

Z-영역에서 입력성형기의 설계와 민감도 해석

박운환* · 이재원** · 임병덕**

(1999년 10월 25일 접수)

Design and Sensitivity Analysis of Input Shaping Filter in the Z-domain

Un Hwan Park, Jae Won Lee and Byoung Duk Lim

Key Words: Input Shaping(입력성형기법), Residual Vibration(잔류 진동), EI(Extra-Insensitive) Sensitivity Curve(요철형 민감도 선도), Z-Domain(z-영역)

Abstract

Input shaping method is to convolute input shaper, which is sequence of impulses, with reference input command not to excite the natural frequency of system. To reduce residual vibration for the change of frequency, the number of impulses should be increased. Until now, amplitudes and time interval of those has been searched from the derivative of residual vibration. However, if time interval of impulses is fixed as the half of vibration period of system, input shaper $H(z)$ in z-domain becomes $(1 - pz^{-1})^n / K$ in which increasing n is the mean that robustness for change of parameter is improved. Also, design of many types of input shapers in z-domain is very easy because sensitivity curve is displayed with $|H(z)z^n| \times 100$. In the z-domain, EI(Extra-Insensitive) input shaper could be designed without solving nonlinear simultaneous equations as design in continuous time domain. In addition to, the design possibility of input shaper for a damped system was shown.

1. 서론

산업현장에서 가벼운 대형 구조물을 빠르게 이동시키는 것이 필요할 수 있다. 가볍고 유연한 시스템을 빠르게 이동한 후에는 반드시 잔류진동을 수반하므로 이러한 잔류 진동을 제어하는 것이 필요하다. 잔류 진동제어에는 크게 폐회로 기법과 개회로 기법이 사용되는데 먼저 폐회로 기법이란 스트레인게이지, 가속도 센서 등을 이용하여 측정된 진동신호를 피드백하여 진동을 제거하는 방법이며 이 방법은 현장에서 사용할 경우 센서 파손으로 인해 작업이 중단되거나 센서 사용으로 인해 시스템의 가격이 상승하는 단점이

있다. 따라서 단순 반복작업의 경우 진동 피드백 신호를 사용하지 않고 입력 신호만을 성형함으로써 잔류진동을 줄일 수 있는 개회로 기법이 유리하다. 입력성형기법은 Smith에 의해 Posicast 제어기법이란 이름으로 처음 소개되었다.⁽¹⁾ Singer와 Seering은 이 기법에 강인성을 추가하기 위한 방법들을 제시하였다.⁽²⁾ 강인성을 증가시키기 위해서 임펄스 열을 늘렸으며 그 크기와 시간간격은 미분조건식을 추가하여 구하였다. 하지만 임펄스열을 늘리게 되면 시간지연이 늘어나게 되어 응답시간이 늦어지는 단점이 있다. 따라서, 시간지연을 줄이면서 강인성을 증가시키는 방법으로 고유주파수 부근에서 어느 정도 진동을 허용하는 구속조건을 주어 민감도 선도가 요철을 가지는 입력성형기가 제시되었다.^(3,4) 이러한 입력성형기를 설계하기 위해서는 여러 개의 비선형 연립방정식을 풀어야 되므로 복잡하다.

* 회원, 영남대학교 대학원 기계공학부
E-mail : p9814407@chunma.yeungnam.ac.kr
TEL : (053)815-5399 FAX : (053)813-3703
** 회원, 영남대학교 기계공학부

한편, 시간영역에서 성형기를 설계하지 않고 z-영역에서 성형기를 설계하는 방법이 제시되었다. z-영역에서 성형기를 설계하는 것은 시스템의 극점을 상쇄할 수 있도록 성형기의 영점을 설계하는 것이다.⁽⁵⁾ 그리고, 강인성을 증가시키는 것은 극점에 영점을 중첩하는 것과 같다는 것을 보였다. Tuttle은 시간영역의 설계사양을 z-영역의 설계사양으로 변경하여 z-영역에서 직접 성형기를 설계하였다. 그리고, 임펄스가 모두 양이 되면서 가장 작은 임펄스 간격 T를 구하는 방법을 제시하였다.⁽⁶⁾

본 논문에서는 기존에 미분식을 이용하는 방법과 달리 z-영역에서 입력성형기를 설계하는 방법을 제시하고자 한다. 또한 민감도 선도도 z-영역에서 쉽게 계산할 수 있다는 것을 보이하고자 한다. 그리고 감쇠비가 없는 경우와 있는 경우의 시스템에 대해서 요철형 민감도 선도를 가지는 입력성형기를 설계하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 입력성형필터 설계법

2.1 시간영역 설계법

입력성형기법이란 입력이 시스템 주파수 성분을 자극하지 않도록 기준 입력에다 임펄스 열을 컨벌루션 시키는 것이다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 시스템에 임펄스 입력 A_0 가 가해지면 진동이 발생한다. 이 진동을 없애기 위해서 반 주기 후 감쇠된 진폭 A_1 만큼의 임펄스를 추가해주면 그 응답으로 인하여 잔류 진동이 상쇄된다. 입력성형필터를 설계한다는 것은 시스템의 고유주파수나 감쇠비와 같은 시스템의 진동 특성치를 이용하여 임펄스 열의 크기와 간격을 구하는 것이다. 2차 시스템에 여러 개의 임펄스가 가해졌을

