

## 레이저 여기 초음파의 2차원 컴퓨터 시뮬레이션

김 경 조\* • 山脇 寿\*\*  
(1999년 10월 18일 접수)

## 2 D Computer Simulation of Laser-Generated Ultrasonic Wave

Kyung Cho Kim and Yamawaki Hisashi

**Key Words :** Laser Generated Ultrasonic Wave(레이저 여기 초음파), Finite Difference Method(유한차분법), Mass Particle Model Method(질점모델법), Thermoelastic Mode(열탄성 모드), Ablation Mode(아브레이션 모드), Green Function(그린 함수)

## Abstract

A computer simulation technique for 2-dimensional laser generated ultrasonic waves was developed for visualization and investigation of ultrasonic propagation in solids. The technique is similar to a finite difference method (FDM) and a mass-particle model method, but uses a new nodal calculation method based on fundamental consideration of an elastic wave equation. By this method, the propagation behavior of laser generated ultrasonic wave in thermoelastic and ablation mode is visualized and shows good agreement with previous experimental result or the numerical analysis result by Green function.

## 1. 서 론

일반적으로 레이저 입사에 의해 발생하는 초음파는 재료의 표면을 손상시키지 않는 경우를 열탄성(thermoelastic)모드, 손상시키는 경우를 아브레이션(ablation)모드라고 부르며 이 두 가지로 분류되고 있다. 이러한 레이저 초음파 파형의 시뮬레이션은 열탄성 모드의 열응력, 아브레이션 모드의 기화(evaporation)응력을 모델화 하고, 그린 함수 등의 해석적 수법을 이용해서 수행되었으며 비교적 실험에서 얻었던 파형과 잘 일치하는 것이 밝혀져 있다.<sup>(1,2)</sup> 또한, 레이저 초음파가 전파하는 각도와 지향성 등에 관한 연구도 이미 발표되어져 있다.<sup>(1-4)</sup> 이러한 연구결과에 따르면, 일반 초음파에서와 같이 레이저에 의해서 발생된 초음파도 초음파의 주파수에 따라서 음장이나 지향성이 변화하고, 특히 음원까지의 거리에 의한 초음파 강도의 각도 분포의 변화는 아주 복잡하다. 이러한 관점에서 계산기 시뮬레이션에 의한 초음파의 가시

화는 초음파의 전파 거동을 예측하는 것 외에도 여러 가지 초음파의 전파에 따라서 발생할 수 있는 현상 즉 전파에 따른 반사·산란 등을 검토할 수 있게 해줄 것이다.

재료 내부를 전파하는 초음파의 전파나 반사 거동을 해석하는 방법으로서 유한차분법(Finite difference method : FDM), 질점모델법(mass particle model method), 경계요소법(Boundary element method : BEM), 전기적 등가회로 모델을 이용하는 방법 등이 있고 초음파의 전파나 반사등을 해석하는데 기여를 해 왔다.<sup>(5,6)</sup> 이 방법들은 각각 장단점이 있기 때문에 어떤 방법이 가장 좋다고 말하기는 어려우나, 초음파 전파의 가시화에 있어서는 유한차분법, 질점모델법, 유한요소법등이 유용하다. 그러나, 이러한 기존의 방법에서는 재료 표면에서 계산조건의 취급이 어렵고, 표면파의 운동을 정확히 재현할 수 없으며, 특히 복수의 재료를 조합시킨 재료에 대한 계산이 어려웠었다.

한편, 레이저 초음파에서는 재료 표면에서의 열응력에 의한 탄성운동이 초음파의 발생원으로 되기 때문에 레이저 초음파의 발생 전파를 시뮬레이션하기 위해서는 레이저가 입사되는 재료 표면의 탄성 운동이나 진동을 물리적으로 명확히 계산할 필요가 있다. 이러한 문제점을 해결하고 레이저

