

임의의 입·출구 위치를 가지는 소음기 해석을 위한 개선된 모드일치법

김봉준* · 정의봉** · 이정환*
(1999년 8월 28일 접수)

Modified Mode Matching Technique for Analyzing Simple Expansion Chamber with Arbitrary Inlet/Outlet Location

Bong-Jun Kim, Weui-Bong Jeong and Jeong Hwan Lee

Key Words: Simple Expansion Chamber Muffler(단순확장형 소음기), Four-Pole Parameter(4단자 정수), Higher Order Modes(고차모드), Mode Matching Technique(모드일치법), Transmission Loss(투과손실)

Abstract

The acoustic property of reactive type single expansion chamber can be analyzed by traditional plane wave theory. This theory can be applied in low frequency range and has good performance. But this theory can't include higher order modes, therefore another method is essential to analyze acoustic filter in high frequency range. Many researcher suggested the method that can concern higher order modes, and their methods are using mode matching technique. But there is no method that can be applied to the analysis of single expansion chamber with arbitrary inlet/outlet duct position and numbers of higher order modes of inlet/outlet duct and middle chamber. In this paper, the method which can analyze single expansion chamber with arbitrary inlet/outlet duct position and numbers of higher order modes of inlet/outlet duct and middle chamber using fundamental mode matching technique, was suggested and the predictions by this method was compared with those by the finite element method, and the influence of inlet/outlet location to acoustic performance of single expansion chamber is investigated and explained by higher order mode effects.

1. 서 론

소음기를 해석하는 방법으로는 덕트 내의 음파를 평면파로 가정하여 해석하는 방법과 덕트 내의 음파를 고차모드까지 고려하여 해석하는 방법이 있다. 덕트 내의 음파를 평면파로 가정하여

해석하는 평면파 이론⁽¹⁾은 저주파수 영역에서 소음기의 특성을 잘 예측할 수 있다. 그러나 고주파수 영역에서는 입·출구 위치의 위치에 따라 소음기의 특성이 아주 많이 변하게 된다. 이는 소음기내의 고차모드의 영향 때문인데, 평면파 이론에서는 고차모드를 고려하지 않아서 고주파수 영역에서는 소음기의 특성을 정확히 예측할 수 없으므로 고차모드를 고려할 수 있는 소음기의 음향해석법이 필요하다. 고차모드를 고려한 소음기의 음향해석에 대한 많은 선행연구가 있었는데 Miles⁽²⁾는 덕트의 단면적 불연속면 근처에서 압력분포를 계산하여 원형관의 단면적 변화에 의

* 부산대학교 대학원 기계공학부

** 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : wbyeong@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2337 FAX : (051)517-3805

한 반사계수와 투과계수를 계산하였으나, 수치적이나 실험적인 증명은 없었다. El-Sharkawy⁽³⁾는 Miles⁽²⁾의 접근방법을 이용하여 소음기의 단면적 불연속면에서 압력과 체적속도 연속조건을 적용하여 해석하고 실험으로 검증하였지만, 이는 동심 원형관에만 적용되기 때문에 입·출구가 임의의 위치에 있는 경우는 계산할 수가 없고, 입·출구와 중간확장덕트에 같은 개수의 모드를 고려해야 하는 단점이 있다. Kim⁽⁴⁾은 El-Sharkawy의 방법을 개선하여 입·출구와 중간확장덕트에 서로 다른 개수의 모드를 고려할 수 있도록 개선하여, 입·출구의 잉여모드로 인한 불필요한 계산 시간을 줄였다. Ih^(5,6) 그리고 Yi^(7,8)는 임의의 입·출구 위치를 가지는 소음기의 4단자 정수를 계산하여 음향특성을 해석하였고, Kim^(9,10)은 그린함수(Green function)를 이용하여 소음기내의 음장을 해석하였다. 그러나 Ih, Yi 그리고 Kim의 연구는 입·출구의 고차모드를 고려할 수 없는 단점이 있다.

Munjal⁽¹¹⁾은 덕트의 단면적을 몇 개의 요소로 분할하여 적합조건을 이용하여 고차모드를 고려한 4단자정수 계산법을 제시하였으나 입·출구의 단면 크기와 중간확장관의 단면 크기가 정수배가 아니거나 입·출구의 위치가 분할한 위치의 한 요소와 일치하지 않는 경우에는 저주파에서 잘 맞지 않는 단점이 있다. Kim^(12,13)은 Munjal⁽¹¹⁾의 방법의 단점을 개선한 방법을 제시하였는데, 이는 적합조건으로 압력과 입자속도 연속조건 대신에 힘과 체적속도 연속조건을 이용하였다. 그러나 Munjal과 Kim의 방법은 요소의 분할에 따라 해석결과가 달라지는 단점이 있다. Åbom⁽¹⁴⁾은 입·출구가 연장된 동심원형 소음기의 음향해석을 하였다. 한편, 유한요소해석을 이용하여 소음기의 음향특성을 조사한 많은 연구^(15,16)가 있다. 유한요소해석을 이용하면 단면이 임의의 형상일 때도 해석이 가능하고, 고차모드를 고려하여 해석할 수 있지만 고주파수 영역까지 해석을 하려면 요소를 많이 나누어야 하므로 시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

