

강판형교 바닥판 모멘트의 해석기법

Analytical Method for Bending Moment of Slab-on-Steel-Girder Bridge

박 남 회¹⁾ · 최 진 유²⁾ · 유 철 수³⁾ · 강 영 종⁴⁾
Park, Nam Hoi Choi, Jin Yu Yu, Chul Soo Kang, Young Jong

요 약 : 현재 현장에서 건설되어지는 콘크리트교량의 바닥판은 상부와 하부에 동일한 철근을 배근한다. 바닥판 상부철근의 부분적인 제거는 구조적인 측면에서 볼 때, 안전성을 위협하지 않는다는 경험적인 연구 결과들이 발표되어왔다. 판이론에 근거하여 강판형교의 3거더와 4거더시 바닥판의 구조적인 거동을 수식적으로 표현하는 간략화 된 방법을 유도하였다. 거더간 상대처짐을 고려한 간략화 된 방법은 유한요소해석의 결과치와 유사한 값을 얻을 수 있었다. 본 연구에서는, 바닥판 슬래브의 새로운 설계개념이 간략화 된 방법을 통해서 제안되었다. 간략화 된 방법의 변수는 하중위치, 형상비, 상대강성비 그리고 지간 길이 등을 선정하였다. 이 새로운 설계접근방법은 바닥판 상부 철근량을 감소시켜줄 것이다. 바닥판 상부 철근량의 감소는 건설비용의 감소와 철근의 부식문제를 최소화 시켜줄 수 있을 것이다.

ABSTRACT : The current specifications for bridge decks requires the same amount of upper and lower reinforcement mats. There have been many empirical activities that the partial elimination of upper reinforcing bars was not caused the structural integrity of a deck. A simplified method is derived based on thin plate theory for three and four-girder-span bridge decks. A simplified method for bridge deck considering the effect of girder deflection is proposed based on a closed-form solution that shows good agreement with the results of finite element models. In this research, a new design approach for deck slabs is proposed based on the simplified method. The negative bending moments in a deck can be evaluated with the simplified method based on the position of a wheel load, the aspect ratio and relative stiffness, and the span length. This new approach can lead to a significant reduction of the quantity of the top reinforcing steel bars in a deck. Reducing the quantity of the top reinforcement not only reduces the construction costs for bridge decks, but also reduces the corrosion of reinforcement to a minimum.

핵 심 용 어 : 탄성지점, 철근콘크리트 바닥판의 거동, 부모멘트, 강판형교의 설계

KEYWORDS : elastic support, reinforced concrete deck behavior, negative bending moment, design of plate girder bridge

- 1) 학생회원, 고려대학교 토목환경공학과 박사과정
- 2) 정회원, 고려대학교 부설 방재과학기술 연구센터 선임연구원
- 3) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과 교수
- 4) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과 부교수

본 논문에 대한 토의를 2000년 8월 31일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

일반적인 판형교의 휨모멘트 설계 시 거더를 처지지 않는다고 보고 해석하는 고정지점의 설계식을 사용하고 있다. 그러나, 슬래브에 차량하중이 가해지면 슬래브만 처짐이 발생하는 것이 아니라 거더도 처짐이 발생하므로 거더간 상대 처짐의 효과가 고려된 모멘트를 설계 모멘트에 추가하여야 할 것이다.

교량부식 중에 염화물에 의한 슬래브 상부철근의 부식은 심각한 문제로 대두되고 있다. 상부철근의 부식은 교량 바닥판의 유효단면적의 감소를 초래하여 상당부분 교량의 기능을 상실하게 된다.

바닥판 슬래브의 거더간 처짐의 효과는 Newmark¹¹⁾(1949), Bakht와 Jaeger(1985), Allen⁵⁾(1991), 그리고 Cao¹¹⁾(1996) 등에 의해 논의되어졌다. 판형교의 거더를 고정지점으로 해석한 Westergaard(1930)의 이론에 Newmark(1949)는 바닥판 슬래브의 설계 휨모멘트 산정시 거더의 처짐을 고려하여야 한다고 처음으로 수정론을 제기하였다. 이후 Bakht와 Jaeger(1985)는 고정지지 된 거더 위에 놓인 바닥판의 1차 모멘트는 영향면을 이용하여 산정하고 거더의 처짐에 의해 유발되는 2차 모멘트는 격자해석법을 이용하여 구하였다. 이 방법은 설계와 해석을 위하여 수치적인 도표를 제시하였으나 정확한 이론적 배경이 부족하다. 또한, Allen(1991)은 실험을 통해서 사용하중에 의해 바닥판의 상부에 발생하는 인장응력은 바닥판 콘크리트 자체의 인장강도보다 매우 작다는 사실을 밝혀내었다. 이는 거더간 상대처짐의 효과에 대한 실험적 근거를 제시하고 있다. 이상과 같이 거더간의 상대처짐을 고려한 근사적 해석방법으로는 유한요소법이나 격자해석법, 직교이방성 판이론 등이 제시되었지만 일반적인 정식화는 이루어 내고 있지 못한 실정이었다. Cao(1996)는 거더교 바닥판 슬래브에 발생하는 부모멘트를 산정하기 위한 식을 제안하였는데, 이 방법은 3거더를 갖는 판형교로 구성된

교량만을 기준으로 산정한 식이며 최악의 하중경우가 비대칭인 4거더 이상으로 구성된 교량이나 연속교에 대한 경우에 대해서는 연구가 수행되지 않았다.

따라서, 본 연구에서는 슬래브에 최대의 교축 직각방향 부모멘트를 유발하는 하중이 비대칭인 경우(4거더 슬래브)에 대한 휨모멘트를 수식적인 정해로 산출하고, 이를 이용하여 매개변수 분석과 회귀분석을 통하여 간략해석식을 제안하고자 한다.

