

이방성비가 큰 직교이방성체의 반 무한 균열에 대한 동적 에너지해방률에 관한 연구

백운철* · 황재석**
(1999년 10월 27일 접수)

A Study on the Dynamic Energy Release Rate of an Orthotropic Strip with a Half Infinite Crack and Large Anisotropic Ratio

Un-Cheol Baek and Jai-Sug Hawong

Key Words: Anisotropic Ratio(이방성비), Orthotropic Material(직교이방성체), Shear Wave Velocity(전단파 속도), Fourier Transformation(푸리에 변환), Wiener-Hopf Technique (Wiener-Hopf 법), Double Cantilever Beam(DCB : 이중외팔보), Impact Stress(충격응력), Dynamic Energy Release Rate(동적에너지해방률), Crack Propagating Velocity(균열전파속도)

Abstract

When an impact stress is applied on the external boundary of double cantilever beam of orthotropic material which crack length is greater than specimen height and anisotropic ratio is very high, dynamic energy release rate is derived, and the relationship between dynamic energy release rate and crack propagating velocity is studied. Dynamic energy release rate to static energy release rate is decreased with increase of crack propagating velocity. The relationships between dynamic energy release rate and vertical strain have a similar pattern with those between static energy release rate and vertical strain. When normalized time($C_S t/a$) is greater than or equal to 2, dynamic energy release rate approaches to a constant value.

기호설명

- μ_{12} : shear elastic constant
- s : fourier transformation variable
- c : crack propagating velocity
- C_S : shear wave velocity
- K_{ID} : dynamic stress intensity factor
- G_{ID} : dynamic energy release rate
- G_{IS} : static energy release rate

1. 서론

최근에 복합재료가 기계구조물 및 압전재료^(1,2) 등에 점점 더 많이 사용되므로 복합체의 동적 거동에 대한 해석, 즉 복합체의 에너지해방률과 동적 균열속도 등에 관한 해석이 필요하다. 동적 에너지해방률과 동적 균열전파에 대한 이론은 재료의 동적 파괴에 대한 저항을 결정하기 위한 중요한 요소이다. 이러한 분야는 아래와 같이 연구되어 왔다. Mott⁽³⁾는 무한판의 균열속도와 탄성파의 속도관계를 제안하였다. Cotteral^(4,5)은 큰 플렉시글라스(Plexiglas)판에 대한 단순 인장시험을 행하여 종단속도는 균열분지가 발생하기 전인 670.5m/sec의 속도에서 발생하고, 균열전전력은 균열전파속도, 파괴 길이, 그리고 적용된 하중에

* 영남대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 영남대학교 기계공학과
E-mail : jshawong@yeungnam.ac.kr
TEL : (053)810-2445 FAX : (053)813-3703

의존한다고 주장하였다. Shukla 등⁽⁵⁾과 Singh 등⁽⁶⁾은 일련의 실험을 행하여 전단파의 속도(C_S)에 대한 균열전파속도(c)의 범위는 $0 < c/C_S < 0.65$ 가 되고, 균열전파속도가 전단파속도의 약 60%까지 동적 에너지해방률이 증가한다고 주장하였다. Liechti와 Kanuss⁽⁷⁾은 균열침단 뒤 부분의 균열표면 변위는 의사 정적 균열성장에 대한 균열침단속도가 선형적으로 변하는 것을 실험적으로 확인하였다.

균열전파이론에 대한 축약된 이론들은 Erdogan,⁽⁸⁾ Sih,⁽⁹⁾ Bradley와 Kobayashi,⁽¹⁰⁾ 그리고 Yoffe⁽¹²⁾ 등의 연구에서도 볼 수 있다. 그리고 지금까지의 동적 균열전파에 대한 대부분의 연구들은 등방성체에 대한 것들이고, 복합재료에 대한 탄성파와 균열속도를 고려한 연구는 거의 없다.

Paxon과 Lucas⁽¹¹⁾는 무한판에서 반무한 균열이라는 조건을 만족하기 위해서 시편의 높이가 균열길이에 비하여 적어야 한다는 것을 확인하였다.

본 연구의 목적은, DCB(double cantilever beam)시편 형상의 반 무한 균열을 갖는 모형에 대하여, 균열길이가 시편의 높이보다 크고, 이방성비($(E_{11}/E_{22}) \geq 10$)가 매우 큰 직교이방성체 시편의 외부 경계에 균일한 충격응력 σ_0 가 작용할 때 동적 에너지해방률과 동적 균열속도 등의 관계를 이론적으로 연구하고, 연구의 타당성을 증명하는 것이다.

