

폐루프를 포함하는 다물체계에 있어서 구동방법에 따른 구동력 및 조인트 반력 해석

이 병 훈* · 최 등 환**
(1999년 5월 6일 접수)

Analysis of Actuating and Joint Reaction Forces for Various Drivings in Multibody Systems with Closed-Loops

Byung Hoon Lee and Dong Hwan Choi

Key Words: Multibody System(다물체계), Inverse Dynamics(역동역학), Inverse Velocity Transformation(역속도 변환), Actuating Force(구동력), Joint Reaction Force(조인트 반력)

Abstract

Analysis of actuating forces and joint reaction forces are essential to determine the capacity of actuators, to control the system and to design the components. This paper presents an algorithm that calculates actuating forces(or torques) depending on the various driving types to produce a given system motion. The joint reaction forces(or torques) of multibody systems with closed-loops are analyzed in the Cartesian coordinate space using the inverse velocity transformation technique. Two numerical examples were carried out to verify the algorithm proposed.

1. 서 론

다물체계 동역학은 정동역학(forward dynamics)⁽¹⁾과 역동역학(inverse dynamics)^(2,3)으로 분류할 수 있으며, 전자는 시스템에 작용하는 힘을 알고 있을 때, 즉 주어진 외력에 대하여 시스템의 운동을 해석하는 분야이고, 후자는 주어진 운동을 하는데 필요한 구동력을 계산하는 분야이다. 구동력해석은 설계에 있어서 구동기의 용량결정 또는 역동역학적 힘 분석을 통한 로봇 등 다물체 기계 시스템의 제어를 위해 수행되는 해석이다. 이러한 구동력은 주어진 운동을 구속조건으로 생각하여 이 구속조건을 만족시키도록 조인트 또는 물체를 움직이는 구속력으로 해석하여 얻어진다.

본 논문에서는 시스템의 일반좌표수와 구속조건수가 같은 기구학적 시스템에 있어서 조인트 구동, 위치 구동, 상대거리 구동 등의 구동조건에 대한 구동력 해석을 수행한다. 이때 구동조건이 곡선자료로 주어질 경우에는 3차 스플라인(cubic spline) 보간법을 적용하여 각 구속조건에 대한 구속조건식을 수식화한다. 주어진 운동을 일으키는 구동력은 구속조건이 부과되는 물체나 물체들을 연결하는 조인트에 가해질 수 있다. 이때 구동력을 작용시키는 위치에 따라 그 형태와 크기가 다르며 따라서 조인트에 작용하는 반력도 다르게 된다. 본 논문에서는 어느 하나의 구동조건에 대하여 여러 형태의 구동방법으로 동일한 기구학적 운동을 구현하는 데 필요한 구동력(병진구동력 또는 조인트 구동토크)을 구하는 방법을 제시한다.

다물체계의 운동을 해석하는 데 있어서 운동방정식의 유도는 좌표의 선택에 따라 직교좌표(Cartesian coordinates)와 상대좌표(relative coordin-

* 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : mebhlee@hyowon.pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2305 FAX : (051)514-7640

** 부산대학교 대학원

ates)를 사용하는 두 가지 경우로 구분할 수 있다. 본 논문에서는 시스템을 초기에 정의하는 데 있어서는 직교좌표를 사용하고 운동방정식은 상대조인트좌표를 사용하여 최소한의 미분방정식과 대수방정식을 얻어 수치적인 효율성을 높일 수 있는 속도변환기법^(1,4)을 이용한다. 그리고 페루프를 포함하는 다물체계의 각 조인트에 걸리는 반력을 직교좌표공간에서 해석하는 문제에 있어서 상대좌표공간에서 해석한 구동력을 역속도변환행렬(inverse velocity transformation matrix)을 이용하여 직교력으로 변환하는 알고리즘⁽²⁾을 적용한다. 제시된 구동력 및 조인트 반력 해석방법의 타당성을 2가지 수치예제를 통하여 확인한다.