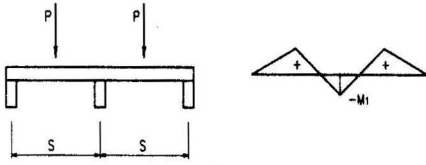
트럭하중에 의한 휨모멘트는 크게 두가지로 나타나는데, 거더를 고정지점으로 보고 해석한 초기 휨모멘트와 탄성지점에 의한, 즉 거더간 상대 처짐의 차이로 인한 추가적인 휨모멘트로 대별될 수 있다.

본 연구의 목적은 이 두가지 모멘트를 중첩시켜 거더간 상대 처짐의 효과가 고려된 바닥판 슬래브의 모멘트를 산정하는 해석방법의 개발에 있다. 첫 번째 휨모멘트는 Westergaard¹⁴⁾ 이론에 근거한 휨모멘트 산정이고, 두 번째 휨모멘트는 고전적 판이론(Thin plate theory⁷⁾)에 의한 휨모멘트 산정 방식이다.

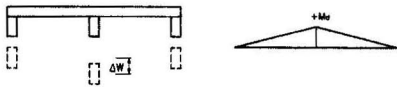
2. 슬래브의 휨모멘트

거더간 상대처짐의 차이로 인해 임의지점의 정모멘트는 증가하여 결과적으로 그 지점의 부모멘트의 감소를 유발한다.

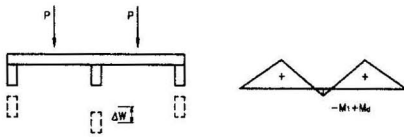
그림 1에서 보여주듯이, 3개의 거더를 가진 슬래브에 집중하중이 거더 사이 슬래브 중앙에 각각 재하 된다면 2번 거더가 1·3번 거더 보다 더 많이 처질 것이다. 이렇게 거더들간 상대처짐의 차이는 슬래브안의 정모멘트를 증가 시키므로 부모멘트를 감소시켜줄 것이다. 일반적으로 슬래브에 발생하는 부모멘트는 하중의 위치, 형상비, 상대강성비 그리고 지간 길이에 따라 그 양상이 달라진다. 그리고, 더 유연한 거더 라면 거더간 상대 처짐의 차이가 더 클 것이고 결과적으로 슬래브안



(a) 고정지점인 경우 휨모멘트

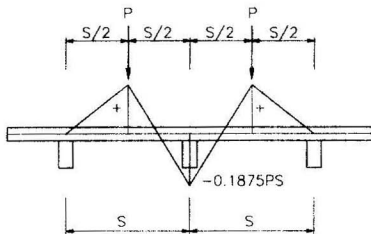


(b) 거더간 상대처짐에 의한 휨모멘트

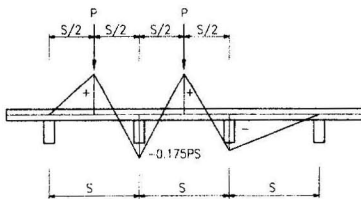


(c) 탄성지점인 경우 휨모멘트

그림 1. 거더간 상대처짐의 효과 (3거더)



(a) 3거더



(b) 4거더

그림 2. 부모멘트 (고정지점)

의 부모멘트는 더 적을 것이다.

그림 2는 고정지점인 경우 거더 수가 많아질수록 임의의 지점에서 부모멘트는 점점 더 작아짐을 보여주고 있다. 즉, 똑같은 하중 $2P$ 가 재하된 경우, 그림 2(a)의 3거더 중 2번 거더의 부모멘트는 그림 2(b)의 4거더의 2번 거더보다 부모멘트의 값이 더 크다. 이는 하중이 동일한 상태에서, 슬래브의 폭이 증가함으로 인해 그 하중에 저항하는 각 거더의 하중분담은 3거더 보다 4거더가 더 적다는 것을 나타내주고 있다. 결과적으로, 그림 2(b)의 2번 거더가 분담하는 하중은 그림 2(a)의 2번 거더가 분담하는 하중보다는 더 적다.

본 연구에서는 집중하중을 DB24하중의 후륜 하중인 9.6ton을 사용하였고, 이 집중하중에 의해서 거더간 상대처짐의 영향이 고려된 슬래브의 휨모멘트를 판이론(Thin plate theory)에 근거하여 이론 해(Closed-form solution)를 유도하였다.

3. 고정지점인 경우 최대부모멘트(M_1)

4면이 단순지지된 슬래브의 한쪽에 휨모멘트가 작용한 경우와 집중하중이 작용한 경우에 슬래브 끝 단에 발생하는 경사각은 판의 경계조건을 이용한 미분방정식을 풀면 구할 수 있다. 경사각에 대한 연속성의 원리(Slope continuity)로 3거더와 4거더인 경우 2번 거더 위 슬래브의 최대부모멘트를 구할 수 있다.