\* 회원, 일본 금속재료기술연구소, 구조체화 스테이션 제 4 유닛

E-mail : kekim@nrim.go.jp, TeL : +81-298-59-1002

\*\* 일본 금속재료기술연구소, 구조체화 스테이션 제 4 유닛

초음파에서의 초음파 발생 전파를 가시화하기 위해서 본 연구소에서 일반 초음파의 전파 가시화를 위해 개발해온 시뮬레이션법을 레이저 초음파의 가시화에 이용하였다. 이 시뮬레이션법은 종류로는 차분법과 질점 모델법에 속하고, 일반 초음파의 전파 가시화에 비교적 만족할만한 결과를 얻었고, 특히 기존의 시뮬레이션법과는 달리 표면파의 전파에 비교적 좋은 결과를 나타내고 있다.<sup>(7)</sup>

따라서, 본 논문에서는 먼저 이 시뮬레이션법의 원리와 특징을 설명하고, 레이저 초음파의 발생원으로 되는 열응력과 기화압력을 그 원리에 기초를 두고 모델화 하여 시뮬레이션에 적용하였다. 실제 시뮬레이션에서는, 레이저 초음파의 입사 영역이 2mm 와 1mm 인 경우에 대해서, 열탄성 모드와 아브레이션 모드의 전파 거동이 2 차원적으로 가시화 되었다. 또한, 경계면과 표면에서의 전파형태를 파악하기 위해, 전파거리와 각도에 따른 파형과 표면에서의 파형이 비교되었다.

### 2. 컴퓨터 시뮬레이션의 원리

초음파 즉 탄성파의 전파의 기본식은 미소체적의 운동을 나타내는 탄성 파동 방정식에 의해서 나타낼 수 있다. 식 (1)에 2 차원 탄성체의 탄성 파동 방정식을 표시한다.

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + F_x,$$

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + F_y \quad (1)$$

여기서, ρ : 밀도(kg/m<sup>3</sup>), U, V: x 및 y 방향으로의 입자변위(m), F<sub>x</sub>, F<sub>y</sub> : x 및 y 방향으로의 힘(N/m<sup>3</sup>), T<sub>xx</sub>, T<sub>yy</sub>, T<sub>xy</sub>: x 및 y 방향으로의 수직 응력과 전단응력을 나타낸다. 파동 방정식은 무한 미소체적에 작용하는 힘을 나타내는 운동 방정식이므로, 이것을 Fig. 1에 나타낸 미소 정방 영역에 적용한다고 가정한다.

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{T_{xx+x} - T_{xx-x} + T_{xy+y} - T_{xy-y}}{2L} + F_x$$

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{T_{yy+y} - T_{yy-y} + T_{xy+x} - T_{xy-x}}{2L} + F_y \quad (2)$$

여기서, L 은 정방 영역의 변의 길이 이고, 응력 T 의 첨자 +x, -x, +y,-y 는 중심의 정방영역의 x 축 y 축 방향으로의 양과 음의 방향으로 위치하는 영역을 표시한다. 각 정방영역의 응력 T 는 탄성

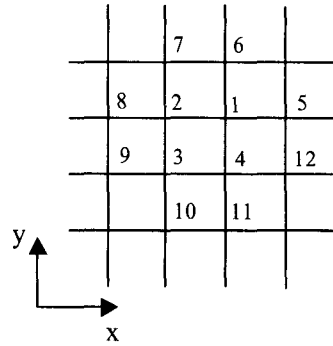


Fig. 1 A small cube for elastic wave computer simulation

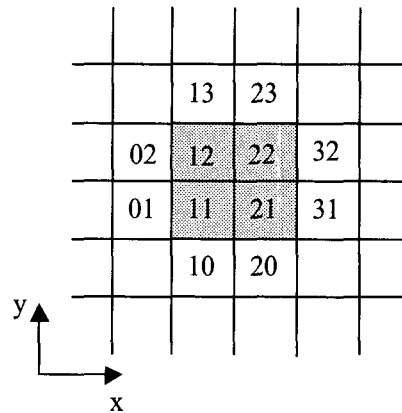


Fig. 2 General simulation model for discretized elastic solid

계수(Stiffness) C 와 정방영역의 변형률 S 에 의해 구해지고, 이 변형률 S 은 정방영역의 각 노드의 변위에 의해 구해진다.

