

일반 단면으로부터 사면체 요소망의 자동생성

채수원* · 이규민** · 신상엽***
(1999년 4월 13일 접수)

Automatic Generation of Tetrahedral Meshes from General Sections

Soo-Won Chae, Gyu-Min Lee and Sang -Youp Synn

Key Words : Tetrahedral Meshs(사면체 요소망), General Sections(일반단면), Tiling(타일링), Side Meshing(측면 요소망 생성), Warping Criterion(왜곡 형상 기준), Zig-zag Pattern(지그-재그 형상), Splitting Operator(스플리팅 오퍼레이터)

Abstract

Computed Tomography (CT), Nuclear Magnetic Resonance Imaging (MRI) and some ultrasound techniques make it possible to obtain cross sections of human body or mechanical parts. In CAD system, a series of sectional surfaces can also be obtained from solid models of 3D objects. In this paper we introduce a tetrahedral meshing algorithm from these series of general sections using basic operators. In this scheme, general sections of three-dimensional object are triangulated first and side surfaces between two sections are triangulated by the use of tiling process. Finally tetrahedral meshing process is performed on each layer of 3D objects, which is composed of two general sections and one side surface.

1. 서론

오늘날의 컴퓨터 하드웨어와 CAD/CAE 소프트웨어의 발달은 사용자가 공학해석을 더욱 편리하게 수행할 수 있는 환경을 제공하고 있으므로 3차원 모델링과 해석에 대한 수요가 크게 증가하고 있다. 3차원 유한요소해석에는 사면체와 육면체 요소들이 사용되고 있으며, 일반적으로 복잡한 형상에 대해 불균일한 요소망을 자동적으로 생성하기 위해서는 사면체 요소가 많이 사용되고 있다. 사면체 요소의 자동생성에 관한 연구는 대략 세 부류로 구분된다. 첫째는 옥트리(octree)를 기본으로 한 방법^(1,2)으로서 이는 해석영역 전체를 육면체 또는 사면체들의 조합으로 구성한 후 이를 사면체로 다시 나누는 방법이다. 이 방법은 해석 영

역의 내부에서는 좋은 형태의 요소망이 생성될 수 있으나 보통 해석에서 가장 중요한 부분인 영역의 경계 부분에서 찌그러진 요소가 많이 발생하게 되는 문제가 있다. 둘째로 Delaunay 방법을 들 수 있으며, 이는 해석 영역 내부에 절점들을 미리 배치시킨 후 이들을 Delaunay 삼각형과 사면체의 특성을 사용하여 연결시킴으로써 사면체 요소를 생성하는 것이다.⁽³⁾ 이 방법은 비교적 좋은 요소들을 생성할 수 있는 장점이 있으나, 해석영역 내부에 원하는 요소망 밀도를 고려하여 절점들을 생성해야 하는 문제가 있으며, 이들을 연결하여 사면체 요소를 생성할 때 해석영역 내부에 빈 공간이 생기는 등 불안정한 결과가 나타날 수 있다. 마지막으로 전진 경계법 (advancing front method)⁽⁴⁻⁷⁾을 들 수 있으며 이는 해석 영역 외부에서부터 내부로 사면체 요소들을 생성해 가는 것으로 해석 영역 외부에서는 비교적 좋은 요소망이 생성되고 요소망 밀도도 자유롭게 지정할 수 있으나, 영역 내부에서 찌그러진 요소가 생성되는 경우가 많고 결과적으로 요소망 생성에 실패할 수도 있게 된다. 본 논문에서는 복잡한 형상에 대해서도 쉽게 사면체 요소망을 생성 하기 위하여 단면정보를 사용

* 회원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : swchae@kucn.korea.ac.kr
TEL : (02)3290-3367 FAX : (02)926-9441

** 고려대학교 대학원

*** 현대중공업

하는 방법을 개발하였다. 이는 CT(Computed Tomography), MRI(Magnetic Resonance Imaging) 등을 통하여 얻을 수 있는 인체나 기계 부품들의 단면 정보나 CAD system에서 얻는 3차원 솔리드 모델의 단면 정보들을 기초로 하여 사면체 요소망을 생성하는 방법으로서, 전진 경계법에 기초를 두고있다.^(4,7) 본 논문에서 제안하는 사면체 요소 생성기법은 먼저 3차원 물체를 여러 개의 평면단면이나 곡면단면으로 절단하여 여러 층으로 나눈 후 각 층 사이의 물체에 대해 표면 요소망을 생성한다. 이는 두 단면과 각 층 사이의 측면에 대한 삼각형 요소 생성을 의미하며 표면에서의 삼각형 요소가 생성된 후 전진 경계법을 사용하여 사면체 요소를 생성하는 것이다.

2. 표면에서의 요소망 생성

2.1 단면에서의 요소망 생성

2.1.1 평면 단면에서의 요소망 생성

평면에서의 삼각형 유한 요소망을 자동적으로 생성하기 위하여 분할선(split line)을 사용하는 영역 분할법(domain decomposition method)에 기본 오퍼레이터들(basic operators)을 사용하는 전진경계법(advancing front method)을 도입하여 해석영역의 내부에서도 원하는 밀도의 좋은 요소망을 생성할 수 있는 삼각 분할법을 이용하였다.⁽⁸⁾

2.1.2 곡면 단면에서의 요소망 생성

3차원 곡면에서의 유한 요소망 생성은 3단계로 이루어진다. 우선 주어진 곡면을 2차원 평면으로 변환시킨다. 이어서 변환된 2차원 평면에 삼각 분할법에 의해 사각형 요소망을 생성하고, 마지막으로 이를 3차원 곡면으로 변환하여 유한 요소망을 얻는다.

