

구상흑연주철의 피로수명분포에 대한 통계적 해석

장 성 수* · 김 상 태**
(2000년 2월 14일 접수)

A Statistical Analysis on Fatigue Life Distribution in Spheroidal Graphite Cast Iron

Sung-Soo Jang and Sang-Tae Kim

Key Words: P-S-N Curve(확률-응력-수명 곡선), Probability Paper(확률지), Scale Parameter(규모모수), Lognormal Distribution(대수정규분포), Weibull Distribution Function(와이블분포함수), Spheroidal Graphite Cast Iron (구상흑연주철), Reliability(신뢰성)

Abstract

Statistical fatigue properties of metallic materials are increasingly required for reliability design purpose. In this study, static and fatigue tests were conducted and the normal, log-normal, two-parameter Weibull distributions at the 5% significance level are compared using the Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test. Parameter estimation were compared with experimental results using the maximum likelihood method and least square method. It is found that two-parameter Weibull distribution and maximum likelihood method provide a good fit for static and fatigue life data. Therefore, it is applicable to the static and fatigue life analysis of the spheroidal graphite cast iron. The P-S-N curves were evaluated using log-normal distribution, which showed fatigue life behavior very well.

1. 서 론

최근 금속재료의 피로강도를 통계량으로 하여 신뢰성을 바탕으로 신뢰도 또는 비파괴확률(잔존확률)을 구조부품 설계에 도입하려는 경향이 점차 증대되어지고 있다. 이러한 경우 근본이 되는 것은 시험편에 의한 소재의 피로특성을 평가하는 것이지만 경제적 이유 등으로 인하여 소수의 시험편에 의존할 수 밖에 없는 현실이다. 따라서 요구되는 비파괴확률에 대한 강도를 정확히 추정하는 것은 일반적으로 곤란하다. 재료 생산과정 중에 발생하는 화학조성, 열처리 영향, 소성가공 등의 요인에 의한 영향인자를 고려하여 가장 가

혹한 상태에서의 잔존확률을 평가하는 일도 중요한 부분이다. 이러한 의미에서 재료의 피로특성을 통계적인 방법으로 규명하려는 노력이 요구된다. 특히 자동차 산업에서 부품의 경량화와 파손방지의 두 가지 사항을 모두 만족시키는 설계기법 관련 연구들이 많이 이루어지고 있다. 구조부품의 최적설계(optimum design)를 위해서는 단순인장 및 신뢰성을 바탕으로 한 피로특성 데이터가 반드시 필요하지만, 시간 및 경제적인 여건으로 기초 설계데이터가 부족한 현실이다. 그리고 신뢰성 해석에서 뛰어난 응용성으로 때문에, 정규분포, 대수정규분포, Weibull 분포가 재료의 피로수명 및 정적강도 분포 해석에 자주 이용되고 있으나,⁽¹⁻⁸⁾ 구상흑연주철 등의 주물재료의 산재연구에의 적용과 각 분포함수들의 특징 및 형상모수, 규모모수의 이상적인 추정법 등에 대한

