

RBF 신경망을 이용한 모델개선법

김광근* · 최성필** · 김영찬* · 양보석***

Model Updating Using Radial Basis Function Neural Network

Kwang-Keun Kim*, Sung-Pil Choi**, Young-Chan Kim*, Bo-Suk Yang***

Key Words: Model Updating(모델 개선법), Neural Network(신경망), Beam(보), Rotor System(회전축계)

ABSTRACT

It is well known that the finite element analysis often has an inaccuracy when it is in conflict with test results. Model updating is concerned with the correction of analytical model by processing records of response from test results. The famous one of the model updating methods is FRF sensitivity method. However, it has demerit that the solution is not unique. So, the neural network is recommended when an unique and exact solution is desired. The generalization ability of radial basis function neural network is used in model updating. As an application model, a cantilever and a rotor system are used. Specially the machined clearance(C_p) of a journal bearing is updated.

1. 서 론

해석모델은 구조물의 원형을 재현하고 실험을 통해 실험결과와 해석응답을 비교하게 된다. 해석모델이 실험결과와 일치하지 않는 경우에 고려해야 할 오차로는, 해석모델이 실제 모델의 물리적 거동을 정확히 표현할 수 없기 때문에 발생하는 모델구조오차, 연속체인 실제 구조물을 이산화할 때 충분한 자유도가 고려되지 않으므로 발생하는 모델차수오차 그리고 해석모델은 정확하지만 파라미터의 수치적인 값들이 정확하지 않아 발생하는 모델 파라미터오차 등이 있다.⁽¹⁾

특히 측정이 정확하고 해석모델이 원래의 운동을 정확하게 재생할 수 있다고 하면, 예측과 측정된 응답의 차이는 실제 구조물의 파라미터값과의 오차로 인하여

발생하게 된다. 모델개선(model updating)은 이러한 파라미터의 추정 및 개선을 위한 기술이다.⁽²⁾

모델개선법은 크게 직접법(direct method)과 반복법(iterative method)으로 분류된다. 직접법은 반복이 없이 단 한번에 계산을 하고, 계산량이 적은 장점이 있으나, 유한요소 방정식의 질량, 감쇠 및 강성행렬의 요소가 원형이 보존되지 않고 변형되며, 이후에 개선된 모델에 다시 물리적인 변화를 부여할 수 없는 단점이 있다. 반복법은 계산량이 직접법에 비해 많지만, 원래의 유한요소행렬이 보존되고, 실제 해석대상에 대해 물리적으로 의미있는 파라미터의 변화값을 구하고, 부여할 수 있는 장점이 있다. 반복법은 모드 데이터를 이용한 것과 주파수영역 데이터를 이용한 것으로 분류되며,⁽³⁾ 전자는 전 자유도 측정의 제한으로 축소법이나 확장법 등이 필요하고, 측정 데이터를 동정(identification)하는 과정이 필요하다. 후자는 이러한 과정 없이 직접 사용되므로 더 정확하다고 볼 수 있다. 이러한 장점들 때문에 반복법의 주파수 응답함수 감도법이 널리 사용되고 있다.

* 부경대학교 대학원

** 정회원 · 한국중공업(주) 기술연구원

*** 정회원 · 부경대학교 기계공학부

E-mail : bsyang@dolphin.pknu.ac.kr

모델개선은 큰 범주에서 보면 역문제의 한 종류이다. 선형진동영역에서 일반적인 문제는 주어진 계수행렬(M, C, K)로부터 응답을 구하는 것이고, 역문제(inverse problem)는 구조물의 응답으로부터 계수행렬을 구하는 것으로, 고유치 감도법이나 주파수 응답함수 감도법 등이 이에 해당된다. 역문제의 해는 유일하지 않으므로, 문제에 직접적으로 가장 근접한 해를 구해야 한다. 신경망(neural network)을 이용한 방법은 모델 파라미터와 그 응답 사이의 비선형 사상(mapping)을 통해 개선을 함으로써, 역문제를 이용하지 않고 오차가 최소인 응답을 구할 수 있고, 노이즈에 강한 특성을 가진다.