2. 기본이론

2.1 이방성비가 매우 큰 반 무한판의 동적 기본이론

본 연구에서 사용된 시편의 기하학적 형상은 Fig. 1과 같이 높이가 $2h$ 인 시편의 외부 경계에 균일한 충격응력 σ_0 가 작용하고, 긴 띠판(long strip)의 중심선상에 반 무한 균열이 존재하는 직교이방성체이다. Fig. 1에서 재료의 탄성축방향과 일치하는 X, Y는 고정좌표계이고, x, y 는 이동좌표계이다. 이동좌표계와 고정좌표계의 관계는 $x = X - ct$, $y = Y$ 이다. 균열은 $a(t) = ct$, $y = \pm 0$ 으로 정의된다. 이때 $a(t)$ 는 균열길이, c 는 등속균열전파속도이고 X축 방향으로 전파한다. 그리고 t 는 시간이다. 여기서 균열전파속도를 등속균열이라고 가정한 것은 균열전파속

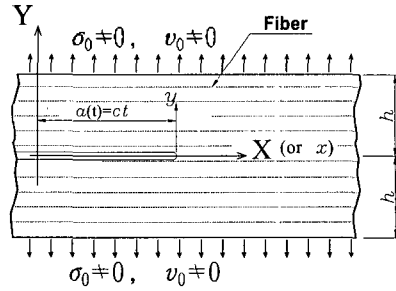


Fig. 1 Orthotropic material strip with a half infinite crack at time t

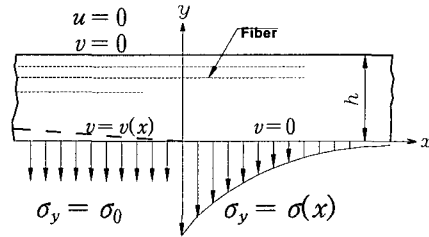


Fig. 2 Boundary conditions by the principle of superposition

도가 비등속인 경우를 해석하기 전, 먼저, 등속균열을 해석하는 것이 순조롭고 실제 해석에서 응용할 수 있기 때문이다.

Fig. 1과 같이 시편의 외부 경계에 균일한 충격응력 σ_0 가 작용하는 경우의 경계조건은 중첩의 원리에 의하여 Fig. 2와 같은 탄성체의 균열표면에 균일한 충격하중 $\sigma_y = \sigma_0$ 가 갑자기 작용하는 경우의 경계조건으로 변환할 수 있다. $t > 0$ 일 때에 중첩에 의한 경계조건은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_y(x, y, t) &= \sigma(x), \quad v(x, y, t) = 0, \quad x > 0, \quad y = 0 \\ \sigma_y(x, y, t) &= \sigma_0, \quad v(x, y, t) = v(x), \quad x < 0, \quad y = 0 \\ v(x, 0, t) &= 0, \quad |x| < \infty, \quad y = \pm h \end{aligned} \quad (1)$$

물체력을 무시하면, Fig. 1과 같은 X-Y평면의 변위 $u(X, Y, t)$ 와 $v(X, Y, t)$ 는 식 (2)와 같은 동적 평형방정식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_X}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{XY}}{\partial Y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{XY}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_Y}{\partial Y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

그리고 평면응력하 조건에서 응력과 변형률관계는 식 (3)과 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_X &= c_{11} \frac{\partial u}{\partial X} + c_{12} \frac{\partial v}{\partial Y} \\ \sigma_Y &= c_{12} \frac{\partial u}{\partial X} + c_{22} \frac{\partial v}{\partial Y} \\ \tau_{XY} &= \mu_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$c_{11} = \frac{E_{11}}{\left[1 - \frac{E_{22}}{E_{11}} \nu_{12}^2 \right]}, \quad c_{22} = \frac{E_{22}}{E_{11}} c_{11} \quad (4.a)$$

$$c_{12} = \nu_{12} c_{22} = \nu_{21} c_{11}, \quad c_{66} = \mu_{12}$$

$$\nu_{ij}/E_{ij} = \nu_{ji}/E_{ji}, \quad (i, j=1, 2) \quad (4.b)$$

여기서 μ_{12} 는 전단탄성계수, E_{11} 과 E_{22} 는 각각 탄성 주축 X, Y방향의 탄성계수, ν_{12} 와 ν_{21} 은 포아송의 비이다. 식 (4.b)는 맥스웰(Maxwell)의 관계식을 나타낸다.

