財務管理研究 第十七券 第一號(2000. 6), 91~110

衝擊의 확률적 장기영향과 자본시장의 構造變化

李 逸 均*

un tournant et un retour à un point de départ.[1)]
陽氣自出 物自生長 陰氣自起 物自咸藏[2)]

〈요 약〉

충격이 경제에 가해질 때 이 충격이 경제 내에 일시적으로 존속하는 경우도 있고 이 충격이 영구히 존속하는 경우도 있다. 이 양극단 사이의 과정도 존재할 수 있다. 이것을 표상한 것이 stopbreak 과정이다. 충격의 효과가 영구적 효과와 일시적 효과 사이에서 파동하는 시계열을 모형화한 것이 이 과정인 것이다. 이 과정에서는 일정한 기간에는 영구적인 평균이동이 발생하여 구조변화가 발생한다. 다른 기간에 발생하는 충격은 그 효과가 급속히 소멸한다.

밀접한 관계를 맺고 있는 두 주가의 비율은 한 주가의 변동이 제시하는 것을 분석하고 이것을 이용하여 다른 주가를 예측할 수 있는 정보를 제공한다. 한 주가의 변동이 발생하면 이 두 주가의 비율은 변동한다. 그러나 한 주가의 변동의 정보성이 인정되어 이 정보가 다른 주가에 반영되어 조정되면 두 주가의 비율은 변동이전의 수준으로 회귀할 것이다. 변동이 영구적이면 두 주가비율은 동일한 수준을 유지할 것이다. 반면 다른 주가에 영향을 미치지 못하는 정보이면 두 주가의 비율은 변동된 상태에서 지속될 것이다. 일정기간은 영구적 구조변화가 발생하고 그 이외의 기간에는 구조 변화가 발생하지 않고 있는 것이다. 따라서 stopbreak 과정을 사용하여 정확한 예측을 수행할 수 있다.

주가지수들이 stopbreak 과정에 의하여 생성되고 있음이 발견되었다. 즉 주가지수들은 확률적 영구구조변화가 발생하고 있는 시계열들이다. 종합주가지수/제조업지수 역시 확률적 영구구조변화를 가지는 stopbreak 과정에 의하여 생성되고 있음이 밝혀졌다. 이 과정을 실제에 적용하여 주가의 움직임을 파악하면 예측이 가능하다. 특히 연관성이 깊은 두 주식의 주가비율을 사용할 때 효과적이라 할 수 있다.

* 明知大學校 經營學部 敎授

1) 선회와 출발점에로의 회귀 (Edgar Morin, 상실된 패러다임)
2) 양기가 나오면 사물은 스스로 생성하고 성장하며 음기가 일어나면 사물은 스스로 성장하고 저장한다. (王充, 論衡)

Ⅰ. 서 론

충격이 경제에 가해질 때 충격의 성질에 따라 이 충격이 경제에 미치는 효과는 다를 것이다. 충격의 효과가 일시적으로 존재하는 경우도 있을 것이며 영구적인 경우도 있을 것이다. 뿐만 아니라 충격이 장기간 지속될 수도 있을 것이다. 충격의 효과가 일시적이면 이 충격의 효과는 지수율에 의하여 급속히 감소하여 소멸한다. 반면에 장기적이면 쌍곡선율에 의하여 서서히 감소하여 소멸한다. 쌍곡선율은 감속의 속도가 무척 완만하여 오랜 기간이 경과해야 비로소 그 효과가 소멸한다. 충격이 일시적 효과를 가지면 충격으로 인하여 발생한 시계열의 모수는 조만간 평균으로 회귀할 것이다. 말하자면 이 시계열이 평균회귀과정에 의하여 생성된다.

AR(1)과정은 대표적인 단기기억과정이다. 무작위행보과정(random walk process)은 충격이 발생할 때마다 그 충격의 효과가 영원히 지속하는 영구기억과정(permanent memory process)이다. 무작위행보과정은 충격이 발생할 때마다 구조변화가 발생하며 AR(1)과정은 구조변화가 발생하지 않는다. 분수적분과정(fractionally integrated process)은 충격의 효과가 장기적으로 존속하는 대표적인 장기기억과정이다.

李逸均(1998a)은 연속시간 확률미분방정식의 추정을 통하여 종합주가지수 수익률의 시계열이 평균회귀과정을 따르고 있지 않음을 발견하였다. 이것은 이 시계열이 AR(1)에 의하여 생성되고 있지 않고 있음을 시사하고 있는 것이다. 그(1999a)는 분수브라운 운동과정의 현실적합성 여부를 탐구하면서 종합주가지수가 무작위행보과정을 따르고 있지 않고 있다는 점을 실증분석을 통하여 제시하고 있다. 그는 이 지수가 장기기억과정에 의하여 형성되고 있음을 보여주고 있다. 李逸均(1999b)은 분수 자기회귀 이분산 모형을 정립하고 검정하였는 바, 이 과정이 주가시계열 생성과정으로 적합하다는 점을 제시하고 있다. 즉 주가가 장기기억과정을 따르고 있다. 그(2000)는 주가의 시간가역성을 탐구하는 과정에서 증권시장의 구조가 변화되었음을 발견하였다.

Perron(1989)은 경제의 구조변화가 발생한 시점을 알고 있다는 전제하에 구조변화를 검정하는 방법을 개발한 바 있다. 그 이래 이 방법에 대한 비판과 더불어 경제의 구조변화에 대한 논의가 진지하게 진행되어 오고 있으나 이론적 측면에 대한 연구가 활발한 반면 실증분석에 대한 연구는 미미한 실정이다. 이것은 구조변화의 시점을 알지 못할 때 이 시점을 포착하는 방법이 여의치 않기 때문이다. 경제의 구조변화에 대하여 Andrews(1993), Andrews 등(1996), Hansen(1992) 등이 이론을 개발하고 있다. 그들의 모형은 구조변화가 발생한 시기를 알면 검정이 용이하다. Bai와 Perron(1998)은 구조변

화가 여러번 발생할 때에 그 시점을 포착하고 검정할 수 있는 통계량을 개발한 바 있다. Hidalgo(1995)는 구조가 안정적인지 아니면 구조변화가 발생하였는지를 분별하는 검정방법을 비모수적 조건부 적률을 사용하여 정립하였다. Sakata와 White(1998)는 시장붕괴(market crash)와 같은 큰 충격이 발생할 때 변동성이 어떻게 변화하는가를 연구한 바 있다. 그러나 구조변화 발생시기가 알려지지 않은 경우 구조변화시기를 용이하게 파악하기가 쉽지 않다. 일정기간 내에 구조변화가 여러번 발생하면 구조변화시기와 검정통계량을 계산하기가 지난한 실정이다.

