

# 프레임 구조의 계층적 설계 해석 및 최적화

## A Hierarchical Approach for Design Analysis and Optimization of Framed Structures

황진하<sup>1)</sup> · 이학술<sup>2)</sup>  
*Hwang, Jin ha      Lee, Hak Sool*

요 약 : 본 연구는 부구조화에 기초한 계층적 접근방법을 이용하여 프레임구조에 대한 설계민감도해석과 최적화를 수행한다. 이 방법의 개념적 틀은 유형의 구조계와 무형의 설계과정을 계층적으로 모델링하고 부구조화해석과 다단계최적화를 결합하는데 있다. 여기서 해석과 총합을 위한 수학적 모델은 공통의 부구조화체계와 기반위에서 설정된다. 이러한 수학적 구조적 기반위에서 모듈화된 거동해석과 민감도해석 및 최적화과정이 서로 연계되고 통합된다. 여기서 설계민감도정보는 상태공간방법으로 계산되고, 시스템단계의 활성조건과 중량비 기준을 통해 부구조들의 조율이 이루어진다. 대형프레임구조에 대한 수치 예제들을 통해 본 연구의 타당성 및 효율성과 유용성을 검증한다.

ABSTRACT : Substructuring-based hierarchical approach for design analysis and optimization of structural frames is presented in this study. The conceptual framework of this method is in the hierarchical modeling for design processes as well as structural systems and the methodology combining substructuring analysis and multilevel optimization. Mathematical models for analysis and synthesis are established on the common basis of substructuring systems. Modularized behavioral analysis, design sensitivity analysis and optimization are linked and integrated on the mathematical and structural basis of substructuring. Substructures are coordinated with the active constraints for system level and the weight ratio criteria. Numerical examples for test frames show the validity and effectiveness of the present approach.

핵심용어 : 계층적시스템, 부구조화, 시스템/서브시스템, 해석/최적화, 분할/조율

KEYWORDS : Hierarchical system, substructuring, system/subsystem, analysis/optimization, decomposition/coordination

---

1) 정회원, 충북대학교 구조시스템공학과 교수

2) 여주대학 토목공학과 전임강사

---

본 논문에 대한 토의를 2000년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

## 1. 서론

설계최적화는 설계조건을 만족하는 최상의 설계를 찾는 과정이며, 공학적 측면에서 구조최적화는 문제형성을 통한 체계적인 해석과 총합 알고리즘의 반복 결합으로 수행되는 전산기반 작업이다. 그러나 대형 시스템의 경우, 그것을 정의하는 시스템 방정식의 해석과 전체 설계과정은 소형컴퓨터는 물론 대형컴퓨터에서도 상당한 비용과 시간을 요구한다. 이러한 측면에서 커다란 시스템을 여러 계층으로 이루어진 계층구조(hierarchical structure)로 설정하고, 그를 구성하는 서브시스템으로 분할 결합하는 단계적 접근 방법이 연구되어 왔다.

1960년 이후 시스템 이론과 OR 분야에서 분할과 조율을 근간으로 한 다양한 다단계최적화 이론 및 방법 등이 발표되었으며 구조총합 분야에는 70년대 초반에 구조계를 몇 개의 부구조로 나누어 축차적으로 최적화 하는 방법이 발표된 이래(Kirsch 등, 1972)<sup>5)</sup>, 70년대 후반에 이르러 많은 방법이 발표되었다. 선형분할방법(linear decomposition method)과 최적설계민감도(optimum design sensitivity) 및 누적제약조건(cumulative constraints) 등을 도입한 다전공최적화문제(multidisciplinary optimization problem)<sup>8)</sup>가 다루어졌으며(Sobieski 등, 1982, 1985, 1995), 설계변수연계와 차원축소방법을 도입하여 시스템단계에서 기저벡터를 설계변수로 취하고 서브시스템단계에서 구성요소들을 재분배하는 다단계방법이 제시되었다(Schmit 등, 1984)<sup>7)</sup>. 또한 하급단계로부터 차상급단계로 전달되는 도함수들의 불연속성에 대한 문제점을 해결키 위해 Newton방법과 연계한 벌칙함수법이 도입되었고(Haftka, 1984)<sup>2)</sup>, 시스템과 서브시스템의 선형정보에 근거한 방법도 제안되었다(Vanderplaats 등, 1989)<sup>10)</sup>.

