 진동특성," 한국강구조학회 논문집, 7권 1호
- (8) Fancher, P.S., Ervin, R.D., MacAdam, C.C., and Winkler, C.B., 1980, Measurement and Representation of the Mechanical Properties of Truck Leaf Springs, Society of Automotive Engineering, Technical Paper Series 800905, Warrendale, Pennsylvania
- (9) Hwang, E.S., 1990, Dynamic Loads for Girder Bridges, Ph.D Thesis, The University of Michigan
- (10) Honda, H., Kajikawa, Y., and Kobori, T., 1982, "Spectra of road surface roughness on bridges," Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE, Vol. 108, No. ST9
- (11) 건설부, 1973, 남해대교 건설지
- (12) 교통부, 1993, 영종대교 구조계산서
- (13) Bathe, K.J., 1996, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc.

(접수일자 : 1999년 7월 26일)