만약, 복합체의 물성치가 $E_{11} \gg E_{22}$ 이면, 변형률은 $\epsilon_X \ll \epsilon_Y$ 의 관계가 성립한다. 그러므로 이방성비가 굉장히 큰 복합체의 경우, $\epsilon_X = \partial u / \partial X \approx 0$ 가 성립한다. 그러므로 식 (3)의 응력과 변형률관계는 식 (5)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_X &= \nu_{12} \sigma_Y, \quad \sigma_Y = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \frac{\partial v}{\partial Y} \\ \tau_{XY} &= \mu_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (2)의 고정직교좌표축에 대한 변위 $u(X, Y, t)$ 와 $v(X, Y, t)$ 는 균열첨단의 이동직교좌표축에 의한 새로운 함수로 나타내어도 운동방정식은 만족한다. 따라서 고정직교좌표축에 대한 동적 평형방정식 (2)와 응력과 변형률관계 식 (5)로부터 이동직교좌표계에 의한 동적 평형방정식과 응력과 변형률관계식은 각각 식 (6) 및 (7)과 같이 된다.

$$\left(1 - \frac{c^2}{C_s^2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{E_{22}}{\mu_{12}(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_y = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (7)$$

식 (6)의 $C_s (= \sqrt{\mu_{12}/\rho})$ 는 전단파속도(shear wave

velocity)이다. 식 (6)은 이방성비가 매우 큰 직교이방성체의 동적 응력성분을 구하기 위하여 사용되는 변위 방정식을 구하는 데 사용되고, 식 (7)은 모드 I 하중을 받는 이방성비가 매우 큰 직교이방성체 DCB 시편의 균열첨단의 동적 응력성분을 구하는 데 사용된다.

2.2 Wiener-Hopf 법에 의한 동적 응력확대계수와 동적 에너지해방률

Wiener-Hopf⁽¹³⁾식을 얻기 위하여 식 (6)을 푸리에 변환하면 식 (8)과 같이 \hat{v} 를 얻을 수 있다.

$$\hat{v}(s, y) = A_1(s) e^{\zeta s y} + A_2(s) e^{-\zeta s y} \quad (8)$$

여기서 $\zeta = \{ [\mu_{12}(1 - \nu_{12} \nu_{21}) / E_{22}] \times (1 - c^2 / C_s^2) \}^{1/2}$ 이고, $A_1(s)$ 와 $A_2(s)$ 는 복소수 s 의 함수이고, 기호 $\hat{(\)}$ 은 푸리에변환을 의미한다.

식 (7)의 푸리에변환은 식 (9)와 같다.

$$\hat{\sigma}_y = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \quad (9)$$

식 (1)의 응력 및 변위에 대한 경계조건의 푸리에 변환식과 동적 평형방정식의 푸리에변환으로부터 구한 변위의 변환식 (8), 그리고 수직응력의 변환식 (9)을 사용하면, 식 (10)과 같은 Wiener-Hopf식을 얻는다.

$$\frac{\sigma_0}{i s} + \Sigma_+(s) = \frac{E_{22} \zeta}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} K(s) V_-(s) \quad (10)$$

식 (10)의 좌변은 식 (1)의 $y=0$ 에서 응력 경계조건의 변환으로부터 구하였고, 우변은 식 (8)을 식 (9)에 대입하여 구하였다. 우변의 $V_-(s)$ 는 식 (1)의 변위 경계조건의 변환으로부터 구하였다. 그리고 식 (10)의 $K(s)$ 는 다음과 같다.

$$K(s) = - \left[\frac{\exp(-2\zeta s h) + 1}{1 - \exp(-2\zeta s h)} \right] s \quad (11)$$

$K(s)$ 의 점근선적인 특성은 식 (12)과 (13)와 같다.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K(s)}{s} = -1 \quad (12)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} K(s) = -\frac{1}{\zeta h} \quad (13)$$

코시의 적분이론에 의하면 $K(s)$ 는 식 (14)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \ln K(s) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{i\omega-\infty}^{i\omega+\infty} \frac{\ln K(z)}{z-s} dz - \frac{1}{2\pi i} \int_{i\omega-\infty}^{i\omega+\infty} \frac{\ln K(z)}{z-s} dz \\ &= \ln K_+(s) + \ln K_-(s) = \ln K_+(s) K_-(s) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이다. 식 (14)의 관계를 식 (10)에 적용하면 식 (15)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\sigma_0}{isK_+(s)} + \frac{\Sigma_+(s)}{K_+(s)} = \frac{E_{22}\zeta}{1-\nu_{12}\nu_{21}} K_-(s) V_-(s) \quad (15)$$

여기서 $D(s) = \sigma_0/[isK_+(s)]$ 으로 두면, (9.13) $D(s)$ 는 식 (16)과 같이 쓸 수 있다.