다단계 방법은 특히 여러 전공분야의 참여로 이루어지는 다전공설계에 유용하며, 이와 관련한

자세한 연구 동향은 문헌 9에서 잘 다루어졌다.

본 연구의 목적은 전체 설계의 주요 과정인 거동해석과 민감도해석 및 총합 등의 각 단계에 일관된 계층적 접근방법을 적용함으로써 대형구조시스템의 설계최적화문제를 보다 효율적으로 다루고자 하는 것이다. 구체적으로 대형구조시스템의 해석에 유용한 분할·조합 방법인 부구조화(substructuring)와 다단계최적화(multilevel optimization)의 분할·조율과정을 결합시켜, 동일한 부구조화 체계와 기반위에서 모듈화된 해석과 총합과정을 수행하는 수학적 구조적으로 통합된 접근방법을 제시한다. 계층적 방법은 전체 문제를 작은 계산 차원을 갖는 부문체들로 분할하고, 그들을 결합한 결과가 전체시스템에 대한 단일단계 실행해와 같도록 조율한다. 여기서, 설계민감도정보는 동일한 부구조화 기반위에서 상태공간방법으로 계산되어 시스템단계에서 조합되면서 수평 및 수직 연계에 중요한 기능을 한다. 시스템단계의 활성조건과 중량비 규준을 통해 상·하단계 조율이 이루어지며, 부구조 간의 수평연계는 경계에서 응축된 시스템방정식을 통하여 제어된다. 이러한 방법은 몇 개의 수치 예제를 통하여 타당성 및 효율성이 검증된다.

## 2. 프레임 구조의 설계조건

프레임 구조의 각 부재는 여러 형상의 단면을 갖고, 각 단면의 물리적 성질들은 각각의 형상에 따른 상호 관계를 갖는다. 단면적, 단면 2차모멘트, 단면계수, 최소 회전반경들은 각각  $A$ ,  $I$ ,  $Z$ ,  $r$ 이라 할 때, 그들간의 관계를 나타내는 여러 가지 모델이 발표되었으나, 보편적으로 쓰이는 것은 다음과 같다.

$$A_i = a_i I_i^{1/2}, \quad Z_i = c_i I_i^{3/4}, \quad r_i = d_i I_i^{1/4} \quad (1)$$

여기서  $a_i$ ,  $c_i$ 와  $d_i$  등은 형상에 관련된 상수이며, AISC 등의 설계편람의 형상곡선으로부터

구할 수 있다. 설계를 제한하는 허용응력 또한 AISC 시방서 규정에 준거하여 인장과 휨응력의 경우 기본값으로 각각

$$F_t = 0.60F_y, \quad F_w = 0.66F_y \quad (2)$$

을 취한다. 전단면적에서 허용압축응력은 최대유효세장비  $k_e L/r$ 이  $C_c$ 보다 작을 경우

$$F_a = \frac{[1 - 0.5e^2]F_y}{S_f} \quad (3)$$

여기서

$$S_f = \frac{5}{3} + \frac{3}{8}e - \frac{1}{8}e^3 \quad (4)$$

$$C_c = \sqrt{2\pi^2 E/F_y}, \quad e = \frac{k_e L}{rC_c} \quad (5)$$

반대의 경우

$$F_a = \frac{1.49 \times 10^5}{(k_e L/r)^2} \quad (6)$$

이며, 축압축력과 휨응력을 같이 받을 경우 다음 요구조건에 따른다.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0, \quad f_a/F_a \leq 0.15 \quad (7)$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_b}{(1 - f_a/F_e')F_b} \leq 1.0, \quad f_a/F_a > 0.15 \quad (8)$$

여기서,  $C_m$ 값은 하중 형태와 부재의 단조건에 따르며 다음과 같이 재단모멘트의 비  $M_{min}/M_{max}$ 의 함수로 정의된다.

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_{min}/M_{max}) \quad (9)$$

아울러 브레이싱 점에서

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0 \quad (10)$$

을 만족시켜야 하며, 이 조건은 축인장력과 휨응력을 같이 받는 경우에도 적용된다. 위에서  $f_b$ 와  $F_b$ 는 휨응력의 계산치와 허용치를 나타낸다.