본 연구에서는 신경망에서 종래 널리 사용되어온 오차역전차법이 많은 계산 시간과 국소최적해에 수렴하는 단점을 가지므로, 훈련시간이 적고 함수 근사화에 널리 사용되는 RBF(Radial Basis Function) 신경망⁽⁴⁾을 이용한 모델개선을 시도하였고, 이를 일정단면을 가지는 외팔보와 회전축계의 모델개선에 적용하여 그 유용성을 검토하였다. 특히 회전축계에서는 실제 산업 현장에서 문제가 될 수 있는 유막베어링의 틈새를 대상으로 하였다.

2. RBF 신경망을 이용한 모델개선법

신경망은 정보를 저장하고, 저장된 것을 사용하는 대규모 병렬 분산 처리장치이며, 인간의 뇌와 다음의 3가지 관점에서 유사하다.

- 1) 학습을 통한 회로망의 정보습득
- 2) 연결강도(시냅스 가중치)의 정보 저장
- 3) 일반화(generalization)능력

회로망의 단위인 뉴런은 함수와 같은 역할을 하여 입력신호를 출력신호로 변환하며, 학습과정을 통해 저장된 정보를 이용하여 원하는 목표치를 얻을 수 있다. 신경망의 학습과정은 원하는 목표치를 얻을 수 있도록 연결강도를 변경하면서 이뤄진다. 특히 미리 정해진 입·출력관계의 정보를 기초로 하여 학습되는 경우를 교사있는 학습(supervised learning)이라 하며, 그렇지 않은 경우를 교사없는 학습(unsupervised learning)이라 하는데, 본 연구에서의 RBF 신경망은 교사있는 학습을 하며, 함수형에 대한 사전 정보가 없는 경우이다. 모델개선법에서는 RBF 신경망의 일반화 능력을 이용하는데, 이는 수치해석의 내삽법과 유사하다.

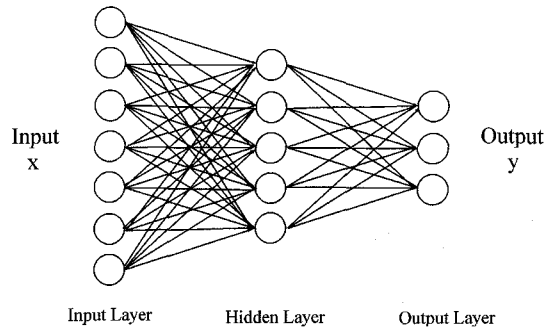


Fig. 1 Radial basis function neural network structure

2.1 RBF 신경망

RBF 신경망은 다차원 공간에서 curve fitting하는 방법이다. 따라서, 학습은 훈련집합에 가장 잘 일치하는 다차원 공간에서의 하나의 곡면을 찾는 것이다. 교사있는 학습으로써, 미리 구성된 정확한 입·출력 훈련쌍을 이용하여 학습한다. 이 신경망의 구조는 은닉층이 한층인 다층신경망으로서 그 은닉층은 임의선택법, SOFM(self organizing feature map), K-mean clustering algorithm 등의 방법으로 구성되며, 본 연구에서는 임의선택법을 이용한다. 구성된 은닉층에서 각각의 중심점(center) 벡터와 입력벡터 사이의 유클리드거리(Euclidean distance)가 구해진다. 구해진 거리값은 다음과 같은 Gaussian 활성화함수에 대입된다.