$$D(s) = D_-(s) + D_+(s) \quad (16)$$

그러면 $D(s)$ 는 식 (17)과 같다.

$$D_+(s) = \frac{\sigma_0}{is} \left(\frac{1}{K_+(s)} - \frac{1}{K_+(0)} \right) \quad (17)$$

$$D_-(s) = \frac{\sigma_0}{is} \frac{1}{K_+(0)}$$

이다. 식 (16)을 식 (15)에 적용하면 식 (18)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{\Sigma_+(s)}{K_+(s)} + D_+(s) \\ &= \frac{E_{22}\zeta}{1-\nu_{21}\nu_{12}} K_-(s) V_-(s) - D_-(s) \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)은 Lionville 이론⁽¹³⁾으로부터 $W(s)=0$ 이 된다. 그러므로 식 (18)과 (17)로부터 식 (19)와 식 (20)을 얻을 수 있다.

$$\Sigma_+(s) = \frac{\sigma_0}{is} \left(\frac{K_+(s)}{K_+(0)} - 1 \right) \quad (19)$$

$$V_-(s) = \frac{1-\nu_{21}\nu_{12}}{E_{22}\zeta} \frac{\sigma_0}{is} \frac{1}{K_-(s)} \frac{1}{K_+(0)} \quad (20)$$

식 (10)에서 알 수 있듯이, 식 (19)와 (20)의 $\Sigma_+(s)$ 와 $V_-(s)$ 는 각각 동적 응력과 동적 변위에 대한 식이다. 따라서 $\Sigma_+(s)$ 와 $V_-(s)$ 를 푸리에 역변환하면 동적 응력과 동적 변위성분을 얻는다. 식 (12)와 식 (13)을 사용하여 얻는 점근선해를 사용함으로써 $\Sigma_+(s)$ 에 대한 역변환을 구하면 동적 응력성분을 구할 수 있다. $K(s)/s$ 를 식 (12)의 극한치로 나눈 것을 $L(s)$ 라두면 $L(s)$ 는 식 (21)과 같이 얻을 수 있다.

$$L(s) = (-1)K(s)(s-id)^{-1/2}(s+id)^{-1/2} \quad (21)$$

코시의 적분이론을 이용하면 $L(s)$ 는 식 (22)처럼 얻을 수 있다.

$$L(s) = L_+(s) L_-(s) \quad (22)$$

이때 $\lim_{s \rightarrow \infty} \ln L(s) = 0$ 이므로 $L_+(\infty) = L_-(\infty) = 1$ 이 된다. 따라서 식 (14), 식 (21), 그리고 식 (22)으로부터 $K_+(s)$ 와 $K_-(s)$ 는 각각 식 (23)과 (24)와 같다.

$$K_+(s) = (-1)^{1/2} (s+id)^{1/2} L_+(s) \quad (23)$$

$$K_-(s) = (-1)^{1/2} (s-id)^{1/2} L_-(s) \quad (24)$$

$L(s)$ 는 우함수이므로 $L_-(0) = L_+(0)$ 가 성립한다. 따라서 $L(0) = [L_+(0)]^2 = [L_-(0)]^2$ 되므로 $K_+(0)$ 를 얻을 수 있다. 따라서 $K_+(s)$ 와 $K_-(0)$ 를 식 (19)에 대입한후 $s \rightarrow \infty$ 일때, 식 (19)는 식 (25)가 된다.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \Sigma_+(s) = \frac{\sigma_0}{i} [\zeta h]^{1/2} (-1)^{1/4} s^{-1/2} \quad (25)$$

동적 응력확대계수는 $K_{ID}(c) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sigma(x) \sqrt{2\pi x}$ 이다.^(11,14) 식 (25)을 푸리에 역변환하고, $x \rightarrow 0^+$ 의 조건을 대입하면, 모드 I 하중에 대한 동적 응력확대계수는 식 (26)과 같이 유도된다.

$$K_{ID}(c) = \sqrt{2}\sigma_0 \left[\frac{\mu_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})}{E_{22}} \left(1 - \frac{c^2}{C_S^2} \right) \right]^{1/4} h^{1/2} \quad (26)$$

여기서 $\sigma_0 = \{(\nu_0 E_{22}) / [h(1-\nu_{12}\nu_{21})]\}$ 는 균열면에 가하여진 충격하중이고, ν_0 는 변위이다. σ_0 에 의하여 발생하는 수직변형률(ϵ_y)은 ν_0/h 가 된다.