* 회원, 제주산업정보대학 자동차과

** 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : stkim@yu.ac.kr

TEL : (053)810-2456 FAX : (053)813-3703

연구는 아직 미흡한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 자동차 엔진, 새시부품 등의 재료로 널리 사용되고 있는 구상흑연주철 (FCD 45)에 대한 신뢰성을 바탕으로 한 피로특성을 평가하기 위하여 화학성분 분석, 미세조직 분석, 경도시험, 인장시험 및 피로시험을 실시하여 평균-응력-수명 거동뿐만 아니라, 피로수명과 파손확률과의 관계를 나타낼 수 있는 확률-응력-수명(probability stress life, P-S-N)곡선^(9,10) 관계의 정량적 유출을 위해 수명분포에 기초⁽¹¹⁾를 두고 정적인 물성, 분산도 및 P-S-N 관계 데이터에 대한 통계적 분석을 하였다. 아울러 정규분포, 대수정규분포, Weibull 분포함수들의 적용성^(1,15)을 확인하기 위해 각 분포함수와 실험데이터와의 비교평가를 하였고, 2 모수 Weibull 분포의 형상, 규모모수 추정법중 최우추정법과 최소자승법을 이용하여 시험결과와 비교 평가를 하였다. 신뢰성을 바탕으로 한 피로강도 통계량들을 추정하는 방법에는 정규 확률지에 의한 방법, 대수정규 확률지에 의한 방법 등이 널리 이용되고 있는데, Nishijima⁽⁹⁾는 피로시험 데이터를 가중치를 이용한 probit 해석⁽¹⁴⁾을 통하여 정량적으로 소표본 시험편에 대한 통계적 해석을 하였고, 김 등⁽³⁾은 가중치를 이용한 probit 해석에 의하여 피로강도 표준편차를 평가한 후 3개의 응력레벨에서 얻은 median S-N 곡선과 표준화정규변수, 피로강도 표준편차를 이용하여 P-S-N 관계를 규명하였다.

2. 시험장치 및 시험방법

2.1 시험장치

본 연구에 사용된 시험기는 MTS 사의 250KN 용량의 유압식 만능 피로시험기를 이용하였으며, 인장시험편은 ASTM E 8, 피로시험편은 ASTM E 606 표준시험편으로 D=12.5mm, R=50mm 이상으

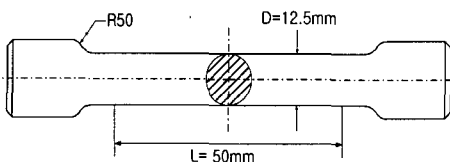


Fig. 1 Configuration of test specimen

로 하여 Fig. 1과 같이 정밀하게 제작하였다. 그리고 시험편은 유압그립을 이용하여 견고히 장착 후 시험하였으며, 시험편에 발생하는 변위량은 게이지 길이(gauge length) 25mm 인 변위신장계(extensometer)를 부착하여 측정하였다. 하중-변위 값은 A/D 변환기, 개인용컴퓨터를 통하여 탄성변형량, 소성변형량 및 전변형량을 구분하여 충분히 받아들였다. 시험편 주조시 실제부품과 시험편과의 주조시 제작오차를 줄이기 위하여 실제 자동차 새시부품에 사용되는 동일 ladle 주물을 이용하였고, 주입온도는 1440℃, 주입종료온도는 1396℃, 1 mold 주입시간은 8~9초, 총 주입시간은 9분 이내로 하여 주조조건을 실제부품과 동일하게 제작하였다.

2.2 인장시험

인장시험은 250 KN 용량의 피로시험기를 이용하였으며, 제어모드는 스트로크 제어, 하중속도는 변형률증가 0.05 mm/sec, 항복강도 평가를 위한 오프셋(yield offset)은 0.2%, 변위신장계는 25 mm 를 이용하여 시험하여 모노토닉 특성(monotonic properties)^(12,13)을 평가하였다.

2.3 피로시험

피로시험은 250 KN 용량의 피로시험기를 이용하였으며 저주기는 변형률 제어, 피로한도 규명을 위한 고주기는 하중제어로 실시하였다. 그리고 웨이브형태는 정현파, 하중형태는 인장-압축, 응력비 R=-1, 주기는 저주기 1 Hz, 고주기는 시험장비 및 재료의 특성을 고려하여 신뢰성이 있는 속도인 10Hz로 하였으며, 변위신장계는 25 mm를 이용하여 피로시험을 실시하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 화학조성

화학조성은 성분분석기인 spectrometer를 이용하여 ladle 성분분석을 하였다. Table 1은 구상흑연주철의 화학조성을 제시하고 있는데 C, S 성분은 JIS G 5502를 만족하고 있었으며, 양호한 조성을 보이고 있음을 알 수 있다.