2. 운동방정식

Fig. 1에서 물체 i의 관성좌표계에 대한 위치는 이 물체에 설정한 이동좌표계 원점의 관성좌표계에 대한 위치 좌표 r^i , 이동좌표계의 자세를 나타내는 오일러 매개변수 $p^i (= [p_0^i \ p_1^i \ p_2^i \ p_3^i]^T)^T$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 물체 i의 절대좌표벡터 x^i 를 다음과 같이 나타낸다.

$$x^i = [r^i \ p^i]^T \quad (1)$$

물체 i의 상대조인트좌표는 그 물체의 기준물체(reference body)와의 조인트에서의 상대적 회전각 및 병진거리로 정의되며 조인트 유형에 따라

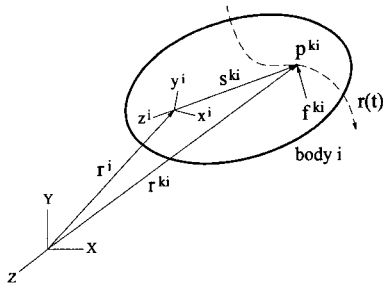


Fig. 1 Coordinate system and external forces acting on body i

운동형태 및 자유도 수가 결정된다. 기초물체(base body)의 상대조인트좌표는 그 물체의 직교좌표로서 정의한다. 본 논문에서는 이와 같이 정의되는 상대좌표를 물체 i의 일반좌표 q^i 로 한다. 일반적으로 시스템의 절대속도벡터 \dot{x} 는 다음과 같이 속도변환행렬 S^* 을 이용해서 일반속도벡터 \dot{q} 로 표현할 수 있다.⁽¹⁾

$$\dot{x} = S^* \dot{q} \quad (2)$$

시스템의 운동방정식을 라그랑지 방정식과 속도 및 가속도변환식을 이용하여 일반좌표로 유도한 결과⁽²⁾는 다음과 같다.

$$M^* \ddot{q} = Q^* - \Phi_q^T \lambda \quad (3)$$

$$M^* = S^{*T} M S^* \quad (4)$$

$$Q^* = S^{*T} [F - M \dot{S}^* \dot{q} - \dot{M} \dot{x} + \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right)^T] \quad (5)$$

여기서, M^* 은 시스템의 일반질량행렬, Q^* 는 일반반력벡터(generalized force vector), T 는 운동에너지, F 는 직교좌표공간에서의 외력벡터, Φ_q 는 구속조건식 ($\Phi = 0$)의 자코비안 행렬, λ 는 구속조건에 따른 라그랑지 승수이다.

한편, 구속조건식의 2차 시간미분($\Phi_q \ddot{q} = \gamma$)과 식 (3)을 결합하면 다음과 같은 미분방정식과 대수방정식의 합성형태로 나타나는 행렬형의 운동방정식을 얻게 된다.⁽¹⁾

$$\begin{bmatrix} M^* & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^* \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$\gamma = - \dot{\Phi}_q \dot{q} - \dot{\Phi}_t \quad (7)$$

이며, $\Phi_t = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$ 이다.

식 (6)으로부터 시스템의 일반좌표 공간에서의 운동 및 구속력을 구할 수 있으며 속도 및 가속도 변환식을 이용하여 절대운동으로 변환할 수 있다.

3. 구동조건 및 구동력

기구학적 조인트로 연결된 다물체 시스템에서 시스템의 구속조건 수가 시스템의 자유도 수와 같은 기구학적 시스템에서는 구속조건에 의하여 시스템의 운동 즉 위치, 속도, 가속도를 해석할 수 있으며, 원하는 운동을 구현하기 위해 여러 형태의 구동조건을 부과할 수 있다. 이러한 구동조건은 조인트 또는 물체의 임의 점에 가해질 수 있다. 본 논문에서는 일반적인 조인트 구동조건과 함께 위치 구동조건, 상대거리 구동조건에 대하여 각각의 자코비안 행렬과 가속도식의 우변항을 수식화하고, 상대좌표공간에서 표현된 운동방정식과 결합하여 원하는 운동을 구현하는데 필요한 구동력을 해석한다. 그리고 주어진 구동조건에 대하여 여러 형태의 구동방법으로 동일한 기구학적 운동을 구현하는 데 필요한 구동력을 해석하는 방법을 제시한다.

3.1 구동조건

3.1.1 조인트 구동

조인트 구동(joint driving)은 조인트좌표 q 가 시간의 함수 $q(t)$ 로 주어지는 경우로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi = q - q(t) = 0 \tag{8}$$

이 경우, 구속조건식이 조인트좌표로 기술되어 있으므로, 상대좌표에 대한 자코비안 행렬 ϕ_q 및 가속도식의 우변항 γ 는 구속조건식과 식 (7)로부터 간단히 유도될 수 있다.