따라서, 시뮬레이션에서는 각 노드의 변위에서 변형률을 구하고, 이 변형률에서 응력을 구하여 식 (2)의 우변에 대입함에 의해 정방영역에 움직이는 힘을 구하였고, 또 좌변의 시간 차분식에 의해 일정 시간 스텝 후의 정방영역의 새로운 변위를 계산할 수 있다. 여기서 주의할 점은 식 (2)에서 구하는 것은 정방영역의 무게중심의 변위이기 때문에 시간스텝을 진행하기 위해서는 노드의 새로운 변위를 구해야 한다. 따라서, 노드를 공유하는 4 개의 정방영역의 새로운 변위의 평균치를 노드의 새로운 변위로서 이용한다. 즉 Fig. 2 의 회색의 4 개의 영역의 각각의 중심의 변위를 계산하고 여기에서 4 개 영역이 공유하는 중심의 노드의 변위를 평균치로서 구한다.

이상은 본 시뮬레이션의 기본 원리이다. 일반

적인 계산에는 이 절차를 기초로 하여, 노드의 변위를 계산하는 노드 방정식을 구하는 방법을 이용한다. 그러나, 이 원리를 계산에 그대로 이용하면 차분식의 계산에서 일반적으로 나타나는 계산치의 진동 발산 현상이 생긴다. 그래서 실제의 계산에는 Fig. 2의 정방영역을 그대로 계산에 이용하지는 않고 Fig. 3에 표시한 것처럼 그 정방영역을 4분할한 가상 정방영역을 계산단위로서 사용하였다. 여기서 문제가 되는 것은 가상 정방영역의 가상 노드의 변위이다. 이 가상 노드의 변위는 그 주위에 위치한 실제의 노드의 변위를 이용해서 일차 보간에 의해서 구하였다. 이 변위의 평균화에 의해서 노드의 변위가 독립으로 발산하는 것이 억제되고 또한 계산원리에 위배되지 않게 시간 스텝을 진행하는 것이 가능하다. 실제의 계산식을 식 (3)에 표시하였다. 이 식에서  $U_{i+}$ ,  $V_{i+}$ 를 구하는 것에 의해 계산을 진행할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{U_{i+} - 2U_i + U_{i-}}{T^2} &= F_x + (T_{xx21} - T_{xx01} + T_{xy12} \\ &- T_{xy10} + T_{xx22} - T_{xx02} + T_{xy13} - T_{xy11} + T_{xx32} \\ &- T_{xx12} + T_{xy23} - T_{xy21} + T_{xx31} - T_{xx11} + T_{xy22} \\ &- T_{xy20})/4L \\ \rho \frac{V_{i+} - 2V_i + V_{i-}}{T^2} &= F_y + (T_{yy12} - T_{yy10} + T_{xy21} \\ &- T_{xy01} + T_{yy13} - T_{yy11} + T_{xy22} - T_{xy02} + T_{yy23} \\ &- T_{yy21} + T_{xy32} - T_{xy12} + T_{yy22} - T_{yy20} + T_{xy31} \\ &- T_{xy11})/4L \end{aligned} \quad (3)$$

여기서는 가상 정방 영역의 변의 크기가  $L/2$ 로 되기 때문에 변형률  $S$ 에서 응력  $T$ 를 계산하는 경우에 있어서도 변의 길이가  $L/2$ 로 되는 것에 주의할 필요가 있다.

표면이나 모서리의 경우는 Fig. 3에서 존재하지 않는 가상 정방 영역을 제거함에 의해서 계산하였다. 즉, 식 (3)에서 존재하지 않는 가상 정방 영역에 작용하는 응력을 제거함에 의해 계산식을 구하였다. 표면과 모서리에 대한 식을 식 (4)와 식 (5)에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{U_{i+} - 2U_i + U_{i-}}{T^2} &= F_x + (T_{xx32} + T_{xy23} - T_{xy21} \\ &+ T_{xx31} + T_{xy22} - T_{xy20})/2L \end{aligned}$$

