

자동미분을 이용한 뼈대구조의 다단계 최적설계

Multi-Level Optimization of Framed Structures Using Automatic Differentiation

조 호 남¹⁾ · 정 지 승²⁾ · 민 대 홍³⁾ · 이 광 민⁴⁾
Cho, Hyo-Nam Chung, Jee-Sung Min, Dae-Hong Lee, kwang-Min

요 약 : 본 논문에서는 지진하중이 작용하는 뼈대구조에 대해 자동미분(Automatic Differentiation)을 이용한 개선된 다단계 최적설계 알고리즘을 제안하고자 한다. 제안된 알고리즘의 효율성을 위해 전체구조계와 구조요소계 최적설계를 각각 분리하는 분해기법을 적용한 다단계 최적설계기법과 제약조건소거기법을 본 알고리즘에서 조합하여 사용하였다. 또한 수치계산을 효율적으로 수행하기 위해 중간매개변수를 사용하여 휨모멘트나 진동수와 같은 근사구조응답을 이용한 효율적인 재해석기법을 제시하였다. 복잡한 음함수 형태인 동적구조응답에 대한 민감도분석을 정확하고 효율적으로 계산하기 위해 자동미분기법을 사용하였다. 수치예제를 근거로 다단계알고리즘의 효율성과 신뢰성을 기존의 단순다단계알고리즘과 비교하여 제시하였다.

ABSTRACT : An improved multi-level (IML) optimization algorithm using automatic differentiation (AD) of framed structures is proposed in this paper. For the efficiency of the proposed algorithm, multi-level optimization techniques using a decomposition method that separates both system-level and element-level optimizations, that utilizes and an artificial constraint deletion technique, are incorporated in the algorithm. And also to save the numerical efforts, an efficient reanalysis technique through approximated structural responses such as moments and frequencies with respect to intermediate variables is proposed in the paper. Sensitivity analysis of dynamic structural response is executed by AD that is a powerful technique for computing complex or implicit derivatives accurately and efficiently with minimal human effort. The efficiency and robustness of the IML algorithm, compared with a plain multi-level (PML) algorithm, is successfully demonstrated in the numerical examples.

핵심용어 : 다단계 최적설계, 자동미분

KEYWORDS : Multi-Level Optimization, Automatic Differentiation

-
- 1) 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 교수
 - 2) 정회원, (주) 삼보기술단 차장, 공학박사
 - 3) 학생회원, 한양대학교 토목·환경공학과 박사과정, 구조기술사
 - 4) 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

본 논문에 대한 토의를 2001년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

구조물 최적설계에 있어 설계변수의 수가 많아지면, 계산시간은 설계변수의 수에 대해 기하급수적으로 증가한다(Lust:1985)¹⁷⁾. 따라서 전체구조계에 대한 설계변수와 구조요소계에 대한 설계변수를 분리하는 다단계최적설계기법을 사용하면 구조요소계 최적설계는 전체해석이 필요 없으므로 최적설계를 수행하는 계산시간이 비교적 적고, 전체구조해석을 이용하는 전체 구조계의 설계변수를 줄임으로서 보다 효과적인 최적설계를 수행할 수 있다. 최근에 연구된 지진하중에 대한 뼈대구조물의 최적설계에 적용된 다단계 최적화알고리즘을 고찰해 보면 최적해에 근접한 초기치를 사용할 때만 최적화문제가 빠르게 형성되어 신뢰할 만한 결과를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한 기존의 알고리즘에서는 동특성 재해석기법을 사용하지 않을 뿐 아니라 근사재해석도 수행하지 않고 있으므로 수치프로그램을 직접적으로 적용할 경우 많은 구조계산이 필요로 하기 때문에 계산비용이 매우 커진다. 본 논문은 뼈대구조물을 대상으로 적용된 기존의 다단계최적설계 알고리즘을 보다 효율적이고 신뢰성이 보장되는 알고리즘으로 보완하기 위하여 개선된 다단계알고리즘을 제안하였다. 개선된 다단계알고리즘에서는 제약조건소거기법이 신뢰성을 향상시키기 위한 효과적인 방법으로 도입하였다. 더욱이, 계산의 효율성을 높이기 위해 많은 동적해석을 필요로 하는 전체구조계 최적화는 지진하중으로 인한 휨모멘트와 고유진동수 같은 모든 구조응답을 자동미분을 이용한 중간매개변수에 대해 근사재해석함으로써 효율성을 높였다. 복잡한 음함수 형태인 동적구조응답에 대한 설계민감도해석을 중간매개변수를 사용하여 수행함으로써 함수의 비선형성을 대폭 줄였으며 이러한 중간매개변수를 이용한 설계민감도해석을 효과적이고 정확하게 수행하기 위하여 자동미분기법을 적용하였다. 이 새로운 알고리즘을 기존의 Gang Li⁵⁾의 연구에서 사용된

다층 뼈대구조물과 동일한 예제에 대해 적용하였다. 그리고 개선된 알고리즘이 기존의 알고리즘⁵⁾보다 더욱 효율적이고 신뢰도가 높다는 것을 민감도분석을 통해 나타내었다.