3.1.2 위치 구동

위치 구동(point driving)은 임의 물체 상의 한 점의 위치를 구속하거나 주어진 운동을 하도록 부과되어지는 구속조건이다. Fig. 1에서와 같이 물체 i 의 임의 점 P^{ki} 의 위치 벡터 r^{ki} 가 시간의

함수 벡터 $r(t)$ 로 주어질 때 구속조건은 다음과 같다.

$$\phi = r^{ki} - r(t) = 0 \tag{9}$$

여기서,

$$r^{ki} = r^i + s^{ki} = r^i + A^i s^{ki'} \tag{10}$$

여기서, A^i 는 물체 i 의 이동좌표계 $x^i y^i z^i$ 로부터 관성좌표계 XYZ 으로의 좌표변환행렬이며, $s^{ki'}$ 은 물체 i 의 이동좌표계에 대한 물체 i 상의 임의 점 P^{ki} 까지의 위치 벡터이다.

이때 구동조건이 시간에 대한 곡선자료로 주어질 경우, 본 논문에서는 3차 스플라인 보간법을 이용하여 $r(t)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(t) = a_k + b_k(t-t_k) + c_k(t-t_k)^2 + d_k(t-t_k)^3 \tag{11}$$

여기서, $a_k \sim d_k$ 는 각 구간에서의 보간 계수이며, t_k 는 각 구간의 시작 시점을 나타낸다.

상대좌표에 대한 자코비안 행렬 ϕ_q 는 미분의 연쇄법칙을 이용하여 절대좌표에 대한 자코비안 행렬 ϕ_x 를 구한 후 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_q = \phi_x \frac{\partial x}{\partial q} = \phi_x \frac{\partial x}{\partial q} = \phi_x S^* \tag{12}$$

이때 구동이 물체 i 에 적용될 경우 ϕ_q 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_q &= \phi_{x^i} S^{i*} \\ &= [I_3 \quad -2E^i s^{ki'} + 2s^{ki'} p^{iT}] S^{i*} \end{aligned} \tag{13}$$

여기서, I_3 는 (3×3) 단위행렬이고, E^i 는 오일러 매개변수 p^i 로 이루어진 (3×4) 행렬이며, $s^{ki'}$

은 다음과 같이 정의되는 (4×4)행렬이다.

$$E^i = \begin{bmatrix} -p_1 & p_0 & -p_3 & p_2 \\ -p_2 & p_3 & p_0 & -p_1 \\ -p_3 & -p_2 & p_1 & p_0 \end{bmatrix}^i \quad (14)$$

$$S^{+ki'} = \begin{bmatrix} 0 & -s^{ki'T} \\ s^{ki'} & \tilde{s}^{ki'} \end{bmatrix} \quad (15)$$

구속조건식이 절대좌표의 함수로 기술되어 있을 때, 상대좌표에 대한 가속도식의 우변항 γ 는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \gamma &= -\dot{\phi}_q \dot{q} - \dot{\phi}_t \\ &= -(\dot{\phi}_x S^* + \phi_x \dot{S}^*) \dot{q} - \dot{\phi}_t \\ &= -(\phi_x \dot{x})_x - 2\phi_{xt} \dot{x} - \phi_x \dot{S}^* \dot{q} - \phi_{tt} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\dot{\phi}_t = -2 c_k - 6 d_k (t - t_k) \quad (17)$$

3.1.3 상대거리 구동

상대거리 구동(relative distance driving)은 임의 두 물체상의 두 점간의 거리를 구속하기 위해 부과되는 구동조건이며 다음과 같다.

$$\phi = l^T l - d(t) = 0 \quad (18)$$

여기서, l 은 Fig. 2에서 인접한 두 물체 i 와 j 의 임의의 두 점 P^{ki} 와 P^{kj} 의 거리벡터로서 다음 식과 같다.

$$l = r^i + s^{ki} - r^j - s^{kj} \quad (19)$$

$d(t)$ 는 앞의 위치구동에서 정의한 함수인 $r(t)$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d(t) = r(t)^T r(t) \quad (20)$$

