

축류형 터빈 익형의 역설계 및 형상설계를 위한 설계변수에 관한 연구

조수용* · 오군섭** · 최범석**

Study of Reverse Design for an Axial Turbine Blade Profile and Design Parameters for Designing Blade Geometry

Soo-Yong Cho*, Koon-Sup Oh**, Bum-Seog Choi**

Key Words: Blade Design (익형설계), Axial Type Turbine (축류형 터빈), Reverse Design (역설계), Aerodynamic Design (공력설계), Design Parameters (설계변수)

ABSTRACT

For a given axial turbine blade, reverse design method is developed to improve blade efficiency, optimize blade profile, or repair parts etc. In this process, design parameters for designing axial turbine blade are induced. The induced design parameters are as follows; ellipse at leading edge, radius of trailing edge, axial chord, tangential chord, wedge angle at the inlet, and unguided turning angle. Suction and pressure surfaces of turbine blade are described by cubic polynomials. Two sample blades are chosen and their blade profiles are measured at the mean radius. Values of design parameters for sample blades are obtained by the reverse design method. Re-designed blade profiles using calculated design parameters are compared with the measured data, and they show good agreement. So, the developed design method could be applied to design general turbine blades. Various blade shapes are designed, and they show that designed blade profiles can be adjusted by controlling design parameters.

1. 서 론

축류형 터빈은 항공기 및 산업용으로 많이 사용되어지고 있으며 근래 국내에서의 터보기계기술의 발전에 따라 새로운 제품의 개발이나 기존 제품의 향상에 많은 관심이 대두되었다. 본 연구에서는 터빈의 가장 핵심 부품인 익형의 형상설계에 관한 연구를 수행하였다. 익형의 형상설계는 터빈 설계의 가장 초기 단계에

속하나 설계된 익형은 기계적 안정성 뿐만 아니라 열적 안정성에 따라 반복 설계되어진다. 반복설계에 따라 터빈의 익형을 나타내는 적절한 설계변수를 설정하게 되면 재 설계 시 이들은 활용 가능한 데이터가 된다. 설계변수의 선정에 위하여 두 개의 샘플 익형을 선정하였으며 평균반경에서 익형의 형상을 측정하였다. 측정 데이터를 기준으로 원래의 익형으로 형상화하기 위한 역설계의 기법을 개발하였다.

익형을 형상화하는 여러 가지의 설계방법들이 존재한다. 익형의 표면에 원하는 속도와 압력을 얻을 수 있도록 익형을 형상화하는 inverse^(1,2) 방법이 있으나

* 경상대학교 항공기부품기술연구소(항공기계공학부)

** 한국기계연구원 열유체환경연구부

E-mail : sycho@nongae.gsnu.ac.kr

초기에 주어진 조건에 따라 물리적으로 형상화 될 수 없는 형상을 얻게 되는 경우도 있고 또한 초기에 적절한 속도나 압력 분포를 주기 위하여 이 분야에 경험을 필요로 하는 어려움이 있다. 익형의 형상을 한 개나 여러 개의 다항식으로 표현하는 방법⁽³⁾이 있으나 터빈의 부하계수가 증대하게 되면 입출구에서 유동각의 차가 증대되어 다항식을 이용하여 익형을 형상화하는데 어려움이 발생한다. 그 외에도 Joukowski의 형태를 이용하는 방법⁽⁴⁾이 있으며, 어떤 함수를 이용하여 캠버선을 정하고 캠버선 위에 두께를 가하는 방법⁽⁵⁾도 있다. 하지만 이러한 방법들은 많은 계산 데이터와 설계된 익형의 형태를 완전한 곡선이 되도록 하기 위하여 추가적인 계산이 필요하게 된다. 따라서 형상 설계자들은 보다 나은 방법을 찾게 되는데 설계변수를 활용한 설계기법^(6,7)이 개발되었으나 단순히 익형의 형상화에 관한 연구만을 수행하였으므로 다양한 형태의 익형에는 적용되지 못한다. 따라서 본 연구에서는 주어진 익형의 형상 데이터로부터 재 설계를 위한 설계변수를 추정하고 계산되어진 설계변수를 이용하여 재 설계를 수행하여 설계되어진 익형과 측정데이터를 비교하여 익형설계 기법을 개발하였다. 또한 선정되어진 익형의 설계변수를 어떻게 조절하는가에 따라서 익형의 형상이 어떻게 변하는지를 구하였다.