2. 문제의 정식화

뼈대구조물에 대한 다단계 최적화문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

전체구조계 최적화

목적함수 $W(X)$

제약조건

$$G_j(X) \leq 0 \quad j=1, \dots, n_s \quad X^L \leq X \leq X^U \quad (1)$$

여기서,

X : 전체구조계 설계변수(단면2차모멘트)

$W(X)$: 전체구조계 목적함수(구조물의 전체강재 중량)

$G_j(X)$: j 번째 제약조건

n_s : 제약조건의 수

X^U, X^L : 전체구조계 설계변수의 상한 및 하한 경계값

구조요소계 최적화

목적함수 $W_i(x)$

제약조건 $g_k(X_i^*, x) = 0 ; g_k(x) \leq 0 \quad (2)$

$$k=1, \dots, n_i ; x^L \leq x \leq x^U$$

여기서,

x : 구조요소계 설계변수(단면제원)

$W_i(x)$: 구조요소계 목적함수(i 번째 요소의 강재 중량)

$g_k(x)$: k 번째 제약조건

n_i : 제약조건의 수

x^U, x^L : 구조요소계 변수의 상한/하한경계값

$g_j(X_i^*, x)$: 전체구조계와 구조요소계의 설계변수를 연결하는 추가적인 등식제약조건

2.1 설계 변수

일반적으로 뼈대구조물의 전체구조계 설계변수 $\{X\}$ 는 각 요소의 단면 2차 모멘트이며, 구조요소계에서의 설계변수 $\{x\}$ 는 단면제원으로 다음과 같이 벡터형식으로 정의하였다.

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n) = (I_1, I_2, \dots, I_n) \quad (3)$$

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (h_w, b_f, t_f, t_w) \quad (4)$$

설계변수가 뼈대구조물의 단면 2차 모멘트이기 때문에, 다단계 최적설계를 수행하기 위하여 단면적 A , 단면계수 S 와 단면 2차 모멘트 I 간의 관계를 다음과 같이 정의하였다.

$$A(I) = \left(\frac{A_0}{\sqrt{I_0}} \right) \sqrt{I} \quad (5a)$$

$$S(I) = \left(\frac{I}{I_0} \right)^{0.75} S_0 \quad (5b)$$

여기서,

A_0, I_0 : 각 반복횟수마다 전체구조계 최적화 수행시 초기 횡단면의 단면적과 요소의

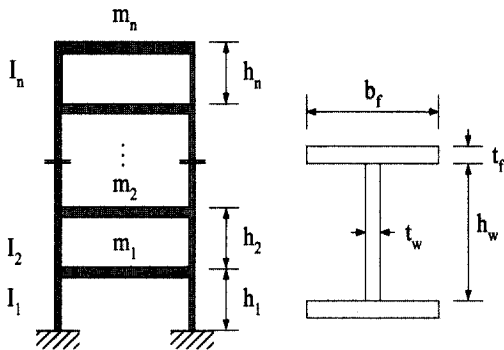


그림 1. 1형 단면을 가지는 강 뼈대구조

단면 2차 모멘트

2.2 목적함수

목적함수는 뼈대구조물의 구조물의 총 중량으로 하였으며, 식 (5a)를 이용하여 전체구조계의 목적함수를 다음과 같이 정식화하였다.

$$W(I) = \sum_{i=1}^n \rho A_i h_i = \sum_{i=1}^n \rho h_i \frac{A_0}{\sqrt{I_0}} \sqrt{I} \quad (6)$$

여기서, ρ : 단위중량

A_i : i 번째 요소의 단면적

h_i : i 번째 요소의 높이

또한, 구조요소계에서는 요소자체의 중량을 목적함수로 한다.

$$W_s(I) = \rho A_i h_i = \rho h_i (h_w t_w + 2b t_f) \quad (7)$$

2.3 제약조건

AISC-LRFD와 AISC 내진규정에 따라 강뼈대구조물의 최적내진설계에 대한 기본적인 설계제약조건을 구성하였으며, 제약조건을 표 1과 같이 요약하였다.

진동수 제약조건

진동수 제약조건은 고유진동수가 진동수 제한구역이라고 불리는 범위를 벗어나게 하기 위해 사용된다. 진동수 제약조건은 다음과 같다.

