

다단계 분할기법에 의한 평면트러스의 단면치수 및 형상 최적화

The size and shape optimization of plane trusses
using the multi-levels method

편 해 완¹⁾ · 오 규 락²⁾ · 강 문 명³⁾
Pyeon, Hae-wan Oh, Kyu-rak Kang, Moon-myung

요 약 : 본 연구의 목적은 평면 트러스의 단면치수 및 형상 최적화 알고리즘을 개발하는 것이다. 본 연구에 적용된 최적화 기법은 무제약 축차선형화기법(SUMT)의 extended penalty method와 多變數를 가지는 직접탐사법인 Hooke & Jeeves method이다. 上記 언급된 두 방법은 단면최적화와 형상최적화 과정의 각 단계에서 반복적이다. 최적설계 과정에서 최종의 최적값이 구해질 때까지 단면최적화와 형상최적화 과정이 반복적으로 상호작용하게 된다. 트러스의 형상최적화에 관한 기존의 연구문헌에서는 최적화의 설계변수로서 부재의 단면적과 절점좌표를 사용하였다. 이렇게 할 경우, 압축재의 좌굴특성을 제대로 반영하기 어려우므로 한정된 조건으로 좌굴특성을 부여하게 되어 보다 실제적인 최적설계에 많은 제약이 가쳐오게 되므로 본 연구에서는 부재의 실제치수와 절점좌표를 최적화의 설계변수로 취하게 되므로 부재치수의 변화에 따른 좌굴특성의 변화를 최대한 반영할 수 있다.

ABSTRACT : The purpose of this paper was to develop size & shape optimization programming algorithm of plane trusses. The optimum techniques applied in this study were extended penalty method of Sequential Unconstrained Minimization Techniques(SUMT) and direct search method with multi-variables proposed by Hooke & Jeeves. Upper mentioned two methods were used iteratively at each level of size and shape optimization routines. The design variables of size optimization were circular steel tube(structural member) diameter and thickness, those of shape optimization were joint coordinates, and the objective function was represented as total weight of truss. During the optimum design, two level procedures of size and shape optimization were interacted iteratively until the final optimum values were attained. At the previous studies about shape optimization of truss, the member sectional areas and coordinates were applied as design variables. So that they could not apply the buckling effect of compression member. In this paper, actual sizes of member and nodal coordinates are used as design variables to consider the buckling effect of compression member properly.

핵심용어 : 단면치수 및 형상 최적화, 다단계, 직접탐사법

KEYWORDS : size and shape optimization, multi-levels, direct search method

1) 정회원, 경북대 대학원, 박사수료
2) 정회원, 경북대 대학원, 공학석사
3) 정회원, 경북대 건축공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2001년 4월 31일까지 학회로 보내
주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

1.1 연구의 목적

트러스 구조물의 최적설계에 관한 지금까지의 연구결과들은 주로 기하학적 형상을 고정시킨 상태에서 구조부재의 단면적만을 최적화하는 경우와⁽¹⁾⁽¹¹⁾ 최근들어 기하학적 형상이 변화하는 형상 최적설계에 관한 연구들이 많이 진행되고 있다.⁽²⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾ 기하학적 형상을 고려한 최적화 결과는 기하학적 형상이 고정된 경우의 최적화 결과보다 더 경제적이라는 것이 많은 문헌에서 입증되었다.⁽²⁾⁽⁵⁾⁽⁸⁾ 형상최적화 문제에서도 지금까지 발표된 연구결과들에서는 설계변수를 절점좌표와 부재단면적으로 하여 구조물의 전체중량이나 비용을 최소화하는 해를 구하였다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ 특히 부재단면적을 설계변수로 할 때 압축부재의 좌굴 특성을 한정된 조건으로만 고려할 수 있으므로 보다 정확한 설계이론을 도입하기 위해서는 단면적이 아닌 실제 단면치수를 설계변수로 할 필요가 있다. 이와같이 형상을 고려한 최적설계 문제에서는 설계변수와 제약조건식이 증가하고 제약조건의 비선형성이 증대되므로 수렴방법이 다른 두 종류의 설계변수, 즉 단면치수와 절점좌표를 가지는 최적화 문제에서 이를 동시에 최적화하는 것은 비선형성이 높아질 수록 힘이 든다는 것을 spiller⁽⁴⁾의 연구로부터 알 수 있었다.

본 연구에서는 설계변수를 분할하여 각 단계별로 최적화를 수행한 후 이를 유기적으로 결합하고 이의 반복과정을 통하여 최적 단면치수와 구조형상을 일괄적으로 구하는 다단계 분할최적화 기법을 응용하여 실제 구조설계에서 적용하는 제약조건을 가지고서 평면트러스의 실제 단면치수 및 형상최적해를 구하기 위한 알고리즘을 개발한 것은 물론 향후 이를 활용하여 다양하고 복잡한 강구조물의 형상최적설계에 응용될 수 있도록 함을 본 연구의 목적으로 한다.