2. 설계변수 설정

익형의 설계에서는 터빈의 기본설계에서 얻어진 작동 가스의 공력학적인 값들이 사용되어진다. 즉, 입출구에서의 유동각, 속도벡터 및 열역학적인 값들이 사용되어지나 측정되어진 형상 데이터를 이용하여 역설계를 수행하는 경우에는 작동 가스의 공력학적인 값들을 이용할 수가 없다. 단순한 수치적인 값으로는 익형을 최적화 하거나, 익형의 효율 향상을 시도할 수가 없다. 따라서 형상을 규정지을 수 있는 설계변수를 설정하여야한다. 본 연구에서 사용되어진 역설계용 익형은 170 MW급의 대형가스터빈에 사용되어지는 터빈 1단의 동익을 평균반경에서 측정한 값(Case1)과 100 kW급 터빈의 동익(Case2)이 사용되었다.

역설계에서의 어려움은 작동가스의 공력학적인 값들을 알지 못하므로 단순히 주어진 수치적 데이터로부터 형상변수를 추적하여야 하는데 이를 위하여 보다 많은 데이터들의 값을 필요로 한다. 하지만 측정의 한계로 익형의 형상에 대하여 80 개 정도만 측정되었으

므로 측정 데이터 만으로의 해석에는 문제를 초래한다. 특히 앞전부 영역에서의 해석을 위하여 최대 점의 위치를 파악하여야 하나 주어진 데이터만으로는 이러한 점을 파악하기가 어렵게 된다. 따라서 듣성하게 측정된 데이터를 기준으로 측정 데이터의 내부에 데이터를 내삽하여야 하는데 곡률이 심하게 변화하는 경우에는 적용하는 내삽법에 따라서 다른 결과들이 나온다. 본 연구에서는 Legedre의 내삽법과 cubic spline 내삽법을 적용하여 본 결과 데이터간에 곡률이 심하지 않은 경우에는 두 방법의 결과에 차이를 발견할 수 없었으나 곡률이 심하게 변하는 앞전부의 경우에는 cubic spline 방법이 보다 정확한 결과를 보여 주었다.

우선 익형의 길이 파악을 위하여 측정되어진 데이터를 이용하여 뒷전부의 중심위치를 추정하여야 한다. 뒷전의 형상은 구조적으로 취약하지 않으면 가능한 얇게 하는 것이 유동의 방해로 적게 하므로 공력학적으로 유리하다. 따라서 뒷전부의 형상을 원형으로 하는 설계변수를 선정하였다. 원형의 중심을 찾기 위하여 흡입면과 압력면의 측정점이 원형에 접할 때 이 점점에 상호 수직한 직선들의 교차점으로 계산되었다. 계산되어진 중심과 표면과의 거리는 뒷전 반경이 되며 흡입면과 압력면에서 뒷전반경과의 접점과 기울기는 흡입면과 압력면의 설계를 위한 설계변수의 값을 계산하기 위하여 1차 활용되어질 수 있다.

주어진 측정 데이터만으로 익형의 입구각을 파악하는 것은 설계되어진 익형의 앞전부의 형상을 어떻게 조절하였는가 따라서 불가능한 경우도 있다. 대형의 터빈의 경우에는 앞전부의 형상을 큰 원형으로 형성하게 되면 앞전부에서 흡입면을 지나는 유동에서 속도의 최대 값이 발생되므로 압력면과 흡입면을 각각 다르게 조절할 필요가 있다. 이럴 경우에는 측정된 데이터만으로 익형의 입구각을 추정하는 것은 엄밀한 의미에서 불가능하다. Case1의 익형은 익형 입구각을 기준으로 대칭이 아니므로 입구 유동각의 차이를 보상하기 위하여 앞전부에서 익형의 두께와 입구각 방향으로의 거리와의 비율이 1.6이 되어지는 영역까지를 고려하여 입구각을 설정하였으며 대칭인 경우에는 1.8의 영역까지 고려하여 입구 유동각을 선정하였다. 익형 입구각의 설정은 우선 임의의 각도로 입구각을 가정하여 원점을 기준으로 입구각으로 설정된 직선이 수직이 되도록 회전을 시킨다. 회전된 수직선이 측정된 데이터들의 중심에 존재하는지를 확인하기 위하여 흡입면과 압력면에 있는 데이터간의 길이들의 차가 최소가 되어질 때

설정한 입구각이 설계변수의 값이 된다.

설계 시 유동 속도의 조정이나 냉각홀의 설계를 위하여 흡입면이 압력면보다 곡률의 조정이 심하게 되었다면 계산되어지는 익형의 입구각은 압력면쪽으로 치우치게 된다. 이러한 효과를 보상하기 위하여서는 입구각 방향으로의 거리와 익형 두께의 역비를 상당히 적은 값으로 선정하거나 아니면 입구각 방향으로의 여러 거리에 따라서 최적의 유동각들을 확인하여 최대의 익형 입구각을 설정할 수도 있다.