$$\omega_j \notin [\omega_a, \omega_b] \quad j=1, \dots, m \quad (8)$$

여기서, ω_j : j 번째 고유진동수

ω_a, ω_b : 제한구역의 하한/상한경계값

구조물의 고유진동수를 $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_m$ 와 같

표 1. 국부좌굴과 강도에 대한 제약조건

단계	설계 제약조건		비고
전체구조계	강도	$\frac{P_u}{\phi_c P_y} \geq 0.2 \text{에 대해 } \frac{P_u}{\phi_c P_y} + \frac{8M_u}{9\phi_b M_n} \leq 1.0$ $\frac{P_u}{\phi_c P_y} < 0.2 \text{에 대해 } \frac{P_u}{2\phi_c P_y} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1.0$	P_u : 극한압축강도 P_n : 공칭압축강도 M_u : 극한휨강도 M_n : 공칭휨강도 ϕ_c : 저항계수(축력) ϕ_b : 저항계수(휨)
구조요소계	국부좌굴	플랜지에 대해, $\frac{t_w/2}{t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{F_y}}$ 웨브에 대해, $\frac{P_u}{\phi P_y} \leq 0.125$ 인 경우, $\frac{h_w}{t_w} \leq \frac{520}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{1.54P_u}{\phi_b P_y}\right)$ $\frac{P_u}{\phi P_y} > 0.125$ 인 경우, $\frac{h_w}{t_w} \leq \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y}\right) \geq \frac{253}{F_y}$	F_y : 항복강도 P_y : 공칭항복강도

이 가정하고 다음과 같이 세가지 경우를 고려하였다.

- 1) 모든 구조물에서 고유진동수가 제한구역보다 작은 경우 진동수 제약조건 식(8)은 다음과 같다.

$$\omega_m \leq \omega_a \quad (9a)$$

- 2) 모든 구조물에서 고유진동수가 제한구역보다 큰 경우 진동수 제약조건 식(8)은 다음과 같다.

$$\omega_b \leq \omega_1 \quad (9b)$$

- 3) ω_i, ω_{i+1} 와 같이 한쌍의 진동수가 사용되는 경우에 진동수 제약조건은 다음과 같다.

$$\omega_i \leq \omega_a, \omega_{i+1} \geq \omega_b \quad (9c)$$

추가적인 관계 제약조건

전체구조계와 구조요소계 설계변수를 확실하게 일치시키기 위해 전체구조계와 구조요소계 사이에 연결장치로 구조요소계 최적화에서 추가적인 관계제약조건을 고려하였다. 추가적인 관계제약조

건은 전체구조계와 구조요소계 최적화의 수렴과 최종 최적해에 영향을 미칠 뿐만 아니라 다단계 최적화문제에서 매우 중요하다. 요소에 대한 단면 2차 모멘트에 대한 등제약조건을 다음과 같은 추가적인 관계제약조건으로 나타내었다.

$$I_i(h_w, b_f, t_f, t_w) = I_i^* \quad (10)$$

여기서, I_i^* 는 전체구조계에서 최적화과정에서의 i 번째 요소에 대한 최적 단면 2차 모멘트이다.

3. 다단계 최적화 알고리즘

3.1 기존의 다단계 알고리즘

뼈대구조물에 대한 기존의 다단계최적화 알고리즘(5)은 그림 2에서와 같이 제안되었다. 그러나, 이 알고리즘은 수치해를 적용하는 과정에서 다음과 같은 문제점이 발견되었다.

- 초기치가 최적해에 가깝게 정의된 경우에만 합당한 결과치를 얻을 수 있다. 만약 초기치가 설계가능영역안에 있을 지라도 최적해와 멀리 떨어진 값을 정의할 경우에 신뢰할 만한

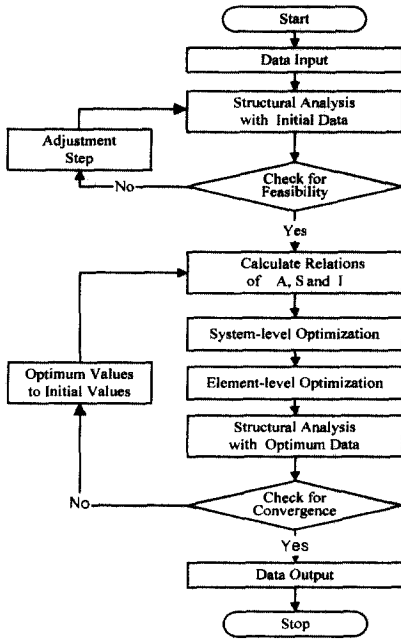


그림 2. 기존의 다단계최적설계알고리즘

결과치를 제공하지 못한다.

- 매 반복과정에서 목적함수와 제약조건을 계산하기 위하여 민감도분석 없이 동적해석과정의 계산을 수행한다. 동적해석은 규모가 큰 구조물일 경우에 많은 해석시간을 필요로 하므로 큰 규모의 구조물에 적용했을 때 효율성을 기대할 수 없다.