본 논문에서는 동심원형관에만 적용되는 기존의 모드일치법을 개선하여 입·출구가 임의의 위치에 있는 경우에도 모드일치법을 적용할 수 있는

방안을 제시한다. 그리고 임의의 입·출구의 위치를 가지는 원형 소음기에서 입·출구 그리고 중간확장관에 각각 임의의 모드를 고려하여 4단자 정수를 구하고, 이로부터 임의의 입·출구 위치에 따른 소음기의 투과손실을 구하여 고차모드의 영향을 조사하고 제안하는 방법의 유용성을 검증하고자 한다.

2. 개선된 모드일치법의 제안

원형관의 음파 방정식⁽¹⁷⁾은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

단,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

여기서 c 는 음파의 위상속도이고 p 는 음압이고 t 는 시간이며, (r, θ, z) 좌표계는 Fig. 1과 같다.

그리고 입자속도와 음압의 관계식은 다음과 같다.

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2)$$

여기서 ρ_0 는 밀도이다.

덕트의 벽을 강체(rigid wall)라고 가정하면 덕트의 벽에서는 반경방향의 속도가 0이어야 하므로 다음과 같은 경계조건을 가진다.

$$\frac{dJ_m(k_{r,mm} r)}{dr} = 0 \quad , \text{ at } r = r_0 \quad (3)$$

여기서 r_0 는 덕트의 반경이다. 식 (3)의 경계조

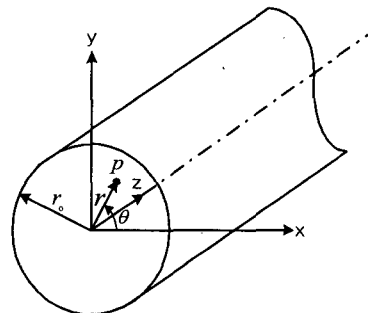


Fig. 1 Cylindrical polar coordinate system (r, θ, z)

건으로부터 $k_{r, mn}$ 을 구하면 음파방정식의 해는 다음과 같고,

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [J_m(k_{r, mn} r) e^{j\omega t} \cos m\theta \times (P_i e^{-jk_{z, mn} z} + P_r e^{jk_{z, mn} z})] \quad (4)$$

단,

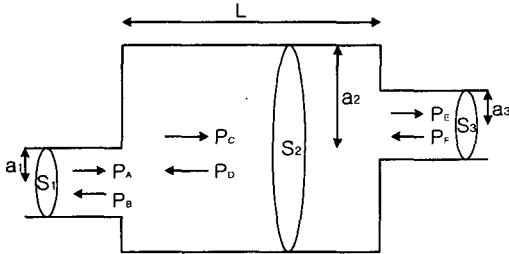
$$k_{z, mn}^2 = k_0^2 - k_{r, mn}^2$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

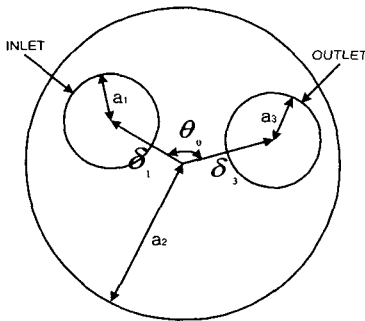
z방향의 입자속도는 다음과 같이 된다.

$$u_z(r, \theta, z, t) = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [k_{z, mn} J_m(k_{r, mn} r) e^{j\omega t} \times \cos m\theta (P_i e^{-jk_{z, mn} z} - P_r e^{jk_{z, mn} z})] \quad (5)$$

Fig. 2와 같이 임의의 입·출구의 위치를 가지는 단순확장형 소음기에서 δ_1 은 입구의 편심거리(offset distance), δ_3 는 출구의 편심거리, θ_0 는



(a) Circular simple expansion chamber muffler



(b) Inlet/outlet location of muffler

Fig. 2 Geometry of the muffler

입구와 출구의 상대각도(separation angle)이다. 그리고 입구, 중간확장관, 출구의 채택모드를 각각 (L_1, L_2) , (M_1, M_2) , (N_1, N_2) 이라고 하면, 압력과 입자속도는 식 (4)와 식 (5)를 이용하면 다음과 같다.