프레임부재의 유효길이계수  $k_e$ 는 Euler의 좌굴이론으로부터 가로흔들이를 갖는 강철 프레임의 경우 다음 식의 수치해로 구해진다.

$$\begin{aligned} & [G_A G_B \left(\frac{\pi}{k_e}\right)^2 - 36] \sin\left(\frac{\pi}{k_e}\right) \\ & - 6(G_A + G_B)\left(\frac{\pi}{k_e}\right) \cos\left(\frac{\pi}{k_e}\right) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$G_A = \frac{(\sum I_c/L_c)_A}{(\sum I_b/L_b)_A}, \quad G_B = \frac{(\sum I_c/L_c)_B}{(\sum I_b/L_b)_B} \quad (12)$$

여기서  $A, B$ 는 상대강성도가 계산되는 절점을,  $c, b$ 는 기둥과 들보 또는 거더를 나타낸다.

### 3. 계층적 설계 해석 및 최적화

구조계가 외부하중을 받을 때 거동에 관한 기본식은 다음과 같다.

$$K \cdot U = P \quad (13)$$

여기서,  $K$ 는 구조강성도매트릭스로서 구조계를 이루는 각 요소의 강성도매트릭스로부터 조합된다. 그리고  $U$ 와  $P$ 는 각각 변위벡터와 외적하중벡터를 나타낸다. 부구조화라 함은 대형구조 계를 몇 개의 보다 작은 부구조로 나누어, 독립된 부구조들에 대한 경제자유도 응축과 시스템조합을 통해 기본방정식의 차원을 줄여가는 작업이다.<sup>6)</sup> 전제시스템을 분할하면 전체 자유도는 부구조들 간

의 경계와 각각의 내부에 해당하는 경계자유도 항과 내부자유도 항으로 나누어지고, 이때 시스템방정식 (13)은 다음과 같이 재구성된다. 즉

$$\begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_B \\ U_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_B \\ P_I \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서 밑 첨자  $B$ 와  $I$ 는 경계자유도와 내부자유도를 의미하는 첨자이고, 이를 경계자유도에 관하여 응축하면

$$K_B \cdot U_B = F_B \quad (15)$$

를 얻을 수 있다. 여기서,  $K_B$ 는 유효경계합성강성도매트릭스이고  $F_B$ 는 유효경계합성하중벡터로서 아래와 같이 부구조들로부터 경계량의 합성을 통해 구해진다.

$$K_B = K_{BB} + K_{BI}Q, \quad Q = -K_{II}^{-1}K_{IB} \quad (16)$$

$$F_B = P_B + Q^T P_I \quad (17)$$

구조계가 평형상태에 있을 때, 부구조 또한 평형을 유지하여야 하며 이는 수학적으로 차원만 줄어든 같은 형태의 평형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_b \\ U_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_b \\ P_i \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$K_b \cdot U_b = F_b \text{ on the substructures} \\ s=1,2,\dots,S \quad (19)$$

여기서,  $b$ 와  $i$ 는 각 부구조에 대한 경계와 내부자유도를 의미하는 첨자들이며,  $S$ 는 부구조의 수이고 유효경계강성도매트릭스  $K_b$ 와 유효경계하중벡터  $F_b$ 는 다음과 같이 응축된다.

$$K_b = K_{bb} + K_{bi}q, \quad q = -K_{ii}^{-1}K_{ib} \quad (20)$$

$$F_b = P_b + q^T P_i \quad (21)$$

이와 같이 전개한 각 부구조들의 경계 항들을 합성하면 식 (15)의  $K_B$ 와  $F_B$ 를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$K_B = \sum_{s=1}^S \beta^{(s)} K_b^{(s)} \beta^{(s)} \quad (22)$$

$$F_B = P_B + \sum_{s=1}^S \beta^{(s)T} q^{(s)T} P_i^{(s)} \quad (23)$$

여기서,  $\beta$ 는 각 부구조의 Boolean 변환 매트릭스를 의미한다.

따라서, 식 (15)로부터 전체 구조계의 경계변위  $U_B$ 가 구해지면 각 부구조들에 대한 경계변위  $U_b$ 가 얻어지고 이어 각 부구조에 대한 내부변위  $U_i$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U_i^{(s)} = K_{ii}^{(s)-1} [P_i^{(s)} - K_{ib}^{(s)} U_b^{(s)}] \quad (24)$$

구조최적화과정은 목표함수와 거동조건들의 설계변수에 대한 도함수를 요구하며 이들 설계민감도정보는 다음과 같이 구해진다. 먼저, 설계함수들 즉, 목표함수와 거동조건들을 묶어

$$\phi(X, U_B, U_I) \quad (25)$$

로 나타내고 다음과 같이 변수  $X$ ,  $U_b$ 와  $U_i$ 들의 변화량에 대한 설계함수의 미분을 취한다.