3.2 개선된 다단계 알고리즘

기존의 다단계알고리즘⁵⁾에 비해 우수한 성능을 보여주는 개선된 다단계 알고리즘의 흐름도는 그림 3과 같다. 개선된 알고리즘에서 수렴효과를 빠르게 하기 위해 중간개변수에 대한 진동수와 모멘트 같은 구조응답의 근사 재해석을 최적화과정에 적용하였다. 또한, 최적화 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 향상시키기 위해 진동수 제약조건에 대하여 제약조건 소거기법을 도입하였다. 이는 우선 진동수 제약조건을 제외한 전체 제약조건에 대한 최적화를 수행 후 진동수 제약조건을 만족

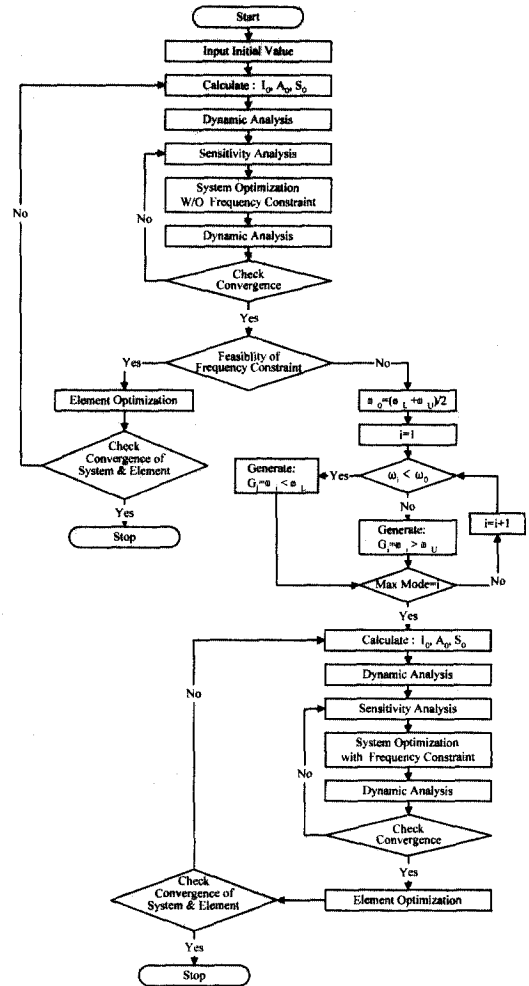


그림 3. 개선된 다단계최적설계알고리즘

하는지 검토한다. 만약 진동수 제약조건을 만족하지 않은 경우는 최적화 과정이 이미 최적해에 근접해 있다고 가정하고 여기서 나온 결과를 초기치로 사용하여 진동수 제약조건을 포함한 최적화를 수행한다.

비선형 제약조건을 포함하는 뼈대구조에 대한 효율적인 최적화기법을 찾기 위해 국부최적화기법들로 구성된 ADS를 이용하여 사용 가능한 기법들을 본 논문에서 사용된 예제에 대해 적용시켜 보았으며, 각 최적화기법의 효율성과 신뢰성을 비교·검토한 결과 ALMM(Augmented Lagrange

Multiplier Method)이 대부분의 경우에 대해 가장 합리적인 해를 제공해 주었기 때문에, 본 논문에서 이 방법을 전체구조계와 구조요소계 최적화문제에 대한 기본적인 최적화기법으로 사용하였다.

4. 자동미분을 이용한 근사 재해석

4.1 구조응답 재해석

근사재해석의 성능은 구조최적화 문제에서 대단히 중요하다. 구조최적화문제의 효율성을 향상시키기 위한 많은 연구가 진행 중에 있는데, 이 중에서 고차미분을 수행하지 않으면서 비선형을 효과적으로 고려할 수 있는 방법은 설계변수가 실제 단면제원일 경우 대부분 각각의 구조응답의 특성을 대표하는 중간매개변수에 대한 함수를 근사화하는 것이다. 예를 들어, 본 연구에서와 같이 변수들을 단면 2차 모멘트의 벡터로 고려할 경우 모든 함수가 중간매개변수의 값을 포함하기 때문에 중간매개변수를 사용한 설계민감도해석은 구조응답의 비선형성을 1차 미분해석만으로도 충분히 고려할 수 있어 근사화의 성능이 분명히 좋다고 할 수 있다. 또한 이러한 중간매개변수는 뼈대구조의 강성행렬식이 요소의 단면 2차 모멘트의 함수로 구성되어 있기 때문이다. 따라서 근사화기법의 성능은 중간매개변수를 사용함으로써 향상될 수 있다. 본 논문에서는 모든 구조응답을 중간매개변수를 사용한 재해석을 통하여 최적화의 성능을 향상시켰다.

1) 등가 정적 수평하중

UBC-91의 내진규정에 따르면 구조물은 다음의 식을 이용하여 구한 전단력에 저항할 수 있게 설계하도록 하고 있다.

$$V = \frac{ZIC}{R_w} W \quad (12)$$

여기서,

Z : 내진구역에 대한 계수

I : 중요도 인자

R_w : 구조물의 종류에 따른 계수

W : 지진력을 계산하기 위해 사용된 사하중

C : 동적인자 $C = \frac{1.25S}{T^{2/3}}$

S : 지역계수

T : 지반의 진동주기

2) 근사재해석문제

가장 간단한 국부근사화 방법에는 함수값과 설계점에서의 기울기에 기초하는 목적함수와 제약조건에 대하여 선형근사화하는 것이 그중 하나이다. 여기서, 각각의 요소에 대한 구조응답벡터를 R 로 표시하였으며, 만약 X 가 n 개의 미지수에 대한 설계변수의 벡터라고 한다면, R 는 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$R(X) = R(X_0) + \nabla R(X_0)\delta X \quad (13)$$