충격이 발생할 때 그 효과가 영속적이면 구조변화도 동시에 발생한다. 구조변화는 무작위행보과정처럼 충격이 발생할 때마다 발생할 수도 있고 AR(1)과정과 같이 충격이 발생하여도 구조변화가 이루어지지 않을 수도 있다. 뿐만 아니라 이 두 극단 사이에 존재할 수도 있다. 즉 경제에 가해진 충격의 특성에 따라 충격의 효과가 영속하는 경우도 있을 수 있고 단기적으로 소멸할 수도 있을 것이다. 각 관찰치의 장기적 영향이 시간의 흐름에 따라 변하며 동시에 확률적인 확률과정은 효과의 일시성과 항구성 사이의 효과를 반영하는 모형이 될 것이다. 확률적 구조변화가 확률적 구간(random interval)에서 발생하는 과정이 확률적 항구구조변화(stochastic permanent breaks; stopbreak) 과정이다. 이 과정은 Engle과 Smith(1999)가 정립하였다. 그들에 의하면 미국의 증권시장은 이 과정을 따르고 있다.

본 논문에서는 확률적 항구 구조변화과정에 의하여 주가가 생성되고 있는지의 여부를 검정하고자 한다. 이 검정을 통하여 경제에 가해진 충격이 발생하는 일시적 효과와 항구적 효과 사이의 관계가 파악되고 증권시장의 구조변화여부가 밝혀질 수 있을 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 stopbreak 과정의 모형과 성질을 파악하고 검정통계량과 추정식을 살펴본다. 제3장에서는 추정과 검정을 수행하여 증권시장의 구조변화와 주가의 예측성을 점검한다. 제4장에서는 결론을 제시한다.

Ⅱ. 確率的 恒久構造變化 過程

1. 확률과정

확률적 항구구조변화과정은 시계열을 y_t라 할 때 가장 단순한 형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.[1)]

$$y_t = m_t + \varepsilon_t,\ t = 0,\ 1,\ \ldots,\ T \tag{1}$$

위에서 ε_t는 定常的 마팅게일 차분 수열이다. m_t는 시간의 흐름에 걸쳐 변화하는 조건부 평균으로 시간의 흐름에 따라 다음과 같이 변화한다.

$$\begin{aligned} m_t &= m_{t-1} + q_{t-1}\varepsilon_{t-1} \\ &= m_0 + \sum_{i=1}^{t} q_{t-i}\varepsilon_{t-i},\ t=1,\ 2,\ \ldots,\ T \end{aligned} \tag{2}$$

위에서 m_0은 상수이고 기지의 수치이다. 정보집합 $\{F_t\}$를 y_t에 적응된 σ-대수의 증가수열이라 하고 $q_t = q(\varepsilon_t)$라 하자. 그러면 $m_{t-1} = (y_t \mid F_{t-1})$는 조건부 평균이다. 함수 $q_t = q(\varepsilon_t)$가 $E(q_t\varepsilon_t \mid F_{t-1}) = 0$을 만족하면 m_t도 y의 다기간 예측치이다. 이 함수가 0에 의하여 유계이고 $\partial q/\partial \mid \varepsilon \mid$ 이 확률 1로 비음이고 유한이라고 가정하자. 이것은 시계열이 적은 충격이 발생할 때 보다는 큰 충격이 발생한 후에 평균에 회귀할 가능성이 적다는 것을 가정하는 것과 동치인 것이다. $\overline{q_t} = 1$이면 시간 t에 실현된 과정은 무작위 행보(random walk)이다. $\overline{q_t} = 0$이면 조건부 평균은 변하지 않고 따라서 y_t에 대한 장기 예측값도 변하지 않는다. 따라서 충격의 영구성이 내생적으로 결정되는 과정을 얻게 된다. 주식시장에서 충격이 발생할 때 충격이 크면 이 충격을 중요한 정보로 인식하고 충격이 적으면 이 충격은 단순한 잡음으로 인식하게 될 때 이 과정에 의하여 주가를 표시할 수 있다.[2)]

stopbreak 과정은 충격의 항구적 효과가 시간의 흐름에 따라 변하며 확률적이라는 것이 큰 특징이다. 구조변화가 어느 시기들에서는 항구적이고 어느 시기들에서는 그렇지 않다. 정보집합 F_t가 시계열 $\{y_t\}$의 모든 과거를 포함하고 있다고 할 때 $f(y_t,\ k) = E(y_{t+k} \mid F_t)$이고 $\varepsilon_t = y_t - E(y_t \mid F_{t-1})$이라 하면 쇄신(innovation)의 항구적 효과는 다음과 같다.

$$\lambda_t \stackrel{d}{=} \lim_{k\to\infty} \frac{\partial f(y_t,\ k)}{\partial \varepsilon_t}$$

1) 확률적 항구구조변화과정은 실증분석의 이해에 필요한 정도로 Engle과 Smith(1999)를 요약하여 제시하고자 한다. 자세한 것은 그들의 논문을 참조하시기 바란다.

2) 함수 q를 현재의 쇄신(current innovation)만의 함수로 정의하였는데, 이 함수는 정보 집합을 구성하는 모든 요소 또는 일부의 요소로 정의할 수도 있다.

위에서 $\overset{d}{=}$ 는 분포에 있어서의 동치를 의미한다. 마팅게일에서는 모든 충격이 항구적 효과를 갖는다. 따라서 λ는 확률 1로 $\lambda_t = 1$이다. 모든 t에 대하여 확률 1로 $\lambda_t = 0$이면 이 과정은 항구적 구조변화를 가지지 않는다. λ_t가 0과 1 사이에 있으면 부분적인 항구적 구조변화(partial permanent breaks)를 의미하므로 충격의 일부분은 기억된다. 이와 같은 과정은 음의 가역적 이동평균 성분을 갖는 적분과정(integrated process)이다. $\lambda_t < 0$이면 확률과정이 충격을 과도하게 수정(overcorrection)하는 음의 항구적 구조변화를 가진다. $\lambda_t > 1$이면 충격이 확대된다. 말하자면 항구적 효과가 최초의 효과보다 크다. 제1차 차분의 자기상관이 양인 선형과정은 확률 1로 $\lambda_t > 1$이다. $\lambda_t \neq 0$이면 항구적 구조변화가 발생하였다고 간주할 수 있다.

stopbreak 과정의 k기간 앞의 예측은 식 (2)에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E(y_{t+k} \mid y^t) = m_{t+1} = m_t + q_t \varepsilon_t$$

위 식을 ε_t에 대하여 미분하면 t에 있어서의 관찰의 항구적 영향을 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned}\lambda_t &= q_t + \frac{\partial q}{\partial \varepsilon} \mid_{\varepsilon_t} \varepsilon_t \\ &= q_t(1 + \eta_{q,t})\end{aligned}$$

위에서 $\eta_{q,t} = (\partial q / \partial \varepsilon \mid \varepsilon_t)(\varepsilon_t / q_t)$이다. q_t와 $\eta_{q,t}$가 확률 1로 비음이므로 모든 t에 대하여 확률 1로 $\lambda_t \geq 0$이다. 따라서 stopbreak 과정에서 충격의 장기적 영향은 시간의 흐름에 걸쳐 변한다. 충격 반응의 극한 값은 확률적이다.

