

길이 정보를 이용한 생체 잡음 제거 기술에 관한 연구

강신길*** · 윤용산* · 박재희**
(1998년 7월 30 접수)

A Study on Biomechanical Noise Reduction Technique Using Length Information

Sheen-Gil Kang, Yong-San Yoon and Jae-Hee Park

Key Words : Motion Analysis(운동 분석), Biomechanical Noise(생체 잡음), Polar Decomposition(극 좌표 분해), Rigid Body Information(강체 정보), Filter(여과), Kinematics(운동학)

Abstract

When markers attached to body segment are captured by camera, they generally have many noises due to intrinsic biomechanical characteristics. In this study, one technique to reduce these noises is suggested, which constructs a local coordinates of the markers using time-mean lengths of the measured markers and calculates a linear transformation matrix of the interesting body using least square error technique. This matrix is decomposed into two matrices of rotation and flexibility. Suggested method does well for 3 markers or more, and shows consistent results without regard to choice of reference axis.

1. 서 론

운동 측정 기술은 현재 3 차원상에서 마커의 움직임을 1mm 이하의 높은 정밀도로 측정할 수 있는 수준에 있다. 운동 측정 시스템은 반사형 또는 발광형 마커(marker)를 피부에 부착한 후 그 궤적을 측정하도록 되어 있다. 일반적으로 공간상에서 어떤 강체의 움직임을 알기 위해서는 최소한 일직선 상에 있지 않도록 부착된 3 개 이상의 마커가 필요다는 것은 강체 이론에서 익히 알려져 있다. 그러나 실제 생체 피부에 부착된 마커의 움직임은 저주파 성격을 띠고 2cm 정도의 상대운동(Cappozzo et al., 1993)을 수반한 잡음을 내포할 수 있다고 알려져 있는 바 순수한 강체의 운동만으로 보기 어렵다. 따라서 생체역학 분야에서는 운동 측정시스템에서 발생하는 고주파 잡음을 제거하기 위해 저주파 여과(filtering)를 수행하며 이 작업에 선행하여 생체잡음을 제거하기 위한 기술들을 추

가로 사용하고 있다. Woltring et al. (1985)는 물체에 부착된 마커의 지역좌표(local coordinates)를 이미 알고 있다는 가정하에 실험으로 측정된 마커의 전역좌표(global coordinates)와의 관계에서 강체정보를 추출하는 방법을 소개하였으며 Cheze et. al. (1995)는 먼저 3 개의 마커 중 가장 양호한 평균 각도를 갖는 2 개의 마커와 그 각도 사이에 긴 길이를 사용함으로써 새로운 삼각형을 재구성(Cheze는 solidification이라 칭함)한 후 강체 정보를 추출하는 방법을 제안하였다. 그러나 각도의 경우는 4 개 이상의 마커에 대하여 그 의미가 모호해지는 단점이 있다. 본 연구에서는 각도를 사용하지 않고 길이 정보만을 사용함으로써 지역좌표를 재구성하고 강체 정보를 추출할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

2. 방 법

제안되는 방법은 측정된 자료로부터 강체정보를 추출하기 위해 2 단계에 걸친 접근방법을 사용하였다. 2 단계 접근법은 이미 Cheze(1995)가 강체화(Solidification)법을 제안하면서 소개한 바 있다. 본 연구에서는 2 단계법을 제안하자는 것이 아니고 각각의 단계를 구성하는 구체적 방법을 제시하는 것이다. 그 첫 단계로 마커끼리의 시간적인 평균 거리에 근거하여 마커들이 이루는 도형을 구성함

* 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : ysyoon@me.kaist.ac.kr.

** TEL : (042)869-3022 FAX : (042)869-3210

*** 국립환경대학교 안전공학과

**** 한국과학기술원 기계공학과

으로써 마커들의 지역좌표를 결정하는 단계이다. 예를 들어 마커가 3 개인 경우는 삼각형을 생각할 수 있고 4 개인 경우는 4 면체를 생각할 수 있겠다. 이 단계가 바로 도형 또는 입체의 꼭지점 좌표를 결정하는 과정이다. 두 번째는 이 도형을 사용하여 측정된 자료로부터 강체정보를 추출하는 과정이다.

2.1 마커들로 이루어지는 도형의 재구성

본 절에서는 도형을 재구성하기 위해서 2 가지 사항을 설명하기로 한다. 우선 도형이 만족해야 할 비선형 조건식들과 변수들에 대해 설명하고 다음으로 비선형 방정식을 풀기 위해 초기값들을 어떻게 선정할 것인지를 대해 언급하기로 한다.