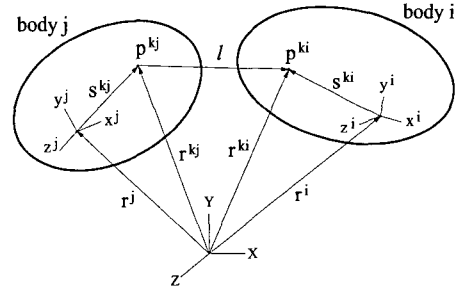


Fig. 2 Definition of distance vector

이 구동조건에 대한 자코비안 행렬 ϕ_q 는 식 (12)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_q &= \phi_{x^i} S^{ij*} \\ &= [\phi_{x^i} \quad \phi_{x^j}] \begin{bmatrix} S^{i*} \\ S^{j*} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서,

$$\phi_{x^i} = [2l^T \quad 4l^T (-E^i S^{+ki'} + s^{ki'} p^{iT})] \quad (22)$$

$$\phi_{x^j} = [-2l^T \quad 4l^T (E^j S^{+kj'} - s^{kj'} p^{jT})] \quad (23)$$

가속도식의 우변항 γ 는 식 (16)으로부터 위치 구동과 같이 구할 수 있으며, 이때 $\dot{\phi}_t$ 은 다음과 같다.

$$\dot{\phi}_t = -2 \dot{r}(t)^T \dot{r}(t) - 2 r(t)^T \ddot{r}(t) \quad (24)$$

여기서, $\dot{r}(t)$ 와 $\ddot{r}(t)$ 는 각각 $r(t)$ 의 시간에 대한 1차 및 2차 미분을 뜻한다.

3.2 구동력

구동조건을 상대좌표공간에서 유도하고 식 (6)의 운동방정식에 적용하여 풀면 조인트 구동토크가 구해진다. 그러나 이 구동조건에

다른 시스템의 운동은 다른 형태의 구동방법으로도 구현할 수 있는 데 이때의 구동력은 구동조건을 부과하는 위치에 따라 그 형태와 크기가 다르게 된다. 주어진 임의의 구동조건에 대하여, 여러 가지 구동방법에 따른 구동력(병진구동력 또는 조인트 구동토크)은 다음과 같은 과정을 통하여 구할 수 있다.

(1) 위치 구동 $\Phi^p(x, t) = 0$ 이 주어진 경우

1. 식 (13), (16)을 이용하여 구한 $\Phi_q^p(x, t)$ 와 γ 를 운동방정식 (6)에 적용하여 λ^p 를 구하고, $\Phi_q^{pT} \lambda^p$ 를 계산하여 조인트 구동토크를 구한다.
2. 주어진 위치 구동조건을 만족시키기 위한 두 점 사이의 상대거리 구동조건 $\Phi^d(x, t)$ 를 3차 스플라인 곡선함수로 계산한다.
3. $\Phi_x^{pT} \lambda^p$ 를 계산하여 위치 구속점에 대한 병진 구동력을 구한다.
4. $\Phi^d(x, t)$ 에서 식 (21)을 이용하여 $\Phi_q^d(x, t)$ 를 구한 후, 다음 식을 이용하여 λ^d 를 구한다.

$$\Phi_q^{pT} \lambda^p = \Phi_q^{dT} \lambda^d \quad (25)$$

5. $\Phi_x^{dT} \lambda^d$ 를 계산하여 상대거리 구속점에 대한 병진구동력을 구한다.

(2) 상대거리 구동 $\Phi^d(x, t) = 0$ 이 주어진 경우

1. 식 (21), (16)을 이용하여 구한 $\Phi_q^d(x, t)$ 와 γ 를 운동방정식 (6)에 적용하여 λ^d 를 구하고, $\Phi_q^{dT} \lambda^d$ 를 계산하여 조인트 구동토크를 구한다.
2. 주어진 상대거리 구동조건을 만족시키기 위한 임의 점의 위치 구동조건 $\Phi^p(x, t)$ 를 3차 스플라인 곡선함수로 계산한다.
3. $\Phi_x^{dT} \lambda^d$ 를 계산하여 상대거리 구속점에 대한 병진구동력을 구한다.
4. $\Phi^p(x, t)$ 에서 식 (13)을 이용하여 $\Phi_q^p(x, t)$ 를 구한 후, 식 (25)를 이용하여 λ^p 를 구한다.

5. $\Phi_x^{pT} \lambda^p$ 를 계산하여 위치 구속점에 대한 병진 구동력을 구한다.