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega_n} [B_s^2 + B_c^2]^{1/2} \quad (1)$$

여기에서,

$$B_s = \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2})$$

$$B_c = \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2})$$

n : 임펄스 개수 - 1, A_i : i 번째 임펄스의 크기
 t_i : i 번째 임펄스가 가해지는 시간

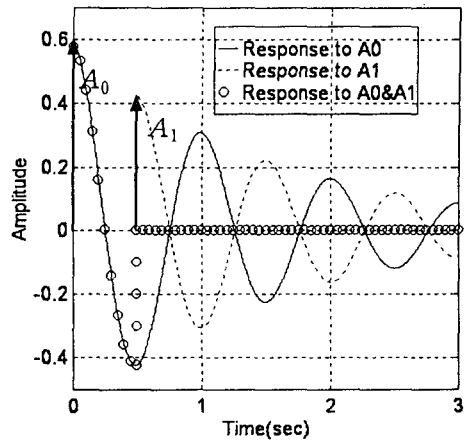


Fig. 1 Vibration cancellation using two impulse

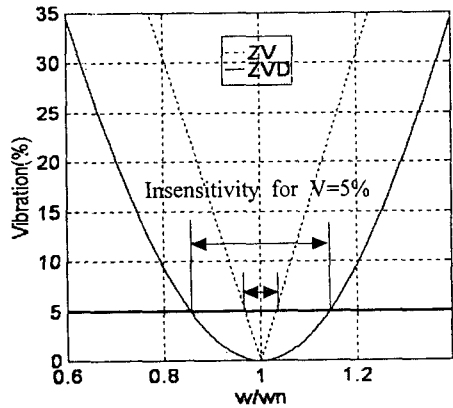


Fig. 2 Sensitivity curves for the ZV, ZVD input shaper($\zeta=0$)

때 시스템에 나타나는 잔류진동의 크기는 식 (1)과 같다. 식 (1)이 시스템의 고유주파수에서 0이 되어야 한다는 조건 식에서 임펄스 열의 크기와 시간간격을 구할 수 있다.⁽²⁾

Fig. 1과 같이 2개의 임펄스열로 잔류진동을 0으로 만들어 주는 입력성형필터를 ZV(Zero Vibration) 입력성형필터라고 부른다.^(2,7) ZV 입력성형필터의 민감도 선도(주파수-잔류진동진폭선도)는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 설계된 시스템 고유주파수에서 잔류진동이 0이 되고 그 주위의 주파수에서는 잔류 진동이 급격히 증가한다. 이러한 경향을 줄이기 위해 고유주파수에서 주파수에 대한 미분이 0이 된다는 조건을 추가하여 ZVD

(Zero Vibration Derivative)필터를 설계하면 Fig. 2와 같이 고유주파수 부근에서의 주파수 변동에 대한 잔류 진동의 변동율이 줄어들게 되어 주파수변동에 대한 강인성이 증가하게 된다.

2.2 z-영역 설계법

2차 시스템에 임펄스를 가했을 때 나타나는 잔류진동의 z 변환은 다음 식과 같다.

$$G(z) = \frac{1}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_1^* z^{-1})} \quad (2)$$

$$= \frac{z^2}{z^2 - (p_1 + p_1^*)z + p_1 p_1^*}$$

여기에서, p_1, p_1^* 은 $Re^{\pm j\theta}$, R 은 $e^{-\zeta\omega_n T}$, θ 는 $\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} T$ 이고 ω_n 은 비감쇠 고유주파수, ζ 는 감쇠비, T 는 표본화 시간이다. 이러한 잔류진동을 없애기 위하여 z-영역에서는 입력성형기의 영점이 진동을 유발하는 시스템의 극점과 상쇄되도록 하면 된다. 따라서, 입력성형필터 $H(z)$ 는 식 (3)과 같다. 이 때 K 로 나누어 주는 것은 입력성형필터에 들어가는 초기입력의 크기를 변화시키지 않기 위한 것이다.