첫째로, 구속조건과 변수들에 대해 알아보기로 하자. 한 물체에 n 개의 마커를 부착하였을 때 마커간에는 총 $n(n-1)/2$ 개의 거리 조합, 즉 구속 조건이 있다. l_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = i+1, 2, \dots, n$)을 마커 i 와 마커 j 간의 시간 평균 거리라고 하자. Fig. 1은 3 개(M1, M2, M3)와 4 개(M1, M2, M3, M4)의 마커를 사용하였을 때의 상황을 보여주고 있다. Fig. 1에서와 같이 마커 1의 좌표는 물체 고정 좌표계의 원점에 일치($x_1 = y_1 = z_1 = 0$)시키고 마커 2는 x 축상($y_2 = z_2 = 0$)에 있도록 하자. 마커 3은 xy 평면상($z_3 = 0$)에 존재하도록 구속시킨다. 이 6 개의 구속조건 때문에 미지의 좌표수는 총 $3*n - 6$ 개가 된다.

n 개의 마커로 구성된 도형이 만족해야 할 조건 Φ 은 총 $n(n-1)/2$ 개이며 다음과 같다.

$$\Phi_{ij} = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 - l_{ij}^2, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n; j = i+1, i+2, \dots, n \quad (1)$$

여기서, $x_1 = y_1 = z_1 = y_2 = z_2 = z_3 = 0$

식 (1)에 대한 해의 존재성에 대해 알아보기로 하자. $n=3, 4$ 인 경우 미지의 좌표 수와 방정식의 수가 일치하는 경우로 정확히 만족되는 도형을 결정할 수 있으며 그 이상인 경우에는 방정식 수가 더 많다. 이때는 최소 자승 오차 해를 구해 사용할 수 있다.

식 (1)은 비선형 조건이므로 만족하는 해가 여러 개 존재할 수 있다. Fig. 1에서와 같이 $n=4$ 인 경우, 원점에 대칭인 M2 가 존재할 수 있으며, x 축에 대칭인 M3, xy 평면에 대칭인 또 하나의 M4, 등등이 존재할 수 있다. 그러나 개수가 유한하므로 차후에 설명하는 절차를 따라 선택적으로 어느 하나를 선택하여 사용한다. 그러면 이제 이 도형을 구하는 구체적인 과정을 살펴보기로 하자.

주어진 2 차 연립방정식의 해를 얻기 위한 자코비안은 다음과 같다.

$$J_{ij} = [1 \quad 2(x_i - x_j) \quad 2(y_i - y_j) \quad 2(z_i - z_j) \quad \Lambda \quad 2(x_j - x_i) \quad 2(y_j - y_i) \quad 2(z_j - z_i) \quad \Lambda] \quad (2)$$

식 (1), 식 (2)을 이용하면 일반적인 비선형 방정식의 해법에 따라 다음과 같은 일차 연립방정식을 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ M \\ \vdots \\ \Phi_{n-1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{12} \\ J_{13} \\ M \\ \vdots \\ J_{n-1,n} \end{bmatrix} \Delta X \quad (3)$$

여기서, $X = [x_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad x_4 \quad y_4 \quad z_4 \quad \Lambda \quad z_n]^T$, ΔX : 변수 미소 변화량

만약 $n=3$ 인 경우 제약 조건 3 개, 변수 3 개 (x_2, x_3, y_3), $n=4$ 인 경우 제약 조건 6 개, 변수 6 개 ($x_2, x_3, y_3, x_4, y_4, z_4$)로 유일한 해를 갖는다. n 이 5 이상인 경우에 대해서는 정확히 만족되는 해를 보장할 수 없기 때문에 최소 자승 오차 해를 사용한다. 만약 식 (4)와 같이 의사 역 행렬을 이용하여 해를 구하면 n 에 상관없이 사용할 수 있다.

$$\Delta X = (J^T J)^{-1} J^T \Phi \quad (4)$$

$$X^{new} = X^{old} - \Delta X \quad (5)$$

$\|\Delta X\| < \epsilon$ 이 될 때가 바로 구하려는 도형을 결정하며 Fig. 1에서 미지의 모든 좌표가 결정된다.

다음 필요한 것은 여러 해 중에서 원하는 해를 찾을 수 있도록 초기값을 설정하는 것이다. 기준 마커 M1, M2, M3 을 사용하여 식 (6)과 같이 물체 고정 좌표계를 구성한다.

$$R = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$u_z = (M_2 - M_1) / \| (M_2 - M_1) \|$$

$$u_z = (M_2 - M_1) \times (M_3 - M_1) / \| (M_2 - M_1) \times (M_3 - M_1) \|$$

$$u_y = u_z \times u_x$$

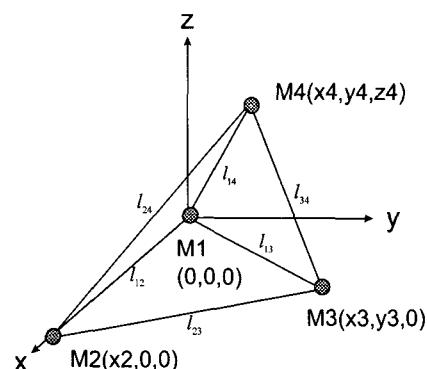


Fig. 1 Construction of local coordinates

식 (6)에 의하면 마커 M1에서 마커 M2를 잇는 벡터는 물체 고정된 x 축이 되며 마커 M1, M2, M3가 구성하는 평면은 물체에 고정된 지역 xy 평면을 이룬다. 회전 변환 행렬 R의 각 열벡터는 마커 M1, M2, M3으로 이루어지는 물체에 서로 직교하게 고정된 x 축, y 축, z 축을 나타내며 따라서 $R^T R = I$ 의 특성을 갖는다. 따라서 R^T 를 이용하여 식 (8)과 같이 물체에서 마커들의 지역 좌표값, \bar{M}_i' 을 구할 수 있다.