3.1 3거더

그림 1(a)에서 볼 수 있듯이, 2번 거더 위 슬래브에 발생하는 최대부모멘트 M_1 은 다음과 같다 [Westergaard(1930), Cao(1996)].

$$M_1 = \frac{PS \sinh \alpha_m}{L \cosh^2 \alpha_m F}, m = 1, 3, \dots$$

$$= -K_1 P \quad (1)$$

여기서 $\alpha_m = \frac{m\pi S}{2L}$ 또한 편의상 분모의 F는 다음과 같이 치환된다.

$$F = \alpha_m(\tanh^2 \alpha_m + \coth^2 \alpha_m) - \tanh \alpha_m - \coth \alpha_m - \frac{m\pi S}{L}$$

여기서, P는 집중하중, S는 단순지지된 슬래브의 폭, L은 지간 길이를 의미하고 K_1, F, α_m 은 계산의 편의성 때문에 치환한 계수의 값들이다. 결국, 식 (1)의 계수 K_1 은 형상비(S/L)의 형태에 따라 나타내어지는데 형상비가 0.5일 때의 값을 취하면 최대부모멘트의 값은 식 (2)와 같고, 표 1은 3거더인 경우 형상 비에 따른 최대부모멘트의 계수 값을 나타내고 있다. 현재 현장에서 건설되어지는 일반적인 판형교의 형상비가 0.1~0.2인 점을 고려한다면, 형상 비 0.5의 값을 대표형상비로 선택하여도 큰 무리는 없을 것으로 판단된다.

3거더 고정지점인 경우 슬래브의 최대부모멘트 M_1 은 다음 식 (2)와 같이 표현된다.

$$M_1 = -K_1 P = -0.2146 P \quad (2)$$

표 1. 부모멘트 계수 K_1 (고정지점, 3거더)

S/L	K_1	S/L	K_1
4.0	0.0075	0.75	0.2113
3.0	0.0270	0.625	0.2140
2.0	0.0861	0.5	0.2146
1.75	0.1111	0.375	0.2144
1.5	0.1399	0.25	0.2144
1.25	0.1698	0.1	0.2144
1.0	0.1958	0.05	0.2144

3.2 4거더

4거더인 경우에도 3거더와 동일한 경사각에 대한 연속성의 원리를 이용하면 2번 거더 위 슬래브의 최대부모멘트 M_1 을 구할 수 있고 다음 식

(3)과 같다.

$$M_1 = \frac{PS \sinh \alpha_m}{L \cosh^2 \alpha_m} \frac{4A - B}{4A^2 - B^2}, m = 1, 3, \dots = -K_1 P \quad (3)$$

여기서 $\alpha_m = \frac{m\pi S}{2L}$ 또한 편의상 계수 A, B는 다음과 같이 치환하였다.

$$A = \alpha_m(\tanh^2 \alpha_m + \coth^2 \alpha_m) - \tanh \alpha_m \coth \alpha_m - \frac{m\pi S}{L}$$

$$B = \alpha_m(\tanh^2 \alpha_m - \coth^2 \alpha_m) - \tanh \alpha_m + \coth \alpha_m$$

P는 집중하중, S는 단순지지된 슬래브의 폭, L은 지간 길이를 의미하고 K_1, A, B, α_m 은 계산의 편의성 때문에 치환한 계수의 값들이다. 식 (3)의 계수 K_1 은 3거더와 같은 형상비(S/L) = 0.5일 때의 값을 취하면 최대부모멘트의 값은 다음 식 (4)와 같고, 표 2는 4거더인 경우 형상비에 따른 최대부모멘트의 계수 값을 나타내고 있다.

따라서, 4거더 고정지점일 때 최대부모멘트 M_1 은 다음 식 (4)와 같이 표현된다.

$$M_1 = -K_1 P = -0.2042 P \quad (4)$$

표 2. 부모멘트 계수 K_1 (고정지점, 4거더)

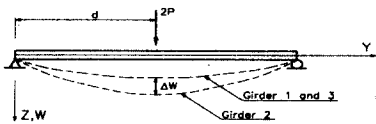
S/L	K_1	S/L	K_1
4.0	0.0075	0.75	0.2014
3.0	0.0269	0.625	0.2037
2.0	0.0857	0.5	0.2042
1.75	0.1101	0.375	0.2042
1.5	0.1377	0.25	0.2042
1.25	0.1655	0.1	0.1942
1.0	0.1886	0.05	0.1501

4. 탄성지점인 경우 최대부모멘트(M_d)

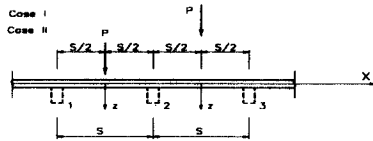
트럭하중과 같은 활하중에 견디는 슬래브는 교축방향에 대해서는 거더와 슬래브의 합성형 거동으로 교축직각방향에 대해서는 탄성지점을 고려한 연속 슬래브 거동으로 해석되어진다. 즉, 교축방향과 교축직각방향의 서로 다른 탄성휨강도 (elastic flexural rigidities)가 슬래브의 거동을 해석하는 직교 이방성 판이론 도입의 근거이다. 따라서, 거더들간 상대처짐의 차이는 이러한 판이론에 근거하여 유도된다.

4.1 추가적인 정모멘트(3거더)

그림 3에서 보듯이, 3거더인 경우 슬래브에 집중하중2P 재하시 2번 거더와 1·3번 거더의 처짐의 차이(상대처짐, ΔW)가 2번 거더 위 슬래브에 정모멘트를 유발시킨다. 이는 상대 처짐을 발생시키는 만큼의 정모멘트를 말한다. 하중경우는 그림 3(b)에서 보여주듯이, 각 거더의 중앙에 집중하중을 따로 작용시켜 두 가지의 하중경우를 중첩 시키는 방법을 사용한다. 하중경우I에 의한 2번 거더의 처짐과 하중경우II에 의한 2번 거더의 처짐을 합산하면 상대처짐(ΔW)을 구할 수 있다.



(a) 거더간 상대처짐의 차이



(b) 하중조건

그림 3. 거더간 상대처짐과 하중조건(3거더)

그림 3(b)에서 보듯이, 교축직각방향으로 무한한 직교 이방성 판인 경우 집중하중P가 슬래브 중앙에 작용하였을 때 처짐 식은 다음 식 (5)와 같다 (Cao,1996).