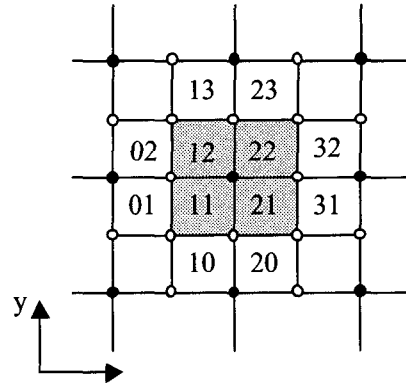


Fig. 3 Actual simulation model using imaginary cubes

$$\begin{aligned} \rho \frac{V_{i+} - 2V_i + V_{i-}}{T^2} &= F_y + (T_{yy23} - T_{yy21} + T_{xy32} \\ &+ T_{yy22} - T_{yy20} + T_{xy31})/2L \end{aligned} \quad (4)$$

$$\rho \frac{U_{i+} - 2U_i + U_{i-}}{T^2} = F_x + (T_{xx32} + T_{xy23})/L$$

$$\rho \frac{V_{i+} - 2V_i + V_{i-}}{T^2} = F_y + (T_{yy23} + T_{xy32})/L \quad (5)$$

### 3. 레이저 초음파로의 적용

탄성파동의 계산기 시뮬레이션을 레이저 초음파에 적용하기 위해서는 먼저 레이저의 흡수 가열에 의한 열응력과 기화압력의 발생을 탄성파 전파 시뮬레이션의 계산에 대입하는 것이 필요하다. 발생된 레이저가 재료에 입사함에 의해, 레이저 광에너지의 일부가 시료에 흡수되고, 시료와 레이저 광의 비열에 대응하는 온도 상승이 생긴다. 이 온도 상승에 따라서 열응력이 발생하여 레이저 초음파가 발생한다. Fig. 4에 레이저 초음파의 개념에 따라서, 열응력과 기화압력을 시뮬레이션에 적용한 방법을 나타내었다.

Fig. 5에 표시한 것처럼 레이저 펄스파형의 적분파형에 상당하는 열응력과 기화압력을 재료표면의 질점에 각각 수평방향과 수직방향으로 작용시켜 재료 내부에서의 움직임을 관찰하였다. 이 때, 레이저 펄스파형은 사인 파형의 반주기를 이용하였고, 기화 압력의 경우는 빨리 감쇠가 되고, 열응력은 감쇠가 아주 천천히 진행되는 것으로 가정하였다. 계산 조건으로는 시편 재료를 강으로 가정하고 시료의 두께는 10mm, 종파 음속 5900m/s,

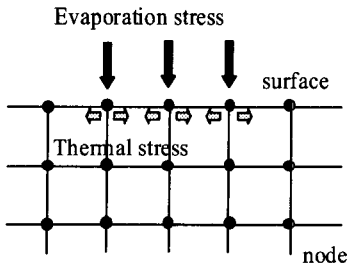


Fig. 4 Explanation for input method of thermoelastic stress and evaporation stress used in simulation

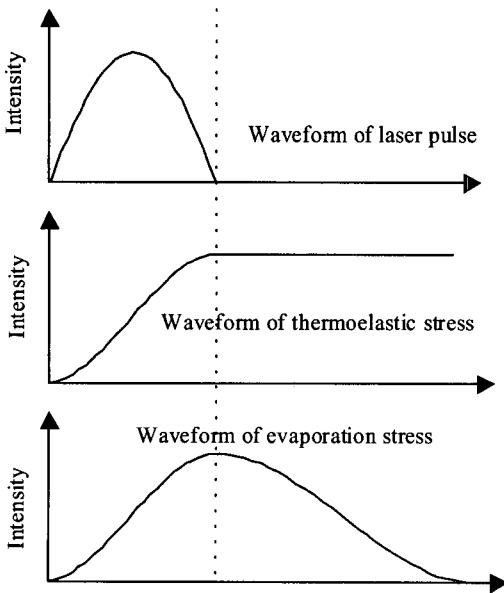


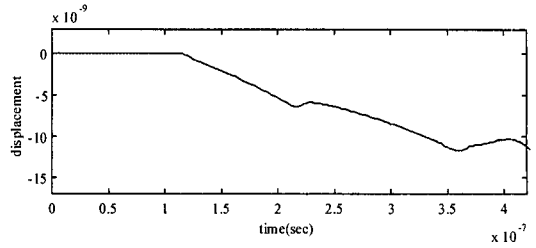
Fig. 5 Model for thermoelastic stress and ablation stress waveform generated by laser ultrasonic wave

횡파음속 3230m/s, 레이저 펄스 간격 50ns, 가열 영역은 2mm 또는 1mm 로 했다. 또, 레이저 입사에 의해서 발생하는 재료 증으로의 열전도에 의한 열확산이나 가열영역의 온도저하는 무시하였다. 실제, 열전도를 계산모델로 한 계산을 해보면 열전도를 무시한 경우와 유의할 만한 차는 보이지 않았다.