여기서, $\delta X = X - X_0$; X_0 는 Taylor전개에서 설계변수의 초기치이다. 그리고 ∇ 는 함수의 기울기를 나타낸다. 이렇게 비선형함수를 선형근사화하여 얻은 값은 X_0 점 근처에서는 비교적 정확한 값을 얻을 수 있으나, X_0 에서 멀리 떨어진 X 에 대해서는 정확한 값을 얻기가 힘들다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 Taylor전개식에 고차항을 고려하면 더욱 정확한 근사화가 가능하지만 고차미분항을 계산해야 하므로 많은 계산비용이 소요된다. 이와 같은 경우 선형근사화를 여러번 반복하는 것이 더욱 효율적일 수 있다. 따라서 근사함수의 거동을 더욱 선형적으로 만들어 줄 수 있는 중간매개변수를 찾는 것이 더욱 효과적인 근사화방법이 될 것이다. 일반적으로 중간매개변수 Y 는 설계변수 X 의 향으로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$Y = X^\beta \quad (14)$$

여기서, Y 는 중간매개변수라 불리는 설계변수의 함수이다. 선형근사화함수, $R(X)$ 를 다음과 같이 중간매개변수의 항으로 표현하면 다음과 같다.

$$R(X) = R(X_0) + \nabla R(Y_0)\delta Y \quad (15)$$

여기서, $Y_0 = Y(X_0)$ 이고 $\delta Y = Y - Y_0$ 이다. 먼저 휩모멘트와 고유진동수와 같은 모든 구조응답은 각각의 구조응답 특성을 나타내는 중간매개변수의 항으로 근사화 할 수 있다. 따라서 지진하중에 대한 등가정적수평하중으로 인한 휩모멘트는 중간매개변수를 $Y = X^{1/3}$ 을 사용함으로써 근사화 할 수 있다. 또한 구조물의 강성에 기초한 고유진동수는 중간매개변수를 $Y = X^{1/2}$ 사용하여 보다 효과적인 근사화를 통한 재해석을 수행 할 수 있다.

4.2 자동미분

본 연구에서는 중간매개변수에 대한 구조응답값을 구하기 위해 미분치를 이용하는 설계민감도해석을 수행하여야 한다. 그러나 이것은 수계산에 의한 미분, 유한차분법, Maple, Macsyma와 같은 문자식에 의한 미분방법과 같은 종래의 기법들을 사용하면 축적오차와 계산비용이 크기 때문에 실 규모 구조에 대해 적용하는 것은 효율과 정확성이 떨어진다. 따라서 이러한 문제를 극복하기 위해 본 연구에서는 최소의 노력으로 정확하고 효과적인 중간매개변수에 대한 설계민감도해석을 수행하기 위해 자동미분을 도입하였다¹⁾. 자동미분기법은 초등연산(가·감·승·제)과 초등함수(sine, cosine 등)를 이용하여 순차적으로 미분하기 때문에 함수 형태가 아무리 복잡할지라도 상관없이 식(16)과 같은 연쇄법칙을 이용하여 미분 가능하다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(g(t)) \Big|_{t=t_0} \\ = \left(\frac{\partial}{\partial s} f(s) \Big|_{s=g(t_0)} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} g(t) \Big|_{t=t_0} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

이러한 초등연산의 조합을 반복함으로써 미분값을 정확하고 기계적으로 계산할 수 있다⁷⁾.

일반적으로 자동미분의 방법에는 전방모드와 후방모드의 두 가지 방법이 개발되어 있다. 독립변수에 대한 도함수를 유지하며 미분하는 방법을 자동미분의 전방모드라 한다. 후방모드는 최종 결과에 대한 매개변수가 도함수값을 유지하는 방법이다. 연쇄법칙과 미분계산의 결합으로 계산비용이 큰 미분계산의 여러 가지 방법들을 가능케 했다. 이러한 연구는 Griewank & Corliss(1991) 그리고 Berz et al(1996)에 의해 수행된 바 있다^{1,8)}. 현재는 여러 가지 자동미분도구들이 사용 가능하며, 이러한 프로그램에는 FORTRAN 코드로 된 ADIFOR^{2,3)}, ODYSSEE¹²⁾ 그리고 ADOL-F¹⁵⁾와 C언어로 된 ADOL-CI⁹⁾와 ADIC⁴⁾ 등이 있다. 본 연구에서는 동적해석과 최적화를 FORTRAN 프로그램으로 수행하기 때문에 ADIFOR^{2,3)}을 사용하였다.

5. 수치예제

그림 1에서와 같이 개선된 다단계 최적화 알고리즘의 성능을 분석하기 위하여 8층 뼈대구조물을 앞서 기술한 이론과 정식화를 기초로 다단계 알고리즘을 적용하여 개발한 최적설계프로그램에 의해 최적화를 수행하였다. 표 2에 기본적인 설계자료를 나타내었다.