Table 1 Chemical composition of spheroidal graphite cast iron

Element(%)	C	Si	Mn	P	S	Mg	Fe
FCD 45	3.63	2.70	0.21	0.33	0.01	0.037	Bal.

Table 2 Mechanical properties of spheroidal graphite cast iron

Properties	FCD 45	Unit
Tensile strength	517.2	MPa
Elastic modulus	171	GPa
Offset yield strength	373.8	MPa
Elongation	18.9	%
Hardness	168	HB

3.2 미세 조직 분석

Image analyser를 이용하여 FCD 45에 대한 미세조직 분석결과 두 재료 모두 ferrite 기지에 pearlite와 구상의 graphite가 혼재한 조직이고, 구상화율 82%인 전형적인 구상흑연주철의 양호한 조직으로 분석되었다. 그리고 시험편과 실제부품과의 제조상의 제작오차 요인을 확인하기 위해 실제 사용중인 자동차 조향 너클(steering knuckle) 등과 비교 소재 분석한 결과 미세조직, 구상화율, 경도, 화학조성 모두 실제 사용중인 부품과 동등수준으로 확인되었다.

3.3 인장시험

Table 2는 FCD 45의 인장시험 결과를 제시하고 있는데 인장강도, 경도, 연신율 모두 양호한 물성을 이루고 있다.

3.4 피로시험

250 KN 피로시험기를 이용한 피로시험결과 피로한도(fatigue limit)는 300 MPa로 나타났으며, 피로한도는 10^6 사이클(cycle) 작용 후 파괴가 일어나지 않을 경우를 피로한도로 규정하였다.

3.5 통계적 해석

정적극한강도와 피로수명분포는 정규분포, 대수정규분포 및 Weibull 분포를 따르는 것으로 보고되고 있으므로,^(1,15) 본 연구에서는 정규분포, 대수정규분포, 2모수 Weibull 분포를 이용하여 분포 특성 및 분산도 해석을 하였고, 2모수 Weibull 분포의 모수 및 통계량들은 최우추정법과 최소사승법을 이용하여 결정한 후 시험데이터와 비교 평가를 병행하였다. 그리고 정규, 대수정규, 2모수 Weibull 각 분포의 누적분포함수(cumulative distribution function, CDF), 평균, 표준편차, 분산 및 모수 관련 이론식은 아래와 같다.^(1,15)

정규분포

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{(x-\mu)/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

$$= \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (1)$$

여기서, μ : 평균
 σ : 표준편차

대수정규분포

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln}} \int_{-\infty}^{\ln x} \frac{1}{t} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\ln}^2} \times (\ln t - \ln \bar{x})^2\right) dt \quad (2)$$

여기서, $\bar{\ln x}$: 대수평균
 σ_{\ln} : 대수표준편차

2 모수 Weibull 분포

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right] \quad (3)$$

기대값 :

$$\mu = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (4)$$

여기서, m : 형상모수
 η : 규모모수

분산 :

$$\sigma^2 = \eta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right] \quad (5)$$

여기서, Γ : 감마함수

인장강도 및 피로수명데이터의 Weibull 분포 모수는 일반적으로 최우추정법, 모멘트법, 최소자승법이 이용되고 있는데 본 연구에서는 최소자승법 (least square method, L.S.M)과 아래 식 (6)과 식 (7)으로 표시되는 최우추정법(maximum likelihood method, M.L.M)을 이용하여 구하였다. 그리고 인장강도 및 피로수명의 분포특성 및 분산비교를 위해 사용되는 누적고장확률은 시험편수가 소표본이므로 아래 식 (8)과 같은 메디안 랭크 (median rank)법을 이용하여 파손확률로 환산하여 시험데이터와 비교 평가하였다.