다음의 확률 과정을 살펴보자.

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T \tag{3}$$

위에서 $\mu_t = \mu_{t-1} + u_t$이고 $\text{prob}(u_t = 0) = (1 - p_u)$, $\text{prob}(u_t \sim N(0, \sigma_u^2)) = p_u$이고 $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$이다. 식 (3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\triangle y_t = u_t + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

위 식에서 충격 u_t는 y_t에 항구적 영향을 미치고 충격 ε_t는 일시적 영향 (transitory effect)을 미친다. 위 식은 stopbreak과정으로 표현하기에는 난제가 많다. 이것은 오히려 적분 이동평균과정, 즉 지수평할법(exponential smoother)으로 표시할 수 있다. 이것은 각기에 확률 1로 일정한 부분적 항구적 구조변화를 갖는다. 각 충격의 고정된 비율이 항구적으로 확률과정 내에 존속한다. 이 때 이 비율은 항구적 충격의 확률 p_u와 두 쇄신항의 상대적 분산들에 의하여 결정된다.

기본적 stopbreak과정은 식 (1)과 (2)에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\triangle y_t = \varepsilon_t - \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1},\ t = 1,\ 2,\ \ldots,\ T \tag{4}$$

위에서 $\theta_{t-1} = 1 - q_{t-1}$이다. 식 (4)는 비선형 이동평균과정으로 특정한 정칙성 조건으로서 $E(|1 - q_t(1 + \eta_{q,\,t}) \| F_{t-1}) \leq c_t < 1$이고 $\{c_t\}$가 $\lim_{T\to\infty} \Pi_{t=1}^{T} c_t = 0$인 결정론적 수열이 형성되면 가역적이라는 점을 Engle과 Smith(1999)는 증명하였다. 이 정칙성 조건에 의하여 $E(\lambda_t | F_{t-1}) < 2$이다. 직관적으로 λ_t의 대부분의 확률밀도는 $\lambda_t \in E[0,\ 1]$임을 알 수 있다. 이 수보다 큰 수는 함수 q_t를 통한 제2계 효과로부터 발생한다. ε_t의 증가는 처음에는 비율 q_t로, 다음에는 q_t의 값을 증가시킴으로써 y_{t+k}의 장기예측을 증가시킨다. 따라서 함수 q_t의 성질에 의존하여 ε_t의 변화의 최종 효과가 이 변화의 값을 초과한다. 말하자면 충격의 항구적 효과가 1보다 크다.

함수 q_t를 연속함수로 규정하자. 그러면 이 과정에서는 부분적 항구구조변화가 용인되며 큰 충격과 적은 충격 사이의 영역에 존재하는 충격이 항구적인 부분만을 갖게 된다는 것을 의미한다. Engle과 Smith는 다음의 함수가 적절한 모형이 될 수 있다고 주장하고 있다.

$$q_t(\gamma) = \frac{\varepsilon_t^2}{\gamma + \varepsilon_t^2},\quad \gamma > 0 \tag{5}$$

위 식에서 γ가 0으로 접근함에 따라 q는 1로 접근한다. 따라서 무작위행보라는 귀무가설을 검정할 수 있는 장점이 있다. $\varepsilon_t = 0$이면 모든 γ>0에 대하여 $q_t = 0$이다. 따라서 0이 아닌 모든 충격은 완전히 일시적(transitory)이다. 따라서 오차가 적은 시기에서는 이 과정은 근사적으로만 정상적이다. 이 근사적 정상성은 가설검정에 유용한 작용을 한다.

일반 구조변화 과정은 다음과 같고 stopbreak 과정은 이 일반 과정의 특수 형태인 것이다.

$$A(L)B(L)(y_t - x_t'\delta) = A(L)z_t\varepsilon_t + B(L)(1 - z_t)\varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T$$
$$A(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \cdots - \alpha_p L^p$$
$$B(L) = 1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \cdots - \beta_s L^s \tag{6}$$

위에서 x_t'는 설명변수들의 벡터이고 z_{t-1}은 t-1기간까지의 정보의 측도 가능함수이고 L은 시차작용소(lag operator)이다.

모든 t에 대하여 확률 1로 $z_{t-1} = 0$일 때 B(L)은 자기 회귀 및 이동 평균 요소로 이 요소가 상호상쇄작용을 수행하여 $A(L)y_t = \varepsilon_t$가 된다. 모든 t에 대하여 확률 1로 $z_{t-1} = 1$일 때 $B(L)y_t = \varepsilon_t$이다. $\delta=0$일 때 $B(L) = 1 - L$, $A(L) = 1$과 $z_{t-1} = q_{t-1}(\gamma_0)$으로 놓으면 stopbreak 과정을 얻는다.

식(6)의 일반 과정은 시차작용소중 하나가 단위근을 갖고 다른 시차작용소가 단위원 외부에 모든 근들을 가지면 충격의 영구적 효과를 가진다. 이로 인하여 쇄신들의 효과가 영구성과 일시성 사이의 범위를 갖게 된다. $\delta=0$, $B(L) = 1 - L$, $A(L) = 1$, $t = t^*$ ($1 < t^* < T$)에서 확률 1로 $z_{t-1} = 0$이면 $t = t^*$에서 확률 1로 $\lambda_t=1$ 이고 다른 기간에는 확률 1로 $\lambda_t=0$ 이다.

식(6)의 일반 과정에서 $\delta = 0$, $B(L) = 1 - L$, $A(L) = 1 - \alpha_0 L z_{t-1} = q_{t-1}(\gamma_0)$이라 하면 구조변화가 없는 시기에는 시계열 상관을 갖는 확률 과정을 얻게되며 이 역시 stopbreak 과정이다. 그리고 이 과정은 다음과 같은 이동평균과정으로 표현할 수 있다.

$$\triangle y_t = \alpha_0 \triangle y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1}, \quad t = 1, 2, \ldots, T \tag{7}$$

위에서 $\theta_{t-1} = 1 - (1 - \alpha_0)q_{t-1}$이고 $0 \leqq \alpha_0 < 1$이다. 이 때 y_t는 두 개 극단으로 AR(1)과 무작위 행보를 가진다.3)

장기적으로 stopbreak과정에는 변화가 발행한 후에 그 이전의 점으로 회귀하는 성향이 없다. 영구적 구조변화가 발생하면 그 이후에는 과거는 예측능력을 향유하지 못한다. 따라서 이 과정은 공분산 정상과정이 아니며 빈도 0의 분광밀도(spectral density)

3) $\delta = 0$, $A(L) = 1 - \alpha L$, $B(L) = 1 - \beta L$, 모든 $t = t^*$에서 확률 1로 $z_{t-1}=0$ 이고 모든 $t \geq t^*$ 에 대하여 확률 1로 $z_{t-1} = 1$이라 하면 AR(1)과정을 얻게 되며 $t = t^*$에서 자기회귀모수는 α로부터 β로 변환한다. 이때 λ_t는 확률 1로 상수로 귀착한다. 그런데 y_t가 변화 시점에 무조건부 평균과 일치하지 않으면 그 점의 영향은 소멸을 향하여 지수적으로 진행해나간다.