$$p_A = A_{00} e^{-jk_{z1,00} z} \quad (6)$$

$$p_B = \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_2} B_{mn} J_m(k_{r1, mn} r_1) \cos m\theta_1 e^{jk_{z1, mn} z} \quad (7)$$

$$p_C = \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} C_{mn} J_m(k_{r2, mn} r_2) \cos m\theta_2 e^{-jk_{z2, mn} z} \quad (8)$$

$$p_D = \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} D_{mn} J_m(k_{r2, mn} r_2) \cos m\theta_2 e^{jk_{z2, mn} z} \quad (9)$$

$$p_E = \sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} E_{mn} J_m(k_{r3, mn} r_3) \cos m\theta_3 e^{-jk_{z3, mn} z} \quad (10)$$

$$p_F = F_{00} e^{jk_{z3,00} z} \quad (11)$$

$$u_A = \frac{1}{\rho\omega} k_{z1,00} A_{00} e^{-jk_{z1,00} z} \quad (12)$$

$$u_B = -\frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_2} k_{z1, mn} B_{mn} J_m(k_{r1, mn} r_1) \times \cos m\theta_1 e^{jk_{z1, mn} z} \quad (13)$$

$$u_C = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} k_{z2, mn} C_{mn} J_m(k_{r2, mn} r_2) \cos m\theta_2 \times e^{-jk_{z2, mn} z} \quad (14)$$

$$u_D = -\frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} k_{z2, mn} D_{mn} J_m(k_{r2, mn} r_2) \times \cos m\theta_2 e^{jk_{z2, mn} z} \quad (15)$$

$$u_E = \frac{1}{\rho\omega} \sum_{m=0}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} k_{z3, mn} E_{mn} J_m(k_{r3, mn} r_3) \times \cos m\theta_3 e^{-jk_{z3, mn} z} \quad (16)$$

$$u_F = -\frac{1}{\rho\omega} k_{z3,00} F_{00} e^{jk_{z3,00} z} \quad (17)$$

여기서, (r_1, θ_1, z) , (r_2, θ_2, z) , (r_3, θ_3, z) 는 각각 입구, 중간확장관 그리고 출구의 중심을 원점으로 하는 좌표계이다.

그리고 식 (6)~(17)을 이용하여 $z=0$ 에서의 압력 연속조건식 (18)과 입자속도 연속조건식 (19) 그리고 $z=L$ 에서의 압력연속조건식 (20)과 입자속도 연속조건식 (21)을 만들 수 있다.

$$p_A + p_B = p_C + p_D \quad \text{at } z=0, \quad 0 \leq r \leq a_1 \quad (18)$$

$$u_A + u_B = u_C + u_D \quad \text{at } z=0 \quad (19)$$

$$p_C + p_D = p_E + p_F \quad \text{at } z=L, \quad 0 \leq r \leq a_3 \quad (20)$$

$$u_C + u_D = u_E + u_F \quad \text{at } z=0 \quad (21)$$

식 (18)~(21)을 베셀함수의 직교성⁽¹⁸⁾과 Graf의 부가정리(Graf's addition theorem)⁽¹⁸⁾을 이용하여 단면에 대하여 적분하면 식 (18)로부터 식 (22)~(24), 식 (19)로부터 식 (25)~(27), 식 (20)으로부터 식 (28)~(30), 식 (21)로부터 식 (31)~(33)의 결과식을 만들어 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & a_1(A_{00} + B_{00}) \\ &= a_1(C_{00} + D_{00}) + \frac{2}{k_{r2,0n}} \sum_{n=1}^{M_2} (C_{0n} + D_{0n}) J_0(k_{r2,0n} \delta_1) \\ & \times J_1(k_{r2,0n} a_1) + \sum_{n=1}^{M_1} \sum_{m=0}^{M_2} \frac{2}{k_{r2,mn}} (C_{mn} + D_{mn}) \\ & \times J_{-m}(k_{r2,mn} \delta_1) J_1(k_{r2,mn} a_1) \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_1 B_{0n'} J_0(k_{r1,0n'} a_1) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{M_2} (C_{0n} + D_{0n}) J_0(k_{r2,0n} \delta_1) \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_1)}{k_{r1,0n'}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & + 2 \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} (C_{mn} + D_{mn}) J_{-m}(k_{r2,mn} \delta_1) \\ & \times \frac{J_0'(k_{r2,mn} a_1)}{k_{r1,0n'}^2 - k_{r2,mn}^2}, \quad n' = 1 \sim L_2 \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_1 B_{m'n'} \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r1,m'n'}^2 a_1^2}\right) J_{m'}(k_{r1,m'n'} a_1) \\ &= 2 \sum_{n=1}^{M_2} (C_{0n} + D_{0n}) J_{m'}(k_{r2,0n} \delta_1) \frac{J_{m'}'(k_{r2,0n} a_1)}{k_{r1,m'n'}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & + 2 \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} (C_{mn} + D_{mn}) J_{m'-m}(k_{r2,mn} \delta_1) \\ & \times \frac{J_{m'}'(k_{r2,mn} a_1)}{k_{r1,m'n'}^2 - k_{r2,mn}^2} \\ & , m' = 1 \sim L_1, n' = 0 \sim L_2 \quad (24) \end{aligned}$$