앞전에서의 형상은 앞전에서부터 익형의 입구각 방향으로 일정거리를 따라 형성한 곡면이 측정된 데이터와의 거리 차이가 최소가 되도록 하여 형상을 예측할 수 있다. 이를 위하여 입구각 방향으로 주어진 거리에서 데이터와의 최소의 차이를 형성하는 곡면을 형성하기 위하여 간단한 형상인 타원을 선정하였고 타원의 중심을 이동하면서 장축과 단축을 조정하여 측정 데이터에 가장 근접한 타원을 찾는다. 최소의 차이 값을 찾기 위하여 황금분할법이 사용되었다. 이와 같이 하면 전단부의 형상은 실제 측정된 데이터와 상당히 잘 일치하지만 끝 부분에서의 기울기가 실제 데이터와 차이가 있어서 흡입면을 형상화하는데 오차를 발생한다. 따라서 데이터와의 차이를 고려할 경우에는 한 영역만 고려하여서는 되지 않으므로 흡입면과 압력면의 전체 데이터를 동시에 고려하여야 한다. 특히 흡입면은 상당한 굴곡을 가지고 있으므로 이 부분은 다항식을 사용하여야 하는데 본 연구에서는 설계변수로 3차원 다항식을 선택하였다. 흡입면의 경우는 3차원의 다항식을 최소자승법에 의하여 구할 수 있지만 이러한 결과는 측정 데이터와는 잘 일치하지만 끝 부분에서의 기울기가 일치하지 못하는 결과를 초래하여 타원과의 접점에서 일차미분이 일치하도록 조절하여야 한다.

주어진 피치를 바탕으로 쓰로트(throat)의 위치를 계산하고 그 위치에서 기울기를 계산한다. 흡입면의 최적화는 최소자승법에 의하여 3차원 다항식을 구하게 된다. 타원과의 접점과 기울기를 바탕으로 타원을 구하게 되는데 교차하는 점과 기울기가 일치하는 타원을 찾기 위하여 타원의 중심을 이동하면서 계산을 수행한다. 타원과 다항식이 측정된 데이터와 일치되도록 하기 위하여 접점의 위치를 변경하면서, 또한 흡입면 영역에서의 계산된 곡선과 실제 데이터와의 차이가 최소가 되도록 계산을 수행한다. 뿐만 아니라 쓰로트에서의 기울기도 동시에 변경시키면서 흡입면의 3차 다항식과 전단부의 타원이 동시에 최적화 되도록 한다. 앞서 언

급한 방법으로 계산을 수행하면서 타원과 다항식의 교차점 및 기울기를 구하게 되는데 이 기울기가 흡입면에서의 입구사이각이 된다. 그리고 쓰로트에서의 교차점과 계산되어진 기울기를 바탕으로 쓰로트에서 뒷전까지의 흡입면을 설계하여야 하는데 이 부분에서의 계산이 최소화되도록 설계하여야 한다. 특히 마하수가 0.8이상이면 손실이 증대되어 직선의 형태로 설계하지만 마하수가 낮은 흐름인 경우에는 손실의 영향이 크지 않으므로 구조적으로 취약하지 않도록 하여야 한다. 이를 위하여 원형을 설계변수로 선정하였으며 직선의 경우는 곡률을 적게 하게 되면 얻게 된다. 이 부분의 형상을 곡률에 의하여 직접 조절하기보다는 쓰로트에서의 기울기와 뒷전부와의 교차점에서 형성되는 기울기와의 차이인 unguided 회전각을 조절하며 필요한 형상을 얻도록 하였다. 주어진 익형의 데이터를 이용하는 역설계의 경우는 원형을 바탕으로 데이터와의 차이 값이 최소가 되도록 뒷전부의 원형과 교차하는 점에서의 기울기와 위치를 변경하며 계산하였다. 압력면의 계산은 흡입면에 비하여 대체적으로 간단한 특징이 있다. 따라서 두 개의 곡선에 의하여 앞전부의 타원과

Table 1 Independent design parameters for blade design

C_x	Axial chord
C_t	Tangential chord
$\epsilon_{uin}, \epsilon_{lin}$	Inlet upper and lower wedge angle
R_{ux}, R_{uy}	Half of major axis and minor axis of upper ellipse
R_{lx}, R_{ly}	Half of major axis and minor axis of lower ellipse
β_{in}, β_{out}	Inlet and exit blade angle
η	Unguided turning angle
R_{te}	Trailing edge radius
o, p	Throat or pitch