본 연구에서 제안하는 개선된 알고리즘과 기존의 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 조사하기 위해 최적설계를 수행하였다. 두 가지 알고리즘을 적용하여 얻은 결과는 표 4와 같다.

표 3과 같이 두 가지 다른 초기치를 사용하여 개선된 알고리즘과 기존의 알고리즘을 이용하여 최적설계를 수행한 결과 중 각 모드별 진동수를

표 2. 설계 기본 입력자료

Item	Data
구조물의 층수와 높이	$N=8, h_i=4m$
집중질량과 강재의 단위중량	$m_i=4000kg, w=7850 kg/m^3$
탄성계수와 항복응력	$E=200,000Mpa, F_y=248Mpa (36ksi)$
진동수 제한구역	$[\omega_a, \omega_b]=[15,20]$
구조계 변수의 해 범위	$X^U=(7.0,7.0,5.0,5.0,4.0,4.0,3.0,3.0), X^L=(1.5,1.5,1.0,1.0,0.7,0.7,0.5,0.3)$
요소계 변수의 해 범위	$x^U=(80,50,3.0,1.6), x^L=(25,15,1.0,0.5)$

표 3. 초기치

초기치	층 수	1	2	3	4	5	6	7	8
Case 1	h_w (cm)	40.0	40.0	40.0	40.0	30.0	30.0	30.0	30.0
	b_f (cm)	20.0	20.0	20.0	20.0	12.0	12.0	12.0	12.0
	t_f (cm)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
	t_w (cm)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Case 2	h_w (cm)	43.0	38.0	32.0	26.0	23.0	19.0	19.0	18.0
	b_f (cm)	19.0	18.0	16.0	13.0	8.0	6.0	5.0	6.0
	t_f (cm)	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
	t_w (cm)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

그림 4에 도시하였다. 정식화 과정에서 먼저 기술한 바와 같이 진동수 제약조건에 대한 제한구역의 적합한 형태는 각 경우에 따라 적당한 방법으로 구성하였다. 본 연구에서는 상대적인 비교를 위하여 제한구역의 범위를 15에서 20(rad/sec)으로 한정하였다. 일반적으로 기존의 알고리즘은 초기 동적해석으로부터 얻은 각 모드에서의 진동수를 기준으로 제한구역에 맞는 진동수 제약조건식을 구성한다. case1의 초기치를 사용하여 기존의 알고리즘에 의해 계산된 진동수는 1번째 모드에서 3번째 모드까지 10.01, 25.87과 41.10이다. 따라서 1번째 모드의 진동수가 최적설계과정에서 진동수제약조건이 되는 15보다 적도록 제한되는 반면에 2번째 모드의 진동수는 20보다 크게 제한하도록 정식화가 구성된다. 기존의 알고리즘을 사용하여 case2 초기치를 적용한 경우 1번째부터 3번째 모드까지의 진동수는 6.00, 15.23,

23.37이다. 여기서 2번째 모드 진동수, 15.23은 15보다 적게 제한된다. 또한 3번째 모드의 진동수는 최적설계과정에서 진동수제약조건이 되는 20보다 크게 제한된다. 그러나, 개선된 알고리즘의 경우 우선 최적화 과정에서 진동수제약조건을 제외한 모든 제약조건들을 고려하여 최적화를 수행하므로 진동수 제약조건에 대한 설계가능영역이 검토되어야 한다. 만약 진동수 제약조건에 대해 설계가능영역을 만족하지 않을 경우 진동수 제한구역의 형태가 현재점에서 설정된다. 그러므로 초기치에 관계없이 항상 동일한 진동수 제한구역의 형태를 얻을 수 있다.

그림 5에서는 최적해의 수렴으로부터 제안한 알고리즘의 중요한 특징인 알고리즘의 신뢰성을 중심으로 살펴보고자 한다. 그리고 표 4에서 볼 수 있듯이 목적함수인 중량에 대하여 case1의 초기치에 대해 두 가지 알고리즘의 적용결과가 완