$$a_1^2 (A_{00} - B_{00}) = a_2^2 (C_{00} - D_{00}) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi a_1}{k_{r2,0n'}} k_{z1,00} (A_{00} - B_{00}) J_0(k_{r2,0n} \delta_1) J_1(k_{r2,0n} a_1) \\ & + 2\pi a_1 \sum_{n=1}^{L_2} k_{z1,0n} (-B_{0n}) J_0(k_{r2,0n} \delta_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{J_0'(k_{r2,0n'} a_1) J_0(k_{r1,0n} a_1)}{k_{r1,0n}^2 - k_{r2,0n'}^2} \\ & + \pi a_1 \sum_{m=1}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_2} k_{z1,mn} (-B_{mn}) J_m(k_{r2,0n} \delta_1) \\ & \times \frac{J_m'(k_{r2,0n'} a_1) J_m(k_{r1,mn} a_1)}{k_{r1,mn}^2 - k_{r2,0n'}^2} \\ & = \pi a_2^2 k_{z2,0n'} (C_{0n} - D_{0n}) J_0^2(k_{r2,0n} a_2) \\ & , n' = 1 \sim M_2 \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi a_1}{k_{r2,m'n'}} k_{z1,00} (A_{00} - B_{00}) J_{-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_1) \\ & \times J_1(k_{r2,m'n'} a_1) \\ & + 2\pi a_1 \sum_{n=1}^{L_2} k_{z1,0n} (-B_{0n}) J_{-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_1) \\ & \times \frac{J_0'(k_{r2,m'n'} a_1) J_0(k_{r1,0n} a_1)}{k_{r1,0n}^2 - k_{r2,m'n'}^2} \\ & + \pi a_1 \sum_{m=1}^{L_1} \sum_{n=0}^{L_2} k_{z1,mn} (-B_{mn}) J_{m-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_1) \\ & \times \frac{J_{m'}'(k_{r2,m'n'} a_1) J_m(k_{r1,mn} a_1)}{k_{r1,mn}^2 - k_{r2,m'n'}^2} \\ & = \frac{\pi a_2^2}{2} k_{z2,m'n'} (C_{m'n'} - D_{m'n'}) \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r2,m'n'}^2 a_2^2}\right) \\ & \times J_{m'}^2(k_{r2,m'n'} a_2), \quad m' = 1 \sim M_1, n' = 0 \sim M_2 \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_3 (C_{00} e^{-jk_{z,00}L} + D_{00} e^{+jk_{z,00}L}) \\ & + \sum_{n=1}^{M_2} \frac{2}{k_{r2,0n}} (C_{0n} e^{-jk_{z,0n}L} + D_{0n} e^{+jk_{z,0n}L}) \\ & \times J_0(k_{r2,0n} \delta_3) J_1(k_{r2,0n} a_3) \\ & + \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} \frac{2}{k_{r2,mn}} (C_{mn} e^{-jk_{z,mn}L} + D_{mn} e^{+jk_{z,mn}L}) \\ & \times \cos m\theta_0 J_{-m}(k_{r2,mn} \delta_3) J_1(k_{r2,mn} a_3) \\ & = a_3 (E_{00} + F_{00}) \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{n=1}^{M_2} (C_{0n} e^{-jk_{z,0n}L} + D_{0n} e^{+jk_{z,0n}L}) J_0(k_{r2,0n} \delta_3) \\ & \times \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_3)}{k_{r3,0n'}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & + 2 \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} (C_{mn} e^{-jk_{z,mn}L} + D_{mn} e^{+jk_{z,mn}L}) \cos m\theta_0 \\ & \times J_{-m}(k_{r2,mn} \delta_3) \frac{J_0'(k_{r2,mn} a_3)}{k_{r3,0n'}^2 - k_{r2,mn}^2} \end{aligned}$$

$$= a_3 E_{0n} J_0(k_{r3,0n} a_3) \quad , \quad n' = 1 \sim N_2 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{n=1}^{M_1} (C_{0n} e^{-jk_{z,0n}L} + D_{0n} e^{+jk_{z,0n}L}) \cos m' \theta_0 \\ & \quad \times J_{m'}(k_{r2,0n} \delta_3) \frac{J_{m'}(k_{r2,0n} a_3)}{k_{r3,m'n'}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & + 2 \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=0}^{M_2} (C_{mn} e^{-jk_{z,mn}L} + D_{mn} e^{+jk_{z,mn}L}) \\ & \quad \times \cos(m' - m) \theta_0 J_{m'-m}(k_{r2,mn} \delta_3) \frac{J_{m'}(k_{r2,mn} a_3)}{k_{r3,m'n'}^2 - k_{r2,mn}^2} \\ & = a_3 E_{m'n'} \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r3,m'n'}^2 a_3^2}\right) J_{m'}(k_{r3,m'n'} a_3) \\ & \quad , \quad m' = 1 \sim N_1, \quad n' = 0 \sim N_2 \quad (30) \end{aligned}$$