1.2 연구 방법 및 범위

평면 철골트러스의 단면치수 및 형상 최적화를 위하여 본 연구에서는 다단계 분할최적화 기법으로 제1단계의 단면최적화는 무제약 축차선형화 기법(Sequential Unconstrained Mini-mization Techniques:SUMT)의 extended penalty function method를 이용하여 초기설계변수의 값이 infeasible 영역에 있을 경우에도 최적화의 수렴이 가능하도록 하며, 제2단계의 형상좌표 최적화는 함수의 미분없이 반복적인 기법으로만 최적해에 수렴해가는 無制約 多變數 직접탐사법인 Hooke & Jeeves method를 사용하여 각 단계별 최적해를 순차적으로 구한 다음 이를 응력해석 단계와 자동적으로 연계되어 목적함수가 최소화될 때까지 반복하여 부재단면치수와 형상좌표에 대한 최적해를 일괄적으로 구하였다.

트러스의 응력해석은 유한요소 변위법에 의해 多載荷條件(multi-load condition)이 가능하도록 靜的 하중하의 단성해석을 수행하며, 최적화 과정의 목적함수식은 접합철물의 중량을 무시한 트러스의 전체중량으로 하고 설계변수는 제1단계 단면최적화에서는 부재단면치수로 하며 제2단계 형상최적화에서는 트러스 절점좌표로 설정하였다. 다만, 기존의 문헌에서는 본 연구에서와 같이 실제 단면치수를 단면설계변수로 하는 형상최적화 결과를 지금까지는 발견하지 못하였으므로 알고리즘의 검증을 위해 기존의 문헌결과와 비교를 위해서는 제1단계의 단면설계변수를 실제 단면치수가 아닌 단면적만으로 하여 동일한 설계조건하에 최적화를 수행하여 그 결과를 비교하였다. 본 연구에서 제안하고자 하는 단면치수 및 형상최적화 알고리즘에 적용된 제약조건은 허용응력설계법에 의한 강구조계산규준을 근간으로 하는 응력 및 좌굴, 국부좌굴, 처짐, 세장비, 단면치수 제약 등이며, 면외 횡좌굴은 고려하지 않았다. 적용된 트러스 부재는 구조용 원형강관(circular steel tube)으로 하였고, 본 연구의 최적화 알고리즘에

의한 최적해를 구하고 문헌의 결과와 비교, 검토하여 형상최적화 알고리즘의 적용가능성, 안전성 및 신뢰성을 분석 확인하고 나아가 실제 트러스 구조물의 설계에 많이 사용되는 평 프래트 트러스(flat pratt truss) 구조에 적용, 여러 제약조건에 따른 단면치수 및 형상최적화를 시행하여 그 결과를 고찰하였다.

2. 최적화 알고리즘

본 연구에서는 복잡한 트러스 형상최적화 문제를 보다 실제적인 제약조건으로 최적화하고자 Two-Levels 분할최적화 기법을 도입하였다. Level-1에서는 SUMT⁽³⁾의 extended penalty function method를 이용하여 트러스의 형상을 고정시킨 상태에서 제약조건에 따른 트러스 부재의 단면을 최적화한다. 단면과 관련된 제약조건은 부재력이 변함에 따라 Level-1에서 고려되므로 Level-2에서는 절점좌표를 변수로 하여 제약조건없이 목적함수만이 최소가 되도록 하는 Hooke & Jeeves method⁽³⁾의 일방향 탐사법을 사용하여 형상을 최적화 하였다. 위의 과정을 최적해에 수렴할 때까지 반복시행하여 트러스의 단면치수 및 형상 최적화를 시도한다.

평면 트러스 구조의 단면치수 및 형상 최적화를 위한 종합적인 알고리즘은 다음의 주요한 4 가지 step으로 구성되며 그림 2.1의 플로우차트(flow chart)에 잘 나타나 있다.

step 1) 초기 설계변수값 부여

step 2) 트러스 구조의 응력해석

step 3) Level-1: SUMT법에 의한 트러스 부재의 단면적이나 단면치수의 최적해를 구함.

step 4) Level-2: step 3에서 구한 최적해를 대입한 목적함수식을 가지고 제약조건없이 목적함수값만 최소가 되도록 설계변수인 절점좌표를 수정해 가는 Hooke & Jeeves법을 시행함.

2.1 SUMT법에 의한 비선형 단면최적화

강구조의 최적설계문제는 단성문제를 적용하면 비선형계획문제로 형성된다. 이러한 비선형 계획 문제를 직접적으로 해를 구하기 곤란하므로 해를 보다 용이하게 구할 수 있도록 하기 위하여 무제약 최적화문제로 변환시켜 축차적으로 해를 구하는 Fiacco-McCormic⁽³⁾의 SUMT 알고리즘에서 설계변수의 값이 exterior penalty function method와 같이 설계가능영역 내외부의 어디에서나 수렴해갈 수 있도록 하면서, 원하는 근사해가 구해지면 도중에 탐사를 중지하고 이를 근사최적해로 이용할 수 있는 interior penalty function method를 개선하여 목적함수식을 식 (2-1)과 같이 penalty parameter a^r, t^r 을 사용하여 무제약화하는 extended penalty function method를 사용하며, SUMT법에 의한 최적화를 플로우차트로 표현하면 그림 2.2와 같다.