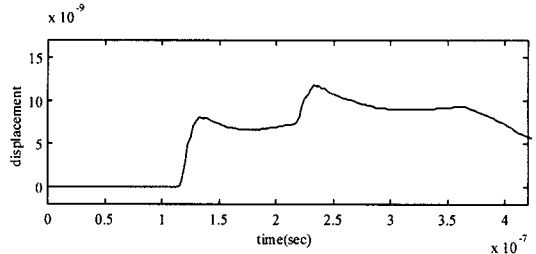
#### 4. 시뮬레이션 결과

##### 4.1 레이저 초음파 파형

먼저 본 시뮬레이션의 타당성을 검증하기 위해



(a) Thermoelastic region



(b) Ablation region

Fig. 6 Displacement waveform generated by laser Ultrasonic (a) thermoelastic region (b) ablation Region

서 열탄성 모드와 아브레이션 모드에서의 시뮬레이션 파형을 구하였다. Fig. 6 에 본 시뮬레이션법에 의해서 계산된 초음파 변위파형을 표시한다.

이 파형은 참고 문헌 (8-9)에서 제시된 실제 실험결과나 참고문헌 (1-2)에서 제시된 그린 함수를 이용해서 해석적 수법에 의해서 계산된 파형과 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서, 본 시뮬레이션의 타당성을 검증할 수 있다.

##### 4.2 펄스레이저에 의해서 발생하는 초음파의 공간 분포

본 시뮬레이션의 이점은 파형만이 아니고 재료 중의 초음파의 모습을 관찰하는 것이다. Fig. 7, 8, 9, 10 에 레이저 입사 후의 고체 중에서의 초음파 전파의 형태를 표시하였다.

Fig.7 과 8 은 입사 영역이 2mm 의 경우이고 Fig. 9 와 Fig. 10 은 입사 영역이 1mm 의 경우의 계산이다. 또, Fig. 7 과 Fig.9 는 열탄성 모드, Fig. 8 과 Fig. 10 은 아브레이션 모드의 경우이다. 각 그림의 하단의 수평선은 레이저 입사에 의한 가열 영역을 표시한 것이다.

각 그림은 계산에 의해서 얻어진 재료 내부의 초음파 변위의 수치를 변위의 절대치( $\sqrt{U^2 + V^2}$ ) 로 변환하여 고체 중에서의 강도분포를 명암 표시



Fig. 7 Visualization of laser ultrasonic wave propagation at thermoelastic mode. The region of laser input is 2mm

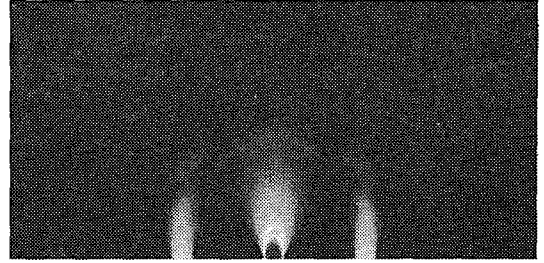


Fig. 9 Visualization of laser ultrasonic wave propagation at thermoelastic mode. The region of laser input is 1mm

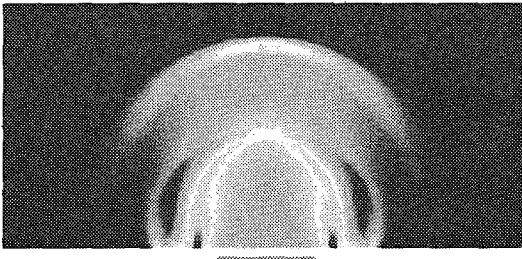


Fig. 8 Visualization of laser ultrasonic wave propagation at ablation mode. The region of laser input is 2mm