균열방향이 재료의 탄성 주축과 일치하고 모드-I 하중을 받는 복합체의 동적 응력확대계수(K_{ID})와 동적 에너지해방률(G_{ID})의 관계는, Sih 등⁽¹⁵⁾이 제시한 정적 상태의 응력확대계수와 에너지해방률의 관계를 이용하면, 식 (27)과 같다.

$$G_{ID} = \left[\frac{E_{11} - \nu_{12} + \frac{E_{11}}{2\mu_{12}}}{E_{22}} \right]^{1/2} \left(\frac{1}{2E_{11}E_{22}} \right)^{1/2} K_{ID}^2 \quad (27)$$

식 (26)을 식 (27)에 대입하여 정리하면, 본 연구에서 가정한 하중조건과 기하학적 조건에 대한 동적 에너지해방률은 식 (28)과 같다.

$$G_{ID} = 2\Omega h \left(\frac{\nu_0 E_{22}}{h(1-\nu_{12}\nu_{21})} \right)^2 \left[\frac{\mu_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})}{E_{22}} \left(1 - \frac{c^2}{C_S^2} \right) \right]^{1/2} \quad (28)$$

여기서 $\Omega = [E_{11}/E_{22} - \nu_{12} + E_{11}/2\mu_{12}]^{1/2} (2E_{11}E_{22})^{-1/2}$ 이다. 식 (28)으로부터 이방성비가 매우 큰 직교이방성체의 동적에너지해방률은 전단파의 속도(C_S), 재료의 물성치, 균열전파속도(c), 그리고 시편의 높이에 관계된다는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 등방성체에서도 발생한다.⁽¹⁶⁾ 그러므로 본 연구에서 유도된 동적 에너지해방률(G_{ID})은 유효하다고 볼 수 있다. 만약, $c=0$ 이면 식 (28)은 식 (29)와 같은 정적 상태의 에너지해방률(G_{IS})이 된다.

$$G_{IS} = 2\Omega h \left(\frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \right)^2 \left[\frac{\mu_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})}{E_{22}} \right]^{1/2} \left(\frac{\nu_0}{h} \right)^2 \quad (29)$$

식 (28)과 (29)로부터 정적 에너지해방률과 동적 에너지해방률의 관계는 식 (30)처럼 구할 수 있다.

$$G_{ID} = G_{IS} \left(1 - \frac{c^2}{C_S^2} \right)^{1/2} \quad (30)$$

3. 기본이론에 대한 고찰

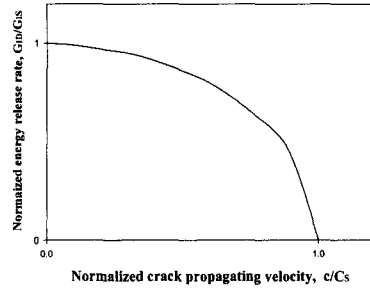


Fig. 3 Normalized dynamic energy release rate (G_{ID}/G_{IS}) with normalized crack propagating velocity

Fig. 3은 식 (30)을 사용하여 무차원화한 균열 전파속도에 대한 무차원화한 동적 에너지해방률의 변화를 나타낸 것이다. 세로축은 동적 에너지해방률을 정적 에너지해방률으로 무차원화한 값이고, 가로축은 전단파의 속도를 사용하여 무차원화한 균열속도이다.

Fig. 3에서 보듯이 균열전파속도(c)가 전단파의 속도(C_S)에 접근할수록 동적 에너지해방률은 점점 적어지고, 균열 전파속도가 0인 경우는 동적 에너지해방률은 정적 에너지해방률과 같게 된다. Fig. 3의 결과는 편축균열을 가진 시편의 경우를 연구한 Dear⁽¹⁷⁾의 결과와 일치한다. 그리고 Fig. 3의 결과는 등방성체에서 균열속도가 증가하면 재료의 파괴인성치는 감소한다고 주장한 Freund 등⁽¹⁸⁾의 연구결과와 유사하다. 그러므로 정적 에너지해방률로 나타낸 동적 에너지해방률인 식 (30)은 유효하다는 것을 알 수 있다.