$$\phi = e^{-\frac{\|x - c_j\|^2}{\sigma^2}} \quad (1)$$

여기서 x 는 입력벡터이고, σ 는 분포상수(spread constant)로서 입력에 대해 어떻게 응답하는지를 결정한다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이 σ 가 클수록 RBF의 활성화 영역은 증가한다. 중심점 j 번째 뉴런의 c_j 는 은닉층 뉴런에 최대값 위치를 결정한다. 즉, 입력벡터 x 가 주어지면, 각각의 중심점벡터 c_j 와의 거리가 구해짐으로써, 중심점으로부터 아주 먼 입력치를 가지는 뉴런은 0에 가까운 작은 값을 가지게 되어 출력층에 주는 영향이 적으며, 반대로 중심점에 가까운 입력벡터는 1에 가까운 은닉층 출력값을 가지게 되어 출력층에 미치는 영향이 크게 된다. 즉, 중심점에 가까울수록 활성화된다. 본 연구에서는 식 (2)와 같이 입력벡터 각각의 표준편차(standard deviation)를 평균한 값을 분포상수 σ 로

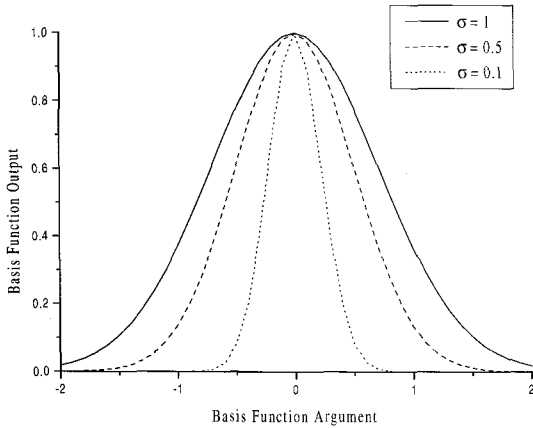


Fig. 2 Activation field of radial basis function

사용하였다.

$$\sigma = \gamma \frac{\sum_{i=1}^m \text{std}_i(\mathbf{x})}{m} \quad (2)$$

여기서 m 은 입력벡터의 수를 나타내고, γ 는 임의상수로서 초기치를 1로 하여 수정하여 간다.

다음 과정은 식 (3)과 같이 은닉층과 출력층 사이의 연결강도에 의해 은닉층이 목표치에 연결되는 과정이다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}\phi(\mathbf{X}, \mathbf{C}, \sigma) \Rightarrow \mathbf{W} = \mathbf{Y} \phi^T(\phi \phi^T)^{-1} \quad (3)$$

여기서 \mathbf{W} 는 연결강도행렬, ϕ 는 은닉층 출력, \mathbf{Y} 는 출력결과값이다. 목표치는 이미 주어지므로 은닉층 출력값의 의역행렬 $\phi^T(\phi \phi^T)^{-1}$ 에 의해 \mathbf{W} 가 결정된다. 결국 중심점과 분포상수 σ 는 선택된 후 고정되고, 은닉층에서 출력층까지의 연결강도만이 학습에 이용된다.

주파수응답함수 값들을 이용한 파라미터개선을 위해 구성된 훈련집합의 입력과 출력의 쌍은 식 (4)와 같이 구성된다.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} H_1(\omega_1) & H_2(\omega_1) & \cdots & H_N(\omega_1) \\ H_1(\omega_2) & H_2(\omega_2) & \cdots & H_N(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_1(\omega_M) & H_2(\omega_M) & \cdots & H_N(\omega_M) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{F1} & p_{F2} & \cdots & p_{FN} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 M 은 가진주파수의 수, N 은 파라미터 변화 값의 수, F 는 개선대상 파라미터의 수를 각각 나타내며, $X(\text{FRF})$ 와 $Y(\text{개선대상 파라미터})$ 의 열(column)의 수가 일치해야한다. 학습이 완료되면 사용되지 않은 입·출력쌍으로 일반화능력을 확인하고, 원하는 정도가 얻어지지 않으면 분포상수의 재결정과 훈련집합의 재구성 등의 과정 후에 재훈련된다.