여기서,  $X$ 는 설계변수,  $U_b$ 는 경계변위,  $U_i$ 는 내부변위를 나타낸다.

$$\frac{d\phi}{dX} = \frac{\partial\phi}{\partial X} + \frac{\partial\phi}{\partial U_B} \frac{dU_B}{dX} + \frac{\partial\phi}{\partial U_I} \frac{dU_I}{dX} \quad (26)$$

이 식의 우변을 설계변수의 변화량  $dX$ 의 항으로 바꾸기 위하여 평형방정식 (14)를 일차 전개하여 다음의 선형 근사식을 얻는다.

$$K_{BB}dU_B \frac{\partial U_B}{\partial X} + K_{BI}dU_I \frac{\partial U_I}{\partial X} = V_1 \quad (27)$$

$$K_{IB}dU_B \frac{\partial U_B}{\partial X} + K_{II}dU_I \frac{\partial U_I}{\partial X} = V_2 \quad (28)$$

여기서,

$$V_1 = \frac{\partial P_B}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial X}(K_{BB}U_B) - \frac{\partial}{\partial X}(K_{BI}U_I) \quad (29)$$

$$V_2 = \frac{\partial P_I}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial X}(K_{IB}U_B) - \frac{\partial}{\partial X}(K_{II}U_I) \quad (30)$$

식 (27), (28)에서  $\frac{\partial U_I}{\partial X}$  를 소거하여

$$K_B \frac{\partial U_B}{\partial X} = V, \quad V = V_1 + Q^T V_2 \quad (31)$$

로부터  $\frac{\partial U_B}{\partial X}$  를 얻고, 다시 식 (28)에 대입하여  $\frac{\partial U_I}{\partial X}$  를 얻는다. 이들을 식 (26)에 대입하면 다음과 같은 설계변수의 변화량에 대한 설계함수의 변화량을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dX} = \frac{\partial \phi}{\partial X} + V_2^T \lambda_I + V^T \lambda_B \quad (32)$$

이 식이 설계민감도벡터를 나타내며  $\lambda_I$ 와  $\lambda_B$ 는 강성도매트릭스  $K_{II}$ ,  $K_B$ 의 역을 효과적으로 계산하기 위하여 도입된 수반변수로서 식 (16)의  $Q$ 를 이용한 다음 방정식의 해로 정의된다.

$$K_B \lambda_B = \frac{\partial \phi}{\partial U_B} + Q^T \frac{\partial \phi}{\partial U_I} \quad (33)$$

$$K_{II} \lambda_I = \frac{\partial \phi}{\partial U_I} \quad (34)$$

계층적 다단계최적화는 다루기 어려운 커다란 최적화 문제를 몇개의 작은 부문제를 갖는 둘 이상의 계층으로 분할하고, 각 부구조를 자체 설계 변수들에 관해서 해석하고 최적화한 뒤 전체를 다시 조율하여 원래의 전체시스템을 최적화하는 것과 동등한 결과를 얻도록 한다.

본 연구에서는 시스템단계와 서브시스템단계에서의 기본 제한조건으로 각각 외력에 상응하여 외적 일을 생성하는 외적 양인 변위와 각 요소의 내력에 상응하여 내적 일을 생성하는 내적 양인 응력과 관련된 상·하한조건을 취하고, 서브시스템 단계에서 시스템단계의 활성조건과 상·하급단계에서 계산된 부구조별 중량비 기준을, 시스템단계에서는 전체 중량비 기준을 통해 상·하급단계의 쌍방향 조율이 이루어진다. 여기서 거동해석 및 민감도해석이 이루어지는 것과 동일한 부구조화체계하에서 최적화과정이 수행된다.