$$\text{minimize } \Phi''(X, a^r, t^r) \quad (2-1)$$

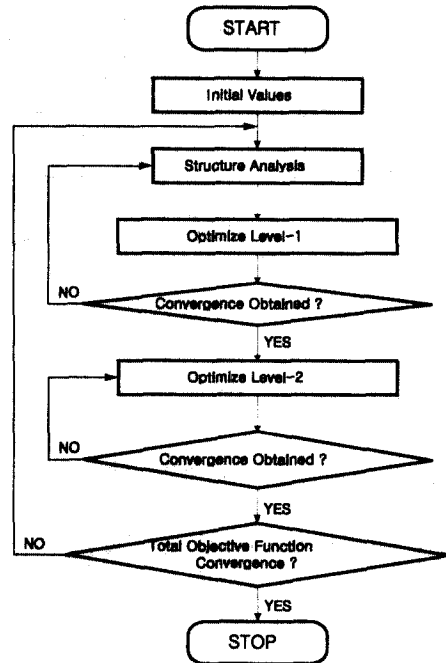


그림 2.1 two-levels 최적화 기법의 flow chart

식 (2-1)에서 $\phi''(X, a^r, t^r)$ 은 식(2-2)와 같이 정식화된다.

$$\phi'(X, a^r, t^r) = C(X) + a^r \sum_{j=1}^m \frac{1}{G_j(X)} + t^r \sum_{j=1}^m \max. \{G_j(X), 0\}^2 \quad (2-2)$$

여기서, a^r : r 번째 penalty parameter
 $(a^1 > a^2 > \dots > a^r > a^{r+1})$,
 t^r : r 번째 penalty parameter
 $(t^1 < t^2 < \dots < t^r < t^{r+1})$,
 $C(X)$: 목적함수

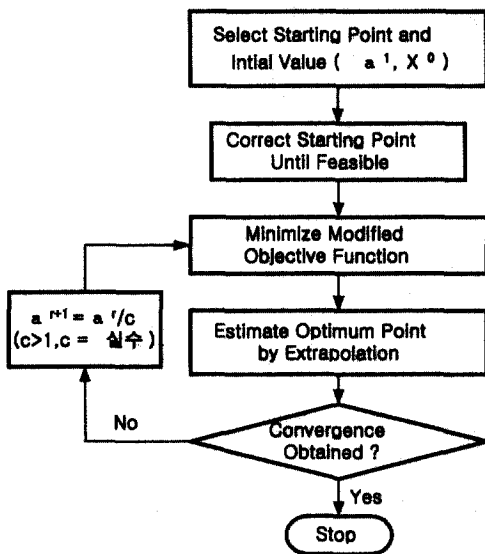


그림 2.2 SUMT 알고리즘 flow chart

2.2 Hooke & Jeeves법에 의한 형상최적화

절점의 좌표를 설계변수로 하는 형상최적화문제를 미분을 이용하여 구하기는 매우 어렵다는 것을 spiller⁽⁴⁾의 연구로부터 알 수 있었다.

일방향 다변수 직접탐사기법으로는 미분이 필요

한 경우와 필요없는 경우가 있으며, 어떠한 경우에서도 효율적인 방법은 없다. 형상최적화문제의 경우 미분이 필요없는 직접탐사법이 매우 효율적이며, 이러한 기법들로는 여러 가지가 있는데 최적화문제의 성격에 알맞는 기법을 이용해야 한다. Hooke & Jeeves법의 경우에는 iteration과 function evaluation횟수가 다소 많은 경우도 있지만 전체의 central processor time이 비교적 짧아서 형상최적화 알고리즘으로 사용하는데 별 문제가 없으므로 본 연구에서는 절점좌표의 형상최적화를 위해 미분을 이용하지 않고도 해를 구할 수 있는 Hooke & Jeeves법의 일방향 직접탐사법을 사용하여 다변수를 가지는 최적화문제를 제약조건없이 목적함수 값만이 최소가 되도록 최적해를 구하며, 그림 2.3에서 Hooke & Jeeves법의 진행과정을 나타내었다.

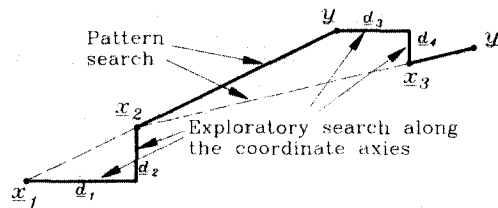


그림 2.3 Hooke & Jeeves법의 진행 방법

3. 최적화 문제의 정식화

3.1 개요

구조물의 최적설계란 설계변수에 부과된 제약조건을 모두 만족시키면서 목적함수(objective function)를 최소화하는 설계변수의 조합을 수학적 계획법에 의하여 구하는 설계방법을 말하는 것으로서, 평면 트러스 구조물의 단면치수 및 형상 최적화를 위한 설계변수로는 부재 단면치수 또는 단면적, 절점 좌표가 채택되며, 이 채택된 설계변수로 목적함수식과 제약조건식을 유도한다.

3.2 2단계 분할 최적화기법의 문제형성

트러스 구조물의 최적 단면치수와 형상을 얻기 위하여 각기 다른 성격의 설계공간 영역을 가지는 최적화 문제를 각각의 독립적인 설계변수로 분리하여 최적화 문제를 정식화하면 식 (3-1)과 식 (3-2)와 같다.

$$\text{minimize } W(x, y) \quad (3-1)$$

$$\text{subject to } G_j(x, y) \geq 0 \quad (3-2)$$

여기서, $W(x, y)$ = 설계변수 x, y 에 따른 목적 함수식

$$x = \text{부재단면적 또는 단면치수} \\ (= x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$y = \text{절점좌표의 설계변수} \\ (= y_{c1}, y_{c2}, \dots, y_{ck})$$

