

용접부 3차원 표면균열선단에서의 구속상태

이 형 일* · 서 현**
(1999년 2월 24일 접수)

The 3D Surface Crack-front Constraints in Welded Joints

Hyungyil Lee and Heon Seo

Key Words: Fracture Mechanics(파괴역학), J -integral(J -적분), T -Stress(T -응력), Welded Joint(용접부), Constraint(구속상태), Semi-Elliptical Surface Crack(반타원 표면균열), Finite Element Analysis(유한요소해석)

Abstract

The validity of a single parameter such as stress intensity factor K or J -integral in traditional fracture mechanics depends strongly on the geometry and loading condition. Therefore the second parameter like T -stress measuring the stress constraint is additionally needed to characterize the general crack-tip fields. While many research works have been done to verify the J - T description of elastic-plastic crack-tip stress fields in plane strain specimens, limited works (especially for bimetals) have been performed to describe the structural surface crack-front stress fields with the two parameters. On this background, via detailed three dimensional finite element analyses for surface-cracked plates and straight pipes of homogeneous materials and bimetals under various loadings, we investigate the extended validity or limitation of the two parameter approach. We here first develop a full 3D mesh generating program for semi-elliptical surface cracks, and calculate elastic T -stress from the obtained finite element stress field. Comparing the J - T predictions to the elastic-plastic stresses from 3D finite element analyses, we then confirm the extended validity of fracture mechanics methodology based on the J - T two parameters in characterizing the surface crack-front fields of welded plates and pipes under various loadings.

1. 서론

파괴역학의 주된 역할은 계산과 측정으로 구할 수 있는 여러 가지의 균열선단 지배변수들을 통해, 기본적인 미시적 파괴진전과 각기 다른 균열 구조물의 거시적 파괴현상 사이의 상관관계를 설명해 주는 것이다. 다양한 균열 구조물들의 거시적 파괴현상과 미시적 파괴현상과의 상관관계는 균열선단 응력과 변형상태의 "유사성"에 기초하고 있다. 전통적으로 이러한 응력과 변형상태는 선형탄성 파괴역학의 응력확대계수 K 와 탄·소성 파괴역학의 J -적분과 같은 단지 하나의 변수에 의해 기술되어진다. 만일 이러한 K 나 J 가

시편과 구조물의 균열선단 영역들에서 공히 "지배적"이라면, 같은 물성치를 갖는 다른 균열 구조물의 거시적 파괴현상을 예측할 수 있을 것이다. 그러나 이러한 1차변수들의 유효성은 시편의 기하형상이나 하중상태에 의해 크게 제한받는다. 이로 인해 균열선단에서의 응력장과 변형률장을 정량화함에 있어, 위의 1차변수인 K 또는 J 와 더불어 기하형상이나 하중조건을 반영할 수 있는 새로운 인자가 필요하다.

Larsson과 Carlsson⁽¹⁾은 Williams⁽²⁾의 탄성균열선단에서의 응력장 전개식 중 두 번째 항이, 탄·소성 균열선단에서 발생하는 소성역의 크기와 형상에 중요한 영향을 줌을 보였다. 이러한 점에 주목하여 Rice⁽³⁾는 균열선단에서 뻗어 나오는 두 개의 대칭 전단밴드모델을 통하여 두 번째 항의 소성역 크기에 대한 영향을 해석적으로 기술하였다. 여기서 Rice는 응력장 고유전개식 중 두 번째 항을 T -응력이라고 칭하였는데, 이는 균열에 평행한 방향의 비특이성

* 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

** 서강대학교 대학원 기계공학과

인장 또는 압축응력성분을 나타낸다. Betegon과 Hancock⁽⁴⁾은 여러 가지 T -응력을 갖는 변형경화 평면변형을 시편들의 균열선단 응력장을 살펴봄으로써, Small Scale Yielding(SSY) 조건하에서의 탄·소성 균열선단 응력상태를 Williams 응력장 전개식 중 처음 두 항에 의하여 정량적으로 기술할 수 있음을 보였다. 즉 앞서의 1차변수로 기술되는 균열선단 점근해는 J - T 두 변수들에 의해 기술되는 보다 일반화된 해의 특별한 경우 ($T > 0$)에 해당된다.

이를 배경으로 본 연구에서는 먼저 평면변형을 시편과 같이 이상화된 구조가 아닌 실제적인 평판과 직관 이중접합재의 접합재 내부에 반타원 표면 균열이 존재하는 경우, 탄성계수와 같은 탄성 물성치의 차이가 균열선단에 주는 영향을 J - T 의 변화를 통해 정량적으로 살펴보았다. 또한 매우 실제적인 의미를 갖는, 탄성특성 차이는 없고 대표적 소성특성인 항복강도의 차이만 있는, 용접부내에 표면균열이 있는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 이와 같은 해석을 통해 얻어진 응력장을 실제해로 간주하고 이 값들과 J - T 에 의해 예측되는 응력장 값들과의 비교를 통해, 실제적인 3차원 구조형상에서 J - T 두 변수에 기초한 탄·소성 파괴역학적 접근방법의 확장된 유효성 내지 한계성을 정량적으로 조사하였다.

2. 3차원 균열해석 프로그램

본 연구의 주요 대상이 되고 있는 표면균열은 공학문제에서 매우 빈번히 접하게 되며 파괴역학 분야에서는 가장 실제적인 관심사 중의 하나이다. 반타원 표면균열은 형상과 파괴변수의 복잡성으로 인해 3차원 유한요소해석시 수많은 미세한 유한요소와 상응하는 계산시간을 필요로 한다. 또한 이러한 표면균열의 해석모델들은 “특이유한요소”를 필요로 하는 3차원적 형상을 갖고 있기 때문에 수작업에 의한 3차원 유한요소 모델링은 매우 난해하다. 이를 극복하기 위해 본 연구에서는 반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관에 대한 3차원 자동 요소생성 프로그램을 작성하였다. 또한 J - T 두 변수의 변화에 따른 균열선단 응력장을 예측하기 위해, 균열선단 2차변수값 T -응력값을 효율적으로 계산하는 후처리 프로그램을 작성하였다.

2.1 3차원 요소망 자동생성 프로그램

반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관의 기하형상과 하중 대칭성을 고려하여, 1/4 형상만을 (Fig. 1) 유한요소 모델링하였다. 이 평판의 전체 길이는 $2h$, 전체 폭은 $2b$ 그리고 두께는 t 이다. 또한 직관의 전체 길이는 $2h$, 내경은 R 그리고 두께는 t 이다. 반타원 표면균열은 평판의 경우 평판중심에 위치하며, 직관의 경우 직관중심 외측에 위치한다. 이때 최대균열깊이는 a , 균열길이는 $2c$ 이다.

1/4 형상에 대해 평판과 직관 모두 최대균열깊이 a 와 균열길이 c 가 입력되면 반타원 균열선단을 따라 8개의 썩기모양 특이요소가 11조각 생성되고, 반지름 방향으로 8개, 각도 방향으로 8개의 요소들이 놓이게 된다. 이와 같이 균열선단부의 요소망은 약 3000개의 절점들과 700개의 C3D20⁽⁵⁾ 요소들로 구성되어진다.[Fig. 2(a)-(b)] 또한 균열선단부와 평판/직관을 연결하는 요소망 그리고 전체 평판/직관의 요소망이 차례대로 생성된다. 이렇게 해서 얻어진 반타원 표면균열 해석을 위한 평판과 직관의 3차원 유한요소 모델은 Fig. 2(c)-(d)와 같고, 약 7500개의 절점들과 1500개의 C3D20 요소들로 구성되어진다.