$$a_2^2 (C_{00} e^{-jk_{z,00}L} - D_{00} e^{+jk_{z,00}L}) = a_3^2 (E_{00} - F_{00}) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & a_2^2 k_{z,0n'} (C_{0n'} e^{-jk_{z,0n'}L} - D_{0n'} e^{+jk_{z,0n'}L}) J_0^2(k_{r2,0n'} a_3) \\ & = \frac{2 a_3}{k_{r2,0n'}} k_{z3,00} (E_{00} - F_{00}) J_0(k_{r2,0n'} \delta_3) J_1(k_{r2,0n'} a_3) \\ & + 2 a_3 \sum_{n=1}^{N_1} k_{z3,0n} E_{0n} J_0(k_{r2,0n} \delta_3) \\ & \quad \times \frac{J_0'(k_{r2,0n} a_3) J_0(k_{r3,0n} a_3)}{k_{r3,0n}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & + a_3 \sum_{m=1}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} k_{z3,mn} E_{mn} \cos m \theta_0 J_m(k_{r2,0n} \delta_3) \\ & \quad \times \frac{J_m'(k_{r2,0n} a_3) J_m(k_{r3,mn} a_3)}{k_{r3,mn}^2 - k_{r2,0n}^2} \\ & \quad , \quad n' = 1 \sim M_2 \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a_2^2}{2} k_{z,m'n'} (C_{m'n'} e^{-jk_{z,m'n'}L} - D_{m'n'} e^{+jk_{z,m'n'}L}) \\ & \quad \times \left(1 - \frac{m'^2}{k_{r2,m'n'}^2 a_2^2}\right) J_{m'}^2(k_{r2,m'n'} a_2) \\ & = \frac{2 a_3}{k_{r2,m'n'}} k_{z3,00} (E_{00} - F_{00}) \cos m' \theta_0 J_{-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_3) \\ & \quad \times J_1(k_{r2,m'n'} a_3) \\ & + 2 a_3 \sum_{n=1}^{N_1} k_{z3,0n} E_{0n} \cos m' \theta_0 J_{-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_3) \\ & \quad \times \frac{J_0'(k_{r2,m'n'} a_3) J_0(k_{r3,0n} a_3)}{k_{r3,0n}^2 - k_{r2,m'n'}^2} \\ & + a_3 \sum_{m=1}^{N_1} \sum_{n=0}^{N_2} k_{z3,mn} E_{mn} \cos(m - m') \theta_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times J_{m-m'}(k_{r2,m'n'} \delta_3) \frac{J_{m'}(k_{r2,m'n'} a_3) J_m(k_{r3,mn} a_3)}{k_{r3,mn}^2 - k_{r2,m'n'}^2} \\ & \quad m' = 1 \sim M_1, \quad n' = 0 \sim M_2 \quad (33) \end{aligned}$$

한편 단순확장형 소음기의 4단자 정수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{in} \\ Y_{in} \nu_{in} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_{out} \\ Y_{out} \nu_{out} \end{pmatrix} \quad (34)$$

여기서 ν 는 질량속도(mass velocity)이고, Y 는 특성 임피던스(characteristic impedance)로 $\frac{a_0}{S}$ 이며 S 는 덕트의 단면적이다. ζ_{out} 을 출구($z = L$)에서의 고유 음향임피던스(specific acoustic impedance)라 하면 4단자 정수는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$T_{11} = \left(\frac{\hat{p}_{in}}{\hat{p}_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow \infty} = \left[\frac{A_{00} + B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = F_{00}} \quad (35)$$

$$T_{12} = \left(\frac{\hat{p}_{in}}{Y_{out} \nu_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow 0} = \left[\frac{A_{00} + B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = -F_{00}} \quad (36)$$

$$T_{21} = \left(\frac{Y_{in} \nu_{in}}{\hat{p}_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow \infty} = \left[\frac{A_{00} - B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = F_{00}} \quad (37)$$

$$T_{22} = \left(\frac{Y_{in} \nu_{in}}{Y_{out} \nu_{out}} \right)_{\zeta_{out} \rightarrow 0} = \left[\frac{A_{00} - B_{00}}{2E_{00}} \right]_{E_{00} = -F_{00}} \quad (38)$$

식 (22)~(33)에서 식의 개수는 $(L_1 + 1)(L_2 + 1) + 2(M_1 + 1)(M_2 + 1) + (N_1 + 1)(N_2 + 1)$ 이고, 미지수의 개수는 $(L_1 + 1)(L_2 + 1) + 2(M_1 + 1)(M_2 + 1) + (N_1 + 1)(N_2 + 1) + 2$ 이다. 식 (35)~(38)은 각각 고유 음향임피던스 조건을 가지므로 식 (35)~(38)의 대괄호속의 비를 계산하여 4단자 정수를 구할 수 있다.

투과손실은 4단자 정수를 이용하여 식 (35)~(38)을 다음 식에 대입하여 구할 수 있다.

$$\text{Transmission Loss[dB]} = 20 \times \log_{10} \left\{ \sqrt{\frac{Y_1}{Y_3}} \left| \frac{T_{11} + T_{12} + T_{21} + T_{22}}{2} \right| \right\} \quad (39)$$