3.3 목적 함수식

평면 트러스의 단면치수 및 형상 최적화를 위한 목적함수식은 트러스의 전체중량에 관한 식으로 나타내며 식 (3-3)과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \quad (3-3) \\ = \rho \sum_{i=1}^n A_i l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

여기서, W_i : i 번째 부재의 중량 (kg)

ρ : 재료밀도 (kg/cm^3)

A_i : i 번째 부재의 단면적 (cm^2)

l_i : i 번째 부재의 길이 (cm)

n : 구조물의 부재수

3.4 제약 조건식

(1) 인장응력에 대한 제약식

부재의 인장응력에 대한 제약식은 식 (3-4)와 같다.

$$f_t - \frac{N_{ti}}{A_i} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3-4)$$

여기서, N_{ti} : i 번째 부재의 인장력

f_t : 부재의 허용 인장응력도 (kg/cm^2)

p : 구조물에서 인장력을 받는 부재의 수

(2) 압축 응력에 대한 제약식

부재의 압축 응력에 대한 제약식은 식 (3-5)와 같다.

$$f_c - \frac{N_{ci}}{A_i} \geq 0 \quad (i = p+1, p+2, \dots, n) \quad (3-5)$$

여기서, N_{ci} : i 번째 부재의 압축력

f_c : 부재의 허용 압축응력도 (kg/cm^2)

식 (3-5)의 허용압축응력도 (f_c)는 한계세장비 (λ_p)에 따라서 식 (3-6), 식 (3-7)과 같다.

$$\lambda_i \leq \lambda_p \text{ 일때: } f_c = 1 - \frac{\left\{1 - 0.4 \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2\right\} F_y}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2} \quad (3-6) \\ (i = 1, 2, \dots, q)$$

$$\lambda_i > \lambda_p \text{ 일때: } f_c = \frac{0.277 F_y}{\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_p}\right)^2} \quad (3-7) \\ (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\text{여기서, } \lambda_p : \pi \sqrt{\frac{E}{0.6 F_y}} \quad (3-8)$$

$$\lambda_i : i\text{번째 부재의 세장비}$$

$$= \frac{\text{좌굴길이 } (l_k)}{\text{좌굴축에 대한 단면 2차반경 } (r)}$$

$q : \lambda_i \leq \lambda_p$ 인 부재수

$m : \lambda_i > \lambda_p$ 인 부재수

(3) 세장비에 대한 제약식

부재의 세장비에 대한 제약식은 식 (3-9)과 같다.

$$\lambda_i - \lambda_{\max} \leq 0 \quad (i = p+1, p+2, \dots, n) \quad (3-9)$$

여기서, $\lambda_i : i$ 번째 압축부재의 세장비

$\lambda_{\max} : \text{최대 세장비 } (=250)$

(4) 구조물의 처짐에 대한 제약식

트러스의 처짐에 대한 제약식은 식 (3-10)과 같다.

$$\Delta - \Delta_{\max} \leq 0 \quad (3-10)$$

여기서, $\Delta : \text{구하고자 하는 위치의 처짐량}$

$\Delta_{\max} : \text{구조물의 최대처짐량}$

$$= \left(\frac{\text{스팬길이}}{300} \right)$$

식 (3-10)에서 처짐에 대한 제약조건을 구하기 위하여 가상일의 원리에 의한 단위하중법을 이용하여 식 (3-11)과 같이 구하고자 하는 위치의 처짐량 Δ 를 구하였다.

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i N_{0i}}{EA_i} l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-11)$$

여기서, $N_i : \text{외력에 의해서 발생하는 } i\text{부재의 축력 } (kg)$

$N_{0i} : \text{알고자하는 변위점에 단위하중을}$

$\text{작용하여 구한 } i\text{부재의 축력 } (kg)$

$E : \text{탄성계수 } (kg/cm^2)$

$l_i : i$ 번째 부재 길이 (cm)

$A_i : i$ 번째 부재 단면적 (cm^2)

(5) 원형강관의 단면치수 제약식

기성제품을 사용한 원형강관의 단면치수에 대한 제약식은 식 (3-12)과 식 (3-13)와 같다.

$$D_{\min} \leq D_i \leq D_{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-12)$$

$$t_{\min} \leq t_i \leq t_{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-13)$$

여기서, $D_i : i$ 번째 원형 강관의 직경 (cm)

$D_{\min} : \text{원형강관의 최소 직경 } (2.17cm)$

$D_{\max} : \text{원형강관의 최대 직경 } (101.6cm)$

$t_i : i$ 번째 원형강관의 살두께 (cm)

$t_{\min} : \text{원형 강관의 최소 살두께 } (0.19cm)$

$t_{\max} : \text{원형 강관의 최대 살두께 } (1.6cm)$

(6) 국부 좌굴에 대한 제약식

압축부재에 대하여 원형 강관의 관경-두께 비는 식 (3-14)과 같다.

$$\frac{D_i}{t_i} \leq \frac{240}{F_y} \quad (i = p+1, p+2, \dots, n) \quad (3-14)$$

여기서, $F_y : \text{강재의 항복강도 } (t/cm^2)$

4. 설계에 및 비교 고찰

4.1 [예제1] 7부재 트러스

본 연구에서 제안된 최적화기법을 그림 4.1과 같은 7부재 트러스의 예들들어 표 4.1의 재하조건과 제약조건을 가지고 [예제1]에서는 트러스의

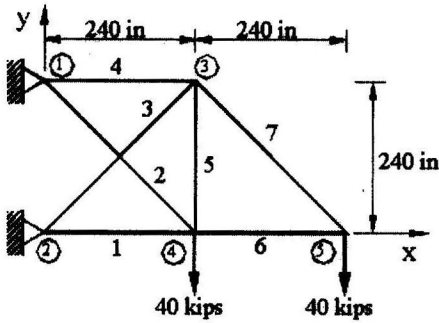


그림 4.1 7부재 트러스의 최적화 모델

전체체적을 목적함수로 하여 최적화한 결과를 기존 문헌의 연구결과와 비교·분석하였으며,⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 표 4.2에서는 각 문헌별 연구방법을 나타내었다.