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^m \ln X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^m} - \frac{1}{m} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{n} = 0 \tag{6}$$

$$\eta = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^m \right)^{\frac{1}{m}} \tag{7}$$

위 식 (1)~(7)을 이용하여 평가한 각 분포의 통계량들과 식 (8), 식 (9)을 이용하여 예측된 파괴확률과 실험데이터의 파괴확률 사이의 잔차제곱합 (residual sum of squares, SSR)을 이용하여 각 분포 및 응력수준별 분산비교를 하였다

$$F_{m(i)} = \left(\frac{i+0.3}{n+0.4} \right) \tag{8}$$

여기서, n : 시험편수
 i : 파괴순서

$$SSR = \sum_{i=1}^n (F_{m(i)} - F_{pr(i)})^2 \tag{9}$$

여기서, $F_{m(i)}$: median 분포함수
 $F_{pr(i)}$: 예측된 분포함수

그리고, 식 (8)과 식 (10)을 이용하여 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 Kolmogorov-Smirnov 검정법을 이용하여 분포의 적합도 검정결과 세 분포 모두 모수 추정법에 관계없이 유의수준 5%에서 기각되는 것은 없었으며 정규, 대수정규, 2모수 Weibull 분포를 만족하는 것으로 검정되었다.

$$D = \text{Max} | F_{m(i)} - F_{pr(i)} | \tag{10}$$

Table 3, 4는 인장강도 및 피로수명 데이터에 대한 정규분포, 대수정규분포를 이용하여 평가된 통계량들을 제시하고 있다. Table 5는 최소자승법을 이용하여 결정된 2모수 Weibull 분포의 통계량을 제시하고 있으며, Table 6은 최우추정법을 이용하여 결정된 2모수 Weibull 분포의 통계량을 제시하고 있다. Table 3~6의 통계량과 Fig. 2~12의 결과와 같이 데이터 산재가 비교적 있는 주조재료의 경우도 정규, 대수정규, 2모수 Weibull 분포 모두 정적극한강도 및 피로수명 시험결과와 좋은 일치를 보이고 있으므로 세 분포 모두 재료의 강도 및 피로수명 특성평가에 이용되어 질 수 있음을 알 수 있다. 그리고 정적극한강도에서는 세 분포중 2모수 Weibull 분포가 정규, 대수정규 분포 보다 인장강도 예측에 가장 잘 일치하고 있으며, 피로수명분포에서는 대수정규분포가 가장 뒤떨어진 예측결과를 나타내었고 2모수 Weibull 분포가 가장 좋은 일치를 보였다. 2모수 Weibull 분포에 대한 모수 추정법 비교결과 Table 5, 6에 나타난 통계량과 같이 인장강도 및 피로수명특성 모든 경우에 최소자승법 보다 최우추정법의 형상모수 m 값이 크고 양호한 분산도를 보이고 있었으며, 규모계수의 경우도 최우추정법이 최소자승법보다 정규분포의 평균값에 근접하는 값을 가지며 시험데이터와 좋은 일치를 보였다. 전체적으로 인장강도의 형상모수는 최소자승법 $m=44.648$, 최우추정법 $m=56.415$ 로 대단히 크고 좁은 영역에 분포하고 있었고, 피로수명분포의 경우 두 방법 모두 저응력에서 고응력으로 갈수록 증가하는 경향을 보이고 있었다. 본 연구에서는 FCD 45에 대한 정규, 대수정규, 2모수 Weibull 분포특성을 평가함에 있어서, 2모수 Weibull 분포의 경우 최우추정법의 결과가 최소자승법보다 양호함에도 불구하고 가혹한 조건인 최소자승법을 이용하여 결정된 모수를 적용하여 세 분포를 비교하였는데, 정규, 대수정규분포 보다 2모수 Weibull 분포가 시험결과와 더 좋은 일치를 보이고 있었다. 따라서 FCD 45와 같은 주철재료의 정적강도 및 피로수명 특성에 관한 연구에서는