$$M_i = R^T(M_i - M_1), i=1,2,\dots,n \quad (7)$$

$$\bar{M}_i' = \sum M_i' / N \quad (8)$$

여기서 $M_i - M_1$ 은 마커 M1에서 M2 방향의 벡터를, M_i' 는 R로 구성된 물체에서 표시된 $M_i - M_1$ 의 지역 벡터 성분이다. N는 총 측정 회수 중에서 M1, M2, M3가 모두 측정된 회수를 의미한다.

식 (8)에 해당하는 값을 식 (5)에서 X의 초기값으로 사용하면 비선형 방정식의 최종 해에 가까운 값이기 때문에 여러 해 중 원하는 해를 아주 빨리 구할 수 있다.

2.2 강체의 회전 변환 행렬과 원점 벡터

원점 벡터는 물체의 원점이 공간상에서 어디에 있음을 나타내며 회전 변환 행렬은 어떤 자세로 놓여 있는지를 나타내는 중요한 양이다. 이 값을 결정하기 위해서 본 절은 다음과 같이 전개된다.

a. 최소 자승 오차를 갖는 변환 행렬과 원점 벡터의 이동량 결정

b. 극좌표 분해를 사용한 회전 변환 행렬 결정

우선 첫 단계를 먼저 설명하기로 한다. 이동 전의 좌표가 x_i 였던 강체상의 n 개의 점들이 어느 순간 좌표값이 y_i 로 변하였다고 하자. 이때 일반적으로 x와 y 간에는 식 (9)와 같이 회전 변환 행렬 R과 평행이동 벡터 t로 표현된다.

$$y_i = Rx_i + t, i=1,2,\dots,n \quad (9)$$

그러나 완전한 강체가 아닌 경우 n 개의 좌표쌍이 식 (9)를 정확히 만족시킬 수 없으며 따라서 최적화 문제로 재 정의될 수 있다.

식 전개를 위해 식 (9)에 t 대신 $\bar{y} + d - H\bar{x}$, R 대신 H를 사용하면 식 (10)으로 다르게 표시된다.

$$y_i = H(x_i - \bar{x}) + \bar{y} + d, i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

여기서 추가적인 구속조건을 피하기 위하여 H는 회전변환 행렬일 필요가 없도록 하였다.

다음과 같이 식 (9) 또는 식 (10)의 오차 제곱

합 $f(H, d)$ 을 최소화하는 문제로 생각할 수 있다.

$$f(H, d) = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} - H(x_i - \bar{x}) - d)^T (y_i - \bar{y} - H(x_i - \bar{x}) - d) \\ = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} (y_i - \bar{y})^T (y_i - \bar{y}) - (y_i - \bar{y})^T H(x_i - \bar{x}) \\ - (y_i - \bar{y})^T d - (x_i - \bar{x})^T H^T (y_i - \bar{y}) \\ + (x_i - \bar{x})^T H^T H(x_i - \bar{x}) + (x_i - \bar{x})^T H^T d \\ - d^T (y_i - \bar{y}) + d^T H(x_i - \bar{x}) + d^T d \end{array} \right\} \quad (11)$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i, \bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i \quad (12)$$

식 (12)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같다.

$$f(H, d) = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} (y_i - \bar{y})^T (y_i - \bar{y}) \\ - 2(y_i - \bar{y})^T H(x_i - \bar{x}) \\ + (x_i - \bar{x})^T H^T H(x_i - \bar{x}) \\ + d^T d \end{array} \right\} \quad (13)$$

식 (13)의 변분량을 편의상 하첨자 표기로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta f(H_{jk}, d_l) = \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} [-2(y_i - \bar{y})_j (x_i - \bar{x})_k \\ + 2H_{jl}(x_i - \bar{x})_l (x_i - \bar{x})_k] \delta H_{jk} \\ + 2d_l \delta d_l \end{array} \right\} \quad (14)$$

δH , δd 에 대하여 식 (15), 식 (16)을 각각 얻을 수 있으며 식 (13)는 극값 $f(\hat{H}, \hat{d})$ 을 갖는다.

$$(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})^T = \hat{H}(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T, i=1,2,\dots,n \quad (15a)$$