3. 입의 입·출구의 위치를 가진 단순확장형 소음기에의 적용

3.1 동심원형관에 대한 적용

입·출구의 반경은 0.025m이고 중간확장관의 반경은 0.075m인 경우, 일반적으로 입·출구가 입의 위치에 존재 할 때에는 중간확장관의 (2,2)모드의 차단주파수는 7,193Hz이지만 이보다 낮은 차단주파수를 가지는 (3,0), (4,0), (5,0), (6,0), (7,0), (8,0), (3,1), (4,1)모드를 고려하지 않아 실제 결과를 신뢰할 수 있는 주파수 구간은 (3,0)모드의 차단주파수인 3,030Hz이하가 된다. 그러므로 입·출구도 비슷한 주파수 영역에서 신뢰성을 보장하기 위해서는 (0,0)모드 뿐만 아니라 그 이상의 모드도 포함하여야 한다. 그러므로 중간확장관은 (0,0)~(2,2)모드를, 입·출구에는 (0,0)모드만 채택한 경우와 (0,0)~(1,1)모드까지를 고려한 경우를 비교하여 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 2,500Hz이상의 주파수영역에서 입·출구에서의 모드채택에 따라 다른 결과를 보임

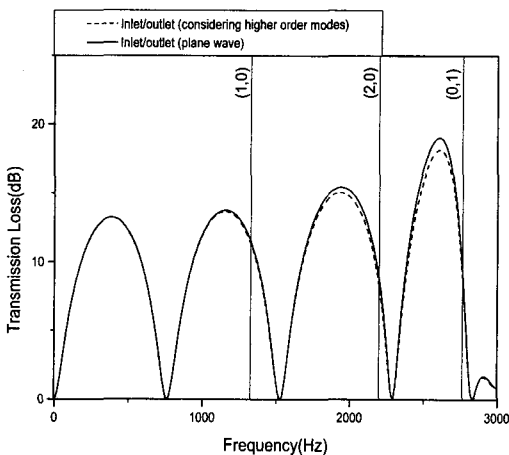


Fig. 3 Transmission Loss of concentric muffler

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = \delta_3 = 0 \text{ m}, \quad a_1 = a_3 = 0.025 \text{ m}, \\ a_2 = 0.075 \text{ m}, \quad L = 0.225 \text{ m} \end{array} \right]$$

을 알 수 있다. 그러므로 중간확장관 뿐만 아니라 입·출구에도 고차모드를 고려하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

3.2 입·출구의 편심거리에 따른 영향

입구의 중심이 중간확장관의 중심에 존재하고 출구가 중심으로부터 편심되어 있는 경우는 반경방향모드(radial mode)만이 나타나게 된다. Fig. 4는 출구의 편심거리가 중간확장관의 반경의 0.75배인 경우, Fig. 5는 출구의 편심거리가 중간확장관의 반경의 0.63배인 경우의 투과손실을 나타내었다. 여기에서 입·출구에는 (0,0)~(1,1)모드까지를, 중간확장관은 (0,0)~(3,3)모드를 채택하여 계산하였다. Fig. 4에서는 (0,1)모드의 영향으로 (0,1)모드의 차단주파수인 2,763Hz 근처에서 투과손실의 값이 줄어들어 그 이상의 고주파 영역에서는 평면파 이론이 적용되지 않지만, Fig. 5와 같이 출구를 (0,1)모드의 노드선(nodal line)상에 위치시키면 (0,1)모드의 효과가 사라져 2,763Hz 부근에서도 평면파 이론이 적용되고 (0,2)모드의 차단주파수인 5,065Hz 근처에서는 (0,2)모드의 영향이 발생하여 평면파 이론이 적용되지 않게 됨을 볼 수 있다. 즉, 평면파 이론이 적용되는 주파수 영역이 (0,2)모드의 차단주파수까지 확장된다. 그러므로 평면파 효과가 고주파 수까지 나타나도록

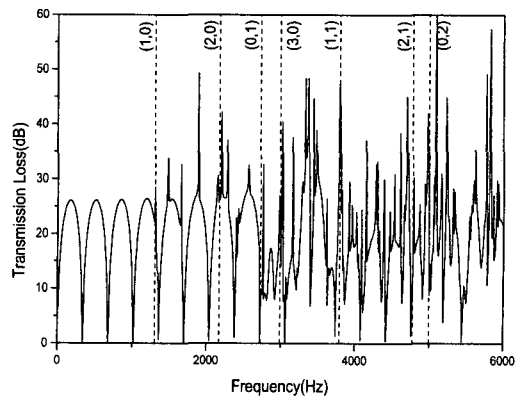


Fig. 4 Transmission Loss of muffler with centered inlet, offset outlet

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = 0 \text{ m}, \quad \delta_3 = 0.057 \text{ m}, \quad L = 0.5 \text{ m}, \\ a_1 = a_3 = 0.012 \text{ m}, \quad a_2 = 0.075 \text{ m} \end{array} \right]$$

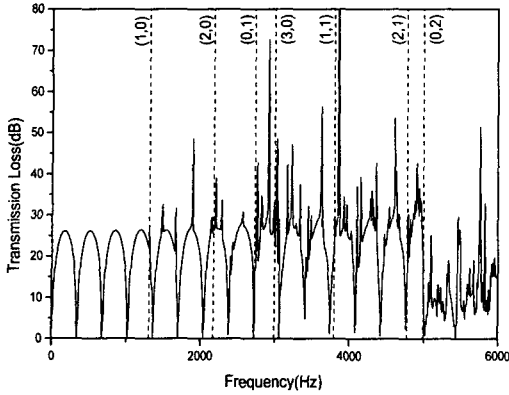


Fig. 5 Transmission Loss of muffler with centered inlet, offset outlet

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = 0 \text{ m}, \delta_3 = 0.04788 \text{ m}, L = 0.5 \text{ m} \\ a_1 = a_3 = 0.012 \text{ m}, a_2 = 0.075 \text{ m} \end{array} \right]$$

하려면 출구의 위치를 (0,1)모드의 노드선상에 위치시켜야 함을 알 수 있다.