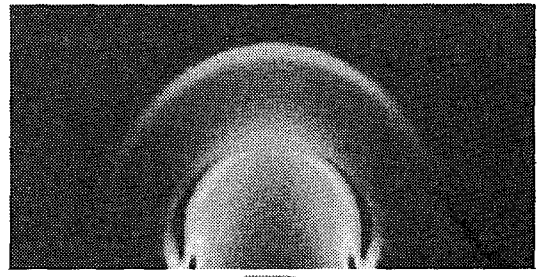


Fig. 10 Visualization of laser ultrasonic wave propagation at ablation mode. The region of laser input is 1mm

한 것이다. 변위 분포에서는 밝은 부분이 변위가 큰 영역을 표시하고 있다.

열탄성 모드에서는 열구배가 급격한 부분 즉 레이저 입사의 경계 부분에서 초음파의 종파와 횡파가 발생해서 원호모양으로 넓어지고 있는 것을 알 수가 있다. 한편, 아브레이션 모드에서는 입사 영역에 가해진 기화 응력에 의해 입사 영역 전면에서 강한 압축의 종파가 평면파 형태로 전파하고 있는 것을 알 수 있다. 또, 입사영역의 경계에서부터 횡파가 생기고 원호모양으로 넓어지고 있는 것을 알 수 있다. 종래 레이저 초음파의 발생 파형에 있어서는 시뮬레이션의 예가 있었으나, 재료 내부의 상태에 대해서는 이 시뮬레이션에 의해서 처음으로 밝혀진 것이기 때문에 가시적으로 초음파의 상태를 해석할 수 있으므로, 특히 유용하리라 생각된다.

이상과 같은 펄스 레이저의 입사에 의한 초음파의 발생에 대해서는 입사영역의 경계부의 각 포인트에서 발생하는 초음파가 겹쳐져서 전파하는 것이 가시화 시뮬레이션에 의해서 밝혀졌다. 따라

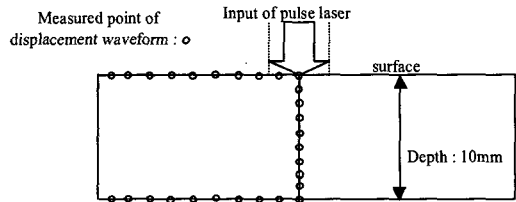


Fig. 11 Measured point of displacement waveform in simulation

서, 초음파의 발생원으로 부터의 거리나 각도에 따라서 초음파의 파형도 달라진다는 것을 예상할 수 있다. 그래서, 이번에는 일반적인 초음파 수신 실험에서와 같이 재료의 초음파 검출 위치에 따라서 초음파 파형이 어떻게 변화하는가를 계측했다. Fig. 11에 계측점을 0로 표시하였다.

먼저 레이저의 입사점의 중심축 상, 다음으로 시료 표면의 중심에서 주변으로 진행해가면서 파형을 구했다. 마지막으로, 입사면에 수직한 표면에 대한 표면파를 구하였다.

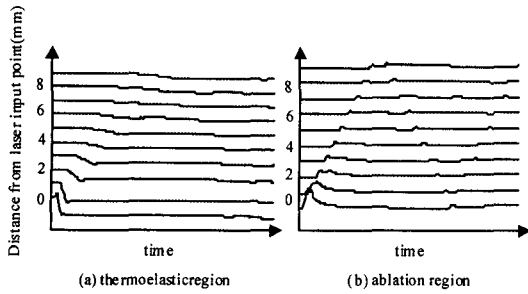


Fig. 12 Ultrasonic displacement waveform at central axis according to the increase of distance from the laser input point