즉,

$$\hat{H} = BA^T(AA^T)^{-1} \quad (15b)$$

$$\text{여기서, } A = [x_1 - \bar{x} \quad x_2 - \bar{x} \quad \dots \quad x_n - \bar{x}]$$

$$B = [y_1 - \bar{y} \quad y_2 - \bar{y} \quad \dots \quad y_n - \bar{y}]$$

$$\hat{d} = 0 \quad (16)$$

$$\hat{y} = \bar{y} + \hat{H}(x - \bar{x}) \quad (17)$$

$$\hat{s} = \bar{y} - \bar{x} \quad (18)$$

여기서, 참 값에 대한 추정 값 즉 최소 오차 해를 의미하기 위해 $\hat{\cdot}$ 를, 평균의 의미로 $\bar{\cdot}$ 를 사용하였다. \hat{y} 는 이동된 좌표의 추정값을, \hat{s} 는 마커 중심의 변화에 대한 추정값을 나타낸다.

식 (16)에서 $\hat{d} = 0$ 은 식 (10)을 참고해보면 마커 중심의 이동량, 즉 $\hat{s} = \bar{y} - \bar{x}$ 가 물체의 병진량을 가장 잘 추정함을 의미한다.

이제 식 (15b)에서 \square 행렬의 특성에 대하여 알아보도록 하자. 만약 모든 마커들이 한 점에서 일치한다면 $\text{rank}(A) = 0$ 이다. 이때는 식 (18)의 \hat{s} 값을 추정할 수 있으며 식 (15)의 \hat{H} 을 구하는 것은 불가능하다. 다음으로 모든 마커가 일직선 상에 있을 때는 $\text{rank}(A) = 1$ 이 되며 \hat{H} 는 어느 한 열 벡터만을 결정할 수 있다. 만약 모든 마커가

한 평면상에 존재한다면 $\text{rank}(A)=2$ 가 되며 \hat{H} 의 열 벡터 2 개는 마커들로 이루어지는 평면상에서 최적 해를 결정할 수 있다. 한 평면상에 있지 않은 4 개 이상의 마커에 대해 $\text{rank}(A)=3$ 이 되어 최고의 차수를 갖게 되며 \hat{H} 을 식 (15)로부터 항상 구할 수 있다. 여기서 $\text{rank}(A)\leq 1$ 에 대해서도 조인트로 연결된 다른 강체 정보를 구성할 때 추가 정보를 제공할 수 있지만 특히 $\text{rank}(A)=2$ 인 경우에는 자체적으로 큰 의미를 갖는다. 이때 물리적 의미를 Fig. 2로 설명할 수 있을 것이다. 그림에서 A 행렬을 구성하고 있는 세 개의 열 벡터는 마커들의 중심인 \bar{x} 에서 각각의 마커, x_i 로의 벡터이며 어느 한 벡터는 나머지 2 벡터의 선형 조합으로 표시되므로 서로 독립적이지 못하다. 이때는 식 (19)과 같이 기존 AA^T, BA^T 대신 새로운 AA^T, BA^T 을 사용함으로써 \hat{H} 을 구할 수 있다.

식 (19)은 세 마커로 결정되는 평면에 수직한 벡터는 변화 후에도 수직하게 유지될 조건을 부여해 준 것으로 해석할 수 있다.

$$(AA^T)_i = (AA^T)_i + A_1 \times A_2 / \|A_1 \times A_2\|, i=1,2,3 \quad (19)$$

$$(BA^T)_i = (BA^T)_i + B_1 \times B_2 / \|B_1 \times B_2\|, i=1,2,3$$

여기서 A_i, B_i 는 각각 A, B 행렬의 i 번째 열벡터를 의미한다.

마지막으로 선형 변환 행렬, \hat{H} 로부터 회전 변환 행렬, \hat{R} 을 구하는 절차를 설명하기로 한다. 일반적으로 식 (15)로부터 얻어진 \hat{H} 은 회전 변환 행렬의 성질인 $R^T R = I$ 을 만족시키지 못한다. 따라서 다음과 같은 극좌표 분해법을 사용하여 회전 변환 행렬과 탄성 변환 행렬로 분해하기로 한다.

$$H = RU \quad (20)$$

앞으로 ^표시 없이 편의상 H 는 최소 자승 오차를 갖는 선형 변환 행렬을, R 은 회전 변환 행렬을 나타내기로 한다. U 는 탄성 변환 행렬로 대칭 행렬특성을 갖는다.

역 행렬을 갖는 모든 행렬은 단위 상교 행렬

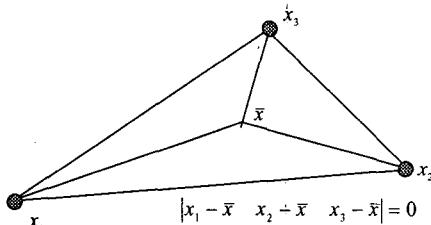


Fig. 2 Singular case of $\text{rank}(A)=2$

(orthonormal matrix)과 대칭 행렬(symmetric matrix)로 분해될 수 있으며 유일하다는 사실로부터 가능하다.(Chadwick, 1976)

U 의 대칭성으로부터 식 (21a)가 성립된다.

$$U = R^T H = H^T R = U^T \quad (21a)$$

참고 원문에 극좌표분해에 대한 구체적 방법이 제시되지 않아 여기서 그 방법을 설명하기로 한다.