(3) 조인트 구동 $\Phi^j(q, t) = 0$ 이 주어진 경우

1. 상대좌표공간에서 쉽게 유도되는 조인트 구동 조건의 가속도식을 운동방정식과 결합한 식 (6)에서 λ^j 를 구하고, $\Phi_q^{jT} \lambda^j$ 를 계산하여 조인트 구동토크를 구한다.
2. 주어진 조인트 구동조건을 만족시키기 위한 위치 구동조건 $\Phi^p(x, t)$ 및 상대거리 구동조건 $\Phi^d(x, t)$ 를 3차 스플라인 곡선함수로 계산한다.
3. $\Phi^p(x, t)$ 에서 식 (13)을 이용하여 $\Phi_q^p(x, t)$ 를 $\Phi^d(x, t)$ 에서 식 (21)을 이용하여 $\Phi_q^d(x, t)$ 를 각각 구한 후, 다음 식을 이용하여 λ^p 와 λ^d 를 구한다.

$$\Phi_q^{jT} \lambda^j = \Phi_q^{pT} \lambda^p = \Phi_q^{dT} \lambda^d \quad (26)$$

4. $\Phi_x^{pT} \lambda^p$ 와 $\Phi_x^{dT} \lambda^d$ 를 계산하여 위치 구속점 및 상대거리 구속점에 대한 병진구동력을 구한다.

위의 세 과정에서 $\Phi_x^T \lambda$ 는 구동력의 직교력벡터로서 다음 식으로부터 Fig. 1에 도시된 물체 i의 임의 점 P^{ki} 에 작용하는 실제 구동력 f^{ki} 를 구할 수 있다.

$$\Phi_x^T \lambda = \begin{bmatrix} f^{ki} \\ 2E^i T \tilde{S}^{ki} f^{ki} \end{bmatrix} \quad (27)$$

4. 조인트 반력

일반좌표공간에서 유도된 시스템의 운동방정식 (3)에서 우변 둘째 항 $\Phi_q^T \lambda$ 는 각 구동조건에 대한 조인트 구동력 및 폐쇄계의 조인트 절단에 따른 기구학적 구속조건 ($\Phi(x) = 0$)을 만족시키기 위한 조인트 구동력이다. 한편 시스템의 각

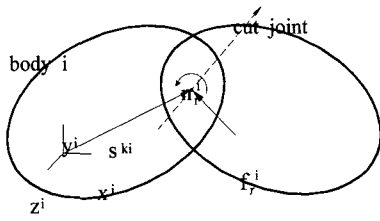


Fig. 3 A body with kinematic constraint

조인트에 걸리는 반력은 직교좌표공간에서 해석되어야 한다.

절대좌표로 표현된 구동조건 ($\Phi(x,t)$)과 기구학적 구속조건을 직교력벡터는 $\Phi_x^T \lambda$ 이며, 상대좌표로 표현된 조인트 구동조건 ($\Phi(q,t)$)에 대한 구동력 $\Phi_q^T \lambda$ 의 등가직교력은 역속도변환행렬⁽²⁾ R을 이용하여 $R^T \Phi_q^T \lambda$ 가 된다.

우선 Fig. 3과 같이 시스템을 개방루프(open loop) 구조로 만들기 위하여 이웃하는 물체와의 연결조인트가 절단된 물체 i의 조인트 반력 f_r^i 및 반작용 모멘트 n_r^i 는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\Phi_x^T \lambda = \begin{bmatrix} f_r^i \\ 2E^{iT} \tilde{s}^{ki} f_r^i + 2E^{iT} n_r^i \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서, 기구학적 구속조건에 따른 직교력벡터 $\Phi_x^T \lambda$ 는 식 (6)에서 계산되는 라그랑지 승수 λ 와 구속조건식의 절대좌표에 대한 자코비안 (Φ_x)으로 구할 수 있다.

다음 내향경로를 따라 각 조인트에 작용하는 반력을 해석하기 위하여 Fig. 4와 같이 조인트로 연결되어 이웃하는 세 물체를 고려한다. 물체 j와 h는 각각 물체 i의 내향경로 및 외향경로(outward path)상의 물체들이다. 직교좌표공간에서 물체 i의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M^i \ddot{x}^i = F_r^i + F_a^i + F_e^i - \dot{M}^i \dot{x}^i + \left(\frac{\partial T^i}{\partial x^i} \right)^T \quad (29)$$

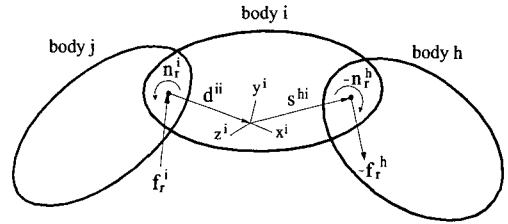


Fig. 4 Joint reaction forces acting on body i

여기서, M^i 는 질량행렬, T^i 는 운동에너지, F_a^i 는 구동조건 및 기구학적 구속조건에 따른 구동력의 직교력벡터, F_r^i 는 물체 h 및 j와의 조인트에 작용하는 조인트 반력의 직교력벡터, F_e^i 는 그 외의 외력에 대한 직교력벡터이며 조인트 반력벡터 F_r^i 는 다음과 같다.