$$H(z) = \frac{1}{K} (1 - p_1 z^{-1})(1 - p_1^* z^{-1}) \quad (3)$$

$$= \frac{1}{K} [1 - (p_1 + p_1^*)z^{-1} + p_1 p_1^* z^{-2}]$$

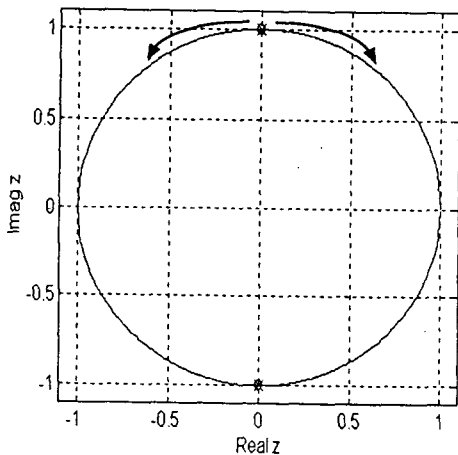


Fig. 3 The poles of system and the zeroes of shaping filter in z-domain

표본화 시간 T 에 따라 z-영역에서 극점은 달라진다. 예를 들면, 표본화시간을 시스템 진동주기의 1/4로 하고 감쇠비가 없을 경우에 시스템의 극점의 위치는 Fig. 3과 같다. T 가 이 보다 작은 경우는 극점이 우반평면으로 움직이고, 큰 경우는 좌반평면으로 움직인다. 극점이 우반평면에 위치하면 식 (3)에서 z^{-1} 의 계수가 항상 음을 가지게 된다. 이와 같이 임펄스의 부호가 변하게 되면 모터가 포화가 될 우려가 있으므로 임펄스에 음의 크기가 존재하는 경우는 피하도록 해야 한다. 극점이 좌반평면에 위치하면 임펄스들이 모두 양의 크기이지만 임펄스 간격이 커져서 응답이 느려지므로 비효율적이 된다. 따라서 임펄스들이 모두 양의 크기이면서 가장 작은 임펄스 간격을 가지는 표본화 시간 T 는 진동주기의 1/4이다. 표본화 시간 T 가 진동주기의 1/4일 경우 $(p + p^*)$ 가 0이 되므로 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$H(z) = \frac{1}{K} (1 + p_1 p_1^* z^{-2}) \quad (4)$$

입력성형기의 차수를 줄이기 위하여 표본화 시간을 2배로 하면 식 (4)는 식 (5)로 표현할 수 있다.

$$H(z) = \frac{1}{K} (1 - pz^{-1}) = A_0 + A_1 z^{-1} \quad (5)$$

여기에서, $p = -p_1 p_1^*$, $K = 1 - p$.

$$A_0 = \frac{1}{1 - p}, \quad A_1 = \frac{-p}{1 - p}$$

식 (5)의 입력성형필터는 시간영역에서 설계한 ZV 필터식과 동일하다. 강인성을 높이기 위하여 시간영역에서 임펄스 개수를 늘리는 것은 z-영역에서는 $(1 - pz^{-1})$ 의 영점을 하나 더 추가하는 것이다. 따라서, 강인성을 증가시킨 성형필터의 일반식 ZVD^{n-1} 는 식 (6)과 같다.

$$H(z) = \frac{1}{K} (1 - pz^{-1})^n \quad (6)$$

여기에서 K 는 $z^{-i} (i=0, 1, 2, \dots, n)$ 의 계수들을 전부 합한 크기 $(1 - p)^n$ 이며 n 은 강인성을 증가시키는 영점의 차수이다. 입력성형기의 임펄스

크기는 $z^{-i}(i=0,1,2,\dots,n)$ 의 계수가 되며 임펄스 간격은 표본화 시간 T 이다. 하지만 $H(z)$ 를 구현할 경우의 표본화 시간 T_s 와는 다르다. 실제로 T 가 T_s 의 상수배가 되지 않을 경우는 $H(z)$ 를 구현할 수 없다. 이러한 경우에 $H(z)$ 의 구현 방법을 Murphy가 제시하였다.⁽⁵⁾

앞에서 보는바와 같이 z-영역에서 설계는 시스템의 극점을 성형기 영점으로 상쇄시키는 방법이므로 비선형 연립방정식을 풀어야 하는 시간영역상의 설계방법보다 쉽다는 것을 알 수 있다.

3. 민감도 선도

민감도 선도란 시스템 주파수 변화에 따라 잔류진동의 크기가 얼마나 변하는가를 나타내는 선도이다. 이를 다르게 표현하면 식 (7)과 같이 입력성형필터를 사용하지 않았을 때 나타나는 잔류진동 크기(A_n)와 필터를 사용하였을 때 나타나는 잔류진동 크기(A_f)의 비로 나타낼 수 있다.

$$V_s(\%) = \frac{A_f}{A_n} \times 100 = V \times 100 \quad (7)$$

시간영역에서 민감도($V_s(\%)$)를 계산할 때 A_n 은 1이 되고 A_f 는 식 (1)의 V 가 된다.

z-영역에서 민감도, $V_z(\%)$, 는 식 (8)과 같이 입력성형필터 식으로부터 직접 구할 수 있다.

$$V_z(\%) = \frac{A_f}{A_n} \times 100 = \frac{|H(z)z^n||G(z)|}{|G(z)|} \times 100 \quad (8)$$

$$= |H(z)z^n| \times 100$$

필터를 사용하였을 때 잔류진동은 마지막 임펄스가 가해지고 난 다음에 나타나므로 필터의 영점 차수만큼 z^n 을 필터의 식에 곱하여 크기를 구해야한다. 감쇠비가 0인 경우에 $|H(z)z^n|$ 은 $e^{j\omega T}(-\pi < \omega T < \pi)$ 의 단위원상에서 영점까지 거리를 구해 전체크기인 K로 나누어 구한다. 따라서 Fig. 2와 같이 민감도 선도는 시스템의 고유주파수에 대해 서로 대칭이 된다. 감쇠비가 0이 아닌 경우에 $|H(z)z^n|$ 은 Fig. 4에서 보듯이 $e^{-\zeta\omega T + j\omega\sqrt{1-\zeta^2}T}$ 의 나선형 선상에서 영점까지 거