결정해야 하는 미지의 변수는 R 을 구성하는 9 개의 성분 $r_x = [r_{11} \ r_{21} \ r_{31}]^T$, $r_y = [r_{12} \ r_{22} \ r_{32}]^T$, $r_z = [r_{13} \ r_{23} \ r_{33}]^T$ 이다. 일단 R 이 결정되면 U 는 식 (21a)로부터 결정된다.

그러면 R 을 구하는 과정을 살펴보기로 하자. 우선 H 로부터 식 (21b)과 같은 R 의 세 단위 열벡터에 대한 초기값을 구한다.

$$\begin{aligned} r_z &= \frac{h_x \times h_y}{\|h_x \times h_y\|} \\ v &= \frac{h_x + h_y}{\|h_x + h_y\|}, \quad w = v \times r_z \\ r_x &= \frac{w + v}{\|w + v\|}, \quad r_y = r_z \times r_x \end{aligned} \quad (21b)$$

Fig. 3에 설명된 것처럼 R 의 세 번째 단위 열벡터인 z 방향 단위 벡터는 H 의 첫 두 벡터에 서로 수직하게 결정된다. 임시벡터 v 는 H 의 첫 두 벡터에 대한 단위 합 벡터와 z 방향 단위 벡터에 서로 수직하게 결정된다. 임시벡터 w 는 v 와 z 방향 단위 벡터에 수직하게 결정된다. R 의 첫 단위 열벡터는 w 와 v 의 단위 크기를 갖는 합 벡터로 결정되며 2 번째 단위 열벡터는 3 번째와 첫 번째 열벡터의 외적(cross product)으로 결정된다. 이러한 초기값은 첫 두 열벡터에 대한 대칭성(Fig. 3에서 r_x, r_y 가 h_x, h_y 에 대해 대칭적으로 위치)을 보장하므로 수렴속도를 증가시킨다.

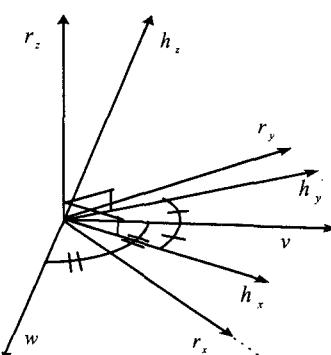


Fig. 3 Initial value of rotational transformation matrix

식 (22), 식 (23)는 R 의 9 개 성분이 만족해야 하는 조건이다.

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= r_{11}h_{12} + r_{21}h_{22} + r_{31}h_{32} - r_{12}h_{11} - r_{22}h_{12} - r_{23}h_{13} = 0 \\ \Phi_2 &= r_{13}h_{11} + r_{23}h_{12} + r_{33}h_{13} - r_{11}h_{13} - r_{21}h_{23} - r_{31}h_{33} = 0 \\ \Phi_3 &= r_{12}h_{13} + r_{22}h_{23} + r_{32}h_{33} - r_{13}h_{12} - r_{23}h_{22} - r_{33}h_{32} = 0\end{aligned}\quad (22)$$

$$\Phi_4 = r_{11}r_{11} + r_{21}r_{21} + r_{31}r_{31} - 1 = 0 \quad (23)$$

$$\Phi_5 = r_{12}r_{12} + r_{22}r_{22} + r_{32}r_{32} - 1 = 0$$

$$\Phi_6 = r_{13}r_{13} + r_{23}r_{23} + r_{33}r_{33} - 1 = 0$$

$$\Phi_7 = r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} = 0$$

$$\Phi_8 = r_{12}r_{13} + r_{22}r_{23} + r_{32}r_{33} = 0$$

$$\Phi_9 = r_{13}r_{11} + r_{23}r_{21} + r_{33}r_{31} = 0$$

3 개의 식 (22)는 식 (21a)로부터 얻어지며 극좌표 분해를 만족하기 위한 조건이다. 6 개의 식 (23)은 회전 변환 행렬이 만족해야 할 조건이다. 식 (22), 식 (23)은 2 차의 비선형 연립방정식을 구성하며 자코비안은 (24)과 같다.

$$J = \begin{pmatrix} h_{12} & h_{22} & h_{32} & -h_{11} & -h_{12} & -h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -h_{13} & -h_{23} & -h_{33} & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ 0 & 0 & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & -h_{12} & -h_{22} & -h_{32} \\ 2r_{11} & 2r_{21} & 2r_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2r_{12} & 2r_{22} & 2r_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2r_{13} & 2r_{23} & 2r_{33} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & r_{11} & r_{21} & r_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & 0 & 0 & 0 & r_{11} & r_{21} & r_{31} \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta r_x^T & \Delta r_y^T & \Delta r_z^T \end{bmatrix}^T = J^{-1}\Phi \quad (25)$$

$$R^{new} = R^{old} - \Delta R$$

$$\|\Delta R\| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 r_{ij}^2} < \varepsilon \quad (26)$$

식 (26)이 만족될 때까지 식 (25)에서 새로운 R 을 구함으로써 식 (22), 식 (23)을 만족하는 R 을 구할 수 있다. 식 (21a)로 계산되는 U 는 완전한 강체의 경우 I 와 일치하게 되며 U 의 각 열 벡터의 크기는 축 방향으로의 수축, 팽창의 정도를 나타내며 정규화 된 각각의 성분들은 R 과 이루는 방향코사인으로 전단 변형의 척도로 사용될 수 있다.