$$F_r^i = \begin{bmatrix} (1 - \delta_{ii}) f_r^j - (1 - \delta_{ni}) f_r^h \\ (1 - \delta_{ii}) [2E^{iT} (-\tilde{d}^{ii} f_r^j) + 2E^{iT} n_r^j] \\ -(1 - \delta_{ni}) [2E^{iT} \tilde{s}^{hi} f_r^h + 2E^{iT} n_r^h] \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서, f_r^j , n_r^j 는 기준물체 j와의 조인트에서 물체 i에 작용하는 반력 및 반작용모멘트이다. 또한 δ_{ii} 와 δ_{ni} 의 하첨자 i와 n은 각각 기초물체와 말단물체 번호이며, δ_{ij} 는 Kronecker delta이다. 시스템의 절대 운동을 해석한 후 각 조인트에 걸리는 조인트 반력을 말단물체로부터 내향경로를 따라 순차적으로 계산하게 되며, 물체 i에 작용하는 반력(모멘트) f_r^i 및 n_r^i 는 식 (29), (30)으로부터 구할 수 있다.⁽²⁾

5. 수치예제

앞에서 제시한 주어진 구동조건에 대하여 여러 형태의 구동방식에 따른 구동력 해석과 폐쇄계에 대한 조인트 반력 해석방법의 타당성을 보이기 위하여 두 가지의 수치예제를 수행하였다.

5.1 3자유도 매니플레이터

Fig. 5는 3개의 아암이 회전 조인트(revolute joint)로 연결되어 있는 3자유도 매니플레이터이다. 각 물체는 반경이 3.0 cm인 실린더로 하고, 밀도는 7.07 g/cm^3 이며, 길이는 0.6 m, 1.0 m, 2.0 m로 모델링하였다. 본 논문에서 제안된 구동력 해석 알고리즘을 검증하기 위하여 4번 물체의 자세가 변하지 않도록 구속하면서 4번 물체의 끝점(end point)이 일정한 속도로 XY평면에서 반경 0.1 m의 원운동을 하도록 다음과 같은 3개의 위치 구동조건을 부여하였다.

$$\phi^1 = y^3 + s_y^3 - 0.1 \sin 2\pi t = 0 \quad (31)$$

$$\phi^2 = x^4 + s_x^4 + 0.1 \cos 2\pi t - 3.1 = 0 \quad (32)$$

$$\phi^3 = y^4 + s_y^4 - 0.1 \sin 2\pi t = 0 \quad (33)$$

역동역학 해석결과로부터 Fig. 6은 일반좌표공간에서 원운동을 구현하기 위해 각 조인트에 가해야 할 구동토크를 나타내며, Fig. 7은 구동조건이 주어지는 위치 구속점에 가해야 할 구동력으로서, DADS⁽⁵⁾의 결과와 서로 일치함을 보여준다. Fig. 8은 Table 1과 같이 주어진 상대거리 구속점에 대하여 주어진 구동조건을 만족하는 상대거리 구동조건을 계산한 후, 앞에서 제시한 구동력 해석 알고리즘으로부터 계산된 구동기에 가해야 할 구동력을 나타낸다. Fig. 9는 시스템에 구동조건을 부과하지 않고, Fig. 6, 7, 8의 각 구동력을 외력으로 작용시켜 정동역학 해석결과에 따라 물체 4의 끝점의 궤적을 XY평면에 도시한 것으로 구동조건에 따른 운동궤적과 일치함을 보이고 있