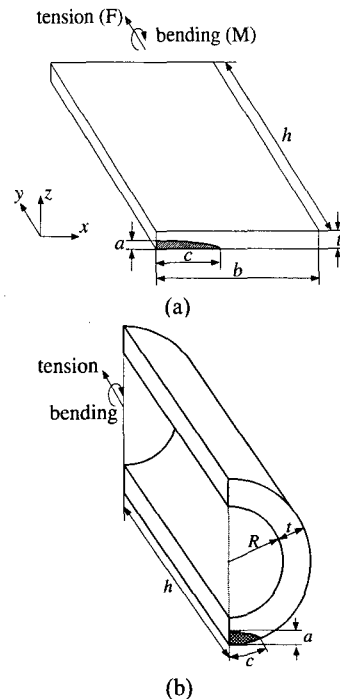


Fig. 1 Schematic diagram of one-quarter of an elliptical surface-cracked (a) plate and (b) pipe

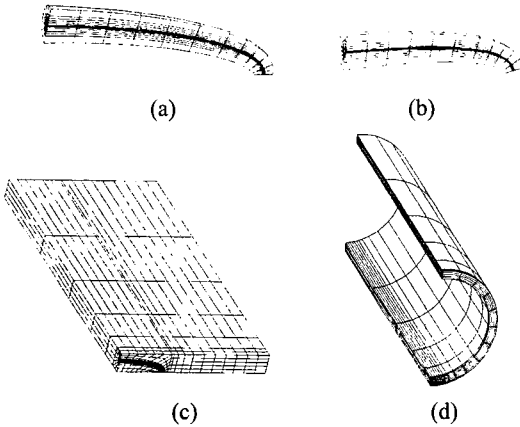


Fig. 2 The 3D mesh near the crack front of (a) plate ($a/t = 0.6, a/c = 0.24$), (b) pipe ($a/t = 0.5, a/c = 0.3$) and entire 3D mesh of elliptical surface-cracked (c) plate, (d) pipe

2.2 T-응력 계산 후처리 프로그램

다양한 하중하에서 2차원 시편의 탄성 T-응력을 계산하기 위한 여러 가지 수치적 방법이 제안되었다. 가장 보편적으로 사용되고 있는 방법은 아래와 같은 T-응력 정의식 (1)로부터 바로 계산하는 방법이다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{xx}(\theta) & f_{xy}(\theta) \\ f_{yx}(\theta) & f_{yy}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

3차원 표면균열선단 탄성응력장이 Williams 고유 전개식 (2)의 처음 두 항으로 표현된다고 가정하면, 탄성 T-응력은 다음과 같이 얻을 수 있다.⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} T^i &= T(\phi^i, r^i, \theta^i) \\ &= \sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} f_{xx}(r^i, \theta^i) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 i 는 절점 번호이고 ϕ^i 와 (r^i, θ^i) 는 절점의 좌표로 Fig. 3(b)와 같이 ϕ 는 Z-축으로부터의 각위치이고 (r, θ) 는 균열선단에 수직인 x-y 평면에서 균열선단에 원점을 둔 극 좌표계값들이다. 또 $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 는 탄성해석으로 얻은 절점의 x-방향 (균열면 내에서 반타원 경계선에 수직방향) 응력성분, 그리고 $K_I(\phi^i)$ 는 그에 상응하는 응력확대 계수로서 가상균열진전 방법으로 구한 $J(\phi^i)$ 로부터 계산된다. 이 식에서 각 특이응력성분은 구하고자 하는 비특이성 T-응력값에 비해 매우 크므로

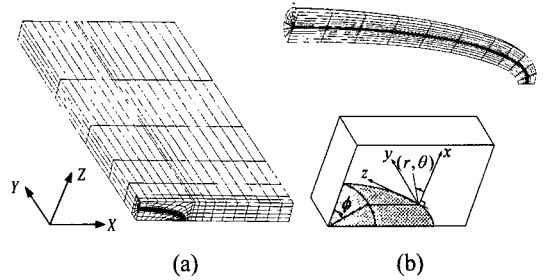


Fig. 3 3D finite element model of the surface-cracked plate : (a) the entire 3D mesh and the global coordinate system (X-Y-Z) and (b) 3D mesh zooming the crack-front field, and the local coordinate system (x-y-z)

$\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 의 부정확성은 T-응력 계산시 큰 오차를 발생시킨다.

이를 해결하기 위해 다음과 같은 보완식을 사용하는데, 이는 두 개의 균열선단 특이응력항 $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 와 $\sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 가 T-응력 계산시 발생하는 부정확성을 서로 상쇄시킨다는 점에 착안하고 있다.⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} T^i &= T(\phi^i, r^i, \theta^i) \\ &= [\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)] \\ &\quad - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} [f_{xx}(r^i, \theta^i) - f_{yy}(r^i, \theta^i)] \end{aligned} \quad (3)$$

이와 같은 내용을 바탕으로 유한요소해석에서 얻어지는 응력값들로부터 T-응력을 계산하는 후처리 프로그램을 작성하였다. 작성된 프로그램의 정확성을 검증하기 위해, 반타원 표면균열을 갖는 평판에 대해 Nakamura와 Parks⁽⁷⁾의 Interaction Integral에 의해 얻어진 T-응력값들과 본 프로그램으로 계산한 T-응력값들을 비교하였다.

Fig. 4에는 각각 인장과 굽힘하중을 받는 평판 내의 반타원 표면균열선단을 따른 T-응력값들이 비교되어있다. 여기서 σ_a 는 인장시 평균 작용응력으로 $\sigma_a = F/bt$, 굽힘시는 최대 작용응력으로 $\sigma_a = 6M/bt^2$ 이다.[Fig. 1(a) 참조] 인장시는 균열자유면 ($\phi = 90^\circ$) 경계근처를 제외한 영역에서 5% 미만의 오차를, 굽힘시에는 균열중심 부근을 제외한 영역에서 5% 미만의 오차를 보이며 두 가지 다른 방법으로 구한 T-응력값들이 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

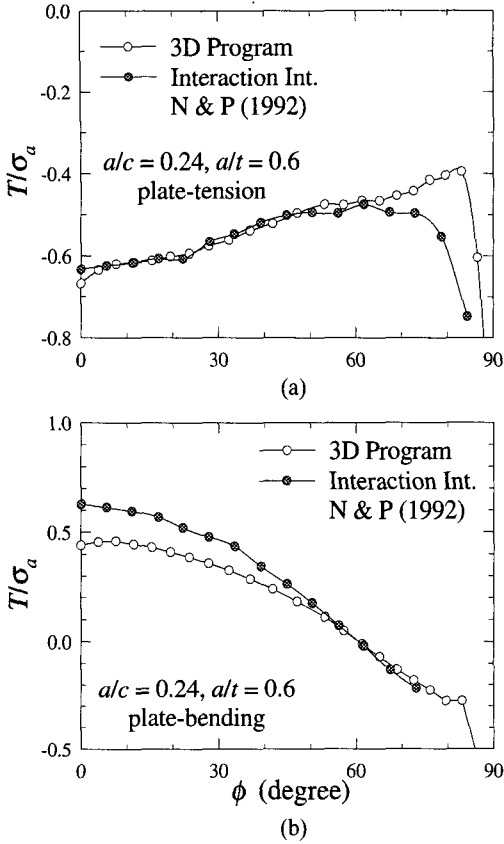


Fig. 4 Normalized T -distribution along the crack front of a deep-cracked plate evaluated by two different methods : (a) remote tension and (b) remote bending