는 무한이다. 이 시계열의 장기성질은 무작위 행보의 성질과 동일하다. 식 (4)에서 볼 수 있는 바와같이 stopbreak과정은 차분이 시계열상관을 갖는 단위근과정으로 쓸 수 있다. 따라서 stopbreak과정에 의하여 생성된 데이터에 대한 Dickey-Fuller 검정에서는 대표본의 경우 확률 1로 단위근 귀무가설을 기각할 수 없다.

2. 검정과 추정

무작위 행보와 stopbreak과정을 구별해내는 검정을 수행할 수 있다. 식(5)를 사용하여 식(1)과 (2)를 다음의 모형으로 쓸 수 있다.

$$\triangle y_t = \frac{-\gamma\varepsilon_{t-1}}{\gamma+\varepsilon_{t-1}^2} + \varepsilon_t$$

위 식에 의하여 무작위 행보라는 귀무가설은 $H_0: \gamma = 0$이다. 대립가설은 stopbreak 과정으로 $\gamma = \bar{\gamma}$라고 정립할 수 있다.

표본관찰치들의 개수를 T라 하고 $\bar{c}$를 (양이 적은) 상수라 하자. $\bar{c}$는 대립가설을 성립시키는 값인 $\bar{\gamma}$와 연관된 값으로 $\bar{\gamma} = \bar{c}/\sqrt{T}$라 정의된 값이다. 이때 $\bar{\gamma}$는 T가 무한히 증가함에 따라 $\bar{\gamma}$는 0에 접근한다. 말하자면 $\bar{\gamma}$가 국부적(local)으로 0이 된다. 이 상황 아래에서 다음과 같이 회귀식을 정립하자.

$$\triangle y_t = \varphi\frac{\triangle y_{t-1}}{\bar{\gamma}+\triangle y_{t-1}^2} + u_t \tag{8}$$

그러면 귀무가설은 $H_0: \varphi = 0$이 되고 이 때 t검정을 통하여 귀무가설의 수용여부를 결정한다. 시계열 $\{y_t\}$가 식 (1)과 (2)에 의하여 생성될 때 $q_t(c_0) = \varepsilon_t^2/(c_0/\sqrt{T} + \varepsilon_t^2)$, $c_0 \geq 0$이면 검정 통계량은 다음과 같다.

$$t_{\bar{\gamma}} - \mu(T,\ c_0,\ \bar{c}) \xrightarrow{d} N(0,\ 1)$$

위에서

$$t_{\bar{\gamma}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \triangle y_t \frac{\triangle y_{t-1}}{\bar{c}/\sqrt{T} + \triangle y_{t-1}^2}}{\left(\sum_{t=1}^{T}\left(\frac{\hat{u}_t \triangle y_{t-1}}{\bar{c}/\sqrt{T} + \triangle y_{t-1}^2}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$\mu(T, c_0, \bar{c}) = -\frac{A}{B}$$

$$A = E\left(\frac{\varepsilon_t^2}{(c_0/\sqrt{T}+\varepsilon_t^2)(\bar{c}/\sqrt{T}+\varepsilon_t^2)}\right)$$

$$B = E\left(\frac{\varepsilon_t^2\varepsilon_{t-1}^2}{(\bar{c}/\sqrt{T}+\varepsilon_{t-1}^2)^2}\right)$$

위에서 $\bar{c} > 0$이고 $\hat{u}_t$는 식 (8)의 회귀식의 잔차이다.

이 검정식에서 $t_{\bar{\gamma}}$를 정규분포와 비교하여 검정하는 것은 무작위행보의 귀무가설을 $c = \bar{c}$라는 대립가설에 대하여 검정하는 것과 동치이다.

데이터에 시계열 상관이 존재하면 보다 일반적인 검정 방법이 필요하다. 다음의 모형을 보자.

$$\triangle y_t = \varphi \sum_{i=1}^{t} \bar{\alpha}^{i-1} \frac{\triangle y_{t-i}}{\bar{\gamma} + y_{t-i}^2} + y_t \tag{9}$$

이 경우 검정통계량은 다음과 같다.

$$t_{\bar{\gamma}} - \mu(T, c_0, \bar{c}, \alpha_0, \bar{\alpha}) \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

위에서

$$t_{\bar{\gamma}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \triangle y \sum_{i=1}^{t} \bar{\alpha}^{i-1} \frac{\triangle y_{t-i}}{\bar{c}/\sqrt{T} + \triangle y_{t-i}^2}}{\left(\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{u}_t \sum_{i=1}^{t} \bar{\alpha}^{i-1} \frac{\triangle y_{t-i}}{\bar{c}/\sqrt{T} + \triangle y_{t-i}^2}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$\mu(T, c_0, \bar{c}, \alpha_0, \bar{\alpha}) = c_0(\alpha_0^{-1}) \frac{AA}{BB}$$

$$AA = E\left(\varepsilon_t^2 \sum_{i=1}^{T} \bar{\alpha}^{2(i-1)} \frac{\varepsilon_{t-i}^2}{(\bar{c}/\sqrt{T} + \varepsilon_{t-i}^2)^2}\right)$$

$$BB = E\left(\left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\alpha_0^i \varepsilon_{t-i}}{(c_0/\sqrt{T} + \varepsilon_{t-i}^2)^2}\right)\left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\bar{\alpha}^i \varepsilon_{t-i}}{(\bar{c}/\sqrt{T} + \varepsilon_{t-1}^2)}\right)\right)$$

검정통계량의 검정력을 극대화하기 위해서는 $\bar{\alpha}$는 α_0에 가능한 한 근접시켜야 한다. Engle과 Smith는 $\bar{\alpha} = 0.8$로 선정하는 것이 좋다고 주장하고 있다.

이 검정은 $\triangle y_t$를 $\triangle y_{t-i}/(\bar{\gamma} + y_{t-i}^2)$ $(i = 1, 2, \cdots, p)$에 대하여 회귀시켜 수행할 수

도 있다. 이 방법은 정확한 방법이라고 보기보다는 오히려 근사치적인 검정방법이라 할 수 있다. 이 때 p는 미리 결정된 수치이다. 귀무가설하에는 TR^2은 $\chi^2(p)$이다.