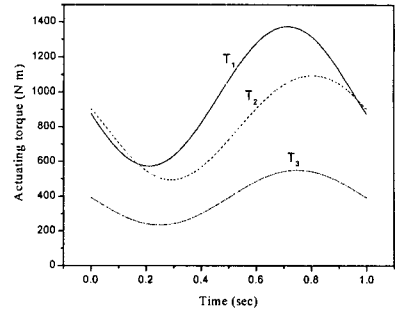


Fig. 6 Actuating torques at joints

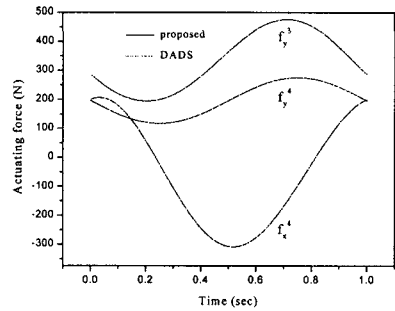


Fig. 7 Actuating forces for point driving

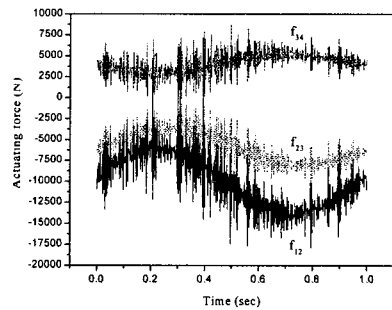


Fig. 8 Actuating forces for relative distance driving

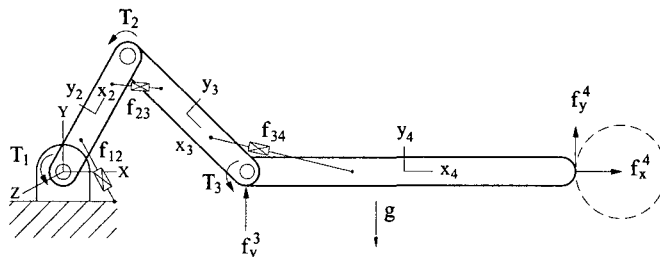


Fig. 5 A 3-dof manipulator with point drivers

Table 1 Position of actuator attachment points

Force	Body	Local coordinates (m)		
		x	y	z
f_{12}	1	0.1	0.0	0.0
	2	-0.15	0.0	0.0
f_{23}	2	0.15	0.0	0.0
	3	-0.25	0.0	0.0
f_{34}	3	0.25	0.0	0.0
	4	-0.5	0.0	0.0

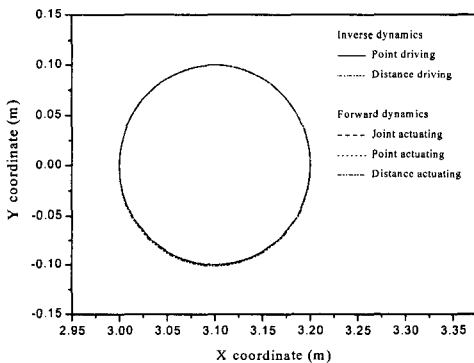


Fig. 9 Tip position of the system

다. 따라서 본 논문에서 제시한 주어진 구동조건에 대하여 여러 가지 구동방법에 따른 구동력을 계산하는 역동역학 해석 알고리즘이 타당함을 알 수 있다.

5.2 슬라이더 크랭크 기구

Fig. 10은 초기 상태에서 크랭크가 일정한 각속도 $\omega_2 = 2\pi \text{ rad/sec}$ 로 회전하는 구동조건을 가지는 슬라이더 크랭크 기구로서 크랭크와 연결봉은 반경이 5 cm인 실린더이고, 각각 길이는 0.6 m, 1.0 m, 질량은 1 kg, 2 kg이다. 슬라이더는 한 변의 길이가 0.4 m인 정육면체로 질량은 1 kg이다. 그리고 지면과 크랭크는 회전조인트로, 크랭크와 연결봉은 유니버설 조인트로, 연결봉과 슬라이더는 구면 조인트로, 슬라이더와 지면은 병진 조인트로 각각 연결되어 있는 시스템으로 모델링하였으며, 개방루프로 만들기 위하여 연결봉과 슬라이더를 연결하는 구면 조인트를 절단하였다.