3. 탄성계수 불일치 이중접합재

기능적인 요구를 충족시키기 위해 두 종류의 재료가 종종 접합되어 사용된다. 이중접합재 중 상·하로 재료를 접합시켜 사용하는 경우와 가운데 부분에 다른 재료를 접합시켜 사용하는 두 가지 경우를 생각할 수 있다. 본 연구에서는 가운데 부분에 다른 재료가 접합되어 있고 가운데 재료의 중앙 대칭면에 반타원 표면균열이 존재할 경우를 해석모델로 선정하였다.(Fig. 5) 균질재와는 달리, 이중접합재에서는 시편형상, 하중상태뿐만 아니라 재료물성치의 차이가 균열선단에서의 응력장에 상당한 영향을 준다. 이러한 이해를 바탕으로 접합되는 두 재료의 탄성물성치중 탄성계수 차이가 주는 영향을 평판과 직관의 두 형상, 그리고 인장과 굽힘의 두 가지 하중조건에 대해 살펴보았다. 또한

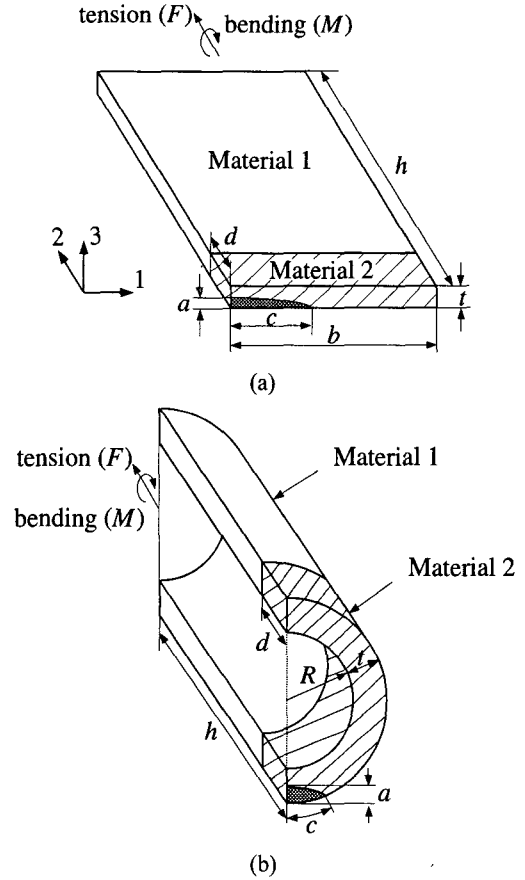


Fig. 5 Schematic diagram of one-quarter of elliptical surface-cracked bimaterial (a) plate and (b) pipe

접합재의 높이변화가 균열선단에 미치는 영향을 J - T 변화를 통해 정량적으로 조사하였다.

기하형상과 하중의 대칭성을 고려하여, 반타원 표면균열을 갖는 이중접합재 평판과 직관의 1/4 형상만을 Fig. 5에 나타내었다. 앞 장에서 기술된 3차원 요소망 자동생성 프로그램을 사용하여 이와 같은 구조물들을 유한요소 모델링하였다. 이 평판의 전체 길이는 $2h$, 전체 폭은 $2b$, 가운데 접합재의 전체 길이는 $2d$, 그리고 두께는 t 이다. 또한 직관의 전체 길이는 $2h$, 내경은 R , 가운데 접합재의 전체 길이는 $2d$, 그리고 두께는 t 이다. 반타원 표면균열은 평판의 경우 평판중심에 위치하며, 직관의 경우 직관 중심 외측에 위치한다. 여기서 최대균열깊이는 a , 표면 균열의 길이는 $2c$ 이다. 탄성 유한요소해석에 사용된 평판의 치수는 $b/t = 8$, $h/t = 16$, $a/t = 0.6$, $a/c = 0.24$ 그리고 $t = 5\text{mm}$ 이며, 직관의 경우는 $R/t = 6.67$, $h/t = 33.3$, $a/t = 0.5$, $a/c = 0.3$ 그리고 $t = 3\text{mm}$ 이다.

3.1 탄성계수 불일치 이중접합재 평판

인장과 굽힘하중시 이중접합재 평판에서 재료1의 탄성계수와 재료2의 탄성계수 [Fig. 5(a) 참조]의 비 $E_1/E_2 = 2.90, 0.35$ [steel ($E = 200$ GPa) & aluminum ($E = 70$ GPa)]인 경우에 대해, 접합재 높이와 두께의 비 d/t 를 0.3, 0.5, 0.7, 1.0으로 변화시키면서 균열선단에서 J - T 두 변수의 변화를 살펴보았다. Fig. 6, 7에는 각각 $E_1/E_2 = 2.90, 0.35$ 인 경우 평판에서 인장과 굽힘하중시 접합재 높이 변화에 따른 J -적분값과 T -응력값들이 표면균열선단을 따라 각각 $EJ/(\sigma_a^2 t)$, T/σ_a 의 형태로 무차원화되어 나타나 있다. 여기서 σ_a 는 인장하중시 평균 작용응력으로 $\sigma_a = F/bt$, 굽힘하중시는 최대 작용응력으로 $\sigma_a = 6M/bt^2$ 이다. [Fig. 5(a) 참조]

J -적분값은 $E_1/E_2 = 2.90$ 인 경우, 인장과 굽힘하중 모두, d/t 가 작은 경우는 탄성계수가 큰 위쪽 재료 E_1 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이지만, d/t 가 증가할수록 점점 탄성계수가 작은 아래쪽 재료 E_2 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이게 된다. 또한 $E_1/E_2 = 0.35$ 인 경우에도 J -적분값은 d/t 가 작은 경우는 탄성계수가 작은 위쪽 재료 E_1 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이지만, d/t 가 증가할수록 점점 탄성계수가 큰 아래쪽 재료 E_2 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이게 된다. 즉 가운데 접합재의 높이가 적당히 커지게 되면 표면균열에서 이중접합재의 특성은 사라지게 되고, 가운데 부분에 접합되는 접합재만의 균질특성을 나타내게 됨을 알 수 있다.

T -응력의 경우는 J -적분값과는 다르게 탄성계수의 값이 달라도 균질재이면 동일한 T -응력 분포를 갖는다. 이는 2차변수 T -응력이 기하형상, 하중상태 그리고 하중크기만을 반영하는 파괴변수이기 때문이다. 또한 인장과 굽힘하중 모두 d/t 가 증가할수록 점점 균질재와 같은 T -응력 분포를 갖는다. 이는 J -적분값에서 관찰된 것과 동일하게 접합재의 높이가 적당히 커지게 되면 표면균열에서 이중접합재의 특성이 사라지기 때문이다. 한편 인장과 굽힘하중시 모두 $E_1/E_2 = 2.90$ 인 경우는 d/t 가 작을수록 T -응력은 더 작은 음의 값을 갖게 되고, $E_1/E_2 = 0.35$ 인 경우는 d/t 가 작을수록 T -응력은 양에 가까운 값을 갖게 된다. 이는 탄성계수가 작은 재료는 아래쪽에서 균열부의 구속상태를 완화시켜주고, 탄성계수가 큰 재료는 아래쪽에서 구속상태를 크게하는 역할을 하기 때문이다.