시스템단계에서 전체구조시스템의 총 중량을 목표함수로 설정하면 상기한 변위제한조건과 함께 최적화 문제는 다음과 같이 형성된다.

$$\text{Min. } F(X) = \sum_{s=1}^S f_s(X) \quad (35)$$

$$G_j(X) \leq 0 \quad (36)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U, \quad i=1,2,\dots,I, \quad j=1,2,\dots,J \quad (37)$$

식 (35)에서  $F(X)$ 와  $f_s(X)$ 는 각각 시스템 설계변수  $X$ 의 함수인 총 중량과  $s$ 번째 부구조의 중량을 나타내며 시스템최적화의 결과는  $X^*$ ,  $F^*$ ,

$f_s^*$ 가 된다. 식 (36)은 전체구조의 거동 또는 시스템의 상태와 관계되는 제한조건이며 식 (37)은 설계변수의 가용영역을 설정하는 부차적 상·하한 조건이다.

다음, 시스템단계에서 할당된 설계변수 값에 대해 각각의 서브시스템이 최적화된다.

$$\text{Min. } f_s(y_s) \quad (38)$$

$$g_l(y_s) \leq 0, \quad l=1,2,\dots,L \quad (39)$$

$$\tilde{G}_j(y_s) \leq 0, \quad j \in J \quad (40)$$

$$\left| \frac{f_s^*(X^*)}{f_s(y_s)} - 1.0 \right| \leq \epsilon_s \quad (41)$$

$$y_i^L \leq y_i \leq y_i^U, \quad i=1,2,\dots,I \quad (42)$$

여기서,  $y_s$ 는 서브시스템을 정의하는 설계변수이며,  $g_l$ 은 서브시스템의 상태에 관한 제한조건이고,  $\tilde{G}_j(y_s)$ 는 시스템단계의 활성제한조건으로  $y_s$ 의 함수이며,  $J$ 는 활성제한조건의 총 수이다.

식 (41)은 각 부구조들에 대한 중량비 기준이며  $\epsilon_s$ 는 0.1에서 0.001의 범위 내에서 설정된 매개변수이다.

시스템단계에서 최적화된 각 부구조들은 다시 전체 시스템의 최적화를 위해 다음과 같이 조율된다.

$$\text{Min. } r \quad (43)$$

$$G_j(X) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,m \quad (44)$$

$$\left( \frac{\sum f_s^*(y_s^*)}{F(X)} - 1.0 \right) \leq r, \quad s=1,2,\dots,S \quad (45)$$

$$X^L \leq X \leq X^U \quad (46)$$

$$r^L \leq r \leq r^U \quad (47)$$

여기서,  $r$ 는 시스템단계에서 최적화된 각 부구조 중량의 합이 시스템단계의 값으로 수렴토록 하는 하는 기능을 하며 상·하한치를 각각 1.0, 0.1로 설정하였다. 식 (45)는 전체 구조시스템의 총 중량을 제어하는 조건이며 이 조율과정은 연속되는 두 단계에 대하여 다음의 수렴조건을 통해 측정되고, 만족 여부에 따라 서브시스템 최적화 및 시스템 조율이 반복 수행된다.

$$\frac{F^{c+1} - F^c}{F^{c+1}} \leq 0.001 \quad (48)$$

여기서,  $F$ 는 전체 구조시스템의 총 중량을 나타내며,  $c$ 는 반복횟수를 나타낸다.

#### 4. 적용 및 분석

프레임 예제들의 탄성계수, 단위중량, 항복응력은 각각  $3 \times 10^4$ ksi,  $0.2836$ lb/in<sup>3</sup>,  $36.0$ ksi를 사용하였다. 단면적  $A$ , 단면계수  $Z$ , 단면 2차모멘트  $I$ , 최소 회전반경  $r$ 들간의 관계는 예제 4.1, 4.3의 경우, 문헌 4에 근거하였고, 예제 4.2는 식 (1)에서  $a_i=0.58$ ,  $c_i=0.58$ ,  $d_i=0.67$ 로 하였다.<sup>3)</sup> 설계변수는 예제 4.1, 4.3의 경우, 단면적으로 취하였고, 단면적의 상·하한치는 각각  $100.0$ in<sup>2</sup>,  $5.0$ in<sup>2</sup>로 하였으며, 예제 4.2는 설계변수를 단면 2차 모멘트로 취하였다. 최적화 알고리즘은 가용방향법, 일차원 탐색은 3차 다항식근사화를 사용하였다.