3.3 입·출구의 상대각도에 따른 영향

입·출구의 상대각도에 따른 영향을 보기 위하여 Fig. 6에 상대각도가 45° 인 경우의 투과손실을 보이고, Fig. 7에 상대각도가 90° 인 경우의 투과손실을 보였다. 여기에서 입·출구에는 (0,0)~(1,1)모드까지를, 중간확장관은 (0,0)~(2,2)모드를 채택하여 계산하였다. Fig. 6에서는 (1,0)모드가 전달되어 그 차단주파수인 1327Hz에서 고차모드의 영향이 나타남을 볼 수 있다. 그러나 입·출구의 상대각도를 90° 로하면 (1,0)모드의 효과가 제거되어 (2,0)의 차단주파수인 2,200Hz까지 평면파 영역이 확장됨을 예상할 수 있고 Fig. 7에서 이를 확인할 수 있다. 또한 Fig. 6과 Fig. 7에 본 논문에서 제안한 방법으로 구한 투과손실과 유한요소법으로 구한 투과손실을 비교하였는데, 그 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다.

3.4 중간확장관의 길이에 따른 영향

중간확장관의 길이는 크게 음향학적으로 긴 경우와 짧은 경우^(5,16)로 나눌 수 있다. Fig. 8에서 중간확장관의 길이를 L, 직경을 d라 할 때 그 비인 α에 따른 투과손실의 결과를 나타내었다.

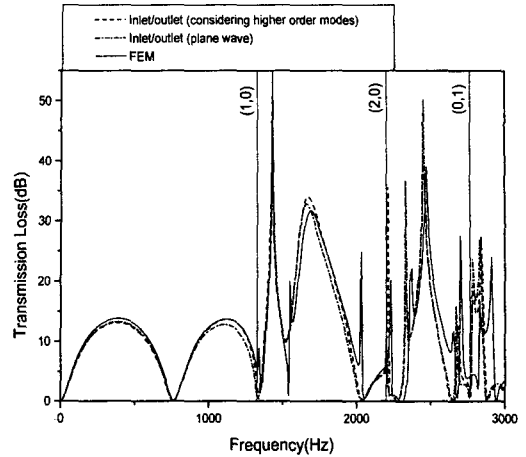


Fig. 6 Transmission Loss of muffler with offset inlet, offset outlet

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = \delta_3 = 0.0375 \text{ m}, a_1 = a_3 = 0.025 \text{ m} \\ a_2 = 0.075 \text{ m}, \theta_0 = 45^\circ, L = 0.225 \text{ m} \end{array} \right]$$

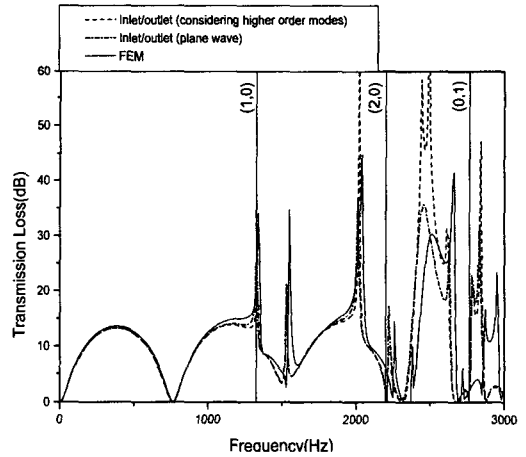


Fig. 7 Transmission Loss of muffler with offset inlet, offset outlet

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = \delta_3 = 0.0375 \text{ m}, a_1 = a_3 = 0.025 \text{ m} \\ a_2 = 0.075 \text{ m}, \theta_0 = 90^\circ, L = 0.225 \text{ m} \end{array} \right]$$

그림에서 볼 수 있듯이 α가 0.7과 1인 경우는 고차모드가 중간확장관을 통과할 때 충분히 소멸하여 평면파 이론이 잘 적용되는 구간이 존재하지만 α가 0.45인 경우는 고차모드가 충분히 소멸하지 않고, 출구쪽으로 전파되어 평면파 이론