3.2 탄성계수 불일치 이중접합재 직관

인장과 굽힘하중시 이중접합재 직관에서 재료1의 탄성계수와 재료2의 탄성계수 [Fig. 5(b) 참조]의 비 $E_1/E_2 = 2.90, 0.35$ [steel ($E = 200$ GPa) & aluminum ($E = 70$ GPa)]인 경우에 대해, 접합재 높이와 두께의 비 d/t 를 0.3, 0.5, 0.7, 1.0으로 변화시키면서 균열선단에서 J - T 두 변수의 변화를 살펴보았다. Fig. 8, 9에는 각각 $E_1/E_2 = 2.90, 0.35$ 인 경우 직관에서 인장과 굽힘시 접합재 높이 변화에 따른 J -적분값과 T -응력값들이 각각 $EJ/(\sigma_a^2 t)$, T/σ_a 의 형태로 무차원화되어 나타나 있다. 여기서 σ_a 는 인장시는 평균 작용응력 $\sigma_a = F/[\pi(R+t/2)t]$, 굽힘시는 최대 작용응력으로 $\sigma_a = 8M(R+t)/\pi[(R+t)^4 - R^4]$ 이다. [Fig. 5(b) 참조]

J -적분값은 $E_1/E_2 = 2.90$ 인 경우, 인장과 굽힘하중 모두, d/t 가 작은 경우는 탄성계수가 큰 위쪽 재료 E_1 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이지만, d/t 가 증가할수록 점점 탄성계수가 작은 아래쪽 재료 E_2 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이게 된다. 또한 $E_1/E_2 = 0.35$ 인 경우에도 J -적분값은 d/t 가 작은 경우는 탄성계수가 작은 위쪽 재료 E_1 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이지만, d/t 가 증가할수록 점점 탄성계수가 큰 아래쪽 재료 E_2 의 균질재와 유사한 J 값 분포를 보이게 된다. 즉 평판에서와 동일하게 가운데 접합재의 높이가 적당히 커지게 되면 표면균열에서 이중접합재의 특성은 사라지게 되고, 가운데 접합재만의 특성을 나타내게 됨을 알 수 있다.

T -응력의 경우도 인장과 굽힘하중시 모두 평판과 동일한 변화를 보이게 된다. 즉 직관의 인장과 굽힘하중에서도 균질재인 경우 모두 같은 T -응력 분포를 갖고, 탄성계수 차이가 있는 경우는 d/t 가 증가할수록 점점 균질재와 같은 T -응력 분포를 갖는다. 또한 $E_1/E_2 = 2.90$ 인 경우는 d/t 가 작을수록 T -응력은 더 작은 음의 값을 갖게 되고, $E_1/E_2 = 0.35$ 인 경우는 d/t 가 작을수록 T -응력은 양에 가까운 값을 갖게 된다. 이는 직관에서도 탄성계수가 작은 재료는 아래쪽에서 균열부의 구속상태를 완화시켜주고, 탄성계수가 큰 재료는 아래쪽에서 구속상태를 크게하는 역할을 하기 때문이다. 한편 굽힘하중시 반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관의 균열선단을 따른 J - T 분포가 다른 이유는 평판과 직관의 구조적 굽힘강성이 서로 다르기에 기인함을 주목할 필요가 있다.

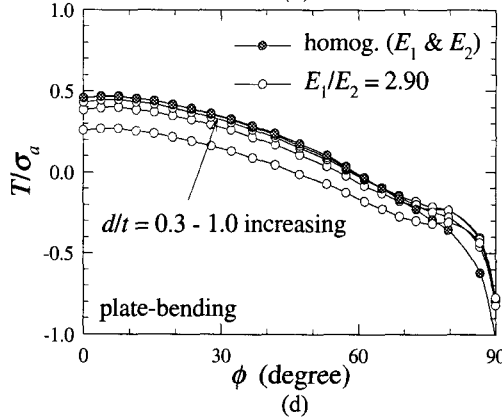
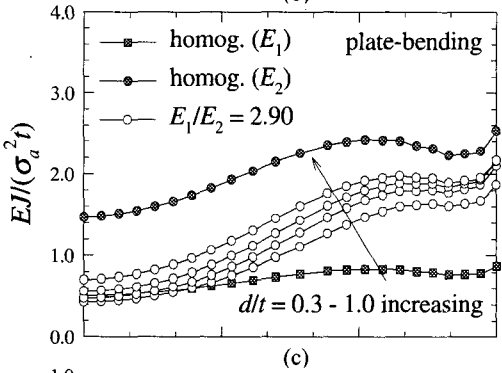
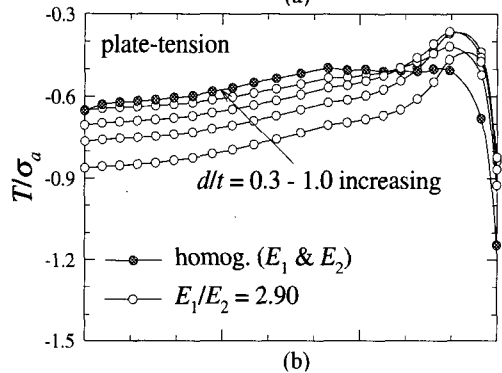
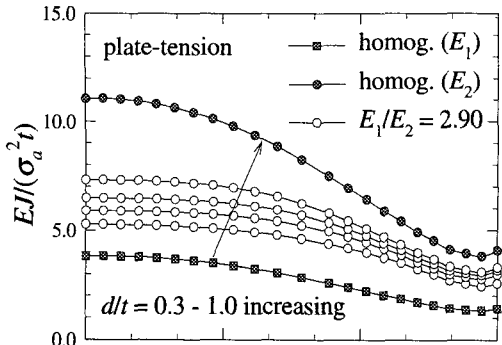


Fig. 6 Normalized J - T along the crack front of plate under remote tension [(a), (b)] and bending [(c), (d)] for various d/t ($E_1/E_2 = 2.90$)

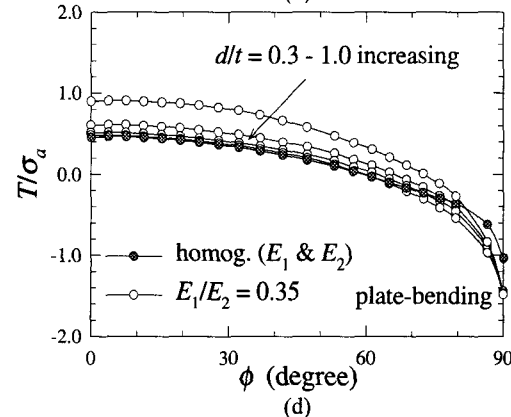
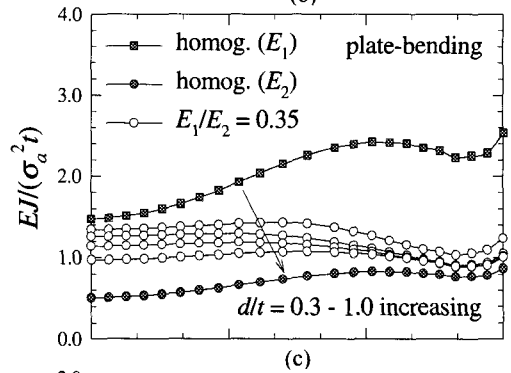
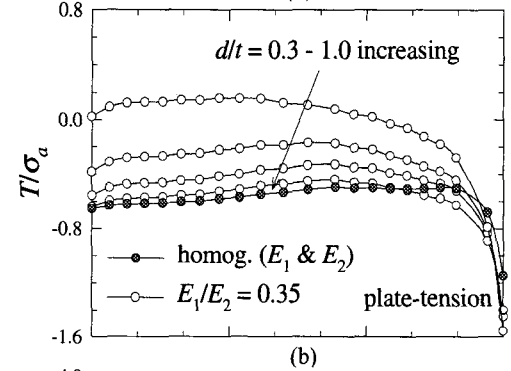
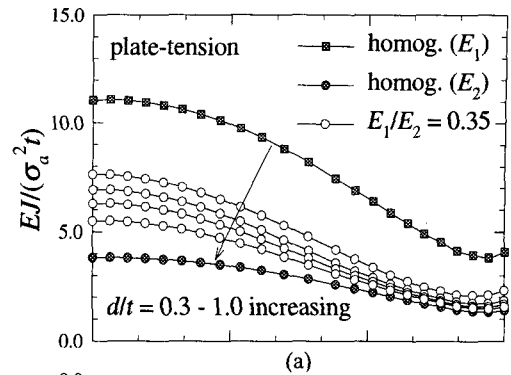
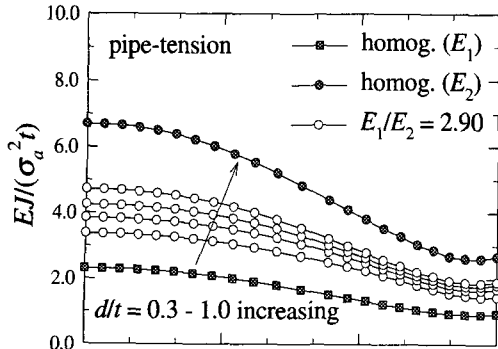
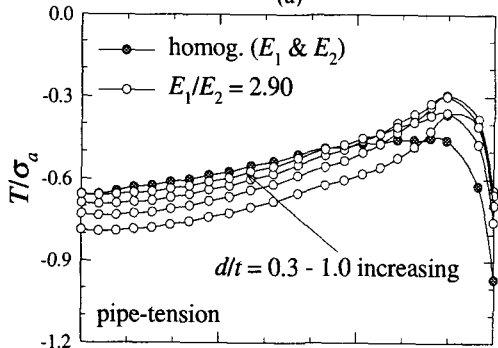