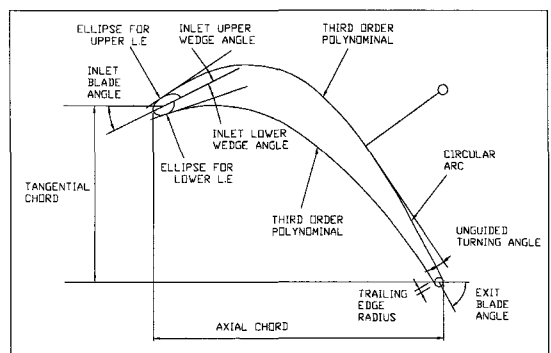


Fig. 1 Independent design parameters for blade profile

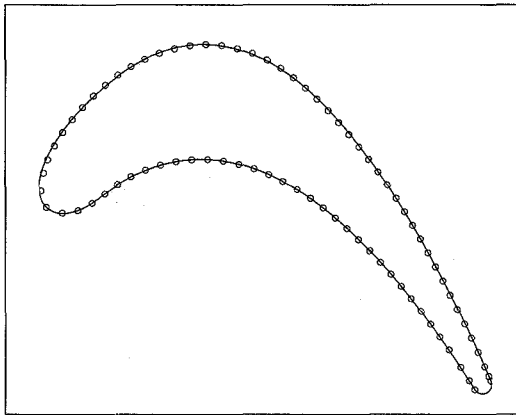
타원과 압력면의 3차원 다항식으로 구성하였다. 계산은 흡입면의 계산 방법과 같이 전단부를 나타내는 타원과 압력면을 나타내는 3차원 다항식이 데이터와의 차이를 최소화하도록 타원과 다항식의 교차점의 위치를

변경하면서 찾는다. 교차점에서의 기울기가 압력면에서의 입구사이각이 된다. 뒷전부의 원형과 접하는 3차원 다항식에서의 기울기는 흡입면에서 계산되어진 뒷전 반경과의 접선기울기를 평균하여 익형의 출구각이 된다. 이와 같은 계산과정에서 뒷전부에서의 사이각과 unguided 회전각을 얻게 된다.

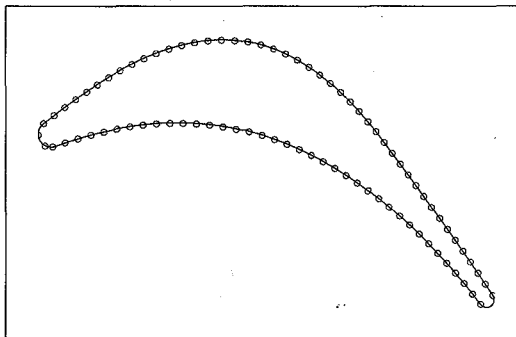
이상의 역설계 방법으로부터 형상을 위하여 설정된 설계변수를 Table 1에 나타내었으며 Fig. 1은 익형에서의 위치를 나타낸다. Table 2는 역설계 기법에 의하여 샘플 익형에 대하여 계산한 설계변수의 값을 나타내고 있다. Fig. 2(a)는 대형가스터빈에 사용되는 익형을 역설계 기법에 의하여 얻어진 설계변수의 값으로 재 설계한 결과와 측정된 데이터와 비교한 결과를 나타내고 있다. 대형가스터빈의 익형은 전단부의 형상이 흡입면과 압력면이 각각 다르게 조정되어져 있음을 알 수 있다. Fig. 2(b)는 소형가스터빈의 익형을 재 설계하여 측정된 데이터와 비교한 결과를 나타내고 있으며 대형가스터빈의 경우와 달리 전단부가 단일 원형으로 설계되었음을 알 수 있다. 선택한 두 샘플 익형의 재 설계 결과는 측정된 데이터와 상당히 잘 일치되는 결과를 보여주고 있다.

Table 2 Values of design parameters induced by reverse design method for sample blades [mm]

Design parameters	Input values for Case 1	Input values for Case 2
C_x	99.04	26.30
C_t	42.13	9.51
$\epsilon_{uin}, \epsilon_{iin}$	0.19°, 7.94°	9.45°
R_{ux}, R_{uy}	21.1, 9.44	0.74
R_{ix}, R_{iy}	11.36, 6.96	0.74
β_{in}, β_{out}	46.02°, 62.43°	29.5° 7°, 54.09°
η	9.55°	3.25°
R_{te}	3.0	0.43
p	54.76	14.33



(a) Case 1



(b) Case 2

Fig. 2 Reversed designed blade profiles using in a heavy-duty gas turbine and a small gas turbine