##### 4.1. 25개의 부재를 갖는 프레임

그림 1은 절점 2, 6, 10, 3, 7 및 11에서 3개의 부구조로 분할되는 25부재 프레임 구조를 보

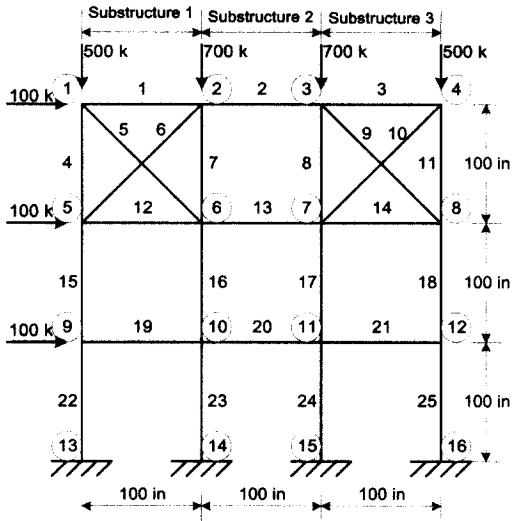


그림 1. Twenty-five member frame

여주고 있다. 1, 4, 5, 6, 12, 15, 19 및 22번 부재들은 1번 부구조이고 2, 7, 8, 13, 16, 17, 20, 23 및 24번 부재들은 2번 부구조에 속한다. 또한 3번 부구조는 3, 9, 10, 11, 14, 18, 21 및 25번 부재들로 구성되었다. 그림 2에서 보여주는 바와 같이 한 개의 하중조건이 고려되었으며 수평 및 수직처짐의 제한치는  $\pm 0.5in$ 이다.

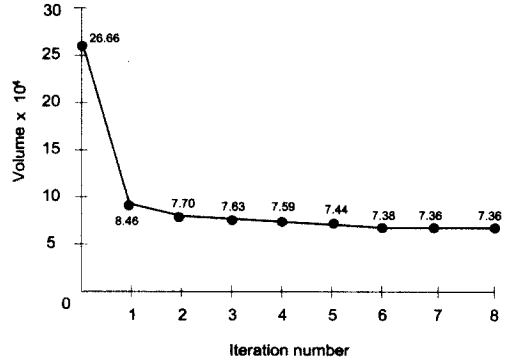


그림 2. Iteration history for twenty-five member frame

이 예제에서 8번의 반복 과정을 거쳐 얻어진 최소 체적은  $73.575in^3$ 이다. 문헌<sup>4)</sup>에서 최적 규준법을 전체구조에 적용하여 보고된 값은  $78.194 in^3$ 이다. 시스템단계의 활성 제한조건은 목표함수의 총 중량비에 대한 조건이며 서브시스템단계에서는 2번 부구조의 7, 17, 23, 및 24번 부재, 3번 부구조의 18번 부재들에 대한 응력 제한조건, 그리고 각 부구조에 할당된 중량비 규준이 활성으로 나타났다. 표 1은 실행결과를 나타내며, 그림 2는 반복횟수에 대한 목표함수의 변화를 보여주고 있다.

표 1. 25-부재 프레임 구조

Substructure No.	Elements No.	D. V No.	Final Value (in <sup>2</sup> )	Substructure No.	Elements No.	D. V. No.	Final Value (in <sup>2</sup> )
1	1	1	27.6298	2	2	1	27.2544
	4	2	29.2410		7	2	35.1156
	5	3	5.00474		8	3	37.9543
	6	4	5.00000		13	4	23.8582
	12	5	24.8376		16	5	47.3620
	15	6	31.9913		17	6	45.6075
	19	7	20.4039		20	7	17.1703
	22	8	39.7471		23	8	60.9199
					24	9	52.7022
3	3	1	27.0681	Starting design(in <sup>2</sup> )		100	
	11	2	27.5370	Initial volume(in <sup>3</sup> )		266,569	
	9	3	5.54720	Minimum volume(in <sup>3</sup> )		73,575	
	10	4	5.00000	Critical behavior		$\sigma_{25} = 22.541 \text{ ksi}$	
	14	5	24.8736			$\delta_{2x} = 0.17894 \text{ in}$	
	18	6	37.6995				
	21	7	19.8867				
	25	8	47.8247				

#### 4.2. 70-부재 프레임 구조

그림 3은 절점 9~12, 17~20, 24~27 및 32~35를 분할하여 5개의 부구조로 구성된 3격간 10층프레임 구조를 보여주고 있다. 1~14, 15~28, 29~42, 43~56, 및 57~70번 부재들이 각각 1, 2, 3, 4 및 5번 부구조들로 구성되었

다. 설계변수 연계는 고려하지 않는다. 이 프레임은 그림 3에서 보여주고 있는 것처럼 한 개의 하중조건을 사용하였으며, 모든 절점에서 x와 y방향의 변위제약을 1.5in로 설정하였다.