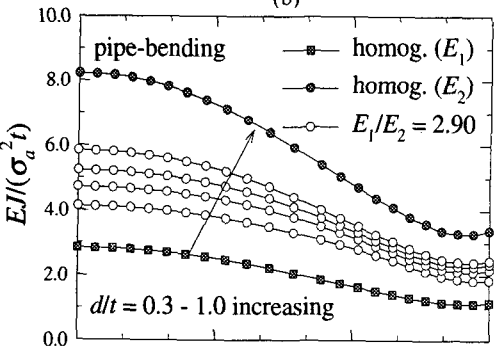
Fig. 7 Normalized J - T along the crack front of plate under remote tension [(a), (b)] and bending [(c), (d)] for various d/t ($E_1/E_2 = 0.35$)



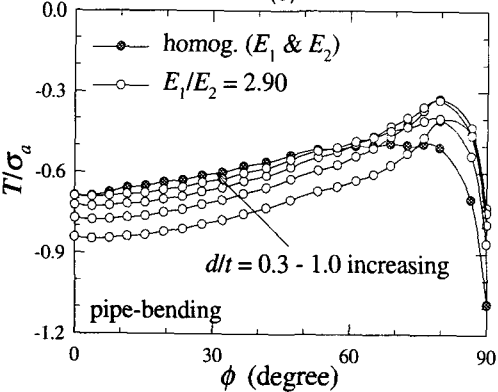
(a)



(b)

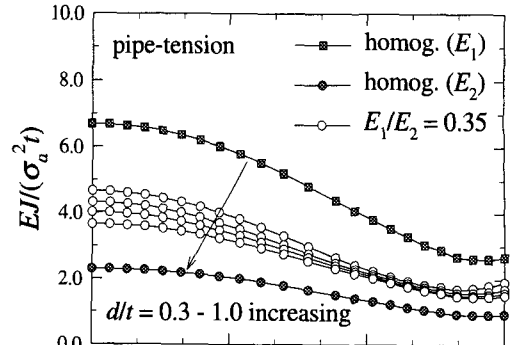


(c)

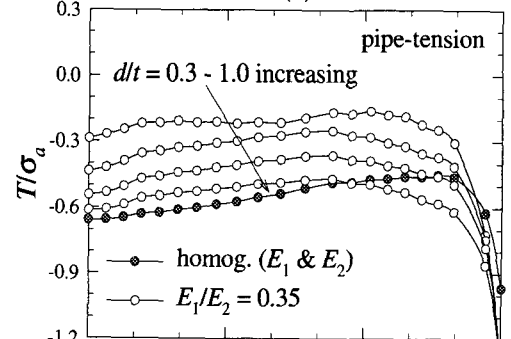


(d)

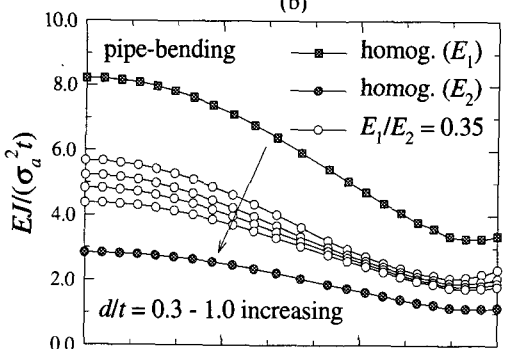
Fig. 8 Normalized J - T along the crack front of pipe under remote tension [(a), (b)] and bending [(c), (d)] for various d/t ($E_1/E_2 = 2.90$)



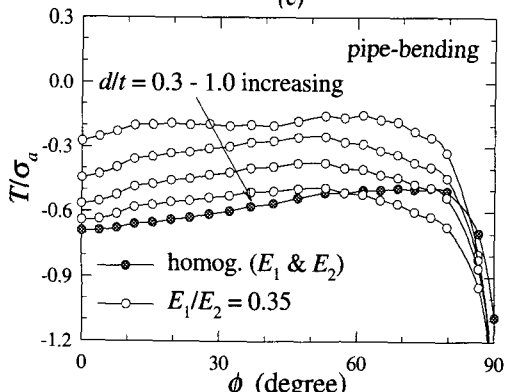
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 9 Normalized J - T along the crack front of pipe under remote tension [(a), (b)] and bending [(c), (d)] for various d/t ($E_1/E_2 = 0.35$)

4. 항복강도 불일치 용접부

4.1 균열선단 응력장

균열선단으로부터 거리 $r=2J/\sigma_0$ 만큼 떨어진 위치에서, T -응력 변화에 따른 탄성-완전소성재료 균열면의 삼축응력 ($\sigma_m/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$) 변화와 균열열림 응력 ($\sigma_{22}/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$) 변화가 Fig. 10에 나타나 있다. 이를 통해 탄성-완전소성재료의 T -응력이 균열선단 삼축응력과 균열열림응력에 끼치는 영향을 명확하게 알 수 있다. 이 경우 다음과 같은 보간식을 통해 탄성 T -응력에 따른 탄성-완전소성재료의 응력장을 정확히 예측할 수 있다.⁽⁸⁾

$$-0.7 \leq \tau \leq 0.7; \tag{4}$$

$$(\sigma_m/\sigma_0)_{\theta=0^\circ} = C_1 + C_2 \tau + C_3 \tau^2$$

$$-0.7 \leq \tau \leq 0.7; \tag{5}$$

$$(\sigma_{22}/\sigma_0)_{\theta=0^\circ} = C_1' + C_2' \tau + C_3' \tau^2$$

여기서 $\tau = T/\sigma_0$, T 는 탄성 T -응력, σ_0 는 항복강도 그리고 회귀계수들 $(C_1, C_2, C_3) = (2.26, 0.68, -0.81)$, $(C_1', C_2', C_3') = (2.26+0.577, 0.68, -0.81)$ 이다. 탄성-완전소성 균질재료에서 균열선단 소성역 깊숙한 안쪽의 Prandtl 응력장은 Fig. 11과 같이 3개의 특성역 (영역 I, II, III)으로 구성된다.⁽⁹⁾ 영역 I ($135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)의 응력상태는 항복조건과 자유면 경계조건으로부터 다음과 같은 균질상태로 유도된다. 여기서 θ 의 범위는 상하대칭을 고려하여 상반부를 기준으로 표현한 것이고, 아래식에서 $k (= \sigma_0/\sqrt{3})$ 는 전단항복강도이다.

$$\sigma_{rr} = k(1 + \cos 2\theta) \tag{6a}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = k(1 - \cos 2\theta) \tag{6b}$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_m = k \tag{6c}$$

$$\sigma_{r\theta} = k \sin 2\theta \tag{6d}$$

Fan 영역 II ($45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$)에서는 Hencky의 평형 방정식 ($d\sigma_m = -2kd\theta$)에 준하여, σ_m 이 각도 변화에 따라 선형적으로 변화하게 되는데, 영역 II의 응력상태는 다음과 같다.