3. 설계변수의 영향

역설계 과정에서 선정된 설계변수를 조절하게 되면 다양한 익형의 형상을 설계 할 수 있게 된다. Case1 익형을 기준으로 이들 설계변수의 조절에 따른 익형 형상의 변화에 대하여 나타내었다. Fig. 3은 익형의 최대 두께에서 뒷전까지 연결하는 영역의 조절을 위하여 설계변수의 조절에 따른 익형의 변화를 나타내고 있다. Unguided 회전각의 변화에 따른 익형의 형상 변화를 Fig. 3(a)에서 보여주고 있다. Unguided 회전각의 감소에 따라 쓰로트 뒷부분의 흡입면 형상이 직선적으로 변화는 형상으로 바뀌게 됨을 알 수 있다. 터빈을 지나는 유동의 마하수가 0.8이상이 되면 이 영역에서의 확산이 크게 발달되어 손실이 증대되므로 직선적인 형상으로 설계를 하게 되면 손실을 감소하게 되나 이 영역에서의 익형의 형상은 뒷전부의 두께와 비슷하게 되는 직선의 형상을 갖게 되므로 구조적으로 문제가 발생된다. 따라서 공력 손실과 구조적인 문제를 동시에 고려하여 설계를 수행하여야 한다. Fig. 3(b)에서는 뒷전 반경의 변화에 따른 익형의 형상 변화를 보여주고 있다. 뒷전 반경을 줄이게 되면 흡입면과 압력면이 동시에

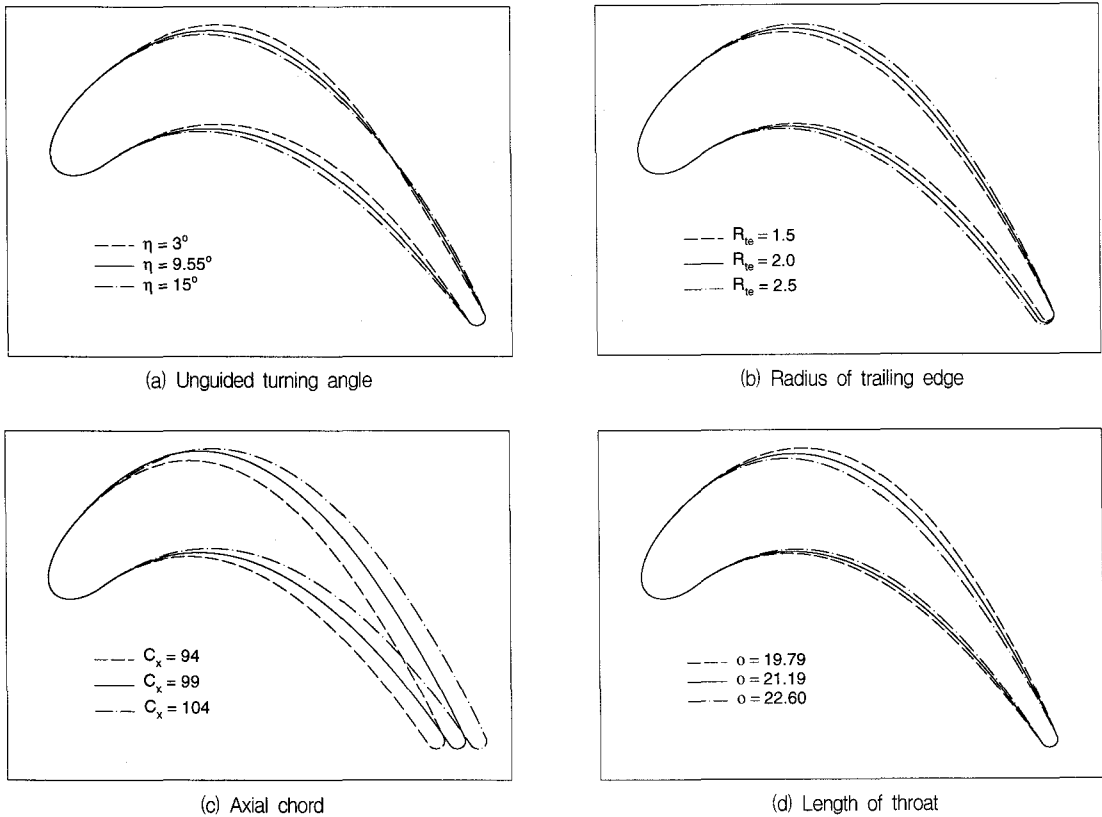


Fig. 3 Adjustable blade profiles downstream maximum thickness of blade by controlling design parameters