본 논문에서는 유한요소 모델링에 많이 사용되는 블렌딩 곡면에서의 요소망 생성기법을 이용하였다. 또한 2차원 평면에 생성된 요소망을 3차원 곡면으로 변환할 때 발생하는 찌그러짐을 최대한 줄이기 위해 곡면의 최대 투영평면(projection plane)을 사용하였다. 블렌딩 곡면은 보통 세 개 또는 네 개의 경계곡선으로 정의된다.

네 개의 경계곡선으로 정의되는 블렌딩 곡면은 보통 쿤스(Coons) 곡면이라 하며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) &= (X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)) \\
 &= (1-v)P(u, 0) + uP(1, v) + vP(u, 1) + (1-u)P(0, v) \\
 &\quad - (1-u)(1-v)P(0, 0) - u(1-v)P(1, 0) - uvP(1, 1) \\
 &\quad - (1-u)vP(0, 1) \quad (0 \leq u, v \leq 1) \quad (1)
 \end{aligned}$$

이 때 블렌딩 곡면의 경계곡선으로 직선, 원호, 3차 스플라인 또는 이들의 조합으로 구성되는 복합 곡선이 사용될 수 있다. 위와 같은 곡면영역을 2차원의 평면으로 변환하기 위해 다음과 같은 투영 평면을 사용하였다. 먼저 Fig. 1(a) 및 Fig. 1(b)에서 보는 바와 같이 곡면의 네 꼭지점 중 세 개를 선택하여 만들어지는 삼각형 가운데 면적이 가장 넓은 삼각형을 포함하는 평면을 투영 평면으로 결정한다. 그리고 이 평면에 곡면의 네 꼭지점을 투영시켜 얻는 사각형의 영역을 투영평면(projection plane) 영역으로 결정하며 이를 매개변수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T(u, v) &= (x(u, v), y(u, v)) \\
 &= (1-u)(1-v)T(0, 0) + u(1-v)T(1, 0) \\
 &\quad + uvT(1, 1) + (1-u)vT(0, 1) \\
 &= T(0, 0) + (T(1, 0) - T(0, 0))u + (T(0, 1) - T(0, 0))v \\
 &\quad + (T(0, 0) - T(1, 0) + T(1, 1) - T(0, 1))uv \quad (0 \leq u, v \leq 1) \quad (2)
 \end{aligned}$$

다음에 투영된 곡면의 네 꼭지점으로 이루어지는 사각형의 평면 영역 위에 삼각분할법을 이용하여 Fig. 1(c)와 같이 요소망을 생성한다. 생성된 요소망을 곡면으로 변환하기 위해서는 각절점의 좌표값 T(x,y)에 해당하는 매개변수 좌표값 (u,v)를 구해야하며, 이는 식 (2)에서 매개변수 u,v 대한 선형 연립방정식을 풀어서 쉽게 얻을 수 있다. 각 절점의 매개변수 좌표값 (u,v)가 구해지면, 생성된 요소망은 식 (1)을 통해 3차원 곡면으로 변환되며, 이 과정은 Fig. 1(d) 와 Fig. 1(e)에 나타나 있다. 세 개의 경계곡선으로 구성된 블렌딩 곡면은 참고문헌⁽⁸⁾에 언급된 방법을 사용하였다.

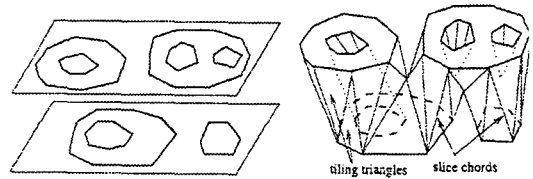
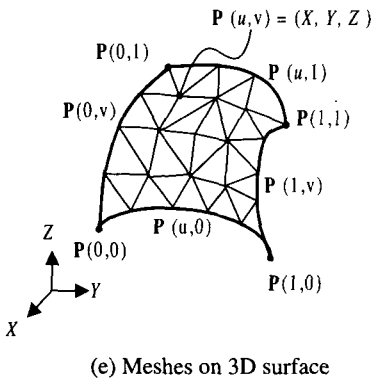
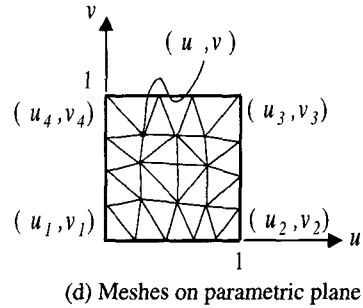
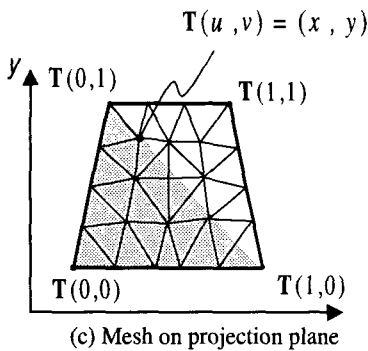
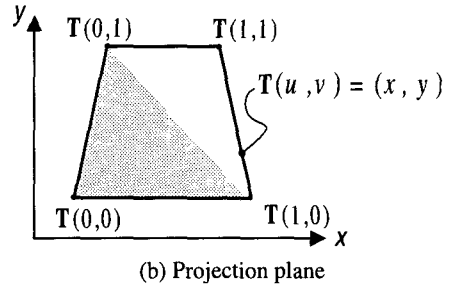
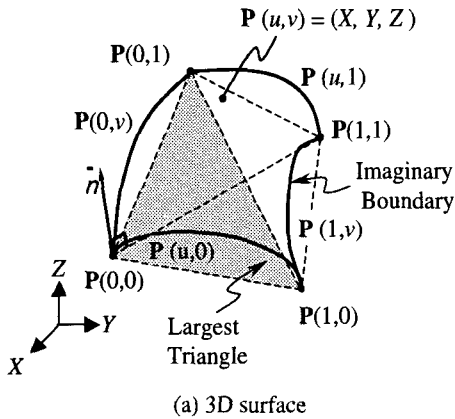