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{PL^2}{2(m\pi)^3 \sqrt{D_x D_y}} \sin \frac{m\pi d}{L} \sin \frac{m\pi y}{L} \times e^{-\frac{m\pi \alpha x}{L}} \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{m\pi \beta x}{L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{m\pi \beta x}{L} \right) \quad (5)$$

여기서, P는 집중하중, L은 지간 길이, d는 지점에서 집중하중까지의 거리, D_x, D_y는 교축직각방향과 교축방향의 휨강성(flexural rigidity)이고 α, β는 다음과 같이 치환되었다.

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{D_y}{D_x} + 1} \right)}, \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{D_y}{D_x} - 1} \right)}$$

하중경우I에 의한 1번 거더와 2번 거더의 처짐 그리고 하중경우II에 의한 1번 거더와 2번 거더의 처짐을 합산한 상대 처짐(ΔW)은 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta W = \frac{K_{d1} PL^2}{2\pi^3 \sqrt{D_x D_y}} \quad (6)$$

여기서, K_{d1}는 다음과 같이 치환되었다.

$$K_{d1} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin^2 \frac{m\pi d}{L} e^{-\frac{m\pi \alpha s}{2L}} \times \left[\left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{m\pi \beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{m\pi \beta s}{2L} \right) - \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{3m\pi \beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{3m\pi \beta s}{2L} \right) e^{-\frac{m\pi \alpha s}{L}} \right]$$

변위-모멘트의 관계식으로부터 식 (6)은 모멘트로 환산되어지고 구해진 모멘트가 거더간 상대처짐에 의해 지점부 슬래브에 발생된 추가적인 정

모멘트가 된다. 유도된 2번 거더 위 슬래브의 교축직각방향 추가적인 정모멘트 M_d 는 아래 식 (7)과 같다.

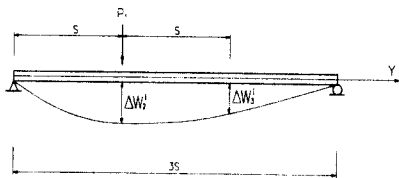
$$M_d = 0.01893K_{dl}P \left[(1+\nu) \ln \frac{8s}{\pi c} + 1 \right] \left(\frac{L}{s} \right)^2 \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \quad (7)$$

여기서, c 는 차량접지면의 폭, ν 는 포아손비, S 는 거더 간격이다. 차량접지면(c)은 AASHTO (American Association of State Highway and Transportation)의 차량접지면(1.25ft, 0.38m)을 사용하였는데, DB24와 HS20-44하중의 크기가 유사하여 AASHTO의 값을 사용해도 큰 무리는 없을 것이다.

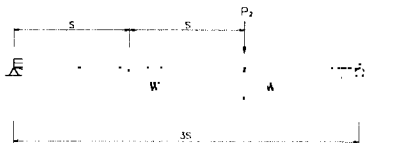
4.2 추가적인 정모멘트(4거더)

그림 4와 5에서 보듯이, 최악의 하중경우가 대칭인 3거더와는 다르게 4거더인 경우는 하중경우가 비대칭이다. 상대처짐은 각각의 집중하중 P_1 , P_2 에 의한 2번 거더와 3번 거더의 상대처짐을 종합한 처짐을 의미한다.

그림 4는 슬래브의 하중조건I과 II의 처짐 형



(a) 하중경우 I



(b) 하중경우 II

그림 4. 슬래브의 하중조건(4거더)

상을 나타내고 있는데 처짐 식은 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta W_2^I = \frac{9P_1 s^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin^2 \frac{m\pi}{3} = 0.126 \frac{P_1 s^2}{D}$$

$$\Delta W_3^I = \frac{9P_1 s^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin \frac{m\pi}{3} \sin \frac{2m\pi}{3} = 0.0944 \frac{P_1 s^2}{D}$$

$$\Delta W_2^{II} = \frac{9P_2 s^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin \frac{2m\pi}{3} \sin \frac{m\pi}{3} = 0.0944 \frac{P_2 s^2}{D}$$

$$\Delta W_3^{II} = \frac{9P_2 s^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin^2 \frac{2m\pi}{3} = 0.126 \frac{P_2 s^2}{D}$$

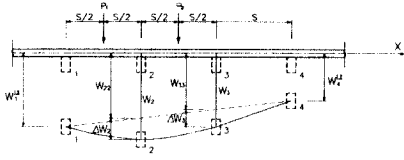
여기서, ΔW_2^I 는 하중경우I에 의한 2번 지점의 절대처짐, ΔW_3^I 는 하중경우I에 의한 3번 지점의 절대처짐, ΔW_2^{II} 는 하중경우II에 의한 2번 지점의 절대처짐, ΔW_3^{II} 는 하중경우II에 의한 3번 지점의 절대처짐을 의미한다. ΔW_2 와 ΔW_3 는 각각의 하중경우에 대해 합산한 상대처짐 값들이고 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \Delta W_2 \\ \Delta W_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta W_2^I + \Delta W_2^{II} \\ \Delta W_3^I + \Delta W_3^{II} \end{Bmatrix} = \frac{s^2}{D} \begin{bmatrix} 0.126 & 0.0944 \\ 0.0944 & 0.126 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}$$

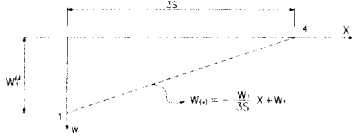
ΔW_2 와 ΔW_3 에 대한 역행렬을 취하면 다음 식 (8)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{D}{s^2} \begin{bmatrix} 18.103 & -13.563 \\ -13.563 & 18.103 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta W_2 \\ \Delta W_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

변위-모멘트의 관계식으로부터 식 (8)은 4면 단 순지지된 슬래브에 집중하중 $2P$ 가 작용하였을 때의 정모멘트로 환산된다. 등방성 판이론에 의해 그림 4에서 보여주듯이 지간 길이가 $3S$ 인 슬래브의 지점으로부터 S 만큼 떨어진 지점(2번 거더 위 슬래브)의 교축직각방향 정모멘트는 다음 식 (9)와 같다.



