

# 수분 흡수로 인해 점탄성 필름에 발생하는 특이 응력의 경계요소해석

이상순\*  
(1999년 3월 15일 접수)

## Boundary Element Analysis of Singular Stresses in a Viscoelastic Thin Film due to Moisture Absorption

Lee, Sang Soon

**Key Words:** Viscoelastic Film(점탄성 필름), Order of Singularity(특이차수), BEM(경계요소법), Stress Singularity Factor(응력특이계수)

### Abstract

This paper deals with the stress singularity induced at the interface corner between the viscoelastic thin film and the rigid substrate as the film absorbs moisture from the ambient environment. The time domain boundary element method is employed to investigate the behavior of interface stresses. The order of the free-edge singularity is obtained numerically for a given viscoelastic model. It is shown that the stress singularity factor is relaxed with time, while the order of the singularity increases with time for the viscoelastic model considered.

### 1. 서 론

전자 산업에서 폴리이미드(polyimide)와 같은 매우 얇은 고분자 필름이 절연층(dielectric insulating layer)의 기능을 요하는 분야에 매우 넓게 사용되고 있다. 모재(substrate)위에 입혀진 얇은 필름은 주변으로부터 수분을 흡수하는 성질이 있는데, 이러한 경우에 필름 내부에는 수분 흡수로 인한 변형률이 발생하게 되고 나아가 잔류응력이 존재하게 된다. 물에 접촉하게 되면 유리나 알루미늄 위에 입혀져 있던 폴리이미드 필름은

모재로부터 박리되는 현상을 나타낸다. 서로 다른 성질을 갖는 재료들이 결합되어 있는 구조물에 외력이 작용하게 되면 계면(interface)에는 복잡한 응력상태가 형성되고, 계면 모서리에는 특이 응력들이 존재한다는 것은 잘 알려져 있다.<sup>(1~4)</sup> 이러한 특이 응력은 계면 모서리에서 박리현상을 일으키거나 모서리 균열을 야기시킬 수 있다. 응력 특이성의 정도는 결합 상태에 있는 두 재료의 물성의 차이에 따라 달라진다.

고분자 필름은 상온에서 탄성 거동 상태를 유지하게 되나, 주변의 습도가 높아져 수분 흡수가 상당량 있게 되거나, 주변 온도가 많이 높아지게 되면 점탄성 상태로 특성이 바뀌게 된다. 이때 필름은 시간 경과에 따라 기계 역학적 거동이 달라지는 현상을 나타낸다. 따라서 모재 위에 입혀져 있는 고분자 필름이 수분 흡수를 하게 될 때

---

\* 회원, 한국기술교육대학교 기계공학계열 조교수  
E-mail : sslee@kitenms.kite.ac.kr  
TEL : (0417)560-1315 FAX : (0417)560-1224

나타나는 박리 현상을 이해하기 위해서는 점탄성 해석이 수행되어져야 한다. 이 논문의 초점은, 점탄성 해석을 통해서 모재와 얇은 필름의 계면 모서리에서 나타나는 응력 특이성의 변화상태를 조사하는데 맞춰져 있다.

계면 응력의 점탄성 해석은 오래 전부터 활발히 진행되어 왔다. Weitsman<sup>(5)</sup>은 에폭시 접착제가 주변으로부터 수분을 흡수하게 될 때 발생하는 계면 응력을 해석하였다. Delale과 Erdogan<sup>(6)</sup>은 점탄성 재료로 결합된 랩 조인트의 응력 분포의 해석을 시도하였다. 이들의 해석 결과에 의하면, 계면 응력들은 계면 모서리 부근에서 매우 커지고, 점탄성 영향으로 시간이 경과함에 따라 응력들의 재분포가 이루어졌다. 그러나 이들이 계산 과정에서 사용한 가정들이 단순했기 때문에, 계면 모서리에서 나타나는 응력 특이성을 설명하는 특이 차수나 응력특이계수에 대해서는 설명되지 못했다. 최근에 Lee<sup>(7,8)</sup>는 횡방향 인장 변형률을 받고 있는 점탄성 재료의 계면 모서리에서 나타나는 응력 특이성을 경계요소법과 라플라스 변형, 그리고 멜린 변형을 결합하여 수치적으로 구하는 과정을 제시하였다.