Fig. 1 Mesh geration on blending surfaces

Fig. 2 Biomechanical model⁽⁹⁾

2.2 측면에서의 요소망 생성(Tiling Process)

단면의 윤곽을 이루는 절점 정보를 이용하여 측면 요소망을 생성하는 기법들은 Bajaj,⁽⁹⁾ Ekoule,⁽¹⁰⁾ Keppel,⁽¹¹⁾ Fuchs,⁽¹²⁾ Mayers⁽¹³⁾ 등에 의해 많은 연구가 이루어져 왔으며, 이들은 주로 2차원 의료 영상 정보들을 이용하여 3차원 시각화에 사용하기 위한 것이다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 인체의 뼈와 같은 생체 역학적 모델 (biomechanical model)에 대한 CT 나 MRI 영상 자

료를 사용하여 3차원 표면 모델로 시각화하기 위하여 각 단면 사이의 측면에 삼각형 요소들을 생성하는 것으로서, 이 때 발생하는 여러 가지 문제들을 타일링(tiling), 일치(correspondence) 및 분지(branching) 과정들을 도입하여 해결하였다.⁽⁹⁻¹³⁾ 타일링(tiling)과정은 실제로 측면에 삼각형 요소망을 생성해 나가는 과정으로 아래, 위 단면내의 격자에 존재하는 절점들로 형성 가능한 최적의 삼각형을 형성하기 위한 기법이다. 일치(correspondence) 과정은 단면 내에 여러 개의 격자들을 가진 형상에서 아래, 위 연결되어야 할 단면 내에 격자들 사이에 연결성 정보를 정확히 찾기 위한 기법이다 마지막으로 분지(branching)과정은 아래, 위 단면 내에 존재하는 격자들의 수가 서로 다를 때 서로 다른 격자들을 찾기 위한 것이다. 공학에서 널리 사용되는 기계 부품들의 특징은 Fig. 3 과 같이 단면이 급격하게 변하고 각 단면 사이의 연결성 정보들을 미리 알고 있는 경우가 많으므로 문제가 다소 간편하게 정의될 수 있다.

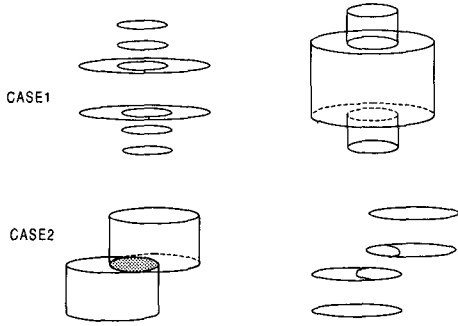


Fig. 3 Mechanical part

Fig. 3 에서 보는 바와 같이 기계 부품들은 단면이 급격하게 변하고 한 단면이 다른 단면의 전부 또는 일부를 포함하는 경우가 많이 발생하므로 측면 요소망 생성시 타일링(tiling) 과정만 고려하여도 가능하게 되어 있다. 타일링 과정은 대체로 최적기법(optimal)과 경험적인 기법(heuristic)의 두 가지 접근 방법이 있다. 최적기법은 최대 체적(maximize volume)⁽¹¹⁾, 최소 면적(minimize area)⁽¹²⁾ 등과 같은 몇 가지 기준에 의해서 좋은 형상의 삼각형 요소망을 생성 하는 것으로 그래프법등을 이용하여 해결하는 방법이다. 반면에 경험적인 기법은 국부적인 선택기준을 적용해서 적은 계산 시간을 들여 삼각형 요소망을 생성하는 기법이다.⁽¹⁰⁾ 이 방법은 최적의 형상은 아니라도 비교적 좋은 요소망을 생성할 수 있다. 본 연구에서는 경험적인 기법의 일환인 최단 거리 기준(minimum distance criterion)을 기본으로 하여 몇 가지 새로운 조건들(zig-zag pattern, warping criterion)을 도입함으로써, 사면체 요소망 생성이 가능하도록 하는 타일링 과정을 개발하였다.

2.2.1 시작 모서리(edge) 선정

먼저 단면 경계의 시작 절점을 기준점으로 하여 아래층 단면 경계 모서리의 모든 절점을 대상으로 거리를 조사하여 최단 거리에 존재하는 절점을 찾은 후 이를 시작 모서리(edge) L_1 으로 채택한다. 이 모서리와 이 모서리 양끝 절점(A_1, B_1)들에 연결된 아래 단면 경계에 포함된 모서리들의 다른 쪽 끝 절점들을 조사한 후 아래에 설명한 선정기준에 따라 측면 요소망을 생성한다. 즉, 생성된 모서리와 두 개의 절점들로 생성될 수 있는 삼각형들을 고려한다. 최단 거리로 시작 모서리를 선정하는 이유는 기계 부품들이 전체 형상에서는 급격한 단면 변화가 존재할 수 있으나 각 층에서의 단면의 형상은 대체로 크게 변화하지 않기 때문이다.