모수결정은 최우추정법, 분포특성은 2모수 Weibull 분포를 이용한 신뢰성 해석이 바람직함

Table 3 Statistics of normal distribution function

Statistics	Average	S.D.**	D	SSR	
Static	52.78	1.2779	0.139	0.039	
q*	0.63	657894	257117	0.081	0.026
	0.66	70063	19826	0.183	0.067
	0.72	19417	3861	0.127	0.039
	0.79	5766	529	0.195	0.076

* stress level
** standard deviation

Table 4 Statistics of lognormal distribution function

Statistics	Average	S.D.**	D	SSR	
Static	3.9658	0.0245	0.143	0.031	
q*	0.63	13.321	0.4354	0.097	0.028
	0.66	11.113	0.3413	0.226	0.096
	0.72	9.857	0.1950	0.226	0.070
	0.79	8.656	0.0894	0.248	0.069

Table 5 Statistics of Weibull distribution function (L.S.M)

Statistics	m	η	S.D.**	D	SSR	
Static	44.648	53.39	2.0715	0.087	0.024	
q*	0.63	2.449	750851	291290	0.053	0.0079
	0.66	2.967	79594	26029	0.171	0.0670
	0.72	5.228	21027	4238	0.147	0.0436
	0.79	10.824	6023	626.6	0.220	0.0887

Table 6 Statistics of Weibull distribution function (M.L.M.)

Statistics	m	η	S.D.**	D	SSR	
Static	56.415	53.32	2.0688	0.084	0.0122	
q*	0.63	3.140	738339	231442	0.104	0.0268
	0.66	4.664	76778	17553	0.170	0.0649
	0.72	5.803	20944	3830	0.152	0.0539
	0.79	11.975	6002	450	0.228	0.102

을 입증하였다. 복합재료의 경우 일반적으로 피로수명 형상모수는 $1 \leq m \leq 4$ 이고 정적극한강도는 $4 \leq m \leq 30$ 으로 나타나는데, FCD 45의 경우는 피로수명 형상모수 $2 < m < 12$ 로 상당히 크고 좁은영역에 분포하고 있었으며 정적극한강도의 형상모수 m은 최소자승법 44.648, 최우추정법 56.415로 정적극한강도 및 피로수명분포 모든 경우에 형상모수는 크고 분산은 매우 적게 나타나 매우 안정적인 강도, 피로특성을 갖는 것으로 해석되었다. 통계적 방법에 의한 피로특성평가는 한 개의 응력레벨에 대한 단 하나의 중앙수명만을 나타내는 일반적인 방법과는 달리 여러 응력 레벨에서 각 응력수준별 피로수명과 파손확률간의 관계를 나타낼 수 있는 P-S-N관계의 정량적 평가가 신뢰성을 바탕으로 한 설계시 요구되는 중요한 기계적 특성중 하나이다.

따라서 본 연구에서는 수명분포에 기초를 두고 평균 응력-수명곡선에서 얻은 식 (11)과 표준화 정규변수, 피로수명표준편차를 이용하여 각 응력 구간에서 파괴확률(probability of failure) 1%, 10%, 50%, 90%, 99%에 대한 통계적 해석을 실시하였다. 구상흑연주철의 4개의 응력구간에서 피로수명 데이터들의 중앙수명을 연결하여 얻은 메디안 응력-수명곡선에서 최소자승법을 이용하여 구한

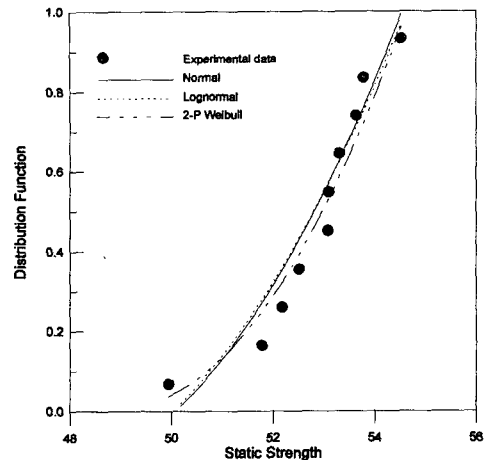


Fig. 2 Distribution of static ultimate strength

응력-수명 관계식은 식 (11)과 같다.

$$S = -16.7109 \times \ln(N) + 543.258 \quad (11)$$

Fig. 12는 식 (11)과 표준화 정규변수, 피로수명표준편차를 이용하여 얻은 P-S-N 결과를 제시하고 있는데 파괴확률 1%, 10%, 50%, 90%, 99%에 대한 피로수명특성 거동을 정량적으로 잘 나타내어 주고 있다.