식 (28)의 양변을 h 로 나누고 정리하면 식 (31)과 같다.

$$\frac{G_{ID}}{h} = 2\Omega \left(\frac{E_{22}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} \right)^2 \left[\frac{\mu_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})}{E_{22}} \right]^{1/2} \times \left(\frac{\nu_0}{h} \right)^2 \left(1 - \frac{c^2}{C_S^2} \right)^{1/2} \quad (31)$$

Fig. 4는 본 연구에서 유도한 동적에너지 해방률 식 (28)의 유효성을 증명하기 위하여, 식 (31)을 사용하여 각각의 동적균열속도와 수직변형률

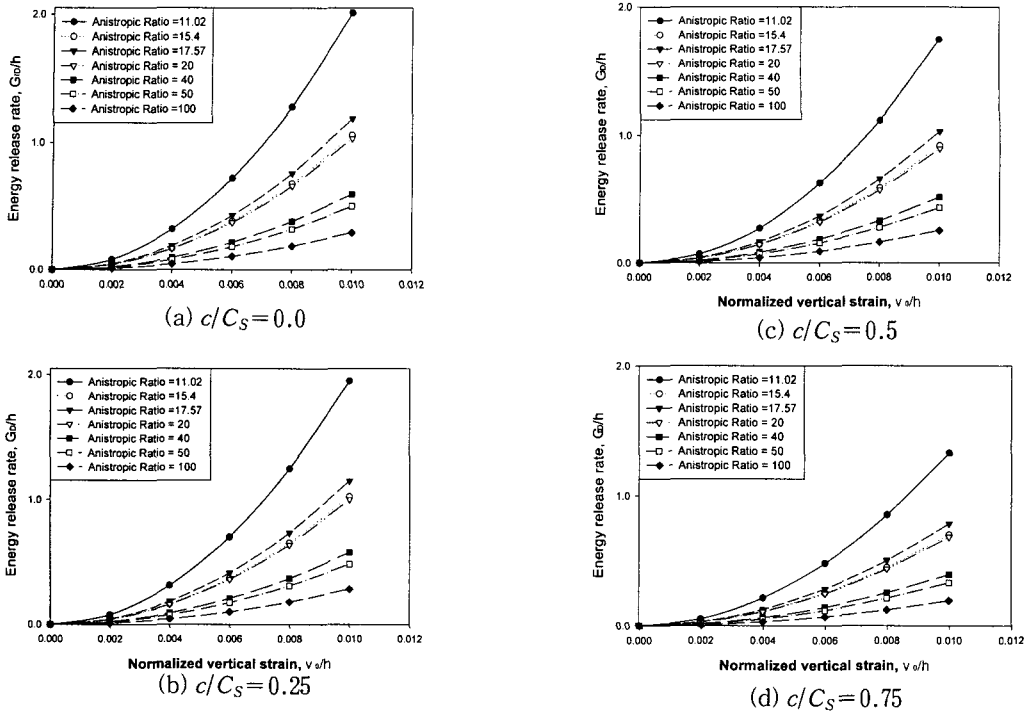


Fig. 4 Normalized energy release rate (G_D/h) with normalized nominal strain (v_0/h)

Table 1 Material properties

Material	Young's Modulus(GPa)		Shear's Modulus μ_{12} (GPa)	Density ρ (g/cm ³)	Poisson's Ratio, ν_{12}	Aniso-tropic Ratio
	E_{11}	E_{22}				
Boron /Epoxy	204	18.5	5.59	2.0	0.23	11.02
Graphite /Epoxy I ⁽²⁰⁾	138	8.96	7.1	1.6	0.30	15.40
Graphite /Epoxy II ⁽²¹⁾	181.0	10.3	7.2	1.58	0.28	17.57

에 대한 에너지해방률의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 4의 (a)는 정적인 상태, 즉 $c/C_S=0$ 이고, Fig. 4의 (b), (c), 그리고 (d)는 각각 c/C_S 가 0.25, 0.5, 그리고 0.75인 경우의 수직변형률에 대한 동적 에너지해방률의 관계를 나타낸 것이다. Fig. 4에서 보듯이 이방성비(E_{11}/E_{22})가 11.02, 15.4, 17.57, 20, 40, 50, 100으로 변할지라도 각각의 값들은 비례적으로 나타난다. Fig. 4의 (a)는 $c=0$ 일 때 수직변형률에 대한 정적 에너지해방률의 변화를 나타낸 것이다. 이것은 반 무한 균열을 포함한 무한 띠판(infinite strip)의 정적 에너지해

방률이 비례적으로 나타난다고 주장한 Wellmar 등^(7,19)의 결과와 일치한다. 그러므로 본 연구에서 유도한 동적 에너지해방률인 식 (28)은 유효하다는 것을 알 수 있다. Fig. 4의 (b), (c), 그리고 (d)에서 보듯이, 동적 에너지해방률도 정적 에너지해방률과 마찬가지로 비례적으로 나타나고, 각각의 이방성비에 대하여서도 Fig. 3에서 본 바와 같이 전단파에 대한 균열전파속도 비가 0.0, 0.25, 0.5, 0.75으로 증가할 때 에너지해방률은 점점 낮은 값을 갖는다는 것을 보여 주고 있다.