Fig. 12는 레이저 입사면의 중심축 상을 시편표면에서부터 전파 방향으로 즉 재료 표면에 수직한 방향으로의 변위파형을 나열해서 표시한 것이다. 입사 영역이 2mm 인 경우의 열응력 모드와 아브레이션 모드에 대해서 표시하였다. Fig.12 에 의해 재료 중을 전파하는 초음파의 파면의 상태를 잘 관찰할 수 있다. 여기서 주목할 사항은 횡파가 표면에서 반사한 후에 입사면으로 향하는 경우 종파의 속도로 전파하고 있는 것이다. 즉, 표면에서 반사한 횡파는 모드 변환을 일으켜서 종파로 되고 있다. 일반적으로, 횡파가 표면에서 수직으로 반사하는 경우 모드 변환은 일어나지 않으나 레이저 초음파의 경우의 횡파는 입사 영역의 경계부에서 원호상으로 넓어지면서 진행하기 때문에 재료의 중심축 상에서 관찰되는 횡파는 입사 영역의 주변에서부터 중심축으로 향해서 진행한 횡파가 겹친 것이다. 따라서, 횡파는 표면에 대해서 경사지게 입사하므로 그 결과 모드변환이 생기게 된다.

Fig. 13은 중심 축으로부터 멀어짐에 따라서 시료의 반대쪽 표면에서 이 면에 수직한 변위의 파형을 나타낸 것이다. 중심에서 멀어짐에 따라서 경사지게 전파하기 때문에 재료 표면으로의 도착이 늦어지는 것을 알 수 있다. 여기서 주목할 점은 열응력에 의한 초음파 변위 파형이 중심부와 주변부에서 크게 다르다는 것이다. 이것은 초음파의 발생이 레이저 입사 영역의 경계부에서 생기기 때문이다. 2차원 시뮬레이션의 경우 초음파의 발생점은 좌우 경계부이고 이 2 점에서 원호모양으로 넓어져서 전파하는 종파 및 횡파가 표면에 연달아 도달하게 된다. 표면에서 관측되는 초음파는 좌우의 파가 겹쳐져서 관측점에 따라서 2개의 파의 전파거리가 변화하기 때문에 겹쳐지는 방법이 변화하고 이것이 여기서 볼 수 있는 것 같은 파형의 큰 변화를 초래하는 것이다. 한편, 아브레이션 모드의 종파는 입사 영역 전체에서 평면파로 전파하기 때문에 파형의 큰 변화는 생기지 않는다.

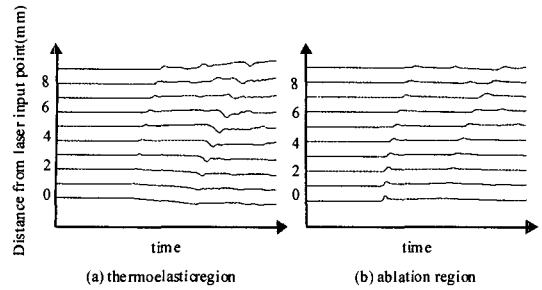


Fig. 13 Ultrasonic displacement waveform at surface according to the increase of distance from the central axis

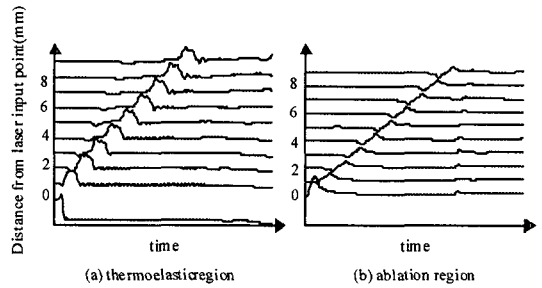


Fig. 14 Ultrasonic displacement waveform at laser input surface according to the increase of distance from the input point

Fig. 14에 레이저 입사면에서 측면 방향으로 전파했을 때 초음파 변위 파형을 나타내었다. 이 그림에서 주목할 것은, 발생하는 표면파의 모양이다. 열탄성 모드에서는 레이저 입사 영역의 길이에 대응하는 형상의 표면파가 발생하고 또 아브레이션 모드에서는 1개 파의 정현파 형태의 표면파가 발생하고 있다. 펄스 폭은 레이저 입사 영역의 크기를 조절함에 따라서 조절된다. 여기에서의 문제점은 열탄성 모드에 있어서 파형이다. 실험에서는 열탄성 모드와 아브레이션 모드에서는 모두 1개의 정현파 형태의 파형으로 되는 것으로 보고되고 있다.<sup>(10)</sup> 그런데, 본 시뮬레이션에서는 사다리꼴의 형으로 되고 있다. 이 이유로서 생각할 수 있는 것은 열응력의 입사 파형이다. 즉, 여기서는 재료를 미소한 정방영역의 집합으로 생각하고 표면에 생기는 열응력을 표면에 평행 방향의 응력으로서 간략화 하였다. 이것이 실제 실험파형과 다른 원인이 될 수 있을 것이다.