2.2 모델개선 알고리즘

신경망을 이용한 모델개선법의 계산 알고리즘을 Fig. 3을 이용하여 설명하면 다음과 같다.

- Step 1 : 훈련집합을 구성한다. 개선대상 파라미터의 선정 시에는 오차의 포함가능성이 있는 파라미터를 선택하기 위해 오차위치추정(error localization)등의 방법을 이용하며, 또한 파라미터값의 변화 예상 범위를 결정해야 한다. 여기서 사용되는 주파수 응답함수 측정값은 모든 자유도를 측정할 필요가 없으나, 모든 훈련 쌍들에 FRF 벡터들은 같은 자유도를 가져야한다.
- Step 2 : 훈련집합의 입력행렬에서 n 개의 표본 벡터를 임의로 선택하여 은닉층을 구성한다.
- Step 3 : 식 (2)에서 분포상수 σ 를 결정한다.
- Step 4 : 은닉층의 중심점벡터와 입력벡터의 유클리드 거리를 계산한다.
- Step 5 : 식 (1)의 Gaussian함수를 통해 은닉층 출력값을 얻는다.
- Step 6 : 식 (3)에서 연결강도행렬을 의역행렬을 이용하여 구한다.
- Step 7 : 훈련된 신경망의 실제 사용 이전에 일반화능력을 검증한다. 훈련에 사용되지 않은 입·출력의 쌍(입력: FRF, 출력: 대상 파라미터)을 이용한다. 물론 입·출력 쌍은 이론 모델의 운동방정식에서 구한다. 일반화능력의 확인은 수치해석의 내삽법으로 구한 해를 실제 해와 비교하는 것과 같다. 일반화능력이 좋지 않으면, Step 1부터 다시 반복한다.
- Step 8 : 훈련이 완료되어 구성된 신경망은 복잡한 계산과정 없이, 새로운 입력(측정된) FRF 벡터 값에 대한 파라미터 값을 추정함으로써 이론 모델의 파라미터 값을 수정·개선한다.

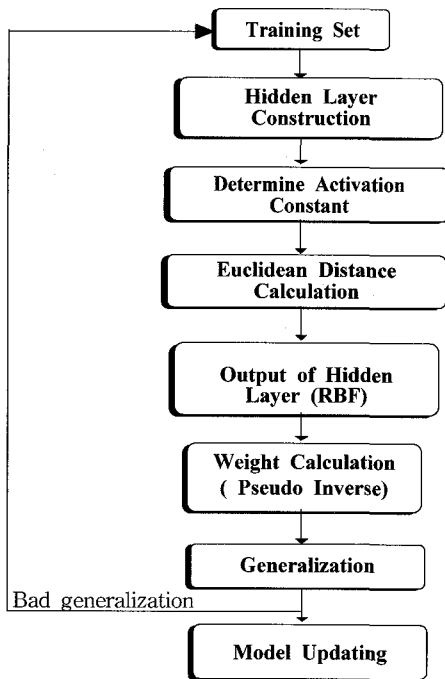


Fig. 3 Flow chart of model updating using RBF neural network

3. 적용 예

3.1 외팔보

일정단면의 외팔보를 모두 10개의 요소로 나누고, 각 절점당 변위와 각변위를 고려해서 총 22자유도의 Bernoulli-Euler보로 모델링한다. 물성치는 Table 1과 같다.