(a) 거더간 상대처짐의 차이(4거더)



(b) 일차함수 $f(x, w)$

그림 5. 거더간 상대처짐(4거더)

$$M_2 = \frac{(1+\nu) \left\{ \ln \left(\frac{6\sqrt{3}}{\pi c} s \right) \right\} + 1}{4\pi} P_1 - 0.05516(1+\nu) P_2 \quad (9)$$

그림 5(a)는 이방성 판이론에 의해 교축직각방향 이 무한한 슬래브에 집중하중 $2P$ 가 작용한 경우 슬래브 처짐 형상을 나타내고 있다. 여기서, $W_1^{I,II}$, W_2 , W_3 , $W_4^{I,II}$ 는 1번 지점부터 4번 지점까지의 슬래브 절대처짐을 나타내고, ΔW_2 , ΔW_3 는 2번·3번 지점의 상대처짐을 의미한다. 그리고 W_{22} , W_{33} 는 2번·3번 지점의 절대처짐에서 상대처짐을 뺀 처짐을 나타내고 있다.

그림 5(b)는 1번 거더와 4번 거더의 절대 처짐의 차이를 일차함수로 표현하였다. 거더간 상대 처짐이 발생하는 2번과 3번 지점의 처짐 식은 다음 식 (10)과 식 (11)처럼 유도된다.

$$\Delta W_2 = W_2 - W_{22} = \frac{PL^2}{3\pi^3} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3 \sqrt{D_x D_y}}$$

$$\times \left\{ 2 \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{m\pi\beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{m\pi\beta s}{2L} \right) e^{-\frac{m\pi\alpha s}{2L}} \right\}$$

$$\left. - \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{3m\pi\beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{3m\pi\beta s}{2L} \right) e^{-\frac{3m\pi\alpha s}{2L}} \right\} \times \sin \frac{m\pi d}{L} \sin \frac{m\pi y}{L} \quad (10)$$

$$\Delta W_3 = W_3 - W_{33} = \frac{PL^2}{3\pi^3} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3 \sqrt{D_x D_y}} \times \left\{ \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{m\pi\beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{m\pi\beta s}{2L} \right) e^{-\frac{m\pi\alpha s}{2L}} + \left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{3m\pi\beta s}{2L} + \frac{1}{\beta} \sin \frac{3m\pi\beta s}{2L} \right) e^{-\frac{3m\pi\alpha s}{2L}} \right\} \times \sin \frac{m\pi d}{L} \sin \frac{m\pi y}{L} \quad (11)$$

용력법(force method)을 이용하여 식 (10), 식 (11), 식 (8)을 식 (9)에 대입하면 슬래브의 폭이 $3S$ 인 판형교(4거더)에 집중하중 $2P$ 가 가해졌을 때 거더간 상대처짐으로 인한 2번 지점의 추가적인 정모멘트의 증가량을 나타내고, 그 값은 다음 식 (12)와 같이 유도된다.

$$M_2 = M_d = \frac{(1+\nu) \left\{ \ln \left(\frac{6\sqrt{3}}{\pi c} s \right) \right\} + 1}{4\pi} P_1 - 0.05516(1+\nu) P_2 = \frac{(1+\nu) \left\{ \ln \left(\frac{6\sqrt{3}}{\pi c} s \right) \right\} + 1}{4\pi \left(\frac{s^2}{D_x} \right)} (18.103 \Delta W_2 - 13.563 \Delta W_3) - 0.05516(1+\nu) (-13.563 \Delta W_2 + 18.103 \Delta W_3) \frac{D_x}{s^2} \quad (12)$$

5. 총부모멘트(M_t)

슬래브에 차량하중(집중하중포함) 재하시 최악

의 하중경우에 대한 교축직각방향의 총부모멘트는 고정지점일 때의 부모멘트와 탄성지점일 때의 추가적인 정모멘트를 합산한 모멘트이다. 따라서, 3거더 [Cao(1996)] 와 4거더를 가진 슬래브의 총부모멘트를 정리하면 다음 식 (13)과 식 (14)이다.

• 3거더 :

$$M_t = M_1 + M_d = -0.2146 P +$$

$$0.01893 K_{d1} P \left[(1+\nu) \ln \frac{8s}{\pi c} + 1 \right] \left(\frac{L}{s} \right)^2 \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \quad (13)$$

• 4거더 :

$$M_t = M_1 + M_d = -0.2042 P +$$

$$\frac{(1+\nu) \left\{ \ln \left(\frac{6\sqrt{3}}{\pi c} s \right) \right\} + 1}{4\pi \left(\frac{s^2}{D_x} \right)} (18.103 \Delta W_2 - 13.563 \Delta W_3) + (1+\nu) (0.74814 \Delta W_2 - 0.99856 \Delta W_3) \frac{D_x}{s^2} \quad (14)$$

6. 간략화 된 방법(Simplified method)

등방성 판이론에 의해 집중하중 재하시 슬래브에 걸리는 정모멘트와 하중 그리고 처짐과의 관계를 유도하였고, 이방성 판이론에 근거하여 최악의 하중 재하시(1번 슬래브와 2번 슬래브에 집중하중 재하) 거더간 상대 처짐의 차이로 인한 추가적인 정모멘트를 유도하였다. 수식적으로 유도한 추가적인 정모멘트를 유한요소 해석치와 비교한 후 최소자승법을 통한 회귀분석으로 간략화 된 식을 3거더와 4거더의 경우 산출하였다.