3. 실험

제안된 방법의 정확성을 알아보기 위하여 Fig. 4와 같은 상황을 생각해 보기로 하자. 그림은 m 단위로 세 개의 마커 $M1(0,0,0)$, $M2(0.12,0,0)$, $M3(0,0.35,0)$ 의 위치를 보여주고 있다. 여기에 생체 잡음을 대신하여 $M2$, $M3$ 이 각각 $(\pm 0.01, 0.0, 0)$, $(0, \pm 0.01, 0)$ 만큼의 진폭을 갖고 2 주기동안 정현파 거

동을 추가해보기로 하자. $M2$ 의 흔들림은 짧은 거리의 마커들에 미치는 영향을 보기 위해서고 $M3$ 가 흔들리는 것은 긴 거리에 부착되는 마커들에 미치는 영향을 보기 위해서다. 이미 Cappozzo (1993)는 마커들이 약 0~2cm 내외로 흔들린다고 보고한 바가 있어 생체 잡음의 진폭을 1cm로 택하였다. 이와 같이 생체 잡음을 추가하여 생성한 자료에 제안된 방법을 적용함으로써 얻어지는 회전 변환 행렬을 생체잡음이 추가되지 않았을 때의 정확한 해와 비교함으로써 그 정확성을 평가하기로 하자.

회전 변환 행렬의 첫 열 벡터는 강체에 고정된 좌표계의 x 축을 의미하는 중요한 요소로 기존 방법들에서는 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 따라서 $M1$, $M2$ 를 x 축으로 선정할 때와 $M2$, $M3$ 를 x 축으로 할 때, $M3$, $M1$ 을 x 축으로 할 때 각각 정확한 해와의 차를 또한 비교해 보기로 하자.

표 1 은 총 12 가지의 모든 경우를 설명하고 있다. x 축 선정에 따른 3 가지, 생체 잡음에 따른 4 가지 총 12 가지의 경우가 존재한다.

다른 여러 방법들과의 성능을 비교할 필요가 있겠으나 본 연구에서는 강체이론에서 일반적이면서 가장 간단한 PQR 방법과의 성능을 비교하기로 하겠다. 혼란을 피하기 위하여 PQR 방법을 간단히 소개하면 다음과 같다. 점 P , Q , R 이 주어질 때 x 축을 PQ 방향으로 하고 z 축은 PQ , PR 에 의하여 결정되는 제 3 의 외적 벡터를 사용하여 y 축은 z 축, x 축에 오른손 좌표계가 성립되는 축으로 선택하여 세 축이 각각 회전 변환 행렬의 열 벡터를 이루는 방법이며 식 (6)과 동일하게 나타낼 수 있다.

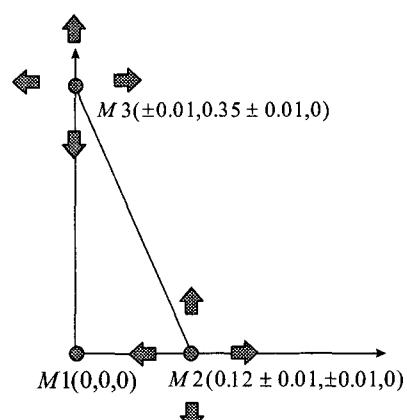


Fig. 4 Biomechanical noise artificially added to $M2$, $M3$ (length unit: m)

reference axes

M1, M2 을 x 축으로 선정	X 방향	M1 변형	M2 변형
	Y 방향	M1 변형	M2 변형
M2, M3 를 x 축으로 선정	X 방향	M1 변형	M2 변형
	Y 방향	M1 변형	M2 변형
M3,M1 를 x 축으로 선정	X 방향	M1 변형	M2 변형
	Y 방향	M1 변형	M2 변형

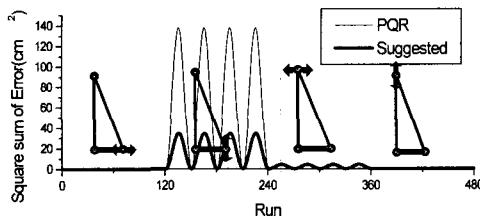


Fig. 5 First case in which M1, M2 is the reference axis
In Fig. 5, 6, 7, 8 each run no. give following mean:

- 1~120: Noise added to M2 in the direction of x axis with 60Hz during 2 cycles
- 121~240: Noise added to M2 in the direction of y axis
- 241~360: Noise added to M3 in the direction of x axis
- 361~480: Noise added to M3 in the direction of y axis

Fig. 5, 6, 7 는 Table1에 제시된 12 가지의 경우에 대하여 그 정확한 해와의 차를 비교한 그림이다. 시행회수는 총 480 회이며 60Hz로 2 주기동안 각각 M1의 x, y 방향 변형과 M2의 x, y 방향 변형에 대하여 시행한 결과이다. 여기서 사용된 오차는 다음과 같다.

$$e^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (r_{ij} - r_{ij0})^2 \quad (27)$$

여기서 r_{ij} 는 회전 변환 행렬의 요소, r_{ij0} 는 정확한 해의 요소를 의미한다.

두 방법 모두에서 거리가 긴 마커 사이의 변형은 짧은 마커 사이의 변형보다 작은 오차를 유발시키고 있음을 알 수 있으며 Cappozzo(1984)와 일치한다. 즉 마커간의 거리를 확보할수록 측정에 유리하다는 사실을 알 수 있다. Fig. 5는 마커 1, 2 를 x 축으로 선정하는 경우를 Fig. 6은 마커 2, 3 을, Fig. 7은 마커 3, 1 을 각각 선택한 경우에 대하여 오차를 비교한 것이다.

그럼에서 알 수 있듯이 PQR 방법에 의하면 기준 축(두 마커를 잇는 선이 x 축이 됨)을 어떻게

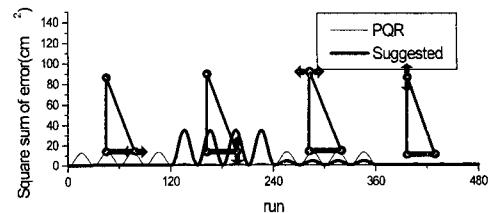


Fig. 6 Second case in which M2 and M3 is the reference axis

선정하느냐에 따라 그 오차의 변화가 매우 심각한 반면 제안된 방법은 기준축의 선정에 변화가 없음을 알 수 있다.

또한 다음과 같은 사실을 확인 할 수 있다. 제안된 방법을 따른다면 마커 사이를 잇는 방향으로의 변형(시행 번호 1~121, 361~480)에 대하여 오차가 아주 작게 나타나며 횡으로 발생하는 변형(시행번호 121~240, 241~360)에 대하여 비교적 큰 오차를 보이고 있다. 따라서 결과에 따른다면 오차를 줄이기 위해서 가능한 한 마커간의 거리를 확보하고 횡 방향 변형이 적은 곳에 부착하는 것이 좋다고 할 수 있다.

Fig. 8은 오차를 유발시킬 수 있는 3 가지의 대표적인 변형 형태를 보여주고 있다. M1 이 x 축으로 M2 가 y 축으로 움직이는 경우가 Fig. 8의 (a)에 해당하며 y 축으로 x 축으로 각각 움직일 때는 Fig. 8의 (b)와 Fig. 8의 (c)가 섞인 형태, 즉 전단변형과 회전이 섞인 경우라고 할 수 있다. 제안된 방법을 따른다면 Fig. 8의 (a), Fig. 8의 (b)의 경우 오차가 크게 줄어들 것이며 Fig. 8의 (c)의 경우는 오차를 제거할 수 없다.

Fig. 9는 Fig. 5, Fig. 6 및 Fig. 7의 제곱 오차들을 모두 더한 값을 나타낸 것이다. 제곱 오차의 합에 대한 의미를 파악하기 위해 다음을 생각해 보기로 하자. 실제의 실험에서는 3 개의 마커 중 어느 마커가 가장 많은 잡음을 포함하고 있는지를 사실 모르는 상황이다. 그렇다면 역시 어느 축을 기준 축으로 선정하느냐도 모른다고 할 수 있다. 따라서 3 가지의 경우에 대한 평균값을 살펴보는 것은 의미가 있다고 할 수 있다.

Fig. 8은 3 가지의 경우를 모두 합한 값으로 그 값을 1/3 한다면 기준 축 선정에 대한 확률적 평균의 의미를 갖게 된다. 그럼으로부터 어떠한 잡음에 대해서도 제안된 방법이 PQR 방법보다 항상 작게 나타나고 있음을 보여주고 있다.