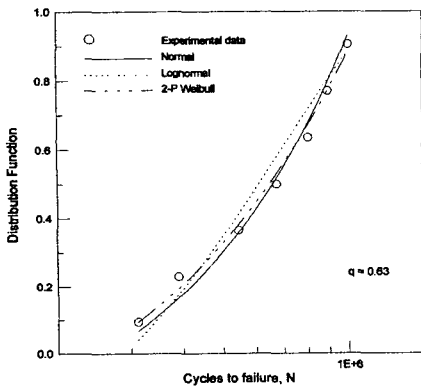


Fig. 3 Distribution of fatigue life, $q=0.63$

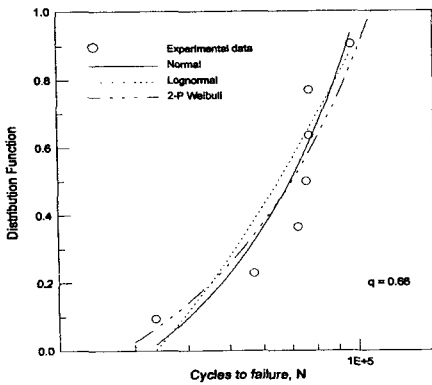


Fig. 4 Distribution of fatigue life, $q=0.66$

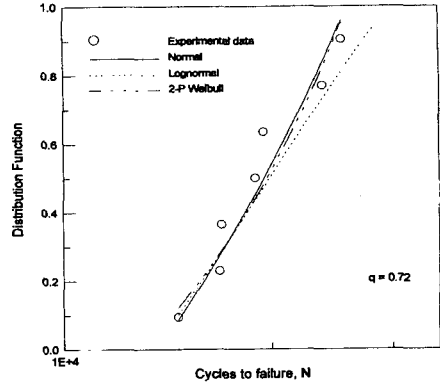


Fig. 5 Distribution of fatigue life, $q=0.72$

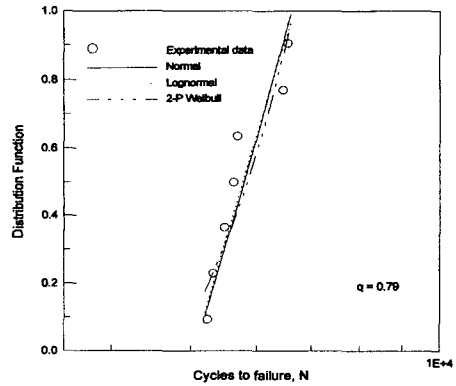


Fig. 6 Distribution of fatigue life, $q=0.79$

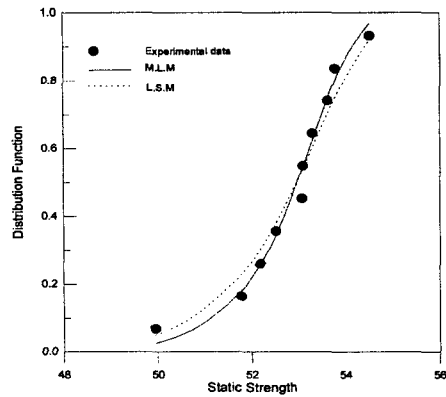


Fig. 7 Comparison between M.L.M. and L.S.M. of static ultimate strength

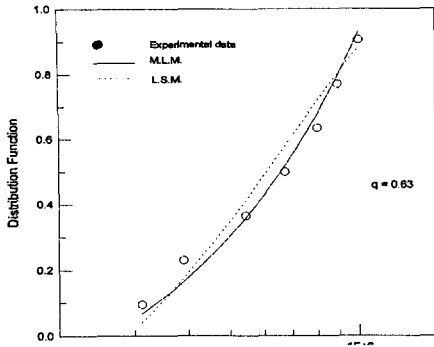


Fig. 8 Comparison between M.L.M. and L.S.M., $q=0.63$

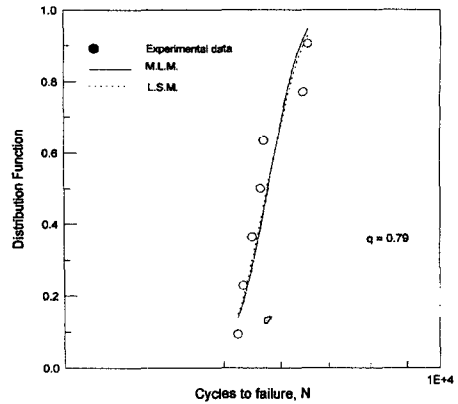


Fig. 11 Comparison between M.L.M. and L.S.M., $q=0.79$