표 4. 기존의 알고리즘과 개선된 알고리즘의 최적설계 결과

알고리즘	층수	단면2차모멘트	hw(cm)	bf(cm)	Tf(cm)	Tw(cm)	중량(kg)	해석회수
PML알고리즘 case 1	1	33053.00	44.18	19.53	1.24	1.11	1322.26	1176
	2	19921.99	38.65	18.31	1.06	0.95		
	3	12097.77	32.92	16.88	1.01	0.75		
	4	7066.21	27.17	15.51	1.00	0.51		
	5	3723.33	24.42	8.37	1.00	0.81		
	6	2654.06	22.33	7.14	1.00	0.74		
	7	4748.31	25.89	9.59	1.00	0.85		
	8	3135.88	23.28	7.79	1.00	0.77		
PML알고리즘 case 2	1	30603.28	43.35	18.64	1.25	1.09	1156.86	892
	2	17975.76	37.73	17.77	1.03	0.93		
	3	10930.58	31.53	17.31	1.01	0.67		
	4	6276.43	29.05	10.50	1.00	0.74		
	5	3203.52	23.25	8.03	1.01	0.77		
	6	1511.48	19.07	5.62	1.00	0.63		
	7	1297.66	18.36	5.19	1.00	0.61		
	8	1476.51	18.74	5.83	1.00	0.61		
IML알고리즘 case 1	1	30627.88	43.34	18.99	1.23	1.09	1155.95	8
	2	18235.08	38.16	17.60	1.02	0.96		
	3	10926.49	31.40	17.29	1.01	0.67		
	4	6272.87	29.03	10.50	1.00	0.74		
	5	3232.81	23.46	7.93	1.00	0.78		
	6	1521.96	18.90	5.89	1.00	0.61		
	7	1297.13	18.35	5.19	1.00	0.61		
	8	1476.08	18.72	5.83	1.00	0.61		
IML알고리즘 case 2	1	30665.55	43.40	19.04	1.23	1.09	1157.37	7
	2	18257.51	38.20	17.62	1.02	0.96		
	3	10939.93	31.44	17.31	1.01	0.68		
	4	6280.59	29.06	10.51	1.00	0.74		
	5	3236.79	23.48	7.94	1.00	0.78		
	6	1523.83	18.93	5.89	1.00	0.61		
	7	1298.72	18.38	5.19	1.00	0.61		
	8	1477.90	18.75	5.84	1.00	0.61		

전히 서로 다른 것을 볼 수 있다. 이것은 두 가지 알고리즘의 진동수에 대한 제한구역의 형식이 다르기 때문이다. 만약 초기값이 최적치로부터 멀리 떨어져 있다면 기존의 알고리즘은 진동수 제약조건 형태를 합리적으로 선택하여 적용할 수 없으며, 그로 인해 실제 최적해를 찾기가 어렵다. 그러나 제약조건 소거기법을 사용한 개선된 알고리즘은 항상 제약조건의 형태를 합리적으로 구성하여 최적화를 수행할 수 있다고 판단된다. 그러므로 초기값에 관계없이 개선된 알고리즘은 합리적인 최적해 결과를 얻을 수 있다. 따라서 개선된 다단계 알고리즘이 기존의 다단계알고리즘보다 더욱 신

뢰도가 높은 알고리즘이다.

효과적인 알고리즘은 적당한 해석횟수 안에 수렴에 도달하게 되며 이러한 해석회수는 알고리즘의 효율성을 증명하기 위한 중요한 인자가 되기도 한다. 개선된 알고리즘의 효율성을 증명하기 위해 본 알고리즘의 해석회수를 기존의 알고리즘이 해석회수와 비교해 보았다. 표 4에서 볼 수 있듯이 개선된 알고리즘이 기존의 알고리즘이 수행한 반복회수보다 훨씬 적은 횟수의 해석을 수행한 후 최적해를 찾아냈다. 중간매개변수의 향으로 나타난 지진력에 대한 휨모멘트와 진동수 같은 동적구조응답을 사용한 개선된 알고리즘은 매

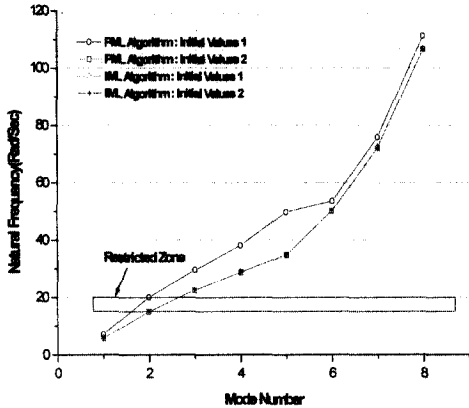


그림 4. 모드별 진동수

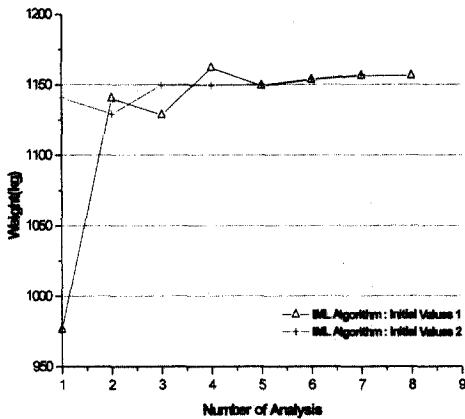


그림 5. 목적함수의 수렴(구조물 중량)

반복회수 마다 한번의 해석만을 필요로 한다. 반면, 기존의 알고리즘은 매 반복횟수마다 목적함수와 제약조건을 계산하기 위해 많은 계산비용이 소요되는 구조해석을 엄청나게 많은 횟수로 수행한다. 이로부터 기존의 알고리즘(892~1176회)과 비교하여 개선된 알고리즘(7~8회)은 획기적으로 재해석의 수를 줄일 수 있었다. 더욱이 대형 구조물을 최적화할 때 효율적인 알고리즘이 더욱 절실히 요구되며, 따라서, 개선된 알고리즘이 기존의 알고리즘에 비해 대형구조물의 최적화에 있어서 더욱 효과적일 것으로 기대된다.