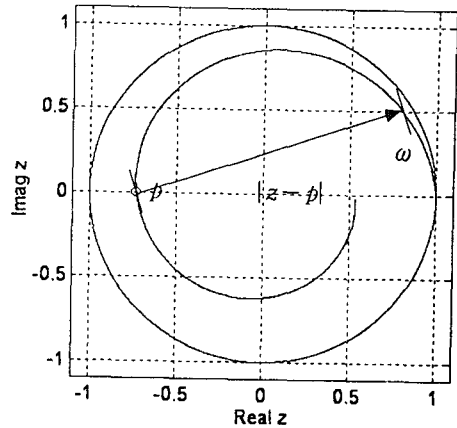


Fig. 4 Calculation of $|(1-pz^{-1})z|$ for ZV input shaper in the z-domain ($T = \frac{\pi}{\omega_d}$)

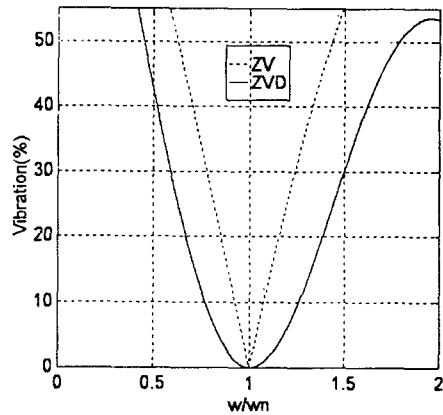


Fig. 5 Sensitivity curves for the ZV, ZVD input shaper ($\zeta=0.1$)

리를 구해 K로 나눈다. 그러므로 Fig. 5와 같이 시스템의 고유주파수에 대해서 대칭이 되지 않게 된다. Fig. 2와 Fig. 5는 고유주파수가 4Hz이고 감쇠비가 0인 경우와 0.1인 경우에 대해 ZV, ZVD 입력성형필터를 설계하여 식 (8)과 같이 민감도를 계산한 것이다. 이 결과들은 시간영역에서 계산한 결과와 일치함을 알 수 있다. z-영역에서 입력성형필터 $H(z)$ 를 설계하면 민감도 선도의 형태도 쉽게 예측할 수 있다. 따라서 다양한 형태의 민감도 선도를 가지는 입력성형필터를 설계할 수 있다.

4. 요철형 민감도 입력성형기

4.1 요철형 민감도 입력성형기

ZVD^{n-1} 입력성형필터는 강인성을 증가시키면 시간지연이 커져서 응답이 느려지는 단점이 있다. 그래서 시간지연이 커지지 않으면서 강인성을 넓히는 방법이 제시되었다. 진동진폭의 허용한계(예를 들면 5%)를 정하고 그 허용폭 안에서 시스템 주파수 변동에 대한 강인성을 넓히는 방법으로 Fig. 6과 같이 요철형 민감도 선도를 가지는 입력성형필터가 제안되었다. 즉 잔류진동진폭을 진동허용한계 이하로 감소시킬 수 있는 주파수 범위를 넓히되 이 주파수 범위 안에서 민감도 선도가 요철형 곡선을 갖도록 하는 것이다. 이러한 요철형 입력성형기를 설계하기 위해서는 비요철형 민감도 선도를 가지는 입력성형기와 같이 임펄스 크기를 모두 더한 값이 1이라는 조건식과 초기 임펄스 시간이 0이 된다는 조건식이 필요하다. 그리고 $\omega = \omega_{lo}, \omega_{hi}$ 에서 식 (1)의 진동 진폭 V 가 0이 되어야 한다는 조건과 $\omega = \omega_n$ (시스템 고유주파수)에서 V 는 0.05가 된다는 조건식이 필요하다. Fig. 6의 민감도 선도에서 1개의 Hump를 가지는 입력성형기를 설계하기 위해서는 8개의 조건식이 필요하며 미지수는 임펄스의 크기 (A_1, A_2, A_3)와 시간 (t_1, t_2, t_3), 그리고 진동 진폭이 0이 되는 주파수 ω_{lo}, ω_{hi} 이다. Hump가 2개인 경우 식은 10개가 필요하고, Hump가 1개 추가될

때 마다 식은 2개씩 증가한다. 이 방정식들은 비선형 방정식일 뿐만 아니라 방정식 숫자도 많으므로 계산량이 많다. 따라서 실제로는 수치해석 결과를 look-up 테이블⁽⁷⁾로 만들어 이용하고 있다.

본 논문에서는 이렇게 복잡한 구속조건을 풀지 않아도 유사한 성능을 내는 요철형 민감도 입력성형기를 z -영역에서 설계하는 방법을 제시하고자 한다.

4.2 비감쇠 시스템

시스템의 고유주파수를 z -영역에서 표현하면 Fig. 7(a)와 같이 $(-1, 0)$ 인 점에 시스템 극점이 놓인다. 양 옆에 영점을 놓으면 시스템의 고유주파수에서는 약간의 진동(예를 들어 $V=5\%$)이 나타나고 영점을 위치시킨 주파수에서는 진동이 0이 되는 Hump 1개의 입력성형기가 된다. 영점이 시스템 극점으로부터 멀어질수록 잔류진동 허용율은 커진다. Fig. 6과 Fig. 7(b)는 진동 허용율을 10%로 하였을 경우에 대해서 민감도 선도와 입력성형기의 영점을 나타낸 것이다.