추정은 의사최우법(quasi-maximum-likelihood)에 의하여 수행할 수 있다. 식 (7)의 Gauss분포에 의한 대수우도함수는 다음과 같다.

$$L(y, \varphi) = -\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}(\Delta y_t - \alpha\Delta y_{t-1} + \theta_{t-1}\varepsilon_{t-1})^2 - \frac{T}{2}\log(2\pi\sigma^2) \tag{10}$$

위에서 φ는 (γ, α, σ)이고 $y = (y_1, y_2, \cdots, y_T)$이다. 편도함수는 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t w_t \tag{11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t v_t \tag{12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^3}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t^2 - T\sigma^{-1} \tag{13}$$

위에서

$$w_t = b_{t-1}w_{t-1} - (1-\alpha)\frac{\partial q_{t-1}}{\partial \gamma}\varepsilon_{t-1} \tag{14}$$

$$v_t = b_{t-1}v_{t-1} + q_{t-1}\varepsilon_{t-1} - \Delta y_{t-1} \tag{15}$$

$$b_{t-1} = 1 - (1-\alpha)(1 + \eta_{qt-1})q_{t-1} \tag{16}$$

의사 최대우도법에 의한 추정치는 정칙성이 충족되면 $\hat{\varphi} - \varphi_0 \xrightarrow{p} 0$이다. 그리고 다음이 형성된다.

$$V_0^{-1/2}H_0T^{1/2}(\hat{\varphi} - \varphi_0) \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

위에서 $\nabla_\varphi L(y, \varphi)$를 $L(y, \varphi)$의 제1차도함수의 벡터라 하면 V_0은 다음과 같다.

$$V_0 = \lim_{T\to\infty} COV(T^{-1/2}\nabla_\varphi L(y, \varphi))$$

$$H_0 = \begin{bmatrix} H_{01} & 0 \\ 0 & H_{02} \end{bmatrix}$$

$$H_{01} = T^{-1}\sigma_0^{-2} \sum_{t=1}^{T} E(s_t s_t')$$

$$H_{02} = 2/\sigma_0^2$$

$$s_t = (w_t,\ v_t)'$$

위에서 H_0과 V_0은 유한이고, 정칙적이며 陽定置(positive definite)인 행렬이다.

Ⅲ. 검 정

1. 데이터

충격의 항구적 영향과 일시적 영향을 구별하기 위한 stopbreak 과정이 주가생성과정으로 적합한 과정인지의 여부를 검정하기 위하여 한국종합주가지수, 제조업지수, 금융업지수와 도매업지수의 일별수익률이다. 기간은 1980-1999년 간이다. 그 이외에 두 지수의 비율, 즉 종합주가지수/제조업지수를 사용한다. 동종업종에 속하는 두 개의 주가는 공통적으로 움직이는 경우와 그렇지 못한 경우가 있을 것이다. 이 성질을 파악하기 위하여 종합주가지수와 제조업지수 간의 비율을 사용한다.

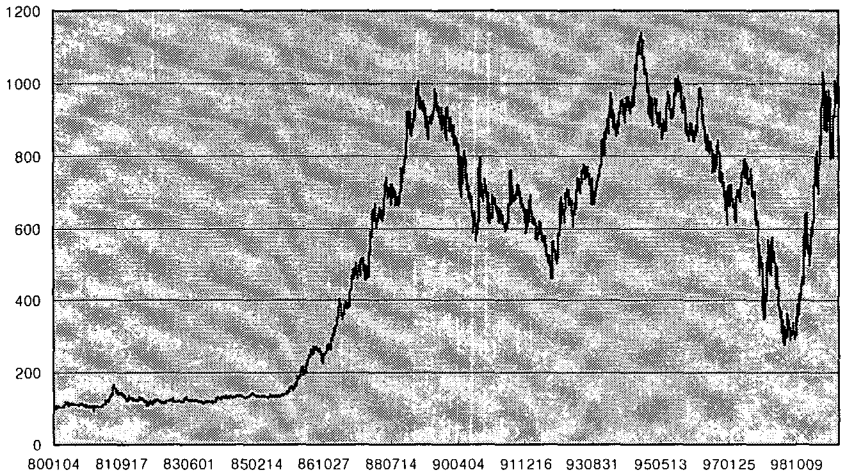
각 지수의 일별수익률과 종합주가지수/제조업지수의 평균, 분산과 표준편차를 제시하면 <표 1>과 같다. 각 지수수익률의 표준편차가 상당히 크다. 이에 비하여 종합주가지수/제조업지수의 표준편차는 상당히 작다. 그리고 이 비율의 평균이 약 0.9이다. 평균과 표준편차에 의하여 이 두 지수가 상당한 정도로 동일하게 움직이고 있음을 알 수 있다.

<표 1> 지수 기술통계량

	종합주가	제조업	금융업	건설업	도매업	종합/제조업
평 균	0.00050	0.00053	0.00037	0.00021	0.00035	0.90356
분 산	0.00020	0.00021	0.00034	0.00040	0.00032	0.01851
표준편차	0.01425	0.01446	0.01848	0.01988	0.01789	0.13605

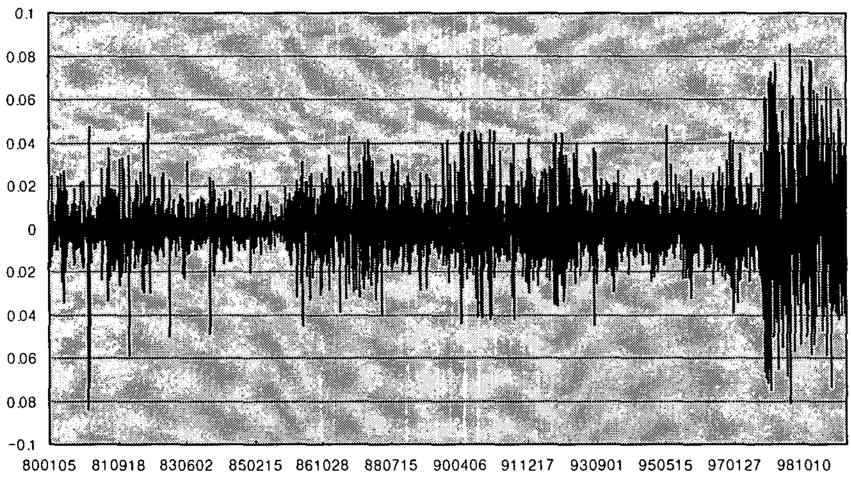
일별종합주가지수의 시계열적 특성을 파악하기 위하여 이 지수의 시계열을 시간의 흐름에 대비하여 그래프화한 것이 [그림 1]이다. 이 그림에 의하면 4개의 시기 또는 양태(pattern)가 표본의 전 기간에 형성되고 있음을 알 수 있다. 제1기는 1980년 부터

1985년 말까지이다. 이 시기는 수평선의 형태를 취하고 있다. 제2기는 1986년부터 1992년 중반이다. 정점을 이루는 1989년 중순을 기점으로 그 이전은 급격히 상승하고, 두 번에 걸쳐 정점을 형성한 후 하강이 이루어진다. 하강이 추세를 이루는 가운데 급격한 상승이 두 번 형성된다. 제3기는 1992년 하반부터 1998년 중반까지이다. 정점을 중심으로 거의 대칭을 이루고 있다. 제4기는 1998년 하반기부터 시작하고 있다. 이 기간은 급격한 상승을 형성하고 있다.