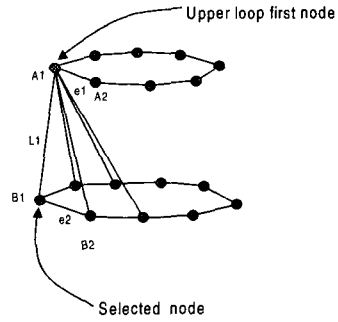


Fig. 4 Initial edge selection

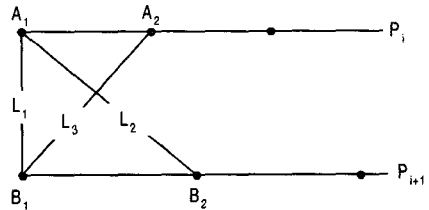


Fig. 5 Minimum distance criterion

2.2.2 최단 거리 기준(Minimum distance criterion)

먼저 P_1, P_2, \dots, P_n 을 위쪽 단면에서부터 번호를 매긴 단면이라 하고, $(A_i), 1 \leq i \leq M$ 를 위쪽 단면 P_i 의 주요 절점이라 하고, $(B_j), 1 \leq j \leq M$ 를 아래쪽 단면 P_{i+1} 의 주요 절점이라 하고 이들을 반시계 방향으로 각각 정렬하여 놓는다. 시작 모서리 L_1 이 결정 되면, 그 다음 순서로 삼각형 요소들을 생성한다. 이때 두 가지의 삼각형 즉, (A_1, B_1, B_2) 와 (A_1, B_1, A_2) 가 생성 될 수 있다. 이는 두 모서리중 (L_2, L_3) 길이가 짧은 것을 선택하여 삼각형을 생성하는 것으로 이를 최단 거리 기준(minimum distance criterion)이라 한다.

2.2.3 왜곡 형상 기준(Warping criterion)

Fig. 6과 같이 단면의 형상 변화가 비교적 큰 경우 최단거리 만으로는 전체의 형상을 왜곡시키는 경우가 나타날 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 왜곡 형상 기준을 개발하였다.

먼저 Fig. 6(a)에서 모서리 AB를 포함하면서 생성될 수 있는 후보 요소로는 $\triangle ABD, \triangle ABC$ 두 개가 생성 가능한데, 모서리 AD의 길이가 모서리 BC의

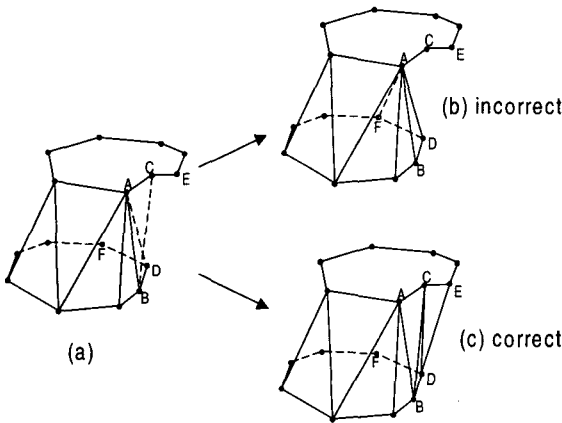
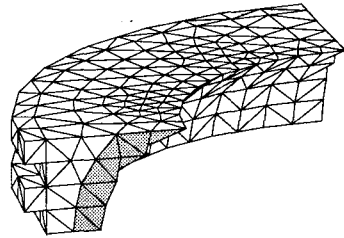


Fig. 6 Warping criterion

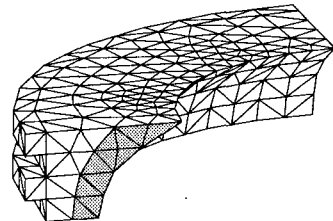
길이 보다 작으면 모서리 AD가 선택될 것이다. 만약 모서리 AD가 선택되면 그 다음은 모서리 AF와 모서리 DC를 조사하여 또 한번 모서리 AF의 길이가 모서리 DC의 길이보다 작게 되면 생성된 측면 요소망은 상당히 본래의 형상을 왜곡시키게 된다. 따라서 단순한 길이 조사만으로는 본래의 형상을 충실히 나타낼 수가 없게 된다. 만약 $\triangle ABD$ 가 고려중이라면 $\triangle ABD$ 의 중점과 절점 C 사이를 잇는 단위 벡터와 $\triangle ABD$ 의 외부 단위 법선 벡터와의 사이각 θ 값을 기준으로 $\theta > 90^\circ$ 보다 크면 고려중인 삼각형의 안쪽에 절점이 존재하므로 형상의 내부를 파고들면서 왜곡시킬 우려가 전혀 없으며, $\theta = 90^\circ$ 이면 고려중인 삼각형과 절점이 같은 평면상에 존재하므로 거리 조사만으로 측면 요소를 선택한다. $\theta < 90^\circ$ 인 경우는 조사 대상 절점이 고려중인 삼각형 바깥쪽에 나오므로 일단은 내부로 삼각형 자체가 파고들고 있다고 간주할 수 있다. $\theta < 90^\circ$ 인 모든 경우를 다 배제할 경우 본래의 형상을 잘 수렴하는 경우를 배제할 수 있으므로 $\theta < 50^\circ \sim 60^\circ$ 에 해당하는 형상의 변화가 큰 경우에 대해서만 거리 조사에 우선하도록 하였다. 이 조건을 적용하여 생성한 요소망의 개선편 모습은 Fig. 7과 같다.

2.2.4 지그-재그 형상 (Zig-zag pattern)

왜곡 형상 기준이 본래의 형상을 충실히 따라가기 위한 기법이라면, 지그-재그(zig-zag) 형상 채택은 보다 균일한 사면체 요소망을 생성하도록 하기 위한 기법이다.