Table 1은 동적 에너지해방률에 대한 Fig. 4와 Fig. 5의 결과를 얻기 위하여 사용된, 이방성비가 11.02, 15.4, 17.57인 실제로 사용되고 있는 직교 이방성체의 물성치이다. 그리고 Fig. 4와 Fig. 5에서 사용된 이방성비가 20, 40, 50, 100인 재료들은 식 (4.b) 맥스웰(Maxwell)의 관계식을 사용하여 가정한 것이다. 이때 각각의 물성치들은 E_{11} 을 고정한 상태에서 이방성비를 변화시켜 E_{22} 을 구하였고, 다른 물성치들은 일정하다고 가정하였다.

균열이 일정한 속도로 전파될 때, 임의의 시간

에 대한 균열길이는 $a = ct$ 가 된다. 높이 h 인 시편이 충격응력 σ_0 를 받을 때 동적 에너지해방률과 균열속도에 대한 관계를 구하기 위하여 식 (31)에 $a = ct$ 를 대입하여 무차원화한 시간 ($T = C_{st}/a$)으로 나타내면 식 (32)가 된다.

$$\frac{G_{ID}}{h} = 2Q \left(\frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \right)^2 \left[\frac{\mu_{12}(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{E_{22}} \left(1 - \frac{1}{T^2} \right) \right]^{1/2} \left(\frac{v_0^2}{h} \right)^2 \quad (32)$$

Fig. 5는 식 (32)를 사용하여, 이방성비가 11.02, 15.4, 17.57, 20, 40, 50, 100으로 변하고, 수직변형률이 각각 10^{-3} 과 10^{-6} 일 때, 무차원화한 시간 T 에 대하여 동적 에너지해방률(G_{ID}/h)을 나타낸 것이다. Fig. 5 (a)와 (b)에서 알 수 있듯이 이방성비와 수직 방향 변형률(v_0/h)에 관계없이 $T=2$ 로부터 동적 에너지해방률은 점점 어떠한

값에 수렴하고 있다. 무차원시간 2는 균열전파속도가 전단파속도의 50%에 해당하는 값이고, c/C_S 가 $0 < c/C_S < 0.65$ 이라고 밝힌 Shukla 등(6,7)의 결과를 만족하고 있다. 그러므로 본 연구에서 사용한 시편의 기학적 조건과 하중조건에서 구한 동적 에너지해방률 식 (28)은 유효하다는 것을 알 수 있다.

4. 결론

큰 이방성비를 갖고, 높이가 $2h$ 인 무한 평판 띠판의 중심선상에 존재하는 균열이 일정한 속도로 전파되는 경우의 동적 에너지해방률에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 식 (26)과 식 (28)은 각각 위와 같은 하중조건과 시편의 기학적 조건에서 유도한 동적 응력확대계수와 동적 에너지해방률을 나타낸다.

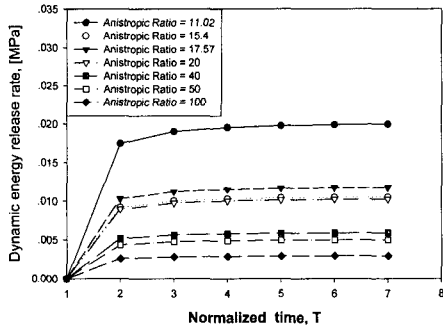
(2) 균열전파속도가 0이면, 동적 에너지해방률은 정적 에너지해방률과 같고, 균열 전파속도가 증가하여 전단파속도와 같을 때, 정적 에너지해방률로 무차원화한 동적 에너지해방률은 점점 감소하여 0에 도달한다.

(3) 정적 에너지해방률은 각각의 이방성비에서 수직변형률의 증가함에 따라 증가하고, 이방성비가 증가하면 감소한다. 그리고 동적 에너지해방률은 정적 에너지해방률과 같은 경향을 갖는다. 균열전파속도가 빠를수록 동적 에너지해방률은 감소한다.

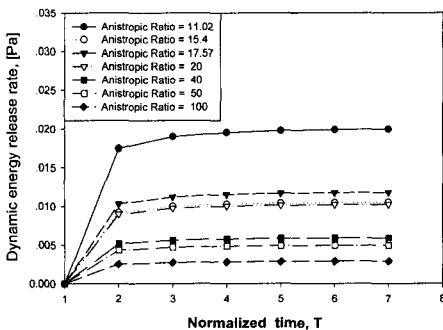
(4) 무차원화한 시간 $T (= C_{st}/a)$ 가 약 2이상이면 동적 에너지해방률은 점점 어떤 값에 수렴한다. 즉 무차원시간이 약 2는 균열전파속도가 전단파속도의 50%에 해당하는 값이다.