[그림 1] 종합주가지수의 시계열적 운동

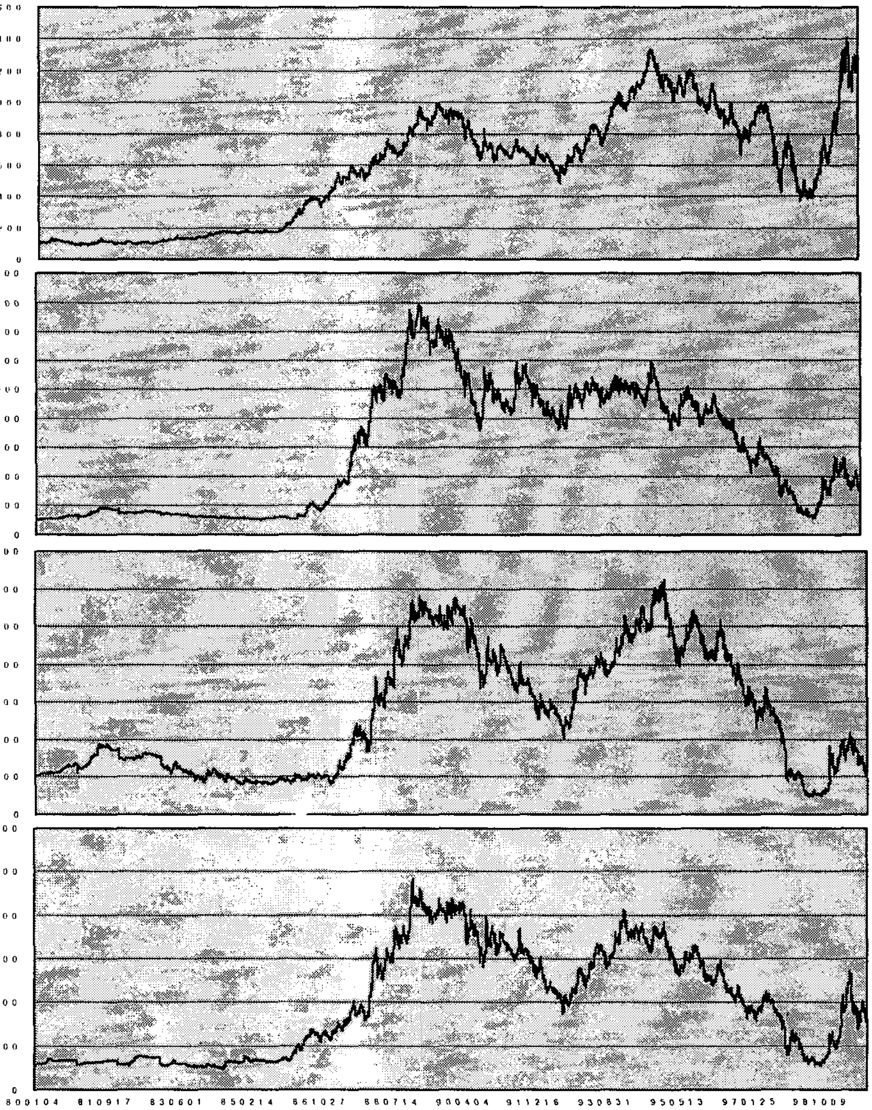
일별종합주가지수의 수익률의 시계열을 시간과 대비하여 그래프화한 것이 [그림 2]이다. 이 그림은 지수 시계열을 그래프로 제시한 [그림 1]과는 조금 다르게 보인다. 수



[그림 2] 종합주가지수수익률>

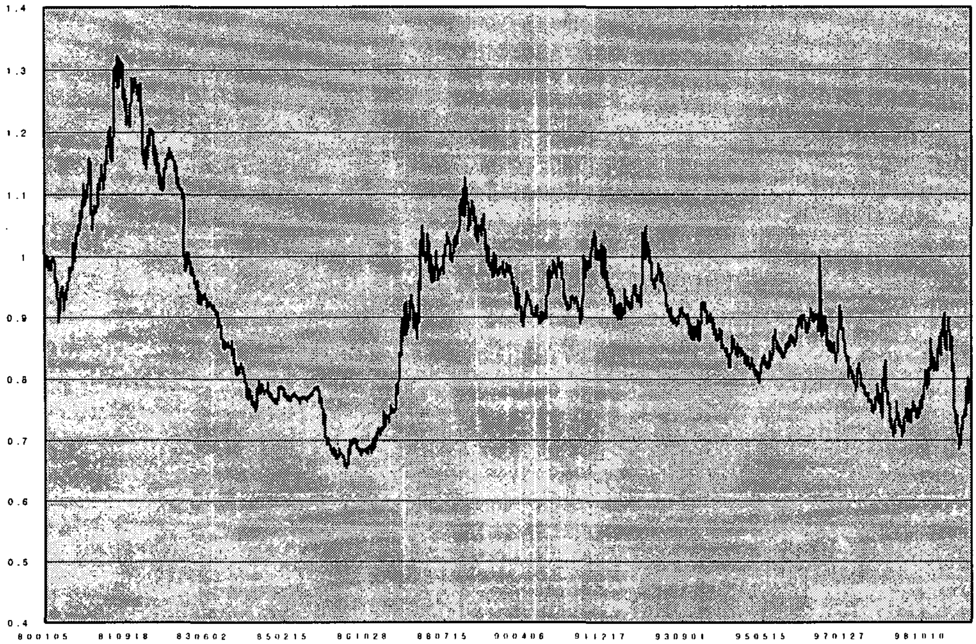
익률은 3기로 나뉘는 것 같다. 제1기는 1980-1985년간으로 지수 그 자체와 동일하다. 제2기는 1986-1997년간으로 지수의 제2기와 제3기의 합으로 이루어진 기간이다. 제3기는 1998부터 1999년간이며 지수의 제4기에 해당된다.

기타 산업의 시계열적 특성의 그래프를 [그림 3]에 제시한다. 이 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 이 시계열들의 구조변화 양태도 종합지수와 유사함을 알 수 있다.



[그림 3] 제조업, 금융업, 건설업 및 도매업의 시계열 운동

종합주가지수와 제조업지수의 비율에 대한 시계열적 그래프를 [그림 4]에 제시한다. 이 그림에 의하면 이 시계열은 구조변화가 발생한 시점은 1986년과 1998년인 것으로 보인다. 종합주가지수와 다른 나머지 지수들의 비율도 [그림 4]와 유사한 형태를 띄고 있어 여기에서는 할애한다.



[그림 4] 종합주가지수/제조업의 시계열 운동

요컨대 지수들에 의하면 구조변화가 4번 발생한 것같다. 그러나 종합주가지수와 제조업지수의 비율에 의하면 표본기간인 1980-1999년 기간에 있어 두 번에 걸쳐서 증권시장의 구조의 변화가 발생한 것으로 보인다. 증권시장은 자본자산 가격결정모형이 함의하는 바에 따르면 국민경제의 표상이라 할 수 있다. 그러면 국민경제가 두 번에 걸쳐 구조의 변화가 발생하였다고 할 수 있다. 첫번째 구조변화는 1986년에 발생하였고 두 번째 구조변화는 1998년에 발생하였다. 1986년은 우리나라에서 민주화의 물결이 거세지는 기간이다. 1998년은 IMF의 시대이다. 흥미있는 일이다. 이 같은 사실이 우연의 일치인지 아니면 필연인지에 대한 연구가 필요한 실정이라 할 수 있다.