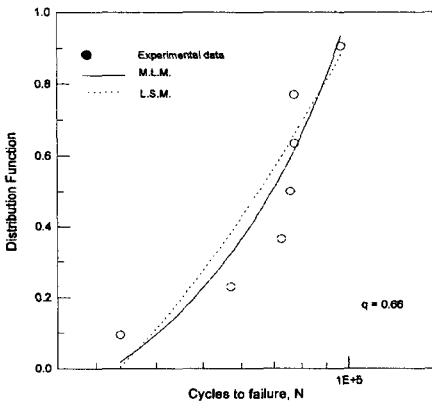


Fig. 9 Comparison between M.L.M. and L.S.M., $q=0.66$

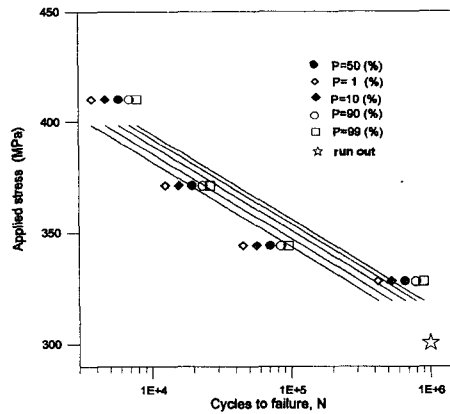


Fig. 12 P-S-N curves of spheroidal graphite cast iron

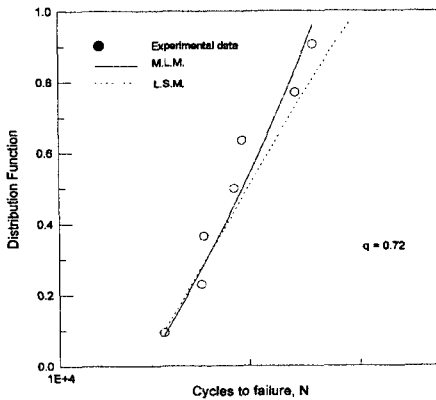


Fig. 10 Comparison between M.L.M. and L.S.M., $q=0.72$

4. 결론

구상흑연주철에 대한 정적극한강도 및 피로수명 특성에 대한 통계적 해석 결과 아래와 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 정규분포, 대수정규분포, 2모수 Weibull 분포 모두 정적극한강도 및 피로수명 데이터와 좋은 일치율을 보이고 있으므로 세 분포 모두 주철재료에 대한 신뢰성 해석에 적용되어 질 수 있다.

(2) 정적극한강도 분포의 경우 정규, 대수정규

분포 보다 2모수 Weibull 분포가 시험 데이터와 더 좋은 일치를 보이고 있었으며, 형상모수 m 은 최소자승법 44.648, 최우추정법 56.415로 매우 크고 안정적인 강도특성을 갖고 있었다.