표 4.3에서는 7부재 트러스에 대한 본 연구의 형상최적 결과와 문헌[7]과 문헌[8]의 결과를 비교한 결과 목적함수의 값이 매우 유사함을 알 수 있으며, 문헌별로 최적단면적이 목적함수값의 차이에 비해 다소 큰 차이를 보이고 있다. 이는 단위 부재는 물론 트러스 전체의 목적함수값을 최소화하는 과정에서 최적형상좌표가 달라짐으로

표 4.1 7부재 트러스의 재하조건 및 제약조건

재하 조건	재하조건의 종류		절점번호	
	제1재하조건 (y 방향) (kips)	4	-40	
제2재하조건 (y 방향) (kips)	5	-40		
제약 조건	응력제약 (압축) (ksi)		-15	
	응력제약 (인장) (ksi)		20	
	변위제약 (y 방향) (in)		5	-30
탄성계수 (ksi)		1000		
수렴 기준 (tolerance)		목적함수값의 차 : 0.01		

표 4.2 7부재 트러스의 문헌별 연구방법

연구 방법	문헌[7]	문헌[8]		본 연구	
	모델조정법	모델조정법		다단계분할법	
		Leve-1	Leve-2	Leve-1	Leve-2
부재응력 근사기법	허용 방향법	Powell법	SUMT법	Hooke & Jeeves법	

기인되는 것 이외에 적용된 최적설계 기법이 서로 다른 이유에서 비롯될 수 있다. 형상이 고정된 경우 보다 형상이 고려된 경우가 더 경제적이었으며, 본 예제에서는 좌굴제약을 고려하지 않았기 때문에 단면설계변수를 단면적이든 실제단면치수이든 동일하므로 본 연구에서 개발한 다단계 최적화기법으로 최적화 할 수 있었다. 절점좌표에

표 4.3 7부재 트러스의 형상최적 결과비교

비교내용	형상이 고정된 경우			형상최적 결과			
	문헌 [7]	문헌 [8]	본연구	문헌 [7]	문헌 [8]	본연구	
최적 단면적 (in^2)	A_1	3.59	3.57	3.39	4.63	5.24	4.39
	A_2	1.16	2.36	1.40	2.15	3.69	2.22
	A_3	3.27	2.48	2.83	1.29	0.14	1.05
	A_4	3.96	4.07	4.51	3.29	2.79	3.69
	A_5	1.25	0.91	1.00	1.78	2.64	1.64
	A_6	2.97	2.66	2.70	2.35	1.50	2.14
	A_7	3.15	3.49	3.65	2.82	2.46	3.20
최적 절점 좌표 (in)	x_3	240.00		334.89	389.95	342.65	
	y_3	240.00		181.37	159.46	171.37	
목적함수값 (in^3)	5407.4	5526.6	5467.8	5033.5	5074.9	5050.5	

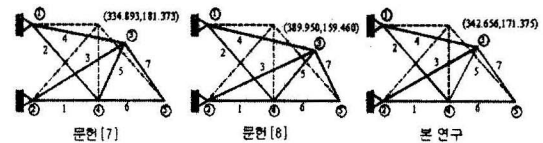


그림 4.2 7부재 트러스의 최적 형상

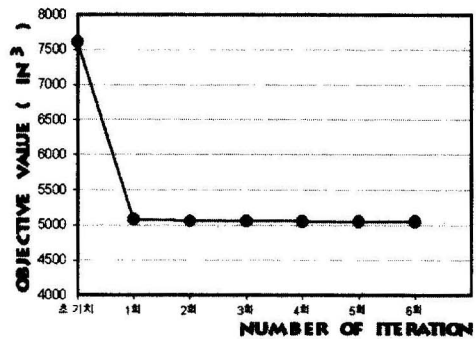


그림 4.3 (7부재 트러스)반복횟수별 목적함수값

대한 형상최적화 결과는 그림 4.2에서와 같이 문헌별 최적형상의 결과가 다소 차이가 있지만 유사한 양상을 나타내었다. 그림 4.3에서는 Hooke & Jeeves의 iteration수는 6회였으며 각 최후별 목적함수의 값을 나타내었다.

4.2 [예제2] 18부재 트러스

그림 4.4와 같은 18부재 트러스에 본 연구에서 제안한 최적화기법을 적용하기 위하여 표 4.4의 재하조건과 제약조건을 고려하여 최적화를 수행하여 기존의 문헌 결과⁽⁵⁾⁽⁹⁾와 비교검토하였다.