80~100 N·m² 사이에 값들을 0.1간격으로 나누어서 목표파라미터인 굽힘강성도(EI)값으로 하고, 그 각각의 값에 대한 해석모델의 이론 FRF를 구한다. 이때 EI값들이 출력이 되고, 각각의 EI값에 대한 FRF의 실수부 값들을 입력으로 하여 신경망 훈련쌍을 구성한다. 활성화 영역상수의 값은 식 (2)와 같이 각각의 입력벡터의 표준편차 값들에 대한 평균값을 이용한다. 즉,

$$\sigma = \gamma \frac{\sum_{i=1}^m \text{std}_i(\mathbf{x})}{m} = 6.0659 \times 10^{-7} (\gamma=1)$$

Table 2와 같은 훈련집합으로 신경망을 훈련한다. 훈련에 사용되지 않은 대상 모델의 EI값인 87.55 N·m²를 해석모델에 대입해서 주파수응답함수(실수부)를 구하고,

Table 1 Physical properties

Density, ρ (kg/m)	Bending rigidity, EI(N·m ²)	Area, A(m ²)	Length, L(m)
8029.25	87.55	1.5×10 ⁻⁴	0.5

Table 2 Training pair for cantilever(1 parameter)

Input data(FRF)	Target value(EI)
$\begin{bmatrix} H(25)_1 & H(25)_2 & \dots & H(25)_n \\ H(125)_1 & H(125)_2 & \dots & H(125)_n \end{bmatrix}$	[80 80.1 80.2 ... 100]

Table 3 Training pair for cantilever(2 parameter)

Input data (FRF)	Target value (EI, ρ)
$\begin{bmatrix} H(25)_{88, 8028} & H(25)_{88, 8028.1} & \dots & H(25)_{93, 8033} \\ H(125)_{88, 8028} & H(125)_{88, 8028.1} & \dots & H(125)_{93, 8033} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 88 & 88 & \dots & 88.1 & 88.1 & \dots & 93 \\ 8028 & 8028.1 & \dots & 8028 & 8028.1 & \dots & 8033 \end{bmatrix}$

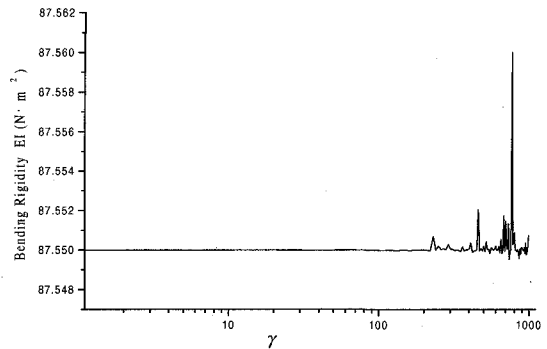


Fig. 4 Effect of factor γ on model updating

이를 훈련된 신경망에 입력하여 얻은 결과는 87.549994로써 개선 대상 파라미터인 EI값에 오차를 6.86×10⁻⁵%로 거의 일치했고, 계산시간은 0.06초였다.

재료의 밀도와 굽힘강성도를 목표 파라미터로 한 경우에 훈련집합은 Table 3과 같이 구성된다. 굽힘강성도의 범위는 88~93 N·m²이고, 밀도의 범위는 8028~8033 kg/m³이다. 훈련집합 행렬의 열벡터 총 개수는 2601개로써 계산량이 매우 많으나, 훈련이후의 신경망을 통한 추정 계산시간은 불과 0.32초였다. 측정 FRF값을 굽힘강성도가 90.25 N·m², 밀도가 8029.25 kg/m³인 해석모델에서 구하고, 이를 훈련된 신경망에 입력하여 구한 출력벡터의 요소값은 90.2465 N·m², 8029.25 kg/m³로 각각의 오차가 0.00387%, 0%로 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 분포상수로 사용한 입력벡터 표준편차의

평균값은 6.065×10^{-7} 이었다.

Fig. 4는 식 (2)의 γ 값에 따른 모델개선 결과를 나타내고 있다. γ 값이 200이상으로 증가하면 일반화능력이 떨어지고, 개선결과가 좋지 않음을 알 수 있다. 그러나 $\gamma=200$ 이하의 사용범위에서는 큰 변화 없이 일정한 경향을 나타내고, 일반화성능에 영향을 미치지 않았다.