익형의 안쪽으로 이동하여 뒷전의 반경과 접선을 이루도록 한다. 따라서 익형의 두께는 뒷전 반경에 비례하여 줄어들게 되는 형상을 얻게 된다. 이러한 변화는 unguided 회전각의 감소에 따라 압력면만이 익형의 안쪽으로 이동하게 되는 것과는 달리 뒷전 반경의 감소는 압력면과 흡입면이 동시에 익형의 안쪽으로 움직이는 특징이 있다. Fig. 3(c)는 축방향 시위의 변화에 따른 익형의 형상 변화를 보여주고 있다. 다른 설계변수의 값들은 같은 값으로 하고 축방향 시위만 변경하였으므로 익형의 최대 두께 앞부분에서는 변화를 나타내지 않는다. 이는 익형의 전체 길이를 축방향 시위가 좌우하지만 전단부에서의 익형의 형상은 다른 설계변수에 의하여 결정됨을 알 수 있다. Fig. 3(d)에서는 쓰로트의 폭에 따른 익형의 형상 변화를 보여주고 있는데 쓰로트 폭의 증가는 흡입면을 압력면 방향으로 움직이게 만들므로 익형의 두께는 점차적으로 얇아지게 된다. 쓰로트에서의 폭 조절은 식 (1)에서 처럼 설계 시 익형의 개수(N_{blade})와 출구에서의 유동각(β_{out})과 쓰로

트 형상계수(κ)에 의하여 조절 가능하다. 쓰로트의 폭 변화는 앞서 언급한 설계변수에 의한 익형 형상 변화와는 달리 쓰로트의 방향으로 압력면과 흡입면을 동시에 움직일 수 있다.

$$o = \frac{2\pi R_{mean}}{N_{blade}} \cos(\beta_{out}) - x R_{te} \quad (1)$$

Fig. 4는 입구사이각의 변화에 따른 익형의 최대 두께 영역의 변화를 나타내고 있다. Fig 4(a)는 흡입면에 접촉하는 입구사이각의 증가에 따라 흡입면이 볼록하게 되어 익형의 두께가 증가하고 있음을 나타내고 있다. 압력면에서의 변화는 압력면에 접촉하는 입구사이각의 증가에 따라 익형 최대 두께의 영역에서 압력면의 곡률이 증가하게 되어 익형의 두께가 커지게 되고 있음을 나타내고 있다. 흡입면과 압력면에서의 입구사이각을 독립된 설계변수로 설정하였으므로 각각의 변화는 독립된 형상의 변화를 보여주고 있다.