다음은 매개변수 분석을 수행한 예제 교량의 제원인데, 지간 길이(L)는 10m~16m인 교량에 대해서 수행하였다. 표 3과 그림 6에서도 볼 수 있듯이, I_{gc} 는 합성형 거더의 단면2차모멘트, S는 거더간격, α , β 는 치환한 계수이다.

표 3. 예제교량의 제원

제원 \ S	S=2m	S=2.2m	S=2.4m	S=2.8m
$I_{gc}(m^4)$	0.0183	0.0186	0.0190	0.0193
$D_x(t-m)$	2949.8	2949.8	2949.8	2949.8
$D_y(t-m)$	191784	177318	159432	144877
D_x/D_y	0.0154	0.0166	0.0185	0.0204
D_y/D_x	65.02	60.11	54.05	49.11
α	2.1288	2.0920	2.0435	2.0010
β	1.8793	1.8375	1.7821	1.7332

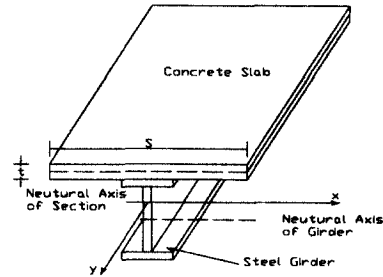


그림 6. 예제교량의 단면도

6.1 3거더

판형교 슬래브의 교축직각방향 총부모멘트는 고정지점 시[식 (2)]와 간략화 된 탄성지점 시의 교축직각방향 최대부모멘트를 합산한 값이 된다. 간략계산 방법은 추가적인 정모멘트[식 (7)]를 회귀분석한 식인데 다음 식 (15)와 같다.

$$M_t = -0.2146 P + 2.331 M_d - 1.465 M_d^2 + 0.135 M_d^3 \quad (15)$$

6.2 4거더

4거더인 경우도 3거더와 동일한 방법으로 고정지점 시[식 (4)]와 추가적인 정모멘트[식 (12)]를 회귀분석한 식이고, 다음 식 (16)과 같다.

$$M_t = -0.2042 P + 2.331 M_d - 1.465 M_d^2 + 0.135 M_d^3 \quad (16)$$

도로교 시방규정에서는 판형교의 휨모멘트 설계시 거더를 고정지점으로 보고 해석한다. 그러나, 슬래브에 차량하중이 가해지면 슬래브만 처짐이 발생하는 것이 아니라 거더도 처짐을 일으킨다. 즉, 거더간 상대처짐으로 인한 바닥판 상부의 부모멘트 감소효과를 도로교 시방규정은 무시하여 상부와 하부에 동일한 철근을 배근하도록 규정하고 있다.

그림 7과 그림 8은 3거더와 4거더인 경우 교축방향의 하중위치에 따른 슬래브의 교축직각방향의 총부모멘트를 나타내고 있는데, 간략계산법과 유한요소해석치의 부모멘트 값은 지점부를 제외하고 약 8% 정도의 차이를 나타내고 있다. 지점부에서의 간략계산결과와 유한요소해석치의 차이는 지점부 국부응력의 효과에 기인한 것으로 판단된다. 지간 중앙으로 갈수록 거더간 상대처짐의 증가로 인하여 총부모멘트의 값이 감소함을 보여주고 있다. 간략계산치와 유한요소 해석치는 도로교 시방규정의 휨모멘트 식보다 적다는 것을 그림 7과 8에서 확인할 수 있다.

유한요소해석 시 바닥판은 8절점 쉘요소(Shell element)로 강거더는 3절점 3차원 빔요소(Beam element)를 사용하였으며, 두 요소는 rigid link로 연결하였다. 프로그램 해석은 범용 프로그램인 ABAQUS를 사용하였다.

그림 9는 지간 길이 16m 하중위치 8m(L/2)일 때 4거더의 상대강성비에 따른 슬래브에 발생하는 총부모멘트를 나타내고 있다. 그림 9에서 보듯이, 상대강성비가 증가할수록 총부모멘트는 증가

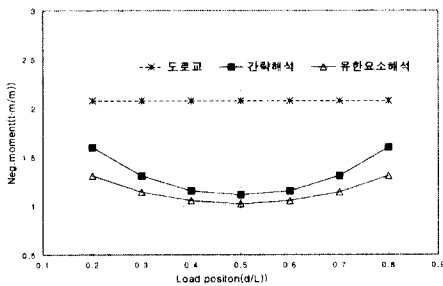


그림 7. 하중위치에 따른 총부모멘트(3거더)

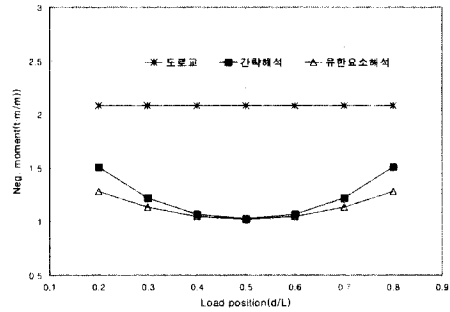


그림 8. 하중위치에 따른 총부모멘트(4거더)