2. 검정과 추정

확률적 항구 구조변화과정의 검정통계량과 모수의 추정값을 <표 2>에 제시한다.

<표 2> 검정통계량과 모수추정값

모 수	종합주가	제조업	금융업	건설업	도매업	종합/제조업
$t_{\hat{\gamma}}$	-18.0811	-17.1552	-19.8855	-19.9611	-18.4830	4.8049
$\alpha = 0.8$	-36.2553	-33.1779	-34.9096	-33.4631	-32.8709	5.9584
$\hat{\alpha}$	0.7540	0.7846	0.7161	0.7815	0.7209	0.9767
	(0.0131)	(0.0131)	(0.0131)	(0.0131)	(0.0131)	(0.0131)
$\hat{\gamma}$	0.2598×10^{-3}	0.9791×10^{-3}	0.1450×10^{-2}	0.2466×10^{-2}	0.0109×10^{-2}	0.1198×10^{-3}
	(0.492×10^{-6})	(0.432×10^{-6})	(0.335×10^{-6})	(0.373×10^{-6})	(0.345×10^{-6})	(0.219×10^{-5})
$\hat{\sigma}^2$	0.14×10^{-3}	0.12×10^{-3}	0.13×10^{-3}	0.12×10^{-3}	0.16×10^{-3}	0.13×10^{-3}
$T^{-1}\sum(\Delta y_t)^2$	0.35×10^{-4}	0.35×10^{-4}	0.59×10^{-4}	0.69×10^{-4}	0.56×10^{-4}	0.29×10^{-4}

* 임계값 10%; $t_{\hat{\gamma}}$: -1.72; $\alpha = 0.8$: -1.28

** 임계값 5%; $t_{\hat{\gamma}}$: -2.07; $\alpha = 0.8$: -1.65

*** 괄호안의 수치는 표준오차임.

<표 2>에 의하면 무작위행보라는 귀무가설은 유의수준 10%와 5%에서 $t_{\hat{\gamma}}$검정통계량과 $\alpha = 0.8$을 생성한 검정통계량에 있어서 검정에 사용된 모든 지수에 대하여 기각된다. 따라서 종합주가지수를 비롯한 제조업지수, 금융업지수, 건설업지수와 도매업지수의 일별수익률은 무작위 행보과정을 따르지 않고 stopbreak과정을 따르고 있다. 경제에 가해진 충격의 효과가 항구적 효과와 일시적 효과 사이에서 파동하고 있다. 이 결과는 定常的 狀態로 보이는 시기에 항구적 평균이동이 발생하는 경우가 있다는 것을 의미한다.

stopbreak 과정의 α의 추정값은 종합주가, 제조업, 금융업, 건설업과 도매업에서 각각 대략 0.75, 0.78, 0.71, 0.78과 0.72이다. 이 수치는 0.8에 육박하고 있다. 모든 유의수준에서 이 값이 0이라는 귀무가설이 기각되고 있다. 식(7)에서 볼 수 있는 바와 같이 시계열의 쇄신들이 제1계 자기회귀과정을 따르고 있으며 이 계수가 약 0.8이라는 것을 알 수 있다. γ의 추정값은 각각 약 0.0026, 0.0098, 0.014, 0.025와 0.011이다. 이 추정치의 표준오차는 상당히 작아 거의 0에 가깝다. γ의 추정값은 일별수익률에 의한 것이라는 점을 감안하면 경제적으로 의미있는 수치로 여겨진다. 금융업과 건설업 및

도매업은 0.01보다 크다. 따라서 이 논문에서 사용된 함수 q_t가 의미있는 함수라 할 수 있다. 그리고 이 시계열과정에서는 부분적 항구구조변화가 발생하고 있음을 알 수 있다.

종합주가지수/제조업지수에 대한 검정통계량과 모수의 추정값은 마지막 열에 제시되었다. 이 시계열에 대하여도 무작위행보가 기각된다. $\hat{\alpha}$가 약 0.98로 1에 근접해 있다. 쇄신들의 상관계수가 거의 완벽한 양의 상관을 갖고 있다고 할 수 있다. γ의 추정값은 약 0.001이다. 식(5)에 비추어 볼 때 이 수치 역시 의미있는 수치로 간주될 수 있으므로 부분적 항구적 구조변화가 발생하고 있다고 할 수 있다.

개별주가들은 함께 움직이는 성향이 있다. 이것은 자본자산 가격결정모형이나 아비트라지 가격결정이론이 제시하고 있는 바와 같이 모든 개별주식에 공통적으로 영향을 미치는 요인이 1개 또는 다수가 존재하기 때문에 발생하고 있는 것이다. 자본자산 가격결정모형에 의하면 개별주식의 수익률은 시장 포트폴리오의 수익에 비례한다.

한 주식의 가격이 변동하면 이 변동을 통하여 이 주식과 깊은 연관성을 갖고 있는 주식의 가격변동에 대한 정보를 추출하려고 한다. 예컨대 동종산업에 속한 두 주식의 가격이 이에 해당된다고 할 수 있다. 그런데 한 주식의 가격의 변동이 발생할 때 이 변동을 통하여 얻은 정보가 연관성이 있는 주식의 가격변동에 영향을 미치는 정보인지의 여부를 검토하여 이 정보가 연관이 있는 주식의 가격에 영향을 미칠 것인지, 미치지 않을 것인가를 결정하여야 한다. 한 주식의 가격의 변동이 있으면 두 주식의 가격의 비율은 변할 것이다. 한 주식의 가격의 변동을 고찰하고 이 변동을 통하여 얻은 정보가 다른 주식에 유용하다고 인정되어 이 정보에 따라 이 주식의 가격이 변동되면 두 주식의 가격비율은 변동이전과 같은 수준에 도달할 것이다. 그리고 이 정보가 주가에 영향을 미치지 않으면 두 주가간의 비율은 변동된 수치로 지속될 것이다. stopbreak과정은 이 특성을 구비하고 있는 과정이다. 상대주가 또는 두 주가비율이 stopbreak과정에 의하여 생성되고 있음이 발견되었다. 이 두 가격은 일정기간 함께 움직이고 때로는 각각 분리된 이동행동을 수행하고 있다. 이 같은 주가의 움직임이 발견되었으므로 이 stopbreak과정을 통하여 주가를 예측할 수 있다.

Ⅳ. 결 론

충격이 경제에 가해질 때 이 충격이 경제에 일시적으로 존속하는 경우도 있고 이 충격이 영구히 존속하는 경우도 있다. 충격이 일시적이면 충격의 영향은 지수적으로 급속 감소하여 소멸할 것이다. 충격이 영구적이면 충격의 효과는 영속하여 경제의 구조변화를 야기할 것이다. 발생되는 모든 충격이 일시적인 경우의 시계열을 모형화한 것이 제1계 자기회귀과정이다. 반면 발생되는 모든 충격이 발생될 때마다 경제의 구조변화를 형성하는 것이 무작위 행보과정이다.