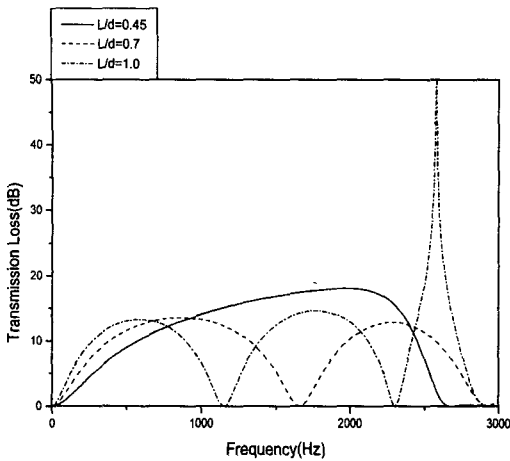


Fig. 8 Comparison of Transmission Loss with respect to chamber length

$$\left[\begin{array}{l} \delta_1 = \delta_3 = 0 \text{ m}, a_2 = 0.075 \text{ m} \\ a_1 = a_3 = 0.025 \text{ m} \end{array} \right]$$

이 적용되는 구간에서 고차모드의 효과가 나타나는 터널링효과(tunneling effect)를 볼 수 있다.

4. 결론

(1) 입구와 출구 그리고 중간확장관에 임의의 모드를 채택하여 임의의 입·출구 위치를 가지는 소음기의 음향특성을 구할 수 있는 개선된 모드일치법을 제안하였다.

(2) 본 논문에서 제안한 방법으로 4단자 정수와 소음기의 투과손실을 구하고 유한요소법의 결과와 비교하여 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

(3) 본 논문에서 제안한 방법으로 입·출구의 위치, 중간확장관의 길이가 투과손실에 미치는 영향을 조사하고 입·출구의 위치에 따른 고차모드의 영향을 확인하였다.

참고문헌

(1) Dowling A. P., and Williams J. E. Ffowcs, 1983, *Sound and Sources of Sound*, John Wiley & Sons.

(2) Miles J., 1944, "The Reflection of Sound due to Change in Cross Section of a circular," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 16, pp. 14~19.

(3) El-Sharkawy A. I., and Nayfeh A. H., 1978, "Effect of an Expansion Chamber on the Propagation of Sound in Circular Ducts," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 63, pp. 667~674.

(4) 김봉준, 정의봉, 이정환, 1999, "원형단순확장관의 음향해석에서 채택모드수를 임의로 선택할 수 있는 모드일치법의 제안," 한국음향학회지, 투고중.

(5) Ih Jeong-Guon, and Lee Byung-Ho, 1985, "Analysis of Higher-Order Mode Effects in the Circular Expansion Chamber with Mean Flow," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 77, pp. 1377~1388.

(6) Ih J.-G., and Lee B.-H., 1987, "Theoretical Prediction of Transmission Loss of Circular Reversing Chamber Mufflers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 112, pp. 261~272.

(7) Yi Sung-Il, and Lee Byung-Ho, 1986, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with a Side Inlet and a Side Outlet," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 79, pp. 1299~1306.

(8) Yi Sung-Il, and Lee Byung-Ho, 1987, "Three-Dimensional Acoustic Analysis of Circular Expansion Chamber with Side Inlet and End Outlet," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 81, pp. 1279~1287.

(9) Kim Y.-H., Choi J.-W., and Lim B.-D., 1990, "Acoustic Characteristics of an Expansion with Constant Mass Flow and Steady Temperature Gradient (Theory & Numerical Simulation)," *Trans. J. Vib. Acoust. ASME* Vol. 81, pp. 460~467.

(10) Kim Y.-H., and Kang S.-W., 1993, "Green's Solution of the Acoustic Wave Equation for a Circular Expansion Chamber with Arbitrary Locations of Inlet, Outlet Port, and Termination

- Impedance," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 94, pp. 473~490.
- (11) Munjal M. L., 1987, "A Simple Numerical Method for Three-Dimensional Analysis of Simple Expansion Chamber Mufflers of Rectangular as well as Circular Cross-section with a Stationary Medium," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 116, pp. 71~88.
- (12) 김봉준, 정의봉, 황상문, 1999, "고차모드를 고려한 사각형 단순 확장관의 간편음향해석법의 개선," 한국소음진동공학회지, 제9권, 제2호, pp. 340~347.
- (13) 김봉준, 정의봉, 황상문, 1999, "원형단순확장관의 입·출구 위치와 단면 크기를 고려한 음향해석법," 한국소음진동공학회지, 제9권, 제5호, pp. 914~921.
- (14) Åbom M., 1990, "Derivation of Four-Pole Parameters Including Higher Order Mode Effects for Expansion Chamber Mufflers with Extended Inlet and Outlet," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 137, pp. 403~418.
- (15) Peat K. S., 1982, "Evaluation of Four-Pole Parameters for Ducts with Flow by the Finite Element Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 84, pp. 389~395.
- (16) Sahasrabudhe A. D., Munjal M. L., and Ramu S. Anantha, 1992, "Design of Expansion Chamber Mufflers Incorporating 3-D Effects," *Noise Control Engineering Journal*, Vol. 38(1), pp. 27~38.
- (17) Munjal M. L., 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, New York.
- (18) Watson G. N., 1966 "Theory of Bessel Functions", 2nd edition, Chap.11 and 18, Cambridge University Press, London.