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = \sigma_m = k(1 + 3\pi/2 - 2\theta) \tag{7a}$$

$$\sigma_{r\theta} = k \tag{7b}$$

영역 III ($0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$)는 균열선단 바로 앞에 위치하는 영역으로 다음과 같은 균열응력상태를 가진다.

$$\sigma_{rr} = k(\pi + 1 - \cos 2\theta) \tag{8a}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = k(\pi + 1 + \cos 2\theta) \tag{8b}$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_m = k(1 + \pi) \tag{8c}$$

$$\sigma_{r\theta} = k \sin 2\theta \tag{8d}$$

특히 영역 III의 $\theta=0^\circ$ 인 위치에서는 식 (8)과 같이 $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{22} = k(\pi + 2)$ 이고, $\sigma_m = k(1 + \pi)$ 이므로 두 응력값의 차이는 단순히 k 가 된다. 이로 인해 탄성-완전소성재료에서 식 (4)의 삼축응력과 식 (5)의 균열열림응력의 차이는 k 값인 $0.577 \sigma_0$ 이 된다.

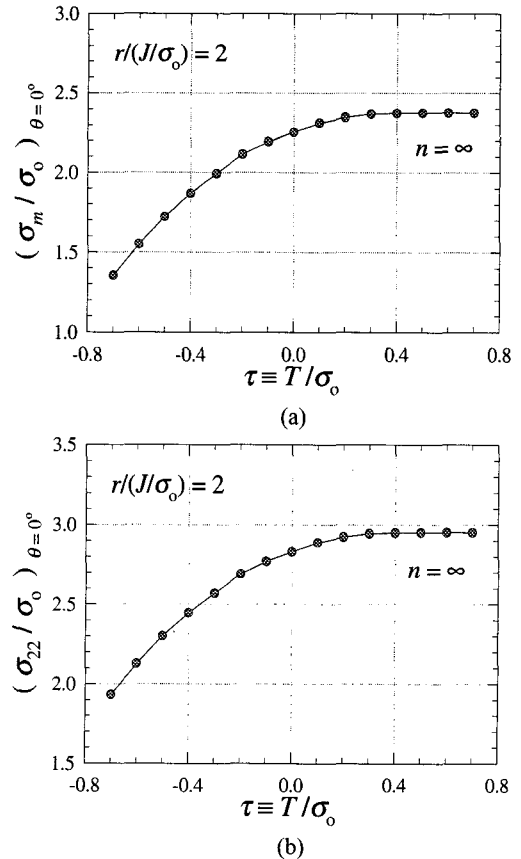


Fig. 10 Normalized (a) hydrostatic stress and (b) crack-tip opening stress at various values of T -stress for elastic-perfectly plastic material

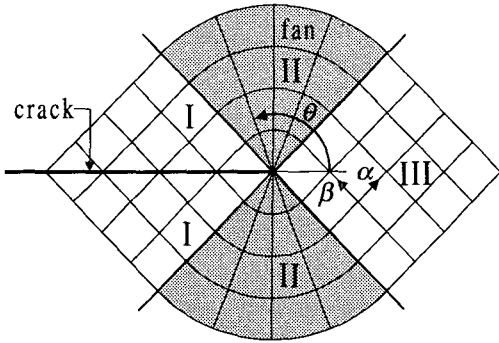


Fig. 11 The Prandtl slip line field

4.2 반타원 표면균열을 갖는 평판

기하형상과 하중의 대칭성을 고려하여, 앞 장과 같이 반타원 표면균열을 갖는 평판의 1/4 형상만을 (Fig. 5) 유한요소 모델링하였다. 인장과 굽힘의 두 가지 하중조건에 대해 탄·소성 유한요소해석을 수행한 후, 균질재료의 작용응력 크기에 따른 삼축 응력상태와 균열열림응력을 살펴보았다. 또한 항복 강도차이가 주는 영향도 정량적으로 조사하였다. 한편 탄·소성 유한요소해석 응력값들과 탄성 T -응력에 의해 예측된 응력값들과의 비교를 통해 J - T 접근방법의 유효성을 검증하였다. 해석에 사용된 평판의 치수는 $b/t = 8$, $h/t = 16$, $a/t = 0.6$, $a/c = 0.24$, $d/t = 1$ 그리고 $t = 5\text{mm}$ 이다.

주어진 기하 및 균열형상의 탄성-완전소성 균질재에 대해 인장하중을 비균열체 항복하중의 0.2, 0.26, 0.49, 0.6배의 네 가지 하중크기에 대해서 “탄·소성” 유한요소해석을 수행하였다. 또한 탄성-완전소성 재료2와 탄성-완전소성재료1 (Fig. 5)의 항복강도 비 $[(\sigma_c)_2]/(\sigma_c)_1$ 가 각각 1.5, 2.0인 이중접합체에 대해 비균열체 항복하중의 0.6배를 인장하중으로 가하여 탄·소성 유한요소해석을 수행하였다. 작용 하중 (Σ^∞)의 크기는 비균열체를 기준으로 표현하였기 때문에, 주어진 균열체의 균열평면에 실제 작용하는 하중 (Σ_n^∞)은 표현된 작용하중보다 약 1.2배 정도 큰 값을 갖게 된다 ($\Sigma^\infty = 0.6$ 인 경우, $\Sigma_n^\infty = 0.72$). Fig. 12(a)-(b)에는 균열선단으로부터 거리 $r = 2J/\sigma_c$ 만큼 떨어진 위치에서 각 하중크기에 대한 유한요소해석으로부터 직접 얻은 삼축응력/균열열림응력값들과 식 (4), (5)에 의해 예측된 삼축 응력/균열열림응력값들의 비가 나타나 있다. 예측식에 사용된 T -응력은 같은 기하 및 균열형상의 평판

에서 인장하중시 “탄성” 유한요소해석을 수행하여 얻어진 값들이다. 삼축응력의 경우 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합체의 삼축응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 더욱 감소하게 된다. 한편 균열열림응력의 경우는 하중 크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계 근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 5% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합체의 균열열림응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 더욱 감소하게 된다.