이상의 결과로부터 레이저 초음파는 파형의 형태에서 알 수 있는 것처럼 지향성과 파형을 조절하는 것이 복잡하다. 그러나, 표면파의 경우는 그 입사 파형의 형상이 그대로 수신 파형에 나타나기 때문에 레이저 초음파에 있어서 표면파는 재료 표면의 결함평가 등에 유효한 수단으로 될 수 있을

리라 기대할 수 있다.

## 5. 결 론

레이저 초음파의 발생의 원인인 열응력과 기화압력을 개념에 기초를 두고 모델화 하였고, 실제 시뮬레이션에서 입사 파형으로 사용한 결과, 실험에 의해서 구한 파형이나 그린함수 등의 해석적 방법으로 구한 파형과 동일한 형태로 구할 수 있었다.

펄스레이저 입사에 의한 레이저 여기 초음파의 입사 범위에 따른 각 모드에서의 레이저 여기 초음파를 2차원적으로 가시화하였으며, 이 결과로부터 각 모드에서 재료 내부에서의 레이저 초음파의 파동 전파 거동을 확인할 수 있었다.

재료의 경계부와 표면에서 레이저 초음파의 반사와 전파거동을 알아 보기 위해서, 레이저 입사점으로부터 거리의 증가에 따른 레이저 초음파 파형, 각도의 변화에 따른 레이저 초음파 파형, 표면의 전파에 따른 레이저 초음파 파형을 비교하였으며 경계면이나 표면에서의 레이저 초음파의 전파 거동을 상세히 알 수 있었다. 특히, 표면파는 입사된 레이저 초음파의 파형과 같은 형태로 전파하기 때문에 여러 가지 재료 평가에 적용할 수 있으리라 기대된다.

## 후 기

이 연구는 1999년도 전반기 한국과학재단 해외포닥 연수지원에 의해서 수행되었음

## 참고문헌

(1) Scruby, C. B. and Drain, L. E. 1990, "Laser

- (2) *Ultrasonics: Techniques and Applications*, Adam Hilger.
- (3) 장경영, 박종록, 김경조, 1999, "PZT 트랜스 듀서에 의한 레이저 여기 초음파의 특성 분석," 대한기계학회 논문집 A 권, Vol. 23, No. 29, pp. 1590~1597.
- (4) Scruby, C. B., Dewhurst, R. J., Hutchins, D. A. and Palmer, S. B., 1982, "Research Techniques in Nondestructive Testing Vol. 5," R. S. Sharpe, ed., Academic press, London.
- (5) P. A. Doyle, 1989, "Calculation of Ultrasonic Surface Waves from an Extended Thermoelastic Laser Source," *J. Nondestr. Eval.*, Vol. 8, pp. 147~164.
- (6) Zienkiewicz, O., 1971, *A Finite Element Method in Engineering Science*, McGraw Hill, London.
- (7) Smith, G. D., 1977, *Numerical Solution of Partial Differential Equations; Finite Difference Methods*, 2nd Edn., Clarendon Press, Oxford.
- (8) Yamawaki, H. and Saito, T., 1992, "Numerical Calculation of Surface Waves Using New Nodal Equation," *Nondestr. Test. Eval.*, Vol. 8-9, pp. 379~389.
- (9) Aussel, J. D., Brun, A. Le and Baboux, J. C., 1988, "Generating Acoustic Waves by Laser : Theoretical and Experimental Study of Emission Source," *Ultrasonics*, Vol. 26, pp. 245~255.
- (10) Scruby, C. B., Dewhurst, R. J., Hutchins, D. A., and Palmer, S. B., 1980, "Quantitative Studies of Thermally Generated Elastic Waves in Laser-Irradiated Metals," *J. Appl. Phys.* Vol. 51, No. 12, pp. 6210~6216.
- (11) Scruby, C. B., "Some Applications of Laser Ultrasound," *Ultrasonics*, 1989, Vol. 27, pp. 195~209.