(3) 피로수명분포의 경우 정규, 대수정규, 2모수 Weibull 분포 모두 시험데이터와 좋은 일치를 보이고 있었으며, 세 분포중 대수정규분포의 예측 결과가 가장 미흡하였고 2모수 Weibull 분포가 가장 양호한 분포특성을 갖는 것으로 나타났다. 그리고 형상모수는 저응력수준에서 고응력수준으로 갈수록 증가하는 경향을 보였고 $2 < m < 12$ 로 비교적 큰 값을 가지며 좁은 영역에 분포하고 있었다.

(4) 2모수 Weibull분포의 형상모수 및 규모모수 결정은 정적극한강도, 피로수명분포 모든 경우에 최우추정법이 최소자승법 보다 시험결과와 더 좋은 일치를 보이고 있었다.

(5) 구상흑연주철에 대한 수명분포에 기초를 두고 평가된 P-S-N 피로특성 데이터는 Median 거동뿐만 아니라, 파괴확률 1%, 10%, 90%, 99%에 대한 피로수명특성 거동을 정량적으로 잘 나타내어 주고 있으므로 신뢰성을 바탕으로 한 최적설계 데이터로 유용하게 이용되어 질 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) 황운봉, 한경섭, 1988, "복합재료 피로수명분포에 관한 고찰," 대한기계학회논문집, 제12권, 제4호, pp. 790~805.
- (2) 이창수, 황운봉, 한경섭, 윤병일, 1991, "탄소섬유강화 복합적층판의 피로특성에 관한 연구," 대한기계학회논문집 제15권 제1호, pp. 49~60.
- (3) 김정규, 김도식, 김성중, 1992, "원공을 가진 Graphite/Epoxy 복합재료의 피로수명특성에 관한 통계적 해석," 대한기계학회 92년도 추계학술대회논문집(1), pp. 190~193.
- (4) Radhakrishnan, K., 1984, "Fatigue and Reliability Evaluation of Unnotched Carbon Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 21~31.
- (5) Halpin, J. C., Jerina, K.L. and Johnson, T.A., 1973, "Characterization of Composites for the Purpose of Reliability Evaluation," ASTM STP 521, pp. 5~64.
- (6) 田中道七, 酒井澁雄, 1978, "3 母數 ワイブル 分布の母數推定について," *材料* 第28卷 304号, pp. 13~19.
- (7) Yang, J. N., and Liu, M. D., 1977, "Residual Strength Degradation Model and Theory of Periodic Proof Tests for Graphite/Epoxy Laminate," *Journal of Composite Materials*, Vol. 11, pp. 176~203.
- (8) Toshiyuki Shimokawa and Yasumasa Hamaguchi, 1983, "Distribution of Fatigue Life and Fatigue Strength in Notched Specimens of a Carbon Eight-Harness-Satin Laminate," *Journal of Composite Materials*, Vol. 17, pp. 64~76.
- (9) Nishijima, S., 1981 "Statistical Analysis to Fatigue Test Data," JSME S 002, pp. 132~137.
- (10) Nishijima, S., 1981, "Statistical Fatigue Properties of Some Heat Treated Steels for Machine Structural Use," ASTM STP 744, pp. 75~88.
- (11) 日本機械學會(JSME), 1981, "統計的疲勞試驗方法," JSME S 002, pp. 1~159.
- (12) Fuchs, H. O. and Stephens, R. I., 1980, "Metal Fatigue in Engineering," Wiley-Interscience, New York.
- (13) Bannatine, J.A., Comer, J.J. and Handrock, J.L., 1990, *Fundamentals of Metal Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (14) Little, R.E., 1975, "Manual on Statistical Planing and Analysis," ASTM STP 744, pp. 52~53.
- (15) Schijve, J., 1993, "A Normal Distribution or a Weibull Distribution for Fatigue Lives," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, pp. 851~859.