잔류진동 허용율이 5%이며 Hump가 2개인 경우에 대해서도 z -영역에서 설계는 쉽다. 고유주파수에서 진동이 0이고 좌우로 Hump가 1개씩 존재하는 경우이므로 시스템의 극점에 영점을 두고 좌우로 1개씩 영점(p_{lo}, p_{hi})을 두면 된다. Fig. 8은 Hump 2개를 가지는 입력성형기의 영점과 민감도 선도를 나타낸 것이다. z -영역에서 Hump 3개의 입력성형기를 설계할 때는 Fig. 9에서 보듯이 고

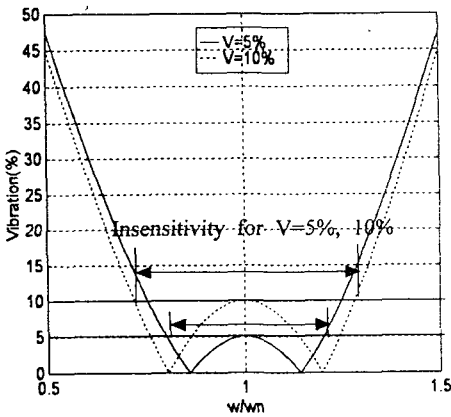
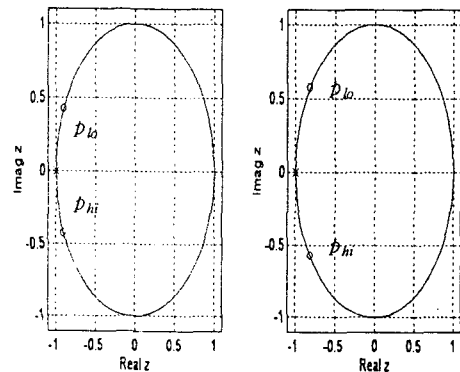


Fig. 6 Sensitivity curve for one-hump input shaper($V=5\%, 10\%$)



(a) $V=5\%$ (b) $V=10\%$

Fig. 7 Input shaper zeroes with one-hump in z -domain

유주파수의 바깥쪽 영점과 안쪽의 영점 위치에 따라서 중간의 Hump와 양옆에 Hump의 크기가 서로 다르다. 여기서, 영점의 위치는 다음과 같다.

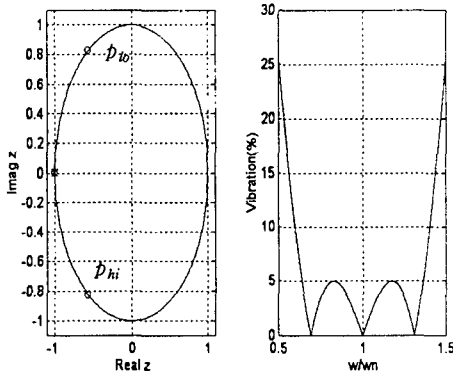
$$\begin{aligned} p_{h2, l2} &= e^{j(1 \pm \frac{\Delta\omega}{\omega_n})\pi} \\ p_{h1, l1} &= e^{j(1 \pm \frac{k\Delta\omega}{\omega_n})\pi} \end{aligned} \quad (9)$$

3개의 Hump 크기가 같으면서 진동 허용폭을 설계 조건에 맞추어야 하므로 진동 크기(V%)는 $\Delta\omega/\omega_n$ 와 $k(0 < k < 1)$ 의 식이 된다. $\Delta\omega/\omega_n$ 를 크게 하면 양쪽의 Hump 높이가 커지고 중간의 Hump

높이는 작아지며, k 를 크게 하면 반대로 중간의 Hump가 커지고 양쪽의 Hump는 작아진다. 진동 허용폭 5%에 대해 z-영역에서 입력성형필터의 영점을 변화시키면서 민감도 선도를 그려보면 설계 조건인 잔류진동 허용율을 만족하는 영점을 Table 1과 같이 간단하게 구할 수 있다. 이때 영점의 위치(p_{lo}, p_{hi})는 $\Delta\omega/\omega_n$ 에 의해 변화되므로 $\Delta\omega/\omega_n$ 을 변화시키면서 민감도 선도를 그린다. 그리고 Hump 3개인 경우에는 $\Delta\omega/\omega_n$ 와 k 를 변화시켜 민감도 선도를 그린다.