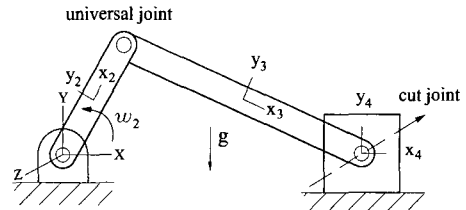


Fig. 10 Slider crank mechanism with an angle driver

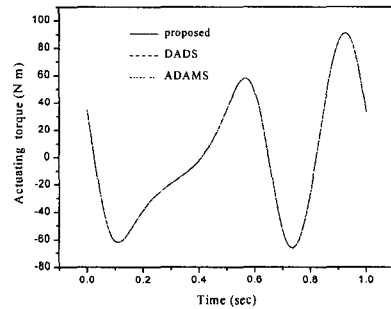


Fig. 11 Actuating torque for joint driving

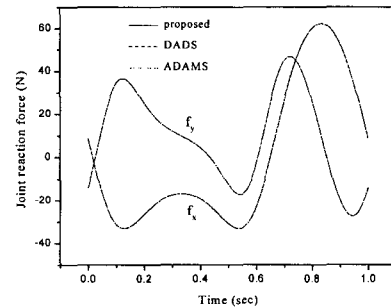


Fig. 12 Joint reaction forces at cut joint

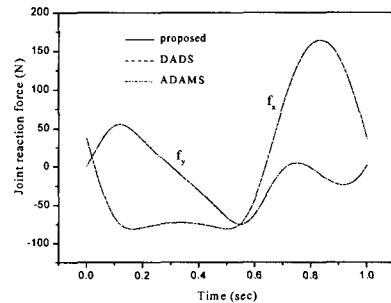


Fig. 13 Joint reaction forces at universal joint

해석결과에 의하여, Fig. 11은 크랭크의 조인트에 주어진 구동조건에 대한 구동토크를, Fig. 12는 절단조인트인 구면조인트에서의 조인트 반력을, Fig. 13은 유니버설 조인트에서의 조인트 반력을 각각 나타내는 그래프이다. 이들 결과는 모두 DADS⁽⁵⁾ 및 ADAMS⁽⁶⁾의 해석결과와 비교하여, 서로 일치함을 확인하였다. 따라서 페루프를 포함하는 다물체계에 대한 구동력 및 조인트 반력 해석 알고리즘이 타당함을 알 수 있다.

6. 결 론

페루프를 포함하는 다물체계에 대한 구동력 및 조인트 반력을 계산하는 역동역학 해석을 상대좌표공간에서 수행하였다. 구동조건이 곡선자료로 주어질 경우 3차 스플라인 보간법을 적용하여 구속조건에 대한 가속도식을 수식화하였다. 또한 주어진 구동조건에 대하여 여러 형태의 구동방법으로 동일한 기구학적 운동을 구현하는 데 필요한 구동력(병진구동력 또는 조인트 구동토크)을 해석하는 알고리즘을 제시하였다. 이때 각 조인트에 걸리는 반력을 직교좌표 공간에서 해석하기 위하여 상대좌표공간에서 해석한 구동력을 직교력으로 변환하는 역속도변환기법을 이용하였다. 제안된 알고리즘에 따라 역동역학 해석 프로그램을 개발하여 위치 구동조건이 가해지는 3자유도 매니플레이터 및 조인트 구동조건을 가지는 슬라이더 크랭크 기구의 해석에 적용하여, 그 결과가 범용 동역학 해석프로그램인 DADS 및 ADAMS의 해석결과와 서로 일치함을 확인하였다. 그리고 역동역학 해석으로부터 구한 구동력을 외력으로 가하는 정동역학 해석을 수행하여 그 운동궤적이 서로 일치하여 제안된 역동역학 해석 알고리즘이 타당하다고 사료된다.

후 기

본 연구는 1998년도 한국과학재단 핵심전문연구(과제번호 : 981-1001-009-2)지원에 의하여 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드리는 바이다.

참고문헌

- (1) Lee, B. H., Yoo, W. S. and Kwak, B. M., 1993, "A Systematic Formulation for Dynamics of Flexible Multibody Systems Using the Velocity transformation Technique," *J. Mechanical Engineering Science, IMechE*, Vol. 207, No.c4, pp. 231~238.
- (2) 이병훈, 1997, "탄성 다물체계에 대한 조인트 좌표 공간에서의 역동역학 해석," 대한기계학회 논문집(A), 제21권 제2호, pp. 352~360.
- (3) Chen, D. C. and Shabana, A. A., 1991, "Generalized and Actual Constraint Forces in the Inverse Dynamic Analysis of Spatial Flexible Mechanical Systems," *ASME Advances in Automation*, Vol. 2, pp. 469~476.
- (4) Jerkovsky, W., 1978, "The Structure of Multibody Dynamics Equations," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 1, No. 3, pp. 173~182.
- (5) CADSI, 1997, "DADS 8.5 User's Manual," CADSI(Computer Aided Design Software Inc.).
- (6) Mechanical Dynamics, Inc., 1998, "ADAMS 9.1 User's Guide," *Mechanical Dynamics, Inc.*