형상최적화 단계에서의 설계변수는 하현재의 절점좌표로 하여 상현재의 절점은 고정으로 하고 하현재의 절점좌표만을 자유롭게 이동가능하게 하였으며, 단면최적화 단계의 설계변수는 기존 문헌과의 비교를 위하여 부재의 단면적으로 하고, 단면적을 4개의 그룹으로 나눠 각 그룹별 최대단면적으로서 그룹내의 단면적을 동일하게 최적화를 수행하였으며, 목적함수는 [예제1]과 달리 트러스의 전체중량으로 하여 최적화를 수행하였다.

표 4.5에서는 본 연구의 결과를 기존 문헌의 결과와 비교하기 위한 문헌별 연구방법을 나타내었고, 그림 4.5는 트러스의 절점좌표에 대한 형상최적 결과로서 본 연구의 최적화 결과와 문헌 [5]와 문헌[9]의 최적화 결과가 다소 차이는 있지만 유사한 형상임을 나타내었다. 표 4.6에서는 본 연구의 결과를 문헌[5]와 문헌[9]의 연구결과와 비교하여 나타내었으며, 최적화 결과, 목적함수값의 차이는 약1.0% 내외의 오차범위 내에 있

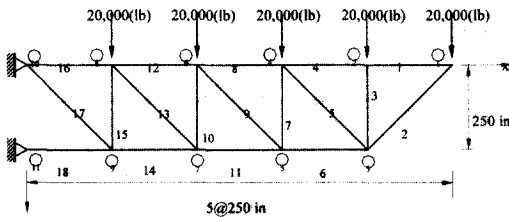


그림 4.4. 18부재 트러스의 최적화 모델

표 4.4 18부재 트러스의 재하조건 및 제약조건

load case	절점 번호	재하하중 (lb)
재하조건	1	-20.0
	2	-20.0
	4	-20.0
	6	-20.0
	8	-20.0
제약조건	압축응력 (psi)	-20.0
	인장응력 (psi)	20.0
	좌굴제약 (psi)	여기서, σ_b : 좌굴응력 $\sigma_b = -k_i \frac{A_i}{L_i^2}$ k_i : 좌굴계수 (= 0.4×10^8 psi)
탄성계수 (psi)	0.1×10^8	
재료밀도 (lb/in ³)	0.1	
수렴 기준 (tolerance)	목적함수값의 차 : 0.01	

표 4.5 18부재 트러스의 문헌별 연구방법

연구 방법	문헌[5]	문헌[9]	본 연구	
	승수법 (multiplier method)	Tailor 급수전 개에 근거한 근사구조 해석법	다단계분할법	
			Leve-1	Leve-2
		SUMT법	Hooke & Jeeves법	

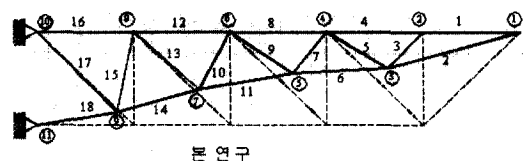
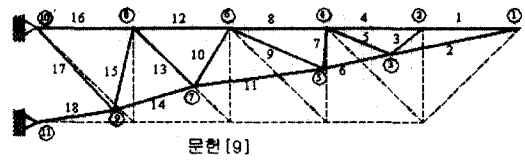
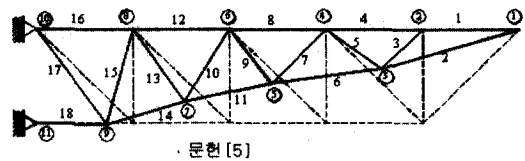


그림 4.5 18부재 트러스의 최적형상

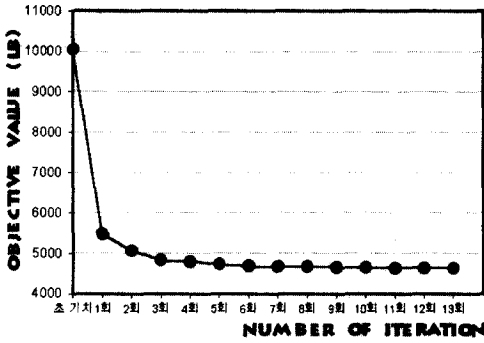


그림 4.6 (18부재 트러스) 반복횟수별 목적함수의 값

표 4.6 18부재 트러스의 형상최적 결과비교

비교내용	형상이 고정된 경우			형상최적 결과			
	문헌 [5]	문헌 [9]	본연구	문헌 [5]	문헌 [9]	본연구	
최적 단면적 (in ²)	A ₁ , A ₄ , A ₈ , A ₁₂ , A ₁₆	9.998	10.00	10.000	11.24	12.74	12.61
	A ₂ , A ₆ , A ₁₁ , A ₁₄ , A ₁₈	21.645	21.65	21.651	15.68	17.65	18.22
	A ₃ , A ₇ , A ₁₀ , A ₁₅	12.497	12.50	12.500	7.93	5.75	6.01
	A ₅ , A ₉ , A ₁₃ , A ₁₇	7.072	7.07	7.071	6.49	3.55	3.46
최적 절점 좌표 (in)	x ₃		1000.00	891.1	913.1	905.4	
	y ₃		250.00	106.4	70.71	97.09	
	x ₅		750.00	608.2	741.9	662.8	
	y ₅		250.00	144.6	108.1	111.5	
	x ₇		500.00	381.7	408.3	419.3	
	y ₇		250.00	192.9	155.2	154.4	
	x ₉		250.00	181.0	198.8	206.1	
	y ₉		250.00	253.2	218.5	215.7	
	목적함수 값 (lb)	6430.0	6430.0	6430.5	4667.9	4540.6	4624.8