4.3 감쇠 시스템

감쇠 시스템의 경우에 극점은 Fig. 10과 같이 단위원 안쪽에 표현되며 시스템의 감쇠비를 고정하고 시스템의 고유주파수를 변화시키면 나선형을 그리게 된다. 비감쇠 시스템에서 1 Hump 요철형 민감도 입력성형기를 설계하는 것과 같이 주파수를 변화시켜 영점 p_{lo}, p_{hi} 를 나선형선상에 두어 필터를 설계하면 $z^{-i}(i=0,1,2,\dots)$ 의 계수들 중에서 복소수로 나타나는 것이 존재한다. 임펄스를 복소수로 가할 수 없기 때문에 실제로 실현이 불가능하다. 이것은 임펄스 간격이 일정한 z-영역에서 설계하기 때문이다. 하지만, Fig. 10과 같이 원점에서 시스템 극점이 있는 거리를 반지름으로 하는 원상, 즉, $\zeta\omega_n$ 가 일정한 원상에 영점을 두어 필터를 구성하면 z^{-n} 의 계수들이 모두 실수로 나타나게 된다.



(a) Shaper zeroes (b) Sensitivity curve
Fig. 8 Two-hump input shaper(V=5%)

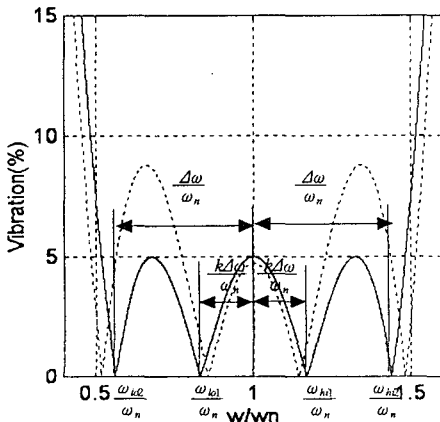


Fig. 9 Three-hump input shaper(V=5%)

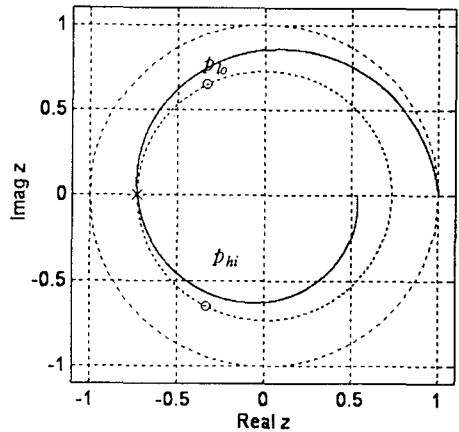


Fig. 10 input shaper zeroes with one-hump in z-domain(V=5%, $\zeta = 0.1, \omega_n = 4Hz \times 2\pi$)

Table 1 Zero position of input shaper having uneven sensitivity ($\zeta=0, 0.1, V=5\%$)

Hump	The zeroes of shaping filter	$\zeta=0$		$\zeta=0.1$	
		$\Delta\omega/\omega_n$	k	$\Delta\omega/\omega_n$	k
1개	$p_{hi, lo} = e^{-\zeta\omega_n T + j(1 \pm \frac{\Delta\omega}{\omega_n})\pi}$	0.1400		0.1650	
2개	$p_{\omega_n} = e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_d)T}$ $p_{hi, lo} = e^{-\zeta\omega_n T + j(1 \pm \frac{\Delta\omega}{\omega_n})\pi}$	0.3088		0.3500	
3개	$p_{h2, l2} = e^{-\zeta\omega_n T + j(1 \pm \frac{\Delta\omega}{\omega_n})\pi}$ $p_{h1, l1} = e^{-\zeta\omega_n T + j(1 \pm \frac{k\Delta\omega}{\omega_n})\pi}$	0.4376	0.387	0.4840	0.425

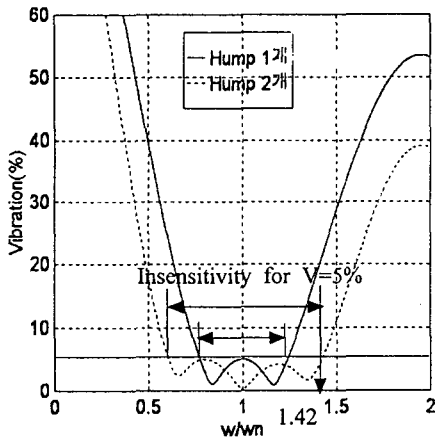


Fig. 11 Sensitivity curve for one and two hump input shaper ($\zeta=0.1$)

Hump 1개일 경우에 시스템의 고유주파수를 변화시켜 민감도 선도를 그려 보면 진동이 0이 되는 부분은 존재하지 않는다. 그 이유는 Fig. 10에서 보듯이 주파수를 변화하여 그린 나선형선상에 영점이 존재하지 않기 때문이다. 그리고 Hump 2개일 경우는 나선형선상인 시스템 극점 위에 영점을 위치시키므로 고유주파수에서 진동은 0이다. 이렇게 시스템의 고유주파수와 그 부근의 $\zeta\omega_n$ 가 일정한 원상에 영점을 두어 설계 조건인 진폭크기(V(%))를 맞출수 있다. Fig. 11은 Hump 1개 및 2개일 때 민감도 선도를 나타낸 것이다.

z-영역에서 입력성형필터를 설계하기가 쉬운 이유는 변수의 개수가 작기 때문이다. 예를 들어 시간영역상에서 Hump 1개를 가지는 입력성형필터를 설계하면 변수 8개가 존재한다. 그리고 Hump가 1개씩 증가할 때마다 변수들이 2개씩 증가한다. 그러나 z-영역에서는 Hump 1개 또는 2개를 가지는 입력성형필터를 설계하면 변수는 $\Delta\omega/\omega_n$ 1개 뿐이다. 그리고 Hump가 2개씩 늘어날 때 변수 $k(<1)$ 가 1개씩 증가되므로 시간영역상에서 설계하는 것보다 쉽다고 할 수 있다. 그리고 Hump가 4개 이상이 되면 저지 대역대가 너무 넓어 시간 지연이 커지게 되므로 실제적으로 의미가 없어진다. 시스템의 감쇠비가 0과 0.1인 경우에 Hump 1,2,3개에 대한 입력성형필터의 영점이 Table 1에 나타나 있다.