3.2 회전축계

Fig. 5는 Lalanne의 회전체 이론 모델⁽⁶⁾로써, 본 연구에서는 이 모델을 전단력등을 고려한 Timoshenko 보이론을 적용하여, 절점당 4자유도로 모델링하였다. 이 모델의 양 끝단을 4틸팅패드(tilting pad)저널베어링으로 대체한, 시뮬레이션 모델을 이용한다. 25,000 rpm으로 회전시의 저널베어링 틈새(C_p)를 파라미터로 하여 오차를 부여하고, 신경망을 이용하여 개선을 수행하였다. 베어링 틈새는 그 치수가 매우 작으므로 정확한 측정이 어렵고, 계속된 운전으로 인한 마모 등으로 변화하며, 작은 변화로도 전체 회전축계의 고유치에 영향을 미친다.

대상이론모델은 3개의 원판이 부착된 길이 1.3m, 지름 0.1m의 축이며, 부착된 원판사이의 거리가 $L_1=0.2$ m, $L_2=0.3$ m, $L_3=0.5$ m 및 $L_4=0.3$ m이다. 물성치는 $E=200$ GN/m², $\rho=7800$ kg/mm³, $\nu=0.3$ 이고, 원판 및 저널베어링의 데이터는 Table 4 및 5와 같다.

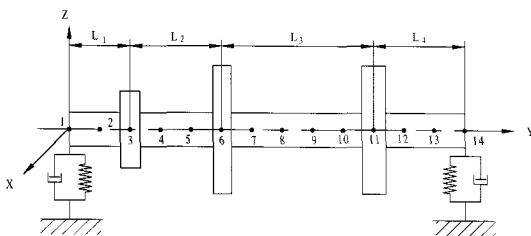


Fig. 5 Rotor model

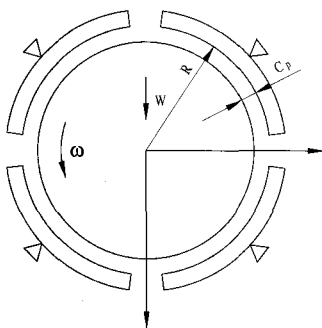


Fig. 6 Bearing geometry

Table 4 Journal bearing design parameter

Viscosity(μ)	$9.37 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$
Diameter(D)	0.1005 m
Machined clearance (C_p)	0.25 mm
Width(L)	50.23 mm
Clearance Ratio ($\Psi = C_p/R$)	0.004579
Load(W)	956.97 N
Rotating speed(N)	416.667 rps

Table 5 Training pair for rotor system

Input data (FRF)	$\begin{bmatrix} H(65)_{2.0e^{-4}} & H(65)_{2.01e^{-4}} & \dots & H(65)_{3.0e^{-4}} \\ H(80)_{2.0e^{-4}} & H(80)_{2.01e^{-4}} & \dots & H(80)_{3.0e^{-4}} \end{bmatrix}$
Target value (C_p)	$[2.0e^{-4} \ 2.01e^{-4} \ 2.02e^{-4} \ \dots \ 3.0e^{-4}]$

양단에 같은 특성의 베어링이 사용되며, 저널베어링의 Sommerfelt수는 무차원 수로써

$$S = \frac{\mu N L D}{W} \left(\frac{R}{C_p} \right)^2 = 0.83239$$

이다. 이것을 유한차분법(FDM)으로 계산한 결과데이터⁽⁶⁾를 이용해서 강성 및 감쇠계수값을 구한다. 단, 여기서 양 끝단의 지지하중은 편의상 같은 것으로 한다.

Table 5와 같이 $2.0 \times 10^{-4} \sim 3.0 \times 10^{-4}$ 범위에서 간격을 10^{-6} 으로 한 가공틈새(C_p)값들을 출력층의 출력벡터로 하고, 이에 대응하는 각각의 FRF값들을 입력벡터로 하는 훈련쌍을 구성한다.