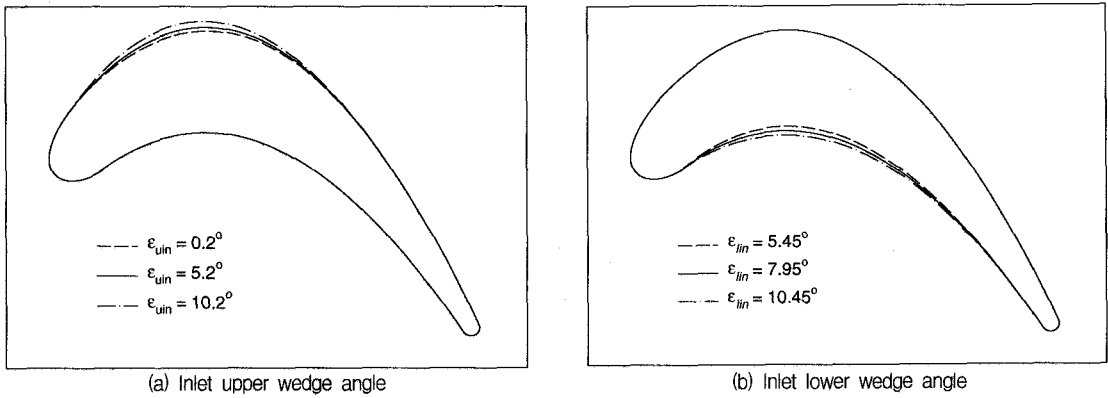


Fig. 4 Adjustable maximum thickness of blade by controlling inlet wedge angles

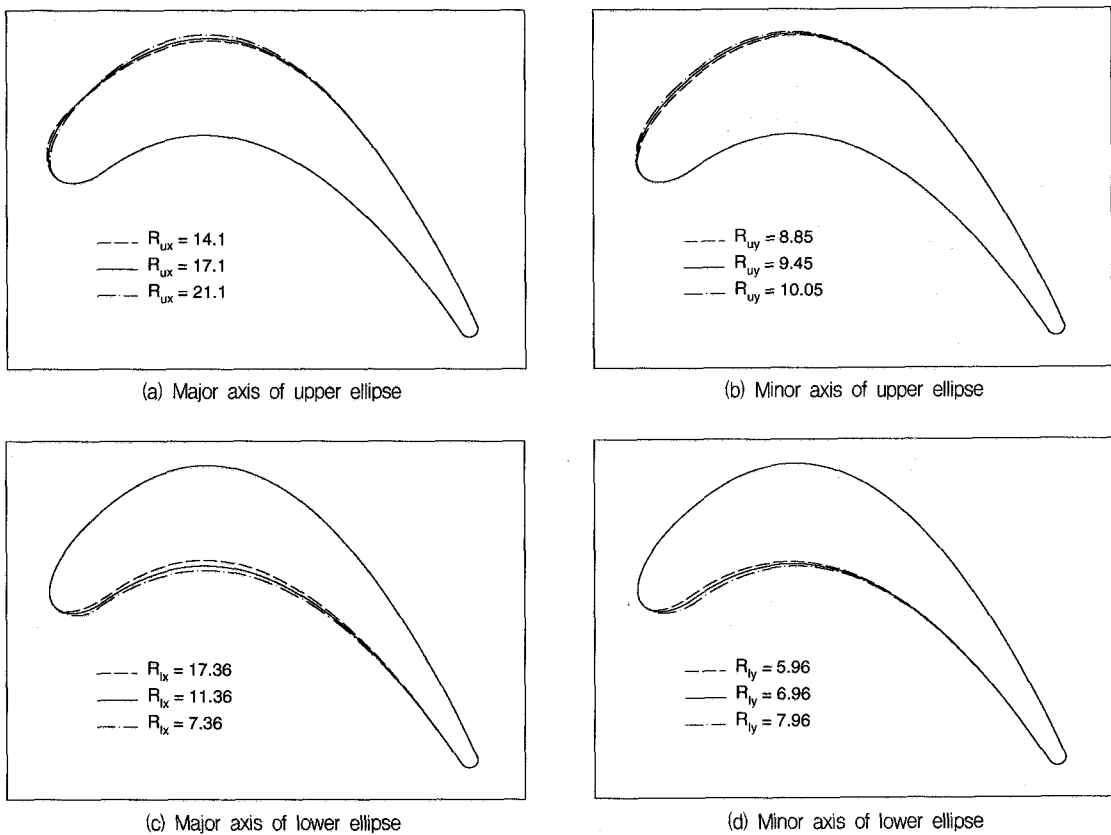


Fig. 5 Adjustable blade profile upstream maximum thickness of blade by controlling major or minor axis of ellipse

Fig. 5는 익형의 최대 두께 영역의 앞부분에서의 형상 변화를 얻기 위하여 설정된 설계변수의 변화에 따른 익형의 형상들을 나타내고 있다. Fig. 5(a)와 (b)는 전단부 영역의 흡입면 곡선을 형성하는 타원의 장축과

단축의 변화에 따른 익형의 형상 변화를 보여 주고 있다. 장축이나 단축의 변화는 입구사이각이 일정하므로 흡입면을 형성하는 타원에 접점을 이루는 위치가 변하게 된다. 장축을 크게 하게 되면 입구사이각을 이루는

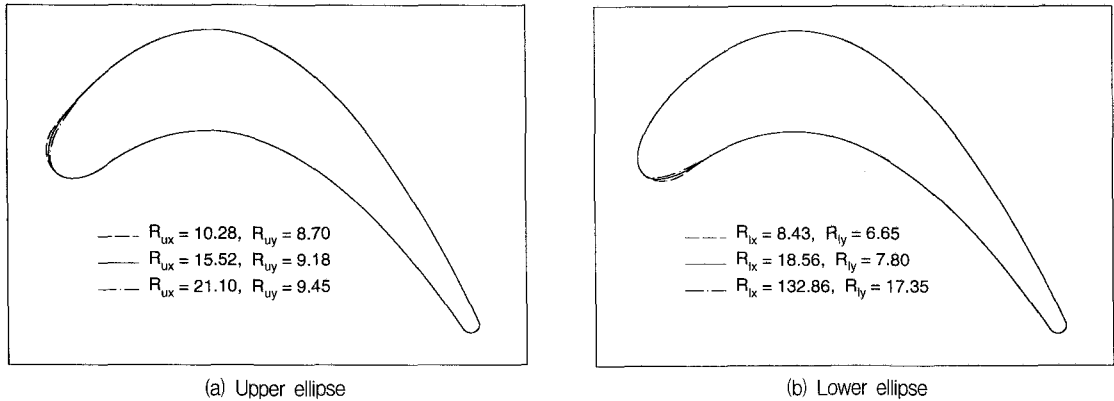


Fig. 6 Adjustable leading edge part by controlling major or minor axis of ellipse