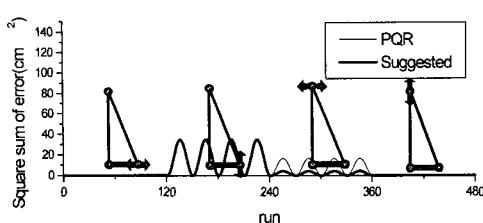


Fig. 7 Third case in which M3 and M1 is the reference axis

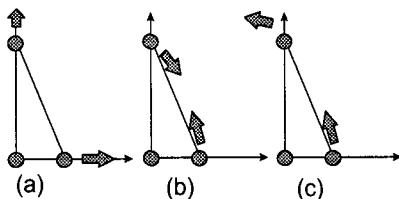


Fig. 8 Three types of biomechanical noise to hardly estimate transformation matrix

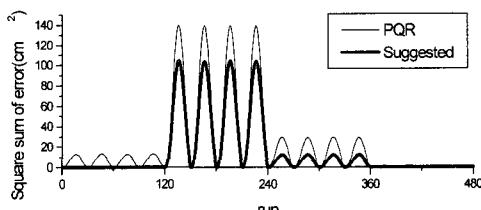


Fig. 9 Square sum of errors of fig. 5, 6, 7

4. 결과 및 토의

제안된 방법은 3개 이상의 마커를 사용하여 인체의 기구학적 정보를 분석할 때 일어날 수 있는 오차의 양을 줄일 수 있는 방법을 제공한다. 본 연구의 결과로부터 근본적인 오차를 줄이기 위해서는 마커들을 가능한 한 멀리 분포시켜야 되며 또한 마커들이 마커 중심에 대하여 팽창, 수축운동, 즉 Fig. 8(a)의 경우만 허락되도록 부착하는 것이 중요함을 알 수 있었다.

또한 본 연구에서는 예를 보이지 않았지만 알고리듬의 특성상 대칭적인 전단변형, Fig. 8(b)와 같은 경우의 운동에 대해서도 오차를 크게 줄일 수 있을 것으로 예상된다.

변형 속에 원하지 않는 회전운동, Fig. 8(c)와 같은 운동은 피할 수 있도록 부착해야 한다. 제안된 방법은 근본적으로 Cheze(1994)가 제안한 2 단계 절차 즉, 강체화(Solidification) 단계와 적합화(fitting) 단계를 따른 것이라 할 수 있다.

그는 장점으로 첫째, 강체화 된 마커들은 인체

에 부착된 마커들의 위치 정보를 제공하므로 사용자가 쉽게 기하학적으로 이해할 수 있다. 둘째, 강체화 단계에서 강체에서 크게 변형된 경우는 이를 제거하여 계산함으로써 계산의 정확도를 높힐 수 있음을 들고 있다. 가장 큰 장점으로 끊고 있는 것은 강체화를 끝낸 마커 정보들을 이용하면 기존 방법들(예를 들어 Rodrigue의식)⁽⁶⁾을 사용함으로써 변환 행렬을 구하지 않고도 직접 회전 축 및 회전 각을 구할 수 있음을 들고 있다. 그러나 회전 변환 행렬을 구하는 만큼의 노력이 이미 소요 된다는 사실로 비추어 볼 때 좀 부적절한 듯하다. 제안된 방법은 2 단계 절차를 따르므로 위 장점들을 모두 포함하며 다음과 같은 장점들이 추가된다. 다른 기존 방법들은 계산상의 오차가 기준 축(x 축)을 위한 기준 마커를 어떻게 선정하느냐가 중요한 반면 제안된 방법은 마커 선정에 전혀 영향을 받지 않는다는 사실을 들 수 있다. 또 하나의 장점으로 Cheze(1994)가 제안한 방법과 비교해 보면 다음과 같다. 마커가 4개 이상으로 증가되는 경우 Cheze의 방법은 각도를 사용하기 때문에 불가피하게 적용 방법이 복잡해지고 애매모호해져 구체적인 절차를 언급하지 않은 반면 제안된 방법은 전혀 문제가 되지 않는다는 것이다. 그러나 제안된 방법에 대한 상술된 장점들을 모두 충분히 살릴 수 있는지에 대해 추후로 기존 알고리즘들과의 성능을 면밀히 비교 검토함으로써 확인할 필요가 있다.

참고문헌

- Cheze L., Fregly B. J. and Dinnet J., 1995, "A Solidification Procedure to Facilitate Kinematic Analyses Based on Video System Data," *J. of Biomechanics*, Vol. 28, No. 7, pp. 879~884.
- Veldpaus F. E., Woltring H. J. and Dortmans L. J. M. G., 1988, "A Least-Square Algorithm for the Equiform Transformation from Spatial Marker Co-ordinates," *J. of Biomechanics*, Vol. 21, No. 1, pp. 45~54.
- Cappozzo L., Catani F. and Leardini A., 1993, "Skin Movement Artifacts in Human Movement Photogrammetry," In *Proceedings of the XIVth Congress of the Int. Soc. Of Biomechanics*, Vol. 1, pp. 238~239.
- Woltring H. J., Huskes R. and Lange A. De, 1985, "Finite Centroid and Helical Axis Estimation from Noisy Landmark Measurements in the Study of Human Joint Kinematics," *J. of Biomechanics*, Vol. 18, No. 5, pp. 379~389.
- Chadwick, 1976, "Continuum mechanics : Concise Theory and Problems," New York : Wiley.
- Paul A. , 1995, "Three Dimensional Analysis of Human Movement," pp. 186, Human Kinetics.