5. 시뮬레이션

민감도 선도의 잔류진동과 시간응답에서 나타나는 잔류진동과 비교하기 위하여 질량-스프링-감쇠 시스템에 대하여 시뮬레이션을 하였다. Fig. 12에서 2개의 질량을 스프링과 댐퍼로 연결하여 x_1 에 계단입력을 주어 보았다. 이때 질량은 1kg 이고 스프링 상수(k)는 632N/m이며 댐퍼는 5.03kg/s이다. 이때 고유주파수는 4Hz이고 감쇠비는 0.1이다. 이 시스템의 고유주파수와 감쇠비

로 2개의 Hump를 가지는 입력성형필터를 설계한 후 시스템의 스프링 상수를 1274N/m로 변화시켜서 시뮬레이션 하였다. 스프링 상수를 1274N/m로 변화한 이유는 고유주파수의 오차를 42%로 하기 위해서이다. Fig.11의 민감도 선도에서 주파수 오차가 42% 될 때($\omega/\omega_n=1.42$) 잔류진동은 5%이다. 실제 시뮬레이션에서도 Fig. 13과 같이 5%로 나타난다. 여러개의 임펄스가 가해졌을 때 나타나는 신호는 식 (10)으로 표현할 수 있다.

$$A_{amp} e^{-\zeta\omega_n(t-t_n)} \cos(\omega_d t + \phi) \quad (10)$$

여기에서 A_{amp} 는 잔류진동 식 V와 같다. Fig. 14는 감쇠비가 있는 시스템에 두 개의 임펄스 A_0, A_1 을 가했을 때 나타나는 시간 응답이다.

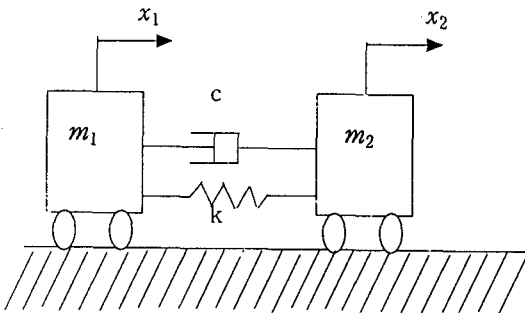


Fig. 12 Two mass and spring model

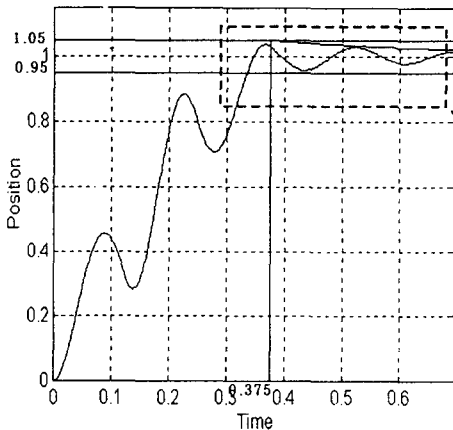


Fig. 13 Time response with two-hump shaper for damped system

마지막 임펄스 A_1 이 가한 직후의 잔류진동의 크기 A_{amp} 는 Fig. 14에서 ㉔이다. 따라서 Fig. 13에서 보면 마지막 임펄스가 가해진 후 잔류진동은 5%이다.

6. 결론

본 논문은 입력성형기법의 설계와 민감도 해석을 z-영역에서 하면 시간영역에서 하는 것보다 쉽다는 것을 보인 것이다.

시간영역에서 주파수 성분의 변화에 대한 민감도를 증가시키기 위하여서는 임펄스 열을 증가시키는데 그때의 크기와 간격은 잔류진동의 크기를 나타내는 식을 주파수에 대하여 미분하여 구하였다. 하지만 이 방법은 미분식에 의존하기 때문에 복잡한 형태의 입력성형기를 설계할 경우 계산량이 많아진다.