직선과의 접점의 위치는 뒤로 움직이게 된다. 접점 위치의 앞부분인 전단부 영역은 장축의 증가에 따라 곡률이 커지게 되므로 완만한 곡선으로 변경되어지는 반면 익형의 최대 두께 부분은 증가하게 되는 특징을 보이고 있다. Fig. 5(b)는 단축의 변화에 따른 변화를 보여주는데 단축의 감소에 따라 입구사이각의 직선과 접점을 이루는 위치가 익형의 안쪽으로 움직이게 되므로 익형의 전단부 뿐만 아니라 익형의 두께를 줄이고 있다. Fig. 5(c), (d)는 전단부 영역의 압력면의 곡면을 형성하는 타원의 장축과 단축의 변화에 따른 익형의 형상 변화를 나타내고 있다. 각각의 변화는 전단부 영역의 곡면 뿐만 아니라 압력면의 두께부까지 영향을 미치고 있는데 장축의 변화는 익형의 두께에 많은 변화를 초래하고 있음을 알 수 있다. 이상의 익형 형상의 변화에 의하여 타원의 장축과 단축을 조절하여 전단부 영역의 곡면을 조절할 수 있음을 알 수 있다.

특히 대형 가스터빈의 경우 전단부의 흡입면에서 최대 속도의 크기를 억제하기 위해서나 전단부의 냉각을 위한 냉각공기의 흡 설계에 따라 전단부 곡면의 조절이 필요하게 된다. 이러한 경우 장축과 단축의 조절에 의하여 이러한 목적을 달성할 수 있다.

Fig. 6은 전단부의 곡면을 형성하는 타원의 장축과 단축을 동시에 변경하여 전단부의 곡면을 필요에 따라 조절할 수 있음을 나타내고 있다. 흡입면이나 압력면에서 장축과 단축의 크기를 증대하면 전단부 영역의 곡면의 곡률이 증가하게 되어 완만한 곡면을 얻게 되어짐을 알 수 있다.

4. 결 론

터빈 익형의 효율 향상을 위하여 최적화 기법의 적용이나 보수 유지를 위하여 익형의 역설계를 위한 역설계 기법이 개발되었다. 개발된 역설계 기법을 대형가스터빈에 적용되는 익형과 소형가스터빈의 익형에 적용하여 각각의 설계변수들의 값을 얻게 되었다. 역설계 기법에서 얻어진 설계변수의 적용으로 재 설계되어진 익형의 형상과 측정되어진 결과와 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 역설계 과정에서 익형 형상설계에 필요한 설계변수들을 설정하였다. 설계변수들의 변경에 따라 익형 형상이 변화는 관계를 얻게 되어 익형 형상설계 시 설계변수의 조정에 의하여 필요로 하는 익형을 얻을 수 있게 되었다. 특히 전단부에 열적인 문제의 해결을 위하여 냉각홀의 설치에 따른 조정과 흡입면에서의 최대 속도를 조절하기 위하여 전단부의 형상을 조절할 수 있게 되었다. 따라서 이러한 방법은 초기의 익형 형상설계 시에 적용 가능할 뿐만 아니라 공력 손실의 감소를 위한 중간 단계에서도 적용 가능하다. 현재 적용된 설계 기법은 필요로 하는 반경으로 확장하게 되면 3차원 익형의 설계에 적용 가능하므로 터빈의 익형 형상설계에 많은 도움이 될 것이다.

참고문헌

- (1) Demeulenare, A. and Braembussche, R., 1998, "Three-Dimensional Inverse Method for Turbomachinery Blading Design", *J. of Turbomachinery*

- nerly, Vol. 120, pp. 247~254.
- (2) Jiang, J. and Dang, T., 1997, "Design Method for Turbomachine Blades with Finite Thickness by the Circulation Method", *J. of Turbomachinery*, Vol. 119, pp. 539~543.
 - (3) Engeli, M., Zollinger, H. J. and Allemann, J. C., 1978, "A Computer Program for the Design of Turbomachinery Blades" *ASME Paper 78-GT-36*.
 - (4) Spiegel, M., 1964, "Complex Variable", McGraw-Hill.
 - (5) Dunham, J., 1974, "A Parametric Method of Turbine Blade Profile Design" *ASME Paper 74-GT-119*.
 - (6) Pritchard L. J., 1885, "An Eleven Parameter Axial Turbine Geometry Model", *ASME Paper 85-GT-219*.
 - (7) Korakiantis, T., 1993, "Prescribed-Curvature-Distribution Airfoils for the Preliminary Geometric Design of Axial-Turbomachinery Cascades", *J. of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 325~333.