이 논문에서는, 모재 위에 입혀져 있는 얇은 점탄성 필름에 수분이 흡수될 때 나타나는 계면 응력 특이성을 조사하고 있다. 일반적으로 모재는 필름에 비해 강성이 매우 크므로, 해석 과정에서는 강체로 가정하였다. 계면응력들의 분포에 대한 조사는 Lee와 Westmann<sup>(9)</sup>이 발표한 경계요소법을 이용하여 수행되었다.

## 2. 특이 차수 해석

점탄성 필름의 계면 모서리에 나타나는 특이 차수는 참고 문헌<sup>(7)</sup>에서 설명한 방법을 확대 적용함으로써 얻을 수 있다. 모재는 강체로 가정된다. Fig. 1은 점탄성 필름이 강체 모재에 결합된 계면 모서리 부근을 보여 주고 있다. 그림에서 자유 표면(free surface)에는 아무런 표면력이 작용하고 있지 않고, 주변으로부터의 수분 침투가 필름에 작용하는 유일한 변화이다. 전자 패키지에서 사용하는 고분자 필름의 두께는 대체로  $50\mu\text{m}$ 를 넘지 않는다. 이렇게 얇은 필름에 외부의 수분이 침투했을 때 필름 내부에 나타나는 수분의 분포는 균일하다고 가정할 수 있다. 즉, 수

분의 분포  $m(\mathbf{x}, t) = m(t)$ 로 가정한다. 또한, 필름과 주변사이의 수분 평형이 순식간에 이루어 진다고 가정한다. 즉,  $m(t) = m_\infty H(t)$ 이다. 여기서,  $m_\infty$ 는 주어진 주변의 상대 습도에서, 필름과 주변 사이에 수분 평형이 이루어졌을 때 필름이 흡수한 수분 양을 나타내고,  $H(t)$ 는 Heaviside unit step 함수를 가리킨다. 해석을 효율적으로 수행하기 위해서 다음과 같은 가정들이 추가로 사용되었다.

- 1) 필름과 모재의 결합은 완벽하다.
- 2) 필름의 전단 거동은 점탄성이나, 체적 이완 계수는 탄성이다.
- 3) 수분 흡수 영향은 온도 변화 영향과 유사하다. 수분 팽창계수는 일정하다.

평면 변형률 상태에서, 특이 차수는 다음과 같은 응력 함수식으로부터 계산될 수 있다. 즉,

$$\nabla^4 \phi(r, \theta, t) = 0 \quad (1)$$

또는, 위와 동등하게,

$$\nabla^4 \phi(r, \theta, \xi) = 0 \quad (2)$$

식 (2)를 전개하는데 필요한 경계조건으로는,  $\theta = \pi/2$ 에서 수직 응력  $\sigma_{\theta\theta}$ 와 전단 응력  $\tau_{r\theta}$ 가 0이고,  $\theta = 0$ 에서 모든 변위 성분들이 0이다. 식 (2)에서  $\xi$ 는 환산 시간(reduced time)을 나타내는데, 다음과 같이 정의된다. 즉,

$$\xi = \xi(t) = \int_0^t \chi_m(m(\rho)) d\rho \quad (3)$$

식 (3)에서  $\chi_m$ 는 수분의 변화에 의존하는 이동 함수를 나타내는데, 실험에 의해 결정되는 재료의 물성이다. 일정한 수분변화  $\Delta mH(t)$ 에 대해서, 식 (3)의 환산 시간은 다음과 같이 쓸 수 있다.

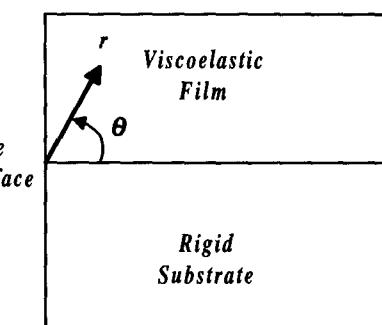


Fig. 1 Region near the interface corner

$$\xi = \chi_m t \quad (4)$$

식 (2)는 환산 시간  $\xi$ 에 대한 라플라스 변형을 적용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^4 \phi^*(r, \theta, s) = 0 \quad (5)$$

식 (5)에서  $\phi^*$ 은  $\phi$ 의  $\xi