참고문헌

- (1) Tzou, H. S. and Bao, Y., 1995, "A Theory on Anisotropic Piezothermoelastic Shell Laminates with Sensor/Actuator Application," *Journal of Sound and Vibration* Vol. 184, pp. 453~473.
- (2) Narita, F. and Shindo, Y., 1998, "Dynamic Anti-Plane Shear of a Cracked Piezoelectric Ceramic," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 29, pp. 169~180.



(a) Vertical strain(v_0/h) = 10^{-3}



(b) Vertical strain(v_0/h) = 10^{-6}

Fig. 5 Dynamic energy release rate (G_{ID}/h) with normalized time ($T = C_{st}/a$)

- (3) Mott, N. F., 1948, "Fracture of Metals: Theoretical Considerations," *Engineering*, Vol. 165, p. 16.
- (4) Cotteral, B., 1964, "On the Nature of Moving Cracks," *Journal of Applied Mechanics, Trans. A.S.M.E.*, Vol. 31, p. 12.
- (5) Shukla, A. and Kavaturur, M., 1997, "Opening-Mode Dominated Crack Growth along Inclined Interfaces," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 83, pp. 291~304.
- (6) Singh, R. P., Kavatorn, M., and Shukla, A., 1997, "Propagation and Arrest of a Bimaterial Interface Crack Subjected to Controlled Stress Wave Loading," *International Journal of Fracture*, to appear.
- (7) Liechti, K. M. and Kanuss, W. G., 1982, "Crack Propagation in Material Interfaces: II. Experiments on Mode Interaction", *Experimental Mechanics*, Vol. 22, pp. 383~391.
- (8) Erdogan, F., 1968, "Crack-Propagation Theories," *Fracture-An Advanced Treatise*(ed. H. Liebowitz), Vol. 2, pp. 498~590, Academic Press.
- (9) Sih, G. C., 1970, "Dynamic Aspects of Crack Propagation," *Inelastic behavior of solids*(eds. M. Kannien, W. Adler, A. Rosenfield and R. Jaffee), pp. 607~639, McGraw-Hill.
- (10) Bradley, W. B. and Kobayashi, A. S., 1970, "An Investigation of Propagating Cracks by Dynamic Photoelasticity," *Experimental Mechanics*, Vol. 10, No. 3, pp. 106~113.
- (11) Paxon, T. L. and Lucas, R. A., 1973, "An Experimental Investigation of the Velocity Characteristics of a Fixed Boundary Fracture Model," *Dynamic Crack Propagation*(ed. G. C. Sih), pp. 415~426, Noordhoff, Leyden.
- (12) Yoffe, E. H., 1951, "The Moving Griffith Crack," *Philosophical Magazine*, Vol. 42, No. 33, pp. 739~750.
- (13) Baker, B. R., 1962, "Dynamic Stresses Created by a Moving Crack," *Transactions of the ASME. Journal of Applied Mechanics*, Vol. 29, pp. 449~458.
- (14) Paris, P. C. and Whitmore, C. F., 1959, "Tear Resistance and the Effect of Normal Stress," University of Washington.
- (15) Sih, G. C., Paris, P. C. and Irwin, G. R., 1965, "On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies", *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 1, pp. 189~203.
- (16) Freund, L. B., 1990, *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge University Press
- (17) Dear, J. P., 1996, "A Fracture Model to Study the Effect of Specimen Size on Dynamic Energy Release Rates," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 19, No. 5, pp. 601~610.
- (18) Freund, L. B. and Douglas, A. S., 1982, "The Influence of Inertia on Elastic-Plastic Antiplane Shear Crack Growth," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 30, pp. 59~74.
- (19) Wellmar, P., Fellers, C., Nilsson, F, and Delhage, L., 1997, "Crack-Tip Characterization in Paper," *Journal of Pulp and Paper Science*, Vol. 23, No. 6, pp. J269~J275.
- (20) Tsai, S. W. and Hahn, H. T., 1980, *Introduction to Composite Materials*, TECHNOMIC Publishing Co., Inc. p. 19.
- (21) Jaleel, K. M. A., Kishore, N. N., and Sundararajan, 1993, "Finite-Element Simulation of Elastic Wave Propagation in Orthotropic Composite Materials," *Materials Evaluation*, pp. 830~838.