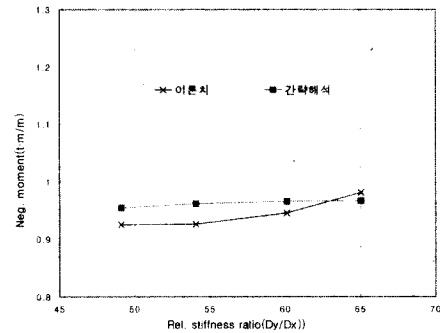


그림 9. 상대강성 비에 따른 총부모멘트(4거더)

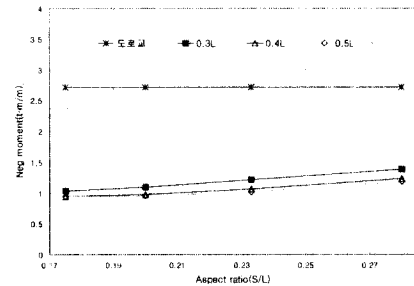


그림 10. 형상비에 따른 총부모멘트(4거더)

함을 알 수 있는데 이는 상대강성비가 클수록 거더간 상대처짐의 값이 적다는 것을 의미한다. 판이론에 근거한 closed-form solution과 간략해석법에 의한 총부모멘트 값이 약 5% 정도의 차이를 보이고 있다. 3거더도 4거더와 같은 양상을 나타내고 있음을 본 연구에서는 알 수 있었다.

그림 10은 형상비(S/L)의 증가(지간 길이 감소)에 따른 총부모멘트 증가를 나타내고 있다. 형

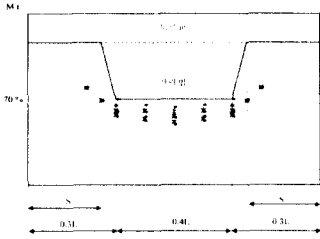


그림 11. 간략해석기법과 도로교 시방규정의 부모멘트 비교 및 제안

상비가 증가함으로써 인해 거더간 상대처짐은 감소하게 되고 이는 추가적인 정모멘트의 양을 감소시켜 궁극적으로 총부모멘트 증가를 야기시킨다.

거더간 상대처짐의 효과는 바닥판 슬래브 중앙인장부에 추가적인 정모멘트를 유발한다. 본 연구에서 수행한 매개변수 분석의 결과 바닥판 중앙부에 발생하는 정모멘트는 고정지점일 때 산정되는 값보다 대략 20~25%정도 적게 발생하는 것을 알 수 있었다. 이는 거더간 상대처짐의 효과가 고려된 바닥판 중앙 인장부에 정모멘트 증가로 인한 추가적인 철근배근은 필요하지 않다는 것을 의미한다.

그림 11은 간략해석법에 의한 바닥판 슬래브의 교축직각방향의 경간 길이에 따른 교축직각방향 총부모멘트의 양상을 단경간 교량일 때 도로교 시방규정과 비교하였다. 점선은 도로교 시방규정이고 실선은 간략해석법에 의한 제안식이며 간략해석법에 의한 계산 값은 실선 밑의 점들로 표시하였다. 단경간 교량에 대한 연구결과 간략계산법에 의한 교축직각방향 최대부모멘트는 다음과 같이 제안되어진다. 경간 길이가 거더 간격과 같은 위치에서는 도로교 시방규정을 따르고 0.3L~0.7L인 구간에서 안전율을 고려하여 30%의 부모멘트 감소를 제안하였다. 그리고 거더 간격만큼의 경간 길이에서 0.3L 구간까지는 선형으로 변한다고 가정하였다. 특히, 경간 중앙의 계산 값을 보면, 경간 중앙에서는 거더간 상대처짐이 매우 커서 50%정도까지의 부모멘트 감소율을 나타내고 있다.

7. 결 론

바닥판 슬래브 설계 시 고정된 거더에 선형으로 연속지지 되어 있는 것으로 해석하지 않고 거더간 상대처짐의 차이, 즉 탄성지점 위에 연속적으로 지지되어 있는 것으로 해석해야 한다는 것은 앞에서도 설명한바 있다. 거더를 지점으로 하는 연속 바닥판의 응력분포를 살펴보면, 거더와 거더사이 슬래브 중앙부에는 정모멘트가 작용하게 되고 거더 위의 지점부에서는 부모멘트가 작용하게 된다. 집중하중 재하시 거더와 거더사이의 중앙부에 발생하는 정모멘트를 등방성 판이론에 근거하여 유도한 해(closed-form solution)를 얻었다. 그리고 거더간 상대처짐의 차이로 인한 추가적인 정모멘트의 수식적인 해도 이방성 판이론에 근거하여 유도하였다. 바닥판 슬래브에 최악의 하중이 가해진 경우, 교축직각방향 총부모멘트는 이론적으로 유도한 간략계산법과 유한요소 해석치를 비교하면 둘다 도로교 시방규정보다 적음을 알 수 있는데, 이는 결국 도로교 시방규정의 바닥판 설계 휨모멘트 식이 탄성지점을 고려하지 않고 있다는 것을 보여주고 있다. 본 연구에서 수행한 결과들을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 최대부모멘트를 유발하는 집중하중이 비대칭인 4주형 판형교 슬래브의 교축직각방향 부모멘트를 등방성과 이방성 판이론을 통하여 수식적인 정해(closed-form solution)로 산출하였다. Cao(1996)의 정식화, 즉 3주형 판형교 슬래브의 하중조건은 대칭인 경우로서 4주형 이상으로의 확장성에 한계를 보이고 있다. 또한, 매개변수 분석과 회귀분석을 통하여 거더간 상대처짐의 효과가 고려된 간략계산식을 산정하였는데, 이는 수식적인 정해와 약 5%정도의 오차를 나타내고 있다.
- 2) 간략해석기법에 의한 결과로부터 교축직각방향 부모멘트는 하중위치(d)가 경간 중앙으로 갈수록, 경간 길이(L)가 증가할수록 감소함을 보여 주고 있다. 또한, 상대강성비(D_y/D_x)와

형상비(S/L)가 증가할수록 교축직각방향 바닥판의 부모멘트는 증가함을 알 수 있었다.