이 프레임의 최적결과는 표 2에 주어졌다. 이 경우의 최소 체적은 6번의 반복 과정을 거쳐 341,513in<sup>3</sup>로 얻어졌다. 같은 모델에 대하여 최

표 2. Results for seventy member frame( D.V. No. : Design variable number)

Substructure No.	Elements No.	D. V No.*	Final Value (in <sup>2</sup> )	Substructure No.	Elements No.	D. V. No.*	Final Value (in <sup>2</sup> )
1	1	1	37.2191	4	43	1	45.2061
	2	2	32.4827		44	2	46.4215
	3	3	5.00000		45	3	44.2010
	4	4	5.00000		46	4	97.2948
	5	5	44.2651		47	5	47.5573
	6	6	36.0816		48	6	47.0526
	7	7	5.00000		49	7	100.000
	8	8	5.13098		50	8	47.2443
	9	9	61.0688		51	9	48.0188
	10	10	22.4790		52	10	45.6591
	11	11	5.00000		53	11	100.000
	12	12	44.1494		54	12	48.5974
	13	13	53.9283		55	13	49.7891
	14	14	23.2481		56	14	100.000
2	15	1	45.6870	5	57	1	47.9638
	16	2	5.00000		58	2	47.3513
	17	3	52.8272		59	3	46.2583
	18	4	43.5030		60	4	100.000
	19	5	30.3431		61	5	48.7990
	20	6	37.9126		62	6	48.0005
	21	7	44.0880		63	7	100.000
	22	8	43.2700		64	8	44.5773
	23	9	43.3910		65	9	43.4991
	24	10	43.9220		66	10	45.9202
	25	11	43.8611		67	11	100.000
	26	12	44.4175		68	12	44.4147
	27	13	43.9447		69	13	43.9188
	28	14	50.8802		70	14	100.000
3	29	1	43.8900	Starting design(in <sup>2</sup> )	100 in <sup>2</sup>		
	30	2	44.8076				
	31	3	43.8048	Initial volume(in <sup>3</sup> )	700,000 in <sup>3</sup>		
	32	4	60.3641				
	33	5	44.0328	Minimum volume(in <sup>3</sup> )	341,513 in <sup>3</sup>		
	34	6	44.4565				
	35	7	67.1152	Critical behavior	$\sigma_{70} = 22.303 \text{ ksi}$		
	36	8	44.0631				
	37	9	44.3671	$\delta_{1x} = 1.500 \text{ in}$			
	38	10	44.2002				
	39	11	78.2461				
	40	12	45.6049				
	41	13	44.7203				
	42	14	84.6139				