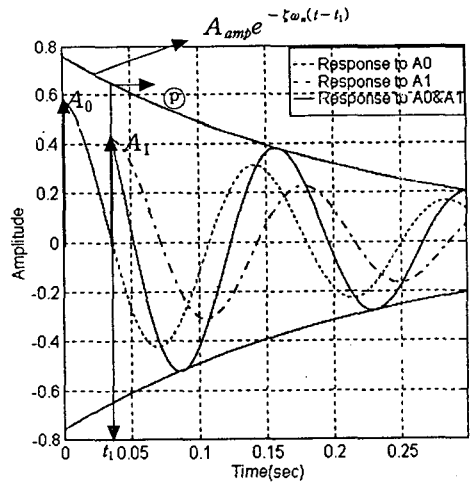
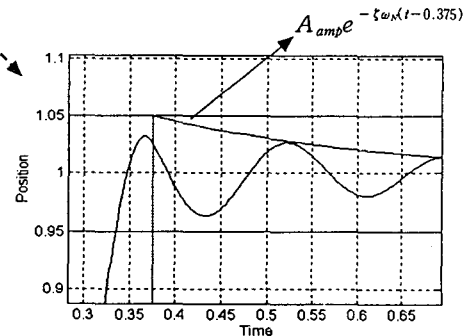


Fig. 14 Time response to impulse A_0 and A_1



하지만, 임펄스 열의 간격 T를 진동주기의 반 주기로 정하면 z-영역에서 입력성형 필터 H(z)는 시스템의 극점을 상쇄시키는 영점을 추가하는 것과 같으며 강인성을 높이는 방법은 영점의 차수를 증가시키는 것과 같다. 그리고 기존의 민감도 선도는 시간영역의 잔류진동 식으로부터 구하였지만 본 논문에서는 H(z)로부터 직접 구할 수 있다는 것을 보였다. 그러므로 입력성형기의 설계 및 민감도 해석이 모두 z-영역에서 도식적 이루어지므로 다양한 형태의 민감도선도를 가진 입력성형기를 쉽게 구할 수 있다.

예를 들면, 응답이 느리지 않으면서 강인성이 높은 요철형 민감도 입력성형기도 z-영역에서 설계하면 시간영역상의 설계처럼 복잡한 구속조건을 풀지 않고도 쉽게 설계 할 수 있다는 것을 보였다. 그리고, 감쇠비가 있는 시스템 경우의 요철형 민감도를 가진 입력성형기를 설계하는 방법도 새로이 제시하였다.

현재 필터의 극점위치를 이동시키거나 표본화 시간이 변경되는 경우에 대한 연구가 진행되고 있다.

참고문헌

(1) Tallman, Smith, 1958, "Analog Study of

Dead-Beat Posicast Control," *IRE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-3, pp. 14~23.
 (2) Singer N.C. and Seering W.P., 1990, "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 112, pp. 76~82.
 (3) Singhose W.E. and Singer N.C., 1996, "Extra-Insensitivity Input Shapers for Controlling Flexible Spacecraft," *Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19. No. 2 March-April.
 (4) Porter L.J., Singhose W.E., Tuttle T.D., and Singer N.C., 1997, "Vibration Reduction Using Multi-Hump Input Shapers," *ASME, J DSMC* Vol. 119, June, pp. 320~326.
 (5) Murphy Brett R. and Watanbe Ichiro, 1992, "Digital Shaping Filters for Reducing Machine Vibration," *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, Vol 8, No. 2, pp. 285~289.
 (6) Tuttle T. D. and Seering W. P., 1994, "A Zero-placement Technique for Designing Shaped Inputs to Suppress Multiple-mode Vibration," *AmericanControl Conference*.
 (7) Singhose W.E., Seering W. P. and Singer N.C., 1997, "Time-Optimal Negative Input Shapers," *ASME*, Vol. 119, pp. 198~205.

부 록

z-영역에서 민감도 선도를 계산하는 식 (8)의 $|H(z)z^n|$ 과 시간영역에서 잔류진동 크기(V)를 계산하는 식 (1)이 서로 같다는 것은 간단히 증명할 수 있다. $|H(z)z^n|$ 을 식 (a)의 관계식을 이용하여 표현하면 식 (b)와 같다. 여기에서 nT 는 식 (1)에서 t_n 과 같다. 따라서 식 (b)는 식 (c)

와 같이 표현할 수 있다. 식 (c)는 식 (d)와 같다. 따라서 시간영역에서 민감도를 계산하는 것과 z-영역에서 민감도를 계산하는 것은 서로 같다는 것을 알 수 있다.

$$z = e^{sT}$$

여기에서, $s = -\zeta\omega + j\omega\sqrt{1-\zeta^2}$ (a)

$$|H(z)z^n| = |(A_0 + A_1z^{-1} + \dots + A_nz^{-n})z^n|$$

$$= |A_0e^{-\zeta\omega nT}e^{j\omega\sqrt{1-\zeta^2}nT} + A_1e^{-\zeta\omega(n-1)T}e^{j\omega\sqrt{1-\zeta^2}(n-1)T} + \dots + A_n|$$
 (b)

$$|H(z)z^n| = |A_0e^{-\zeta\omega t_n}e^{j\omega_d t_n} + A_1e^{-\zeta\omega t_{n-1}}e^{j\omega_d t_{n-1}} + \dots + A_n e^{-\zeta\omega t_0}e^{j\omega_d t_0}|$$
 (c)

$$V = |A_0e^{-\zeta\omega t_n}e^{j\omega_d t_0} + A_1e^{-\zeta\omega t_{n-1}}e^{j\omega_d t_1} + \dots + A_n e^{-\zeta\omega t_0}e^{j\omega_d t_n}|$$
 (d)