- 3) 간략해석기법과 도로교 시방규정에 의한 단경간 판형교의 부모멘트를 비교해보면 다음과 같은 차이점을 보인다. 거더 간격(S)만큼의 하중위치에서 간략계산식에 의한 교축직각방향 부모멘트는 도로교 시방규정과 같은 부모멘트이고 지점으로부터 0.3L~0.7L되는 하중위치에서는 약30%의 부모멘트 감소효과를 얻을 수 있다. 특히, 경간 중앙에서는 50%까지 부모멘트 감소를 보이고 있다.
- 4) 거더간 상대처짐의 효과가 고려된 간략해석기법은 부모멘트 감소효과를 발생시킬 것이고, 이는 슬래브 상부철근의 감소를 초래할 수 있을 것으로 판단된다. 또한, 상부철근의 감소는 염화물 등에 의한 철근의 부식문제를 최소화할 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구에서 수행된 간략해석기법은 향후 콘크리트의 재료적인 특성에 대한 실험 등이 뒤따라야 할 것으로 판단된다.

감사의 말

본 연구는 건설교통부 건설기술 연구개발 과제(R/D 96-0122) 연구비 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고 문헌

- (1) L. Cao, 1996, "Analysis and Design of Slab-on-Girder Highway Bridge Decks", Ph.D. Thesis, Dept. of Civ. Envir. and Arch. Engrg., Univ. of Colorado at Boulder, Colo.
- (2) L. Cao, and P. B. Shing, 1996, "Behavior of RC Bridge Decks with Flexible Girder", J. Struct. Engrg., ASCE, 122(1), 11-19

- (3) L. Cao, J. H. Allen, and P. B. Shing, 1993, "A Case Study of Elastic Concrete Deck Behavior in a Four-Span Prestressed Girder Bridge : Finite Element Analysis", Res. Ser. No. CU/SR-93/1, Dept. of Civ., Envir. and Arch. Engrg., Univ. of Colorado at Boulder, Colo.
- (4) L. Cao, J. H. Allen, P. B. Shing, and D. Woodham, 1994, "A Case Study of Concrete Deck Behavior in a Four-Span Prestressed Girder Bridge : Correlation of Field Tests and Numerical Results", Res. Ser.No. CU/SR-93/1, Dept. of Civ., Envir. and Arch. Engrg., Univ. of Colorado at Boulder, Colo.
- (5) J. H. Allen, 1991, "Cracking Serviceability and Strength of Concrete Bridge Decks", Proc., 3rd Bridge Engrg. Conf. Transp. Res. Rec. No 1290, Transp. Res. Board, Nat. Res. Council, Washington D.C., 152-171
- (6) P. Stephen, Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells", second edition, McGraw-hill.
- (7) Rudolph Szilard, "Theory and Analysis of Plates", Prentice Hall.
- (8) C. A. Ballinger, 1971, "Cumulative Fatigue Damage Characteristics of Plain Concrete", Hwy. Res. Rec. No. 370, Hwy. Res. Board, Nat. Res. Council, Washington, D. C., 48-60
- (9) I. K. Fang, J. A. Worley, N. H. Burns, and R. E. Klinger, 1990, "Behavior of Isotropic R/C Bridge Decks on Steel Girders", J. Struct. Engrg., ASCE, 116(5), 659-678
- (10) Minutes of AASHTO bridge subcommittee, 1957-1961, Federal Hwy. Admin. Files, Am. Assoc. of State Hwy. and Transp. Officials(AASHTO), Washington, D. C.
- (11) N. M. Newmark, 1949, "Design of I-Beam Bridge", Symp. of Hwy. Bridge

- Floors, ASCE Trans., 114, 979-1072
- (12) Standard Specifications for Highway Bridges, 1935, 2nd Ed., Am. Assoc. of State Hwy. and Transp. Officials (AASHTO), Washington, D. C.
- (13) Standard Specifications for Highway Bridges, 1992, 15th Ed., Am. Assoc. of State Hwy. and Transp. Officials (AASHTO), Washington, D. C.
- (14) H. M. Westergaard, 1930, "Computation of Stresses in Bridge Slabs due to Wheel Loads", Public Roads. (Mar.), 1-23
- (15) Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc., "ABAQUS Theory Manual", 1997
- (16) 건설교통부, "도로교 표준 시방서-설계/시공 및 유지관리편", 1996

기 호

M_1 = 슬래브 인장부에 발생하는 정모멘트
 M_d = 추가적인 정모멘트

M_t = 슬래브에 발생하는 총부모멘트
 D_x = 슬래브의 교축직각방향 휨 강성
 = 슬래브만의 휨 강성 (flexural rigidity)

$$\frac{E_c t^3}{12(1-\nu^2)}$$

여기서 E_c = 콘크리트 탄성계수
 t = 슬래브 두께

D_y = 바닥판 슬래브의 교축방향 휨 강성
 = 슬래브와 강거더의 합성형 휨 강성

$$\frac{E_g I_{gc}}{S}$$

여기서 E_g = 강거더의 탄성계수
 I_{gc} = 합성형거더의 단면2차모멘트

$\alpha, \beta, \alpha_m, F, A, B, K_{dl}$ = 치환한 계수들

(접수일자 : 1999년 7월 12일)