주어진 기하 및 균열형상의 탄성-완전소성 균질재에 대해 굽힘하중을 비균열체 항복하중의 0.38, 0.6배의 두 가지 하중크기에 대해서 “탄·소성” 유한요소해석을 수행하였다. 또한 탄성-완전소성재료2와 탄성-완전소성재료1의 항복강도 비 $[(\sigma_c)_2]/(\sigma_c)_1$ 가 각각 1.5, 2.0인 이중접합체에 대해 비균열체 항복하중의 0.6배를 굽힘하중으로 가하여 탄·소성 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 12(c)-(d)에는 균열선단으로부터 거리 $r = 2J/\sigma_c$ 만큼 떨어진 위치에서 각 하중 크기에 대한 유한요소해석의 “탄·소성” 삼축응력/균열열림응력값들과 식 (4), (5)에 의해 예측된 삼축 응력/균열열림응력값들의 비가 나타나 있다. 예측식에 사용된 T -응력은 같은 기하 및 균열형상의 평판에서 굽힘하중시 3차원 “탄성” 유한요소해석을 수행하여 얻어진 값들이다. 삼축응력의 경우 균열중심 부근을 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 한편 균열열림응력의 경우는 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 균열중심 ($\phi = 0^\circ$) 근처를 제외한 영역에서 두 하중크기에 대해 오차율은 7% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 균열중심에서 유한요소해석값과 예측식의 차이가 큰 이유를 살펴보면, $a/t = 0.6$ 과 같이 깊은 균열을 갖는 평판의 굽힘하중시 균열중심에서 J 값은 상대적으로 작은 값을 갖게 되고, 이로 인해 $r = 2J/\sigma_c$ 인 위치는 수치해석적 정확성이 떨어지는 균열선단에 매우 근접한 영역이 되기 때문으로 판단된다. 즉 항복강도가 크고 최대균열 깊이가 큰 평판에 작은 굽힘하중이 작용할 경우, 응력예측의 오차가 비교적 커질 수 있다.

4.3 반타원 표면균열을 갖는 직관

기하형상과 하중의 대칭성을 고려하여, 평판과 같이 반타원 표면균열을 갖는 직관의 1/4 형상만을 (Fig. 5) 유한요소 모델링하였다. 인장과 굽힘의 두 가지 하중조건에 대해 탄·소성 유한요소해석을 수행한 후, 탄성-완전소성 균질재료의 작용응력 크기에 따른 삼축응력상태와 균열열림응력을 살펴 보았다. 또한 항복강도차이가 주는 영향도 정량적으로 조사하였다. 한편 탄·소성 유한요소해석 응력 값들과 탄성 T -응력에 의해 예측된 응력값들과의 비교를 통해 J - T 접근방법의 유효성을 검증하였다. 해석에 사용된 직관의 치수는 $R/t = 6.67$, $h/t = 33.3$, $a/t = 0.5$, $a/c = 0.3$, $d/t = 1$ 그리고 $t = 3\text{mm}$ 이다.

주어진 기하 및 균열형상의 탄성-완전소성 균질재에 대해 인장하중을 비균열체 항복하중의 0.21, 0.39, 0.6배의 세 가지 하중크기에 대해서 “탄·소성” 유한요소해석을 수행하였다. 또한 탄성-완전소성 재료2와 탄성-완전소성재료1 (Fig. 5)의 항복강도 비 $[(\sigma_0)_2]/[(\sigma_0)_1]$ 가 각각 1.5, 2.0인 이중접합재에 대해 비균열체 항복하중의 0.6배를 인장하중으로 가하여 탄·소성 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 13(a)-(b)에는 균열선단으로부터 거리 $r = 2J/\sigma_0$ 만큼 떨어진 위치에서 각 하중크기에 대한 유한요소해석의 삼축응력/균열열림응력값들과 식 (4), (5)에 의해 예측된 삼축응력/균열열림응력값들의 비가 나타나 있다. 예측식에 사용된 T -응력은 같은 기하 및 균열형상의 직관에서 인장하중시 “탄성” 유한요소해석을 수행하여 얻어진 값들이다. 삼축응력의 경우 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합재의 삼축응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 더욱 감소하게 된다. 균열열림응력의 경우는 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 3% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합재의 균열열림응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 약 1%정도 증가하게 된다.

주어진 기하 및 균열형상의 탄성-완전소성 균질재에 대해 굽힘하중을 비균열체 항복하중의 0.28, 0.51, 0.6배의 세 가지 하중크기에 대해서 “탄·소성”

유한요소해석을 수행하였다. 또한 탄성-완전소성 재료2와 탄성-완전소성재료1 (Fig. 5)의 항복강도 비 $[(\sigma_0)_2]/[(\sigma_0)_1]$ 가 각각 1.5, 2.0인 이중접합재에 대해 비균열체 항복하중의 0.6배를 굽힘하중으로 가하여 탄·소성 유한요소해석을 수행하였다. Fig. 13(c)-(d)에는 균열선단으로부터 거리 $r = 2J/\sigma_0$ 만큼 떨어진 위치에서 각 하중크기에 대한 유한요소해석의 삼축응력/균열열림응력값들과 식 (4), (5)에 의해 예측된 삼축응력/균열열림응력값들의 비가 나타나 있다. 예측식에 사용된 T -응력은 같은 기하 및 균열형상의 직관에서 굽힘하중시 “탄성” 유한요소해석을 수행하여 얻어진 값들이다. 삼축응력의 경우 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합재의 삼축응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 더욱 감소하게 된다. 균열열림응력의 경우는 하중크기가 작을수록 오차는 작아지며, 자유면 경계근처를 제외한 영역에서 모든 하중크기에 대해 오차율은 3% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이중접합재의 균열열림응력값들은 균질재에 비해 높은 수준의 응력값들을 보이므로 오차는 약 1%정도 증가하게 된다. 한편 평판의 굽힘하중시와는 달리 직관에서는 균열중심에서 응력값들의 큰 오차가 발생되지 않는다. 그 이유는 직관의 구조적 강성으로 인해 굽힘하중시에도 인장하중과 같은 동일한 하중성분들이 균열선단에 작용하여 균열중심에서도 큰 J 값을 갖기 때문이다. 반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관의 인장, 굽힘 하중에서 자유면 경계근처 ($\phi = 90^\circ$)의 균열선단은 복잡한 3차원적 형상 및 평면응력조건으로 인해 평면변형률조건에서 유도한 응력 예측식들 식 (4), (5)와는 잘 일치하지 않게 된다.

이와 같이 반타원 표면균열을 갖는 평판/직관의 인장/굽힘하중시 3차원 탄·소성 유한요소해석을 통해, 균열선단에서 실제 응력장을 살펴보았다. 또한 이러한 3차원 탄·소성 유한요소해석들로부터 얻어진 응력장과 탄성 T -응력을 이용하여 예측한 응력장과 비교를 통해, 실제적인 3차원 구조형상에서 J - T 두 변수에 기초한 탄·소성 파괴역학적 접근방법의 확장된 유효성을 정량적으로 조사하였다.