지만 부재별 최적단면적의 값은 다소 차이가 있었다. 또한 형상이 고정된 단면최적설계 결과의 목적함수가 형상을 고려한 형상최적설계 결과의 목적함수보다 대략 40% 정도 높게 나타남을 알 수 있었으나 표 4.4의 좌굴제약조건에서 좌굴계수 k_i 를 0.4×10^8 psi로 하여 최적화하였지만 실제의 부재단면치수를 사용할 경우는 이와 다를 수 있으며 기존 문헌과의 비교를 위하여 동일한 조건으로 최적화를 하였다. 그림 4.6에서는 Hooke & Jeeves의 iteration 수는 13회였으며, 각 회

수별 목적함수의 값을 잘 나타내었다.

4.3 [예제 3] 33부재 평 프랫(pratt) 트러스

본 연구에서 개발된 최적화 알고리즘을 이용하여 그림 4.7과 같이 실제 구조물에 많이 응용되는 24m 스팬의 33부재 평(flat) 프랫(pratt) 트러스의 단면치수 및 형상 최적화를 수행하였다.

여기에 적용된 제약조건은 식 (3-4)~식 (3-14)와 같이 허용응력설계법에 의한 강구조 계산규준의 응력과 좌굴 및 세장비, 처짐, 국부좌굴과 최대 및 최소 부재단면 치수에 대한 제약을 고려하였으며, 사용재료는 항복강도, $F_y = 2400\text{kg/cm}^2$ (SS400)인 구조용 원형강관(circular steel tube)을 사용하였다.

형상최적화 단계의 설계변수는 상현재의 절점좌표로 하여 하현재의 절점은 고정으로 하고, 상현재의 절점좌표만을 자유롭게 이동가능하도록 하였으며, 단면 최적화 단계의 설계변수는 부재단면의 실제치수로 하여 실제 강구조 설계시와 동일하게 강구조계산 규준에서 제시하는 압축부재의 좌굴특성을 충분히 고려하였다.

또한, 목적함수는 트러스의 전체 중량으로 하여, 형상이 고정된 경우의 단면 최적화와 형상을 고려한 단면치수 및 형상최적화를 일괄적으로 수행하였다. 수렴오차(tolerance)는 트러스 전체의 목적함수 값의 차가 0.001 보다 작으면 수렴하도록 하였다.

표 4.7은 [예제3]의 33부재 평면트러스의 단면치수 및 형상최적화 결과를 나타내고 있으며, 여기서 형상이 고정된 경우의 단면최적 결과 보다 형상을 고려한 경우의 최적화 결과가 훨씬 경

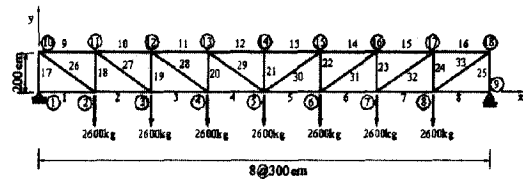


그림 4.7 33부재 트러스의 최적화 모델

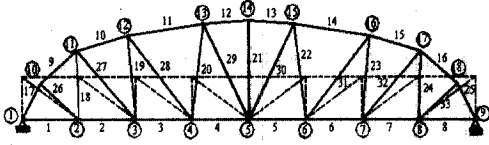


그림 4.8 33부재 평 프랫 트러스의 최적 형상

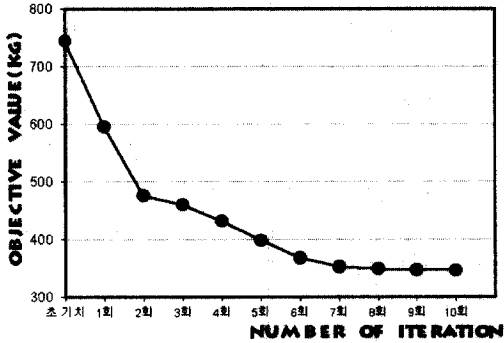


그림 4.9 (33부재)반복회수별 목적함수의 값

제적임을 알 수 있었다.

[예제3]의 33부재 평 프랫 트러스의 단면치수 및 형상최적화의 결과로서 최적형상은 그림 4.8에서와 같이 부드러운 아치곡선의 형태를 나타내었고, 그림 4.9에서는 Hooke & Jeeves법의 최적화 과정에서 반복회수 10회의 수렴시까지 목적함수의 값에 대한 변화추이를 나타내었다.

[예제3]의 결과를 통하여 다소 부재수가 많은 경우의 평면트러스의 형상최적화에서 지금까지는 단면설계변수를 부재의 실제 단면치수가 아닌 단면적으로 하였는데 원형강관을 사용한 압축부재의 경우 부재단면의 단면2차반경(r)에 따라 세장비가 결정되며 이는 곧 관경과 살두께의 함수로 표시되므로 [예제2]의 표 4.4에서와 같이 좌굴계수 k_1 를 일정한 값으로 고정할 경우 정확히 좌굴응력을 정확히 계산할 수 없으므로 보다 실제적인 좌굴응력을 구하기 위해서는 [예제3]과 같이 실제의 부재단면치수를 단면설계변수로 하여야 할 것이며, 컴퓨터의 성능개선과 최적화기법의 효율적 선택을 통하여 이러한 문제를 해결 할 수 있음을 알 수 있었다.