(a) Without warping criterion



(b) With warping criterion

Fig. 7 Example of warping criterion

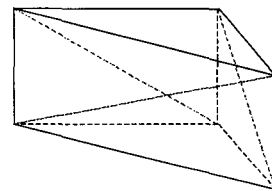


Fig. 8 Pathological case

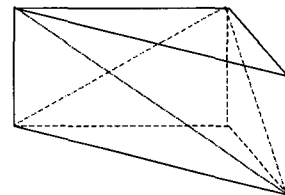


Fig. 9 Non-Pathological case

측면 요소망은 위상학적 형태에 따라서 Fig. 8에서 보는 바와 같이 내부에 절점을 생성하지 않고서는 요소망 생성이 어려운 경우(pathological case)가 있다. 그러나 측면 요소망이 Fig. 9에서 보는 바와 같이 생성되면 세 개의 사면체 요소를 내부에 추가 절점의 도입 없이 쉽게 생성할 수 있음을 알 수 있다. Fig. 8에서는 요소망 생성을 위해 내부 절점의 추가가 필요하며, 이는 Fig. 9 경우보다 생성되는 사면체 요소가 더 찌그러질 것이다. Fig. 10과 Fig. 11은 위의 두 경우에 대해 측면 삼각형 요소들을 전개한 모습이다.

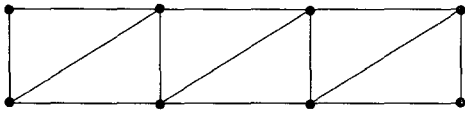


Fig. 10 Parallel pattern

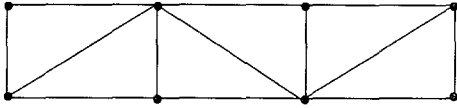


Fig. 11 Zig-zag pattern

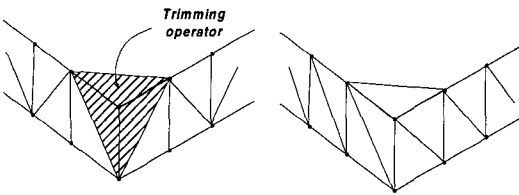


Fig. 12 Example of trimming operation at a corner

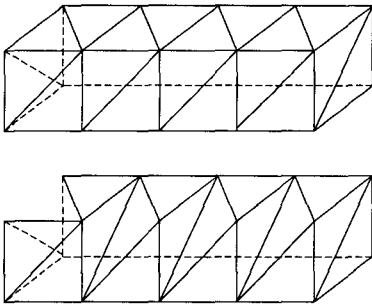


Fig. 13 Example of employing parallel pattern

본 논문에서는 Fig. 10 과 같은 측면 요소망의 형상을 평행 형상(parallel pattern) 이라하고 Fig. 11 와 같은 경우를 지그-재그 형상(zig-zag pattern)이라고 한다. 따라서 지그-재그 형상이 보다 좋은 요소망을 생성하기 위한 조건이 된다. 더욱이 지그-재그 형상은 Fig. 12 와 같이 코너부위에서 다음장에서 언급될 트리밍(trimming) 오퍼레이터(operator)가 발생할 확률을 높이고, 요소망 생성이 진행되는 과정에서 트리밍 오퍼레이터의 출현을 유도한다. Fig. 13 와 Fig. 14 은 지그-재그 형상을 채택하지 않은 경우와 채택한 경우를 비교한 그림이다. 지그-재그 형상을 채택한 Fig. 14 에서 보는 바와 같이 트리밍 작업이 많이 발생함을 알 수 있다.

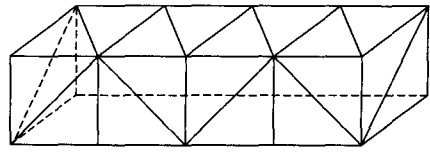


Fig. 14 Example of employing zig-zag pattern

따라서 지그-재그 형상은 사면체 요소망 생성시에 트리밍 오퍼레이터의 사용을 증가시키고 웨딩(wedging) 또는 디깅(digging) 오퍼레이터의 출현을 상대적으로 감소시킴으로써 보다 균일한 사면체 요소망을 생성하도록 하는 역할을 한다. 따라서 Fig. 5 에서 보는 바와 같이 L2 과 L3 의 크기가 같거나 비슷한 경우에 지그-재그 형상을 거리조건에 우선하여 사용함으로써 보다 균일한 요소망 생성이 가능하도록 하였다.

3. 사면체 요소망의 자동 생성

두 단면 사이에 형성된 3 차원 형상의 표면에서 삼각형 요소망이 생성되면 사면체 요소망의 생성이 시작된다. 본 논문에서 사용한 방법은 전진 경계법(advancing front method)으로서 물체의 표면에서 부터 안쪽으로 사면체 요소들을 생성해 나가는 것이다.^(4,7) 이는 기본 오퍼레이터(basic operators)들을 사용하는 것으로서 본 논문에서는 물체의 내부에 구멍을 포함하고있는 경우에도 적용이 가능하도록 기존의 기본 오퍼레이터(trimming, wedging, digging, finishing) 외에 추가로 새로운 오퍼레이터(splitting)를 도입하여 사용하였다. 일반적으로 사면체 요소의 가장 좋은 형태는 정사면체이므로 생성되는 요소는 가급적 정사면체가 되도록 생성되어야 한다. 물체의 위상학적 조건을 고려하여 볼 때 적어도 세 개의 기본적인 오퍼레이터(trimming, wedging, digging)가 루프경계에서 모서리의 수를 줄이기 위해 필요하며 하나 이상의 오퍼레이터(finishing)가 마지막 두 개 또는 세 개의 사면체요소를 생성하기 위해 사용된다.