이 양극단 사이의 과정도 존재할 수 있다. 이것을 표상한 것이 stopbreak 과정이다. 충격의 효과가 영구적 효과와 일시적 효과 사이에서 파동하는 시계열을 모형화한 것이 이 과정인 것이다. 이 과정에서는 일정한 기간에는 영구적인 평균이동이 발생하여 구조변화가 발생한다. 다른 기간에 발생하는 충격은 그 효과가 급속히 소멸한다.

밀접한 관계를 맺고 있는 두 주가의 비율은 한 주가의 변동이 제시하는 것을 분석하고 이것을 이용하여 다른 주가를 예측할 수 있는 정보를 제공한다. 이 비율이 stopbreak 과정을 따르면 한 주가의 변동이 발생할 때 이 변동을 정보집합의 중요한 구성인자로 사용하여 정보집합을 정치화할 수 있다. 한 주가의 변동이 발생하면 이 두 주가의 비율은 변동한다. 그러나 한 주가의 변동이 유용하고 효과적인 정보이므로 이 정보가 다른 주가에 반영되어 조정되면 두 주가의 비율은 변동이전의 수준으로 회귀할 것이다. 변동이 영구적이면 두 주가비율은 동일한 수준을 유지할 것이다. 반면 주가변동이 영향을 미치지 못하는 정보이면 두 주가의 비율은 변동된 상태에서 지속될 것이다. 일정기간은 영구적 구조변화가 발생하고 그 이외의 기간에는 구조 변화가 발생하지 않고 있는 것이다. 따라서 stopbreak 과정을 사용하여 정확한 예측을 수행할 수 있다.

종합주가지수, 제조업지수, 금융업지수, 건설업지수와 도매업지수의 일별수익률에 대하여 stopbreak 과정을 검정하였는 바, 이 과정이 현실적합성을 가지고 있음이 발견되었다. 즉 주가지수들은 확률적 영구구조변화가 발생하고 있는 시계열들이다. 종합주가지수/제조업지수 역시 확률적 영구구조변화를 가지는 stopbreak 과정에 의하여 생성되고 있음이 밝혀졌다. 이 과정을 실제에 적용하여 주가의 움직임을 파악하면 예측이 가능하다. 특히 연관성이 깊은 두 주식의 주가비율을 사용할 때 효과적이라 할 수 있다.

참 고 문 헌

이일규, "주가시계열에 대한 확률미분 방정식의 모수추정과 자본시장의 운동법칙", 재무관리연구, 제15권 제2호, 1998a, pp.1-59.

이일규, "카오스 현상과 자본시장의 가격형성 메카니즘", 증권학회지, 제23집, 1998b, pp.1-59.

이일규, "주가확률과정의 성질에 대한 탐구와 모수의 추정", 보험과 금융연구, 제2집, 1998c, pp.1-43.

이일규, "쪽거리, 분수브라운 운동과정, 장기기억 및 분수적분 일반자기회귀 이분산 : 주가형성과정에 대한 한 탐구", 증권학회지, 제24집, 1999a, pp.1-53.

이일규, "주가의 장기기억과 분수적분 일반 자기회귀 조건부 이분산", 증권학회지, 제25집, 1999b, pp.31-70.

이일규, "시간의 可逆性과 株價", 한국증권학회지 학술발표논문집, 2000.

Andrews, D.W.K., "Laws of Large Numbers for Dependent Non-Identically Distributed Random Variables," *Econometric Theory*, 4, (1988), pp.458-467.

________, "Tests for Parameter Instability and Structural Change with an Unknown Change Point," *Econometrica*, 61, (1993), pp.821-856.

Andrews, D.W.K., I. Lee, and W. Ploberger, "Optimal Changepoint Tests for Normal Linear Regression," *Journal of Econometrics*, 70, (1996), pp.9-38.

Bai, J. and P. Perron, "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes, " *Econometrica*, 66, (1998), pp.47-78.

Cerchi, M., and A. Havenner,. "Cointegration and Stock Prices : The Random Walk on Wall Street Revisited," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, (1988), pp.333-346.

Chelley-Steeley, P.L., and E.J. Pentecost, "Stock Market Efficiency, the Small Firm Effect and Cointegration," *Applied Financial Economics*, 4, (1994), pp.405-411.

Christiano, L.J., "Searching for a Break in GDP," *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, (1992), pp.237-249.

Cook, R.D., and S. Weisburg, "Confidence Curves in Nonlinear Regression," *Journal of the American Statistical Association*, 85, (1990), pp.544-551.

Davidson, J., Stochastic Limit Theory : An Introduction for Econometricians, Oxford

University Press : New York, 1994.

Davies, R.B., "Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative," *Biometrika*, 64, (1977), pp.247-254.

de Jong, R.M., "Laws of Large Numbers for Dependent Heterogeneous Processes," *Econometric Theory*, 11, (1995), pp.347-358.

Engle, R.F. and A.D. Smith, "Stochastic Permanent Breaks," *The Review of Economics and Statistics*, 81, (1999), pp.553-574.

Granger, C.W.J., and A. Andersen, "On the Invertibility of Time Series Models," *Stochastic Processes and their Applications*, 8, (1978), pp.87-92.

Granger, C.W.J., and N.R. Swanson, "An Introduction to Stochastic Unit Root Processes," *Journal of Econometrics*, 80, (1997), pp.35-62.

Hansen, B.E., "Testing for Parameter Instability in Regressions with I(1) Process," *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, (1992), pp.321-335.

__________, "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis," *Econometrica*, 64, (1996), pp.413-430.

Hidalgo, J., "A Nonparametric Conditional Moment Test for Structural Stability," *Econometric Theory*, 11, (1995), pp.671-698.

Perron, P., "The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis," *Econometrica*, 57, (1989), pp.1361-1401.

Sakata, S. and Halbert White, "High Breakdown Point Conditional Dispersion Estimation with Application to S & P 500 Daily Returns Volatility," *Econometrica*, 66, (1998), pp.529-567.

Schoenberg, R., "Constrained Maximum Likelihood," *Computational Economics*, 10, (1997), pp.251-266.

Stengos, T., and E. Panas, "Testing the Efficiency of the Athens Stock Exchange : Some Results from the Banking Sector," *Empirical Economics*, 17, (1992), pp.239-252.

Tong, H., "Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis," *Lecture Notes in Statistics*, 21, (Berlin : Springer, 1983).

White, H., Asymptotic Theory for Econometricians, Academic Press : New York, 1984.

________, Estimation, Inference and Specification Analysis, Cambridge University Press :

New York, 1994.

Wooldridge, J.M., "Estimation and Inference for Dependent Processes," in R.F. Engle and D.L. McFadden(eds.), *Handbook of Econometrics*, (Volume 4, New York : North Holland, 1994).