표 4.7 33부재 트러스의 단면치수 및 형상최적화 결과

비교내용	형상이 고정된 경우			형상최적 결과			
	단면적 (A) (cm ²)	직경 (D) (cm)	두께 (t) (cm)	단면적 (A) (cm ²)	직경 (D) (cm)	두께 (t) (cm)	
부재번호	1. 8	2.025	3.579	0.190	3.295	2.448	0.554
	2. 7	8.531	4.770	0.661	5.212	3.376	0.597
	3. 6	14.625	6.886	0.760	7.229	4.249	0.637
	4. 5	48.281	7.943	0.817	8.273	4.669	0.656
	9. 16	9.934	16.832	0.190	7.800	13.257	0.190
	10. 15	15.909	22.614	0.226	8.897	15.095	0.190
	11. 14	19.575	25.085	0.251	2.737	4.770	0.190
	12. 13	20.797	25.855	0.259	9.401	15.937	0.190
	17. 25	6.622	11.284	0.190	7.378	12.542	0.190
	18. 24	5.200	8.902	0.190	1.182	2.170	0.190
	19. 23	1.348	2.445	0.190	2.654	4.633	0.190
	20. 22	1.348	2.445	0.190	1.182	2.170	0.190
	26. 33	10.253	5.417	0.691	2.487	2.342	0.410
	27. 32	7.324	4.288	0.639	2.956	2.270	0.546
	28. 31	4.394	2.993	0.579	1.665	2.342	0.254
	29. 30	1.465	2.322	0.222	1.182	2.170	0.190
	21	1.348	2.445	0.190	1.182	2.170	0.190
	최적 절점 좌표 (cm)	x_{10}	0.000		97.295		
		y_{10}	200.000		167.920		
		x_{11}	300.000		288.486		
		y_{11}	200.000		318.389		
x_{12}		600.000		559.570			
y_{12}		200.000		390.986			
x_{13}		900.000		960.732			
y_{13}		200.000		447.939			
y_{14}		200.000		463.408			
목적함수값 (kg)		696.942		s346.263			

5. 결론

본 연구에서 개발한 다단계 분할 최적화기법에 의한 단면치수 및 형상최적화 알고리즘을 설계 예를 들어 수행한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 본 연구에서는 기존의 형상최적화 연구에서 다루지 못한 부재의 실제 단면치수를 단면설계 설계변수로 고려하여 보다 실제적인 트러스의 형상최적화 알고리즘을 개발하여 형상좌표와 단면치수에 대한 최적해를 일괄적으로 구할 수 있도록 하였다.

- 2) 본 연구에서 개발한 다단계 분할최적화 알고리즘을 설계 예를 들어 여러 문헌의 연구 결과와 비교·분석한 결과, 타당성과 적용가능성을 확인할 수 있었다.
- 3) 본 연구에서는 /형상이 고정된 상태에서 부재 단면 최적설계만을 수행한 결과 보다 부재 단면치수 및 형상최적설계를 동시에 실시한 경우가 보다 더 경제적인임을 알 수 있었으며, 따라서 평면트러스의 구조설계시 단면치수 및 형상최적설계의 적용이 바람직할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Majid, K. I, "Optimum Design of Structures," Butter Worths, London, 1974.
2. Saka. M. P, "Shape Optimization of Trusses," Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST5, May, 1980, pp. 1155-1173.
3. James L.Kuester, Joe H. Mize, "Optimization Techniques with Fortran," McGraw-Hill Book Company, 1973, pp. 309-319, 412-463.
4. Spillers, W.R. "Iterative Design for Optimal Geometry," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.101, No. ST7, Proc. paper 11439, July, 1975, pp. 1435-1442.
5. Kanji Imai and Lucien A. Schmit, "Configuration Optimization of Trusses," Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST5, May, 1981, pp. 745-755.
6. M. Ohsaki, Tsuneyoshi Nakamura, and Y. Isshiki, "Shape-Size Optimization of Plane Trusses with Designer's Preference", Journal of Structural Engineering, November, 1998, pp. 1323-1330.
7. 유희중, "부재응력 근사기법을 이용한 평면 트러스의 형상최적화에 관한 연구," 전북대 박사 학위 논문, 1993, 8.
8. 이규원, 이근태, "정적 및 고유진동수 제약조건식을 고려한 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구," 대한 토목학회 논문집, 제10권, 제2호,
9. 장동진, 한상훈, "구조물 형상최적화를 위한 근사해석방법에 관한 연구," 대한 토목 학회 논문집, 제10권, 제3호, 1990, pp. 7-17.
10. 임정환, "혼합조정법에 의한 평면트러스 구조물의 형상최적화에 관한 연구," 전북대학교 대학원 박사 학위 논문, 1991, 8.
11. 조효남, 박문호, 류연선, "구조물의 최적설계", 한국전산구조공학회, 1991
12. 대한건축학회, "강구조설계규준 및 해설", 1983.
13. S. D. Rajan, ASCE, "Sizing, Shape, and Topology Design Optimization Truss Using Genetic Algorithm", Journal of Structural Engineering, October, 1995, pp. 1480-1487
14. S. Rajeev & C. S. Krishnamoorthy, "Genetic Algorithms-Based Methodologies for Design Optimization of Trusses", Journal of Structural Engineering, March, 1997, pp. 350-358

(접수일자 : 2000년 6월 13일)