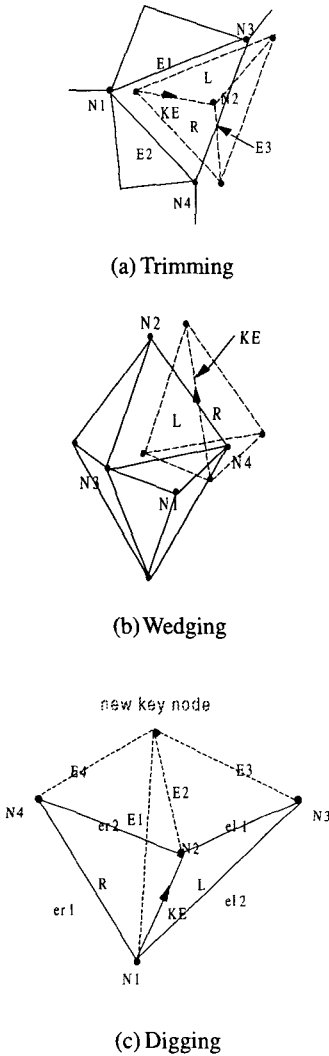


Fig. 15 Basic operators⁽⁴⁾

Fig. 15에 예시된 트리밍(trimming)과 웨징(wedging) 오퍼레이터는 루프경계(loop boundary)로부터 한 번에 한 개의 요소를 생성하기 위하여 고안되었고, 디깅(digging) 오퍼레이터는 내부에 절점을 생성하여 두 개의 요소를 생성하기 위하여 만들어졌다. 마지막으로 퍼니싱(finishing) 오퍼레이터는 Fig. 16에서와 같이 사면체요소 생성을 완성하기 위하여 마지막 두 개 혹은 세 개의 요소를 만들기 위하여 고안되었다.

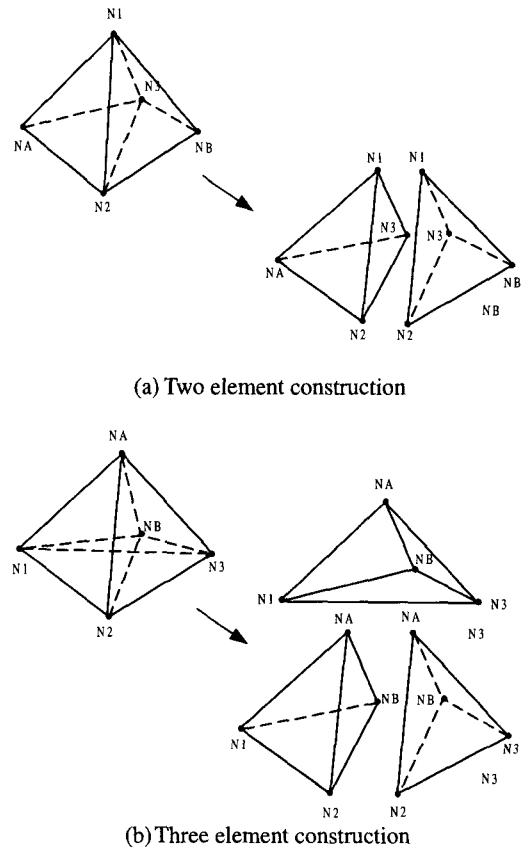


Fig. 16 Finishing operators⁽⁴⁾

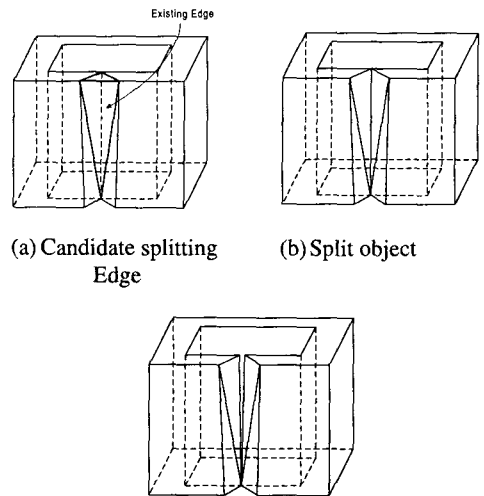


Fig. 17 Splitting operator

따라서 각층별로 사면체 요소망을 생성할 경우 트리밍, 웨징, 디깅 및 퍼니싱 오퍼레이터만으로도 대부분의 형상에 대해 요소망 생성이 가능하다. 그러나 내부에 구멍을 가진 3차원 모델의 경우에는 Fig. 17에서와 같이 스플리팅(splitting) 오퍼레이터가 필요하게 된다. 스플리팅 오퍼레이터는 웨징 오퍼레이터와 비슷하나, 웨징 오퍼레이터의 경우 물체의 내부에 내부에 새로운 모서리가 생성되는 반면에 스플리팅 오퍼레이터는 기존의 모서리를 사용하여 물체를 분리하는 작업이다.

위와 같이 각 층마다 사면체 요소망을 각각 생성하기 때문에 전진경계법의 단점인 내부에 절점을 생성하는 디깅 오퍼레이터의 발생을 줄임으로써 요소망 생성을 보다 안정화할 수 있다.