6. 결론

본 논문에서 뼈대구조물의 최적설계에 자동미분을 이용한 알고리즘을 제안하였다. 지진하중에 대해 뼈대구조물을 최적화하기 위해 동적구조응답은 제약조건과 목적함수를 계산하기 위해 항상 휨모멘트와 고유진동수를 필요로 한다. 따라서 개선된 알고리즘에서는 계산의 효율성을 증대시키기 위해서 최적화설계 수행 시 모든 구조응답을 자동미분을 이용한 중간매개변수에 의한 근사화를 수행함으로써 이를 극복할 수 있었다. 또한 중간매개변수의 향으로 구성된 동적구조응답의 민감도분석은 최소의 노력으로 도함수를 정확하고 효율적으로 계산하기 위해 자동미분기법으로 도입하였다. 개선된 알고리즘은 기존의 알고리즘에서의 진동수제약조건의 결점을 극복하며 효율성과 신뢰성을 증대시키기 위해 제약조건소거기법을 사용했다. 이러한 개선된 알고리즘이 적용예제의 결과에 기초하여 기존의 방법보다 더욱 효과적이고 신뢰할 만 하다고 결론지을 수 있다. 그러므로, 본 연구에서 제안된 개선된 알고리즘을 신뢰성과 효율성 측면에서 규모가 큰 구조물의 최적화문제에 효과적으로 적용할 수 있다고 하겠다.

감사의 글

본 연구는 BK21의 지원으로 이루어졌으며, 이에 대단히 감사드립니다.

참고 문헌

- Berz, M., Bischof, C., Corliss, G., and Griewank, A., eds. (1996). Computational differentiation-techniques, tools, and applications. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa.
- Bichof, C., Carle, A., Corliss, G., Griewank, A., and Hovland, P.(1992). "ADIFOR-generating derivative codes

- from FORTRAN 77 programs." *Scientific Programming*, 1(1), 11-29.
3. Bischof, C., Carle, A., Khademi, P., and Mauer, A. (1996a). "The ADIFOR2.0 system for the automatic differentiation of FORTRAN 77 programs." *IEEE Computational Sci. & Engrg.*, 3(3), 18-32.
 4. Bischof, C., Roh, L., and Mauer, A. (1996c). "ADIC-an extensible automatic differentiation tool for ANSI-C." Preprint ANL/MCS-P626-1196, Argonne National Laboratory, Argonne, Ill.
 5. Gang Li et al (1999), Multiobjective and Multilevel Optimization for Steel Frames, *Engineering Structures* 21 pp. 519-529
 6. Grandhi R.V. and Geetha Bharatram (1993), Multiobjective Optimization of Large-Scale Structures, *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 7, July, pp. 1329-1337
 7. Griewank, A. (1989). "On automatic differentiation." *Mathematical programming: recent developments and applications*, A. L. Norwell, ed., Kluwer Academic Publisher Group, Boston, Mass., 83-108.
 8. Griewank, A., and Corliss, G. F., eds. (1991). *Automatic differentiation of algorithms : theory, implementation, and application*. Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa.
 9. Griewank, A., Juedes, D., and Utke, J. (1996). "ADOL-C: a package for the automatic differentiation of algorithms written in C/C++." *ACM Trans. on Mathematical Software*, 22(2), 131-167.
 10. Hafkta, RT. (1984), An Improved Computational Approach for Multilevel Optimization Design, *Journal of structural Mechanics*, Vol. 12, pp. 245-261
 11. Kirsch, U. (1975), Multilevel Approach to Optimum structural Design, *ASCE Journal of the Structural Division*, Vol. 101, No. ST4, pp. 957-974
 12. Roasting, N., Dalmas, S., and Galligo, A. (1993). "Automatic differentiation in ODYSSEE." *Tellus*, 45a(4), 558-568.
 13. Rogers, L. C. (1970), Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors, *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 5, pp. 943-944
 14. Saravanos, D. A. and Chamis, C. C. (1992), Multiobjective Shape and Material Optimization of Composite Structure Including Damping, *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 3, March, pp. 805-813
 15. Shiriaev, D., and Griewank, A. (1996). "ADOL-F: Automatic differentiation of FORTRAN codes." *Computational differentiation-techniques, tools, and applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa., 375-384.
 16. Sobieszczanski-Sobieski J. James B. B., Dovi A. R. (1985), Structural Optimization by Multilevel Decomposition, *AIAA Journal*, Vol. 23 pp. 1775-1782
 17. Lust, R.V. and L.A.Schmit (1985), Alternative Approximation Concepts for Space Frame Synthesis, *AIAA/ASME/ASCE/AHS 26th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, pp. 333-348, April

(접수일자 : 2000년 6월 21일)