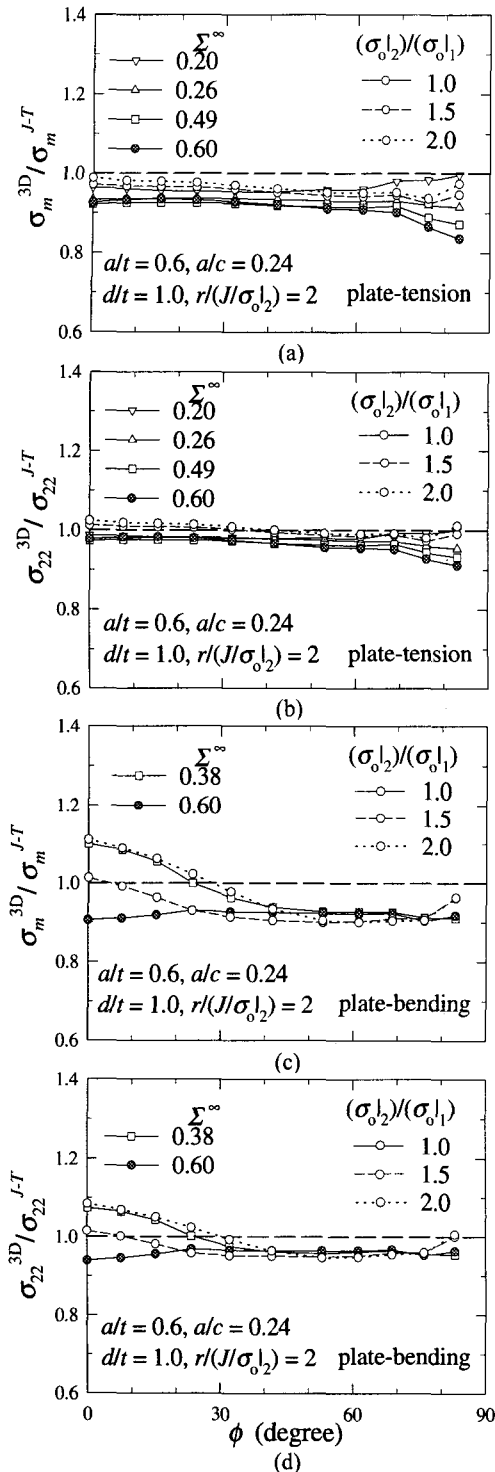


Fig. 12 Hydrostatic and crack-tip opening stress normalized by the $J-T$ solution of plate under remote tension [(a), (b)], and bending [(c), (d)] for various load levels & materials

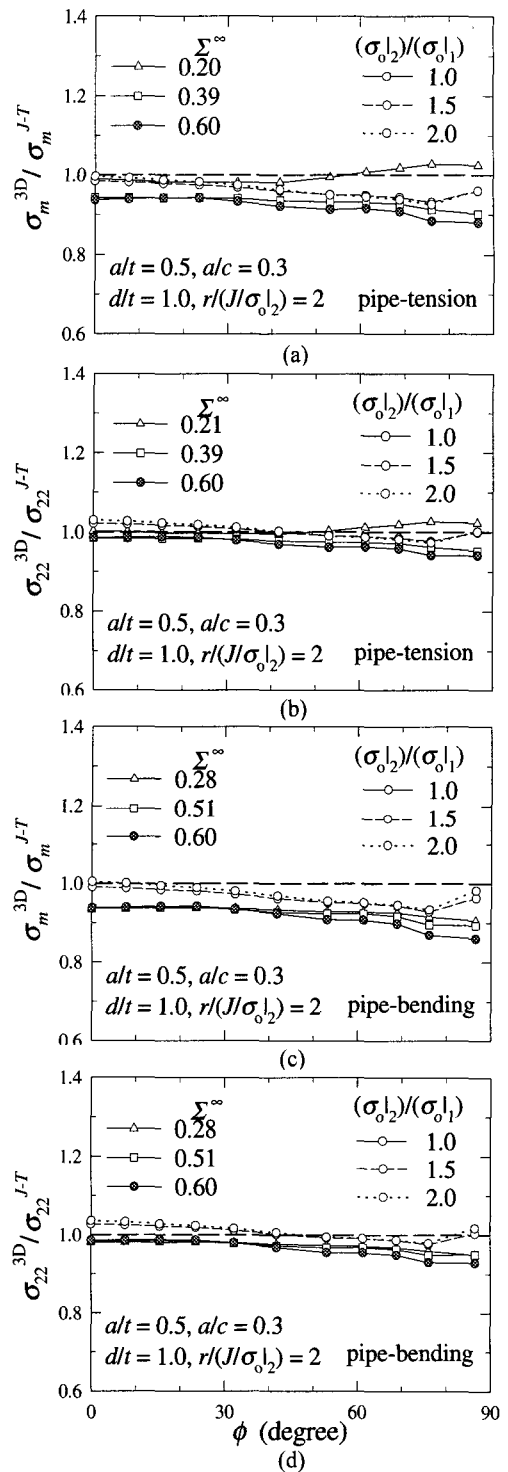


Fig. 13 Hydrostatic and crack-tip opening stress normalized by the $J-T$ solution of pipe under remote tension [(a), (b)], and bending [(c), (d)] for various load levels & materials

5. 결론

참고문헌

본 연구에서는 먼저 반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관에 대한 3차원 요소망 자동생성 프로그램과 (3차원 유한요소해석후 얻어지는 응력장을 이용하여 2차변수를 계산하는) T -응력 계산 후처리 프로그램을 작성하였다. 이러한 3차원 균열해석 프로그램들을 이용한 유한요소해석으로부터 다음과 같은 사항들을 도출할 수 있었다.

(1) 평판, 직관의 인장과 굽힘하중시 탄성계수가 작은 재료가 가운데 부분에 접합되게 되면 접합재 높이가 낮을수록 J -적분값은 작은 값을 갖게 되고, T -응력값은 보다 작은 음의 값을 갖게 된다. 반면에 탄성계수가 큰 재료가 가운데 부분에 접합되게 되면 이와 상반된 경향을 보인다.

(2) 탄성계수가 작은 재료가 가운데 부분에 접합된 이중구조의 경우, 가운데 부분과 동일한 탄성계수를 갖는 균질재료구조에 비해, 균열이 잘 진전되지 않으며, 균열이 진전하여도 완화된 구속상태로 인해 안정적인 균열진전이 가능하다.

(3) 평판의 인장과 직관의 인장/굽힘시 반타원 표면균열은 두께방향으로 성장하게 되고, 평판의 굽힘시 반타원 표면균열은 측방향으로 성장하게 됨을 J 값을 통해 알 수 있다.

(4) 반타원 표면균열을 갖는 평판과 직관의 인장/굽힘하중시 균열선단에서의 응력장은 상당히 작은 구속상태를 갖기 때문에 1차변수 J -적분값만으로는 매우 보수적인 결과에 도달한다.

(5) 2차변수 T -응력의 향으로 표현되는 응력장 [식 (4)-(5)]을 사용하면, 1차변수 J -적분값만 사용할 때와는 달리, 삼축응력은 최대 10%, 균열열림 응력은 최대 7% 오차내에서 정확히 예측된다.

후 기

본 연구는 한국표준과학연구원 방재기술연구센터의 1998년 기관교육사업 위탁연구에 의해 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

- (1) Larsson, S. G. and Carlsson, A. J., 1973, "Influence of Non-singular Stress Terms and Specimen Geometry on Small-scale Yielding at Crack Tips in Elastic-plastic Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 21, pp. 263~277.
- (2) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 111~114.
- (3) Rice, J. R., 1974, "Limitations to the Small-scale Yielding Approximation for Crack-tip Plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 22, pp. 17~26.
- (4) Betegon, C. and Hancock, J. W., 1991, "Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 104~110.
- (5) ABAQUS *User's Manual*, 1995, Version 5.5 Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (6) Wang, Y. Y., 1991, *A Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields and Applications to Cleavage Fracture*, Chapter 1~4, Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- (7) Nakamura, T. and Parks, D. M., 1992, "Three-Dimensional Stress Field Near the Crack Front of a Thin Elastic Plate," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 805~813.
- (8) 이형일, 함종호, 김윤재, 1999, "수정된 경계층법에 의한 변형경화 이중접합재의 계면균열선단 구속상태 및 J -적분 고찰," 대한기계학회논문집 (A), 제23권, 제9호, pp. 1525~1535.
- (9) Du, Z. Z. and Hancock, J. W., 1991, "The Effect of Non-singular Stresses on Crack-tip Constraint," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, No. 4, pp. 555~567.