4. 적용에

이상과 같이 개발된 사면체 요소망의 생성 기법을 여러가지 단면형상으로 이루어진 물체에 대해 요소망을 생성하였다. Fig. 18은 잉곳(ingot) 모델에 대해 사면체 요소망을 생성한 것으로 총 9246 개의 요소로 이루어졌으며 단면 사이의 간격과 각 단면에서의 절점 배치등에 의해 국부적으로 요소의 크기가 다른 요소망이 잘 생성된 것을 알 수 있다. 특히 측면 삼각형 요소의 생성시 지그-재그 형상이 잘 생성된 것을 알 수 있다. Fig. 19는 단면의 주축이 변하는 U-형상의 모델에 대해 사면체 요소망을 생성한 것으로 총 3031 개의 요소가 잘 생성된 것을 볼 수 있다. Fig. 20은 각 단면이 평면과 블렌딩 곡면으로 구성된 모델에 사면체 요소망을 생성한 것으로 총 649 개의 요소가 생성되었으며, 생성된 요소망에서는 각 단면 사이의 거리가 일정하지 않아서 측면에서 평행 형상(parallel pattern)이 비교적 많이 발생된 것을 알 수 있다. Fig. 21은 내부에 구멍을 가진 물체에 대해 스플리팅 오퍼레이터를 사용하여 요소망을 생성해 본 결과로 783 개의 요소로 이루어진 모델이다. Fig. 22(a)는 압입해석(indentation)을 위한 모델의 1/4에 대해 사면체 요소망을 생성해본 것으로 총 2184 개의 요소로 이루어져 있다. 한편 본 연구에서 개발한 방법을 상용 프로그램과 그 성능을 비교하기 위해 본 연구에서 개발한 방법에 의한 요소망인 Fig. 22(a)에 대해 Laplacian 평활화(smoothing)작업을 모델의 표면과 내부에 대해 수행한 결과 Fig. 22(b)의 결과를 얻었다. 한편 압입해석 모델에 대해 I-DEAS를 사용하여 요소망을 생성할 때, 가능한 한 같은 조건을 부여하기 위해 모델의 모서리를 따라서 요소의 개수와 크기를 대략 지정하였다.

이와 같이 하여 I-DEAS에서 요소망을 생성한 결과 Fig. 23와 같이 4226개의 요소로 구성된 요소망을 얻었다. 이와 같이 생성된 요소망의 질(quality)을 평가할 때 사면체 요소의 내접구와 외접구의 비율인 r/R ratio 분포를 그려본 결과는 Fig. 24에 나타나 있다.⁽¹⁴⁾ Fig. 24에서 보는 바와 같이 평활화 작업을 거친 요소망(current method with smoothing)의 r/R ratio 분포는 I-DEAS에서 생성한 요소망과 거의 비슷함을 알 수 있다. 따라서 생성된 요소의 형태들은 두 경우 모두 좋은 형상을 가지고 있음을 알 수 있다. 여기서 한 가지 흥미있는 사실은 생성된 요소의 수가 본 연구에서 개발한 방법에 의하면 2184개이나 I-DEAS에 의하면 4226개로 I-DEAS의 경우가 훨씬 많은 요소를 생성하고 있다는 것이다. 이는 해석 모델의 내부에서 필요 이상으로 작은 요소들이 많이 생성되었음을 의미한다. 일반적으로 유한요소해석에서는 모델의 경계 부분에서 주로 많은 응력의 집중과 오차가 발생하므로 모델의 내부에서는 요소의 크기가 표면에 비해 비교적 큰 것이 효율적이라 할 수 있다. 이러한 관점에서 볼 때 본 연구에서 개발한 방법이 해석 모델의 효율적인 관점에서 볼 때 훨씬 우수하다 할 수 있다.

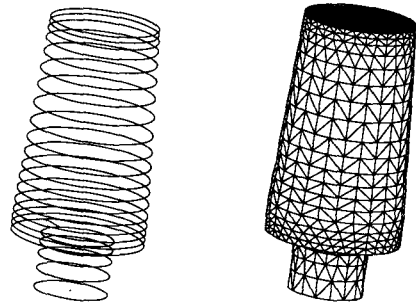


Fig. 18 Ingot model
(constructed with 9246 elements)

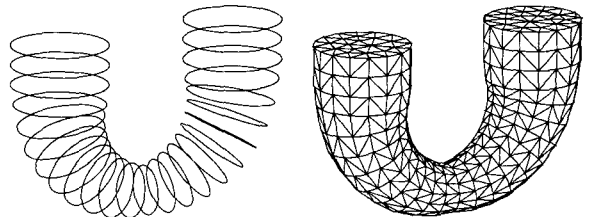


Fig. 19 U-shaped model
(constructed with 3031 elements)

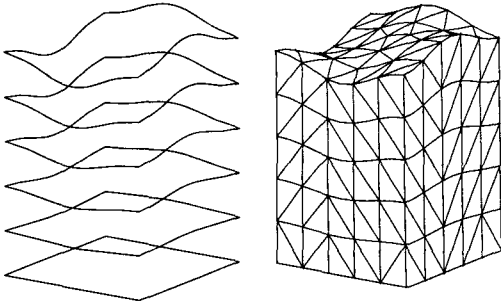


Fig. 20 A model with general sections
(constructed with 649 elements)