시뮬레이션 데이터의 측정진동수는 주어진 저널베어링($C_p=0.25$ mm)에서의 강성과 감쇠계수를 가지는 계의 1차(59.72 Hz) 및 2차(77.99 Hz) 감쇠고유진동수 부근 값인 65 Hz와 80 Hz로 하였고, 측정위치는 6번째 절점(21번 자유도)으로 하였다.

훈련과정에서 미사용된 가공틈새 값 $C_p=0.29456$ mm을 이론모델에 대입하여 얻은 FRF값을 이용해서 신경망의 성능을 확인한 결과, 오차없는 정확한 값을 1초 이내의 속도로 추정하였다. Fig. 7은 식 (2)의 γ 값에 따른 모델개선 결과를 나타낸다. 이때 입력벡터의 표준편차들에 평균값은 3.3473×10^{-7} 이었다. γ 값에 따른 모델개선능력을 고찰해 보면, 100이상인 경우에 정확한 함수근사화를 위한 활성화 영역의 범위를 벗어나게 된다.

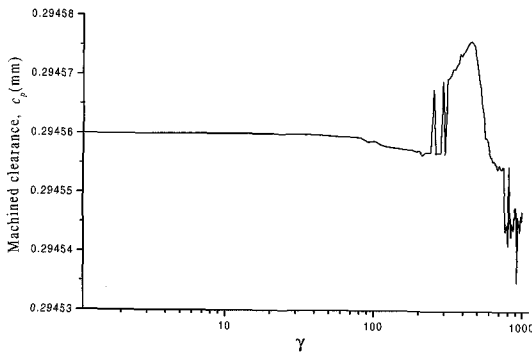


Fig. 7 Effect of factor γ on model updating

5. 결 론

모드데이터나 FRF를 이용한 방법은 모델의 개선결과가 실제 구조물의 거동에 맞추는 것은 가능하나, 실제 의미있고 적용 가능한 파라미터의 값을 얻는데 있어서, 해의 비유일성 등이 문제가 된다.⁽⁷⁾ 본 연구에서는 노이즈에 강인하고, 훈련된 다차원의 비선형 사상을 통해 정확한 값을 추정하는 신경망 중에서 함수 근사화에 널리 이용되는 RBF 신경망을 이용한 모델개선법을 제시하였다. 먼저 간단한 외팔보에 적용한 후, 실제 산업현장에서 널리 사용되며, 또한 문제가 될 수 있는 회전체의 저널베어링 틈새 개선에 적용하였다. 일반화능력이 확인된 훈련된 신경망을 시뮬레이션 데이터를 이용해서 확인해본 결과, 추정시간이 매우 짧고, 추정된 파라미터값은 정확했다. 훈련된 신경회로망의 빠른 추정능력은 개선 대상 파라미터와 그 변화범

위가 정확히 결정된다면, 산업현장에서 현장감시 등에 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- (1) M. J. Atalla and D. J. Inman, 1998, "On Model Updating Using Neural Networks," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(1), pp. 135~161.
- (2) M. Imregun, W. J. Visser and D. J. Ewins, 1995, "Finite Element Model Updating Using Frequency Response Function Data-I. Theory and Initial Investigation," *Mechanical System and Signal Processing*, 9(2), pp. 187~202.
- (3) J. E. Mottershead and M. I. Friswell, 1993, "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey," *Journal of Sound and Vibration*, 167(2), pp. 347~375.
- (4) H. Simon, 1999, "Neural Networks, a Comprehensive Foundation," Prentice Hall.
- (5) M. Lalanne and G. Ferraris, 1990, "Rotordynamics Prediction in Engineering," John Wiley & Sons.
- (6) T. Someya(Ed.), 1989, *Journal-Bearing Databook*, Springer-Verlag.
- (7) 박윤식, 박용화, 1999, "구조물 동특성 변경 관련 분야 및 동향," *한국소음진동공학회지*, Vol. 9, No. 3~No. 4, pp. 457~460, 669~680.