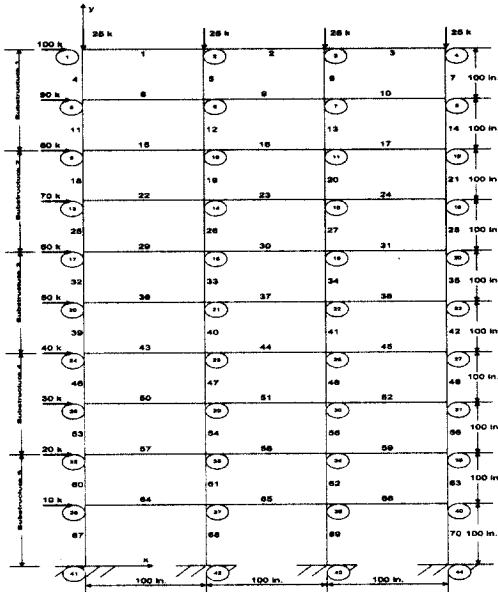


그림 3. Seventy member frame

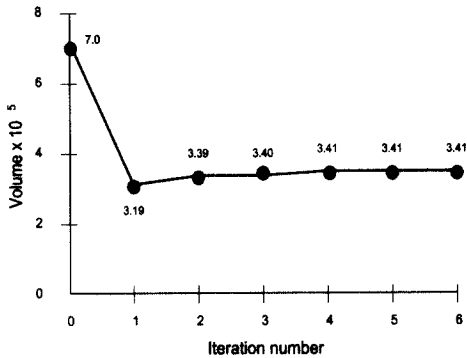


그림 4. Iteration history for seventy member frame

적규준법을 전체구조에 적용한 결과는 340,518 in<sup>3</sup>으로 보고된 바 있다.<sup>4)</sup>

그림 4는 반복수에 대한 목표함수의 변화를 보여주고 있다. 시스템단계에서 활성조건은 16번 절점의 y방향 변위로 나타났고 서브시스템 단계에서는 각 부구조에 할당된 중량비에 대한 제한조건으로 나타났다. 시스템단계의 활성 정보는 최적 상태의 활성이다. 이것은 70개의 부재를 갖는 프레임에 대한 설계는 시스템 단계의 활성 변위들에

영향을 받는다는 것을 의미한다. 이 설계에서 변위와 응력의 임계 거동값은 1번 절점의 x방향 변위 1.5in와 70번 부재의 22.303ksi이다.

## 5. 결론

본 연구는 대형구조시스템의 해석 및 총합을 위한 계층적 접근방법을 제시하고 몇 가지 예제를 통해 타당성 및 효율성을 검증하였다.

전체구조를 부구조들이 수평·수직적으로 결합된 계층적 시스템으로 모델링하고 계층적 분할·조합 해석방법인 부구조화와 다단계최적화의 분할 및 조율 과정을 결합하여 동일한 부구조화 체계와 기반위에서 전체 설계의 각 과정을 수행하므로써, 각 부구조와 모듈이 수학적 구조적으로 통합된다. 설계민감도해석 또한 동일한 부구조화 기반위에서 상태공간방법으로 계산되고, 시스템단계의 활성정보와 중량비 규준을 통해 부구조들의 조율이 이루어진다. 본 방법의 알고리즘을 표준 프레임 모델에 적용한 수치실험의 결과는 기대만큼 고무적이며, 이는 해석 및 설계문제의 차원을 상당히 감소 시킴에 따라 메모리 용량 및 CPU 시간을 대폭 줄이는 데 기인한다. 이러한 점에서 본 방법은 PC에서도 원활히 수행되는 장점을 가지며, 개념 및 방법의 범용성으로해서 실행 예제 뿐 아니라 다른 형식의 구조에도 확장할 수 있다.

## 감사의 말

본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구과제(95-0600-03-02-2)의 일부이며, 재단의 지원에 감사드립니다.

## 참고 문헌

- (1) Arora, J. S., and Govil, A. K. ; "An efficient method for optimal structural design by substructuring", Computer &

- Structures, Vol. 7, July, 1976, pp. 507~ 515.
- (2) Haftka, R. T. : "An Improved Computational Approach for Multilevel Optimum Design", *Journal of the Structural Mechanics, Proceeding of the ASCE*, Vol. 12, No. 2, 1984, pp. 245~261.
  - (3) Haug, E. J., and Arora, J. S. : "Applied Optimal Design", John Wiley & Sons, 1979.
  - (4) Khan, M. R. : "Optimality Criterion Techniques Applied to Frames Having Nonlinear Cross-Sectional Properties", *AIAA 81-0552*, 1981, pp. 233~241.
  - (5) Kirsch, U. Reiss, M., and Shamir, U. : "Optimum Design by Partitioning into Substructures", *ASCE, Journal of The Structural Division*, Vol. 98, No. ST1, January, 1972.
  - (6) Przemieniecki, J. S. : "Theory of matrix structural analysis", McGraw-Hill, Inc. New York, 1968.
  - (7) Schmit, L. A., and Chang, K. J. : "A Multilevel Method for Structural Synthesis", *AIAA Paper No. 84-05853-CP*, Proceeding of AIAA/ASME/ASCE/AHS 25th Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, Palm Springs, California, May 14~16, 1984.
  - (8) Sobieszczanski-Sobieski, J. : "A Linear Decomposition Method for Large Optimization Problems-Blueprint for development", NASA TM-83248, February, 1982.
  - (9) Sobieszczanski-Sobieski, J., and Haftka, R. T. : "Multidisciplinary Aerospace Design Optimization : Survey of Recent Developments", 34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, *AIAA Paper No. 96-0711*, January, 15~18, 1996, pp.32.
  - (10) Vanderplaats, G. N., Yang, Y. J., and Kim, D. S. : "Sequential Linearization Method for Multilevel Optimization", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, pp. 290~295, 1989.

(접수일자 : 1999년 9월 3일)