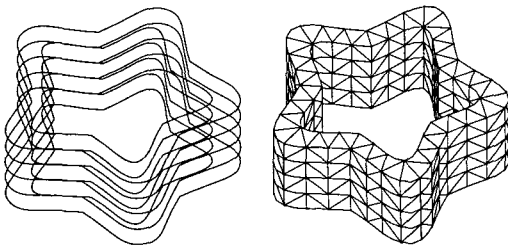
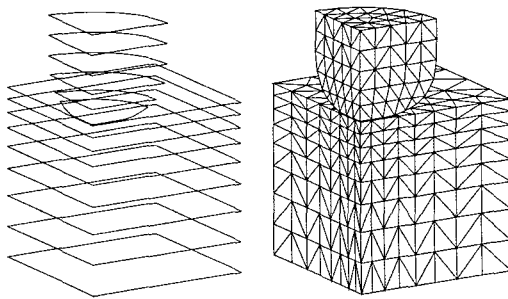
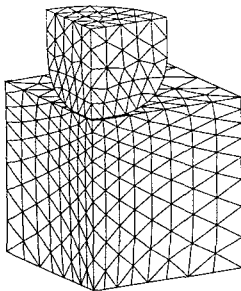


Fig. 21 An object with a hole
(constructed with 783 elements)



(a) Without smoothing



(b) With smoothing

Fig. 22 An indentation model
(constructed with 2184 elements)

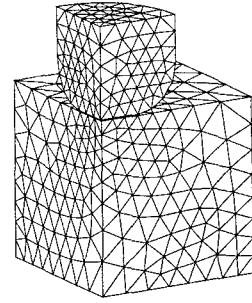


Fig. 23 An indentation model constructed by I-DEAS

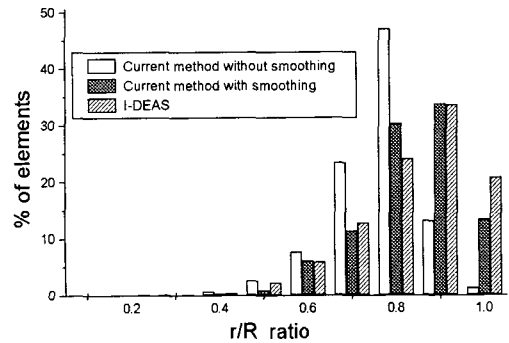


Fig. 24 r/R ratios

5. 결론

본 논문에서는 단면정보를 이용하여 사면체 요소망을 생성하는 기법을 개발하였다. 이때 단면으로는 평면이나 곡면을 모두 사용할 수 있으며 이러한 방법을 사용하면 복잡한 형상의 물체에 대해서도 사면체 요소망 생성을 잘 생성할 수 있음을 알 수 있다. 이 방법은 기계 부품과 같이 단면 사이의 연결정보를 미리 알고 있는 경우에 대해서 요소망 생성이 가능하다. 더욱이 이 방법은 앞으로 생체 역학 모델 등과 같이 CT 자료로부터 해석에 필요한 요소망이 직접 생성될 수 있음을 보여주고 있다. 그러나 이를 위해서는 단면 사이의 연결정보를 모르는 보다 복잡한 경우를 다루기 위한 연구가 계속 보완 되어야 할 것이다.

후기

이 논문은 1998년 한국학술진흥재단의 학술연구비에 의하여 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Yerry, M. A. and Shephard, M. S., 1984, "Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Modified-Octree Technique," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 20, pp.1965~1990.
- (2) 정용호, 이건우, 1995, "삼차원 유한요소의 자동 생성(2)-사면체 octree 로 부터 유한요소의 생성," 대한기계학회논문집, 제 19 권 제 3 호, pp. 647~660.
- (3) Weatherill, N. P. and Hassan, O., 1992, "Efficient Three-Dimensional Delaunay Triangulation with Automatic Point Creation and Imposed Boundary Conditions," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 34, pp. 1035~1050.
- (4) Chae, S. W. and Bathe, K. J., 1989, "On Automatic Mesh Refinement In Finite Element Analysis," *Computers & Structures*, Vol.32, No.3/4, pp. 911~936.
- (5) Jin, H. and Tanner, R. I., "Generation of Unstructured Tetrahedral Meshes by Advancing Front Technique," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 36, pp. 1805~1823.
- (6) Moller, P., 1985, "On Advancing Front Mesh Generation in Three Dimensions," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 38 , pp. 3551~3519.
- (7) Chae, S. W. and Kim, J. S., 1995, "Tetrahedral Meshing Algorithm Using Basic Operators," *Proc. of the 4th International Meshing Roundtable*, pp. 305~317.
- (8) 손창현, 채수원, 1996, "3 차원 곡면에서 삼각형 유한요소망의 자동생성," 한국 CAD/CAM 학회 논문집 제 1 권 제 3 호, pp. 224~233.
- (9) Bajaj, C. L., Coyle, E. J. and Lin, K. N., 1996, "Surface and 3D Triangular Meshes from planar Cross Sections," *Proc. of the 5th International Meshing Roundtable*, pp. 169~178.
- (10) Ekoule, A. B., Peyrin, F. C. and Odet, C. L., 1991, "A Triangulation Algorithm from Arbitrary Shaped Multiple Planar Contours," *ACM trans. Graphics*, 10(2), pp. 182~199.
- (11) Keppel, E., 1975, "Approximating Complex Surfaces by Triangulation of Contour Lines," *IBM J. Res. Develop.*, (19), pp. 2~11.
- (12) Fuchs, H., Kedem, Z. M. and Uselton, S. P., 1997, "Optimal Surface Reconstruction from Planar Contours," *Commum. ACM*20, 10, pp. 693~702.
- (13) Mayers, D., Skinner, S. and Sloan, K., 1992, "Surfaces from Contours," *ACM trans. Graphics*, 11(3), pp.228~258.
- (14) Dey, S., Shephard, M. S. and Georges, M. K., 1997, "Elimination of the Adverse Effects of Small Model Features by the Local Modification of Automatically Generator Meshes," *Engng. Comput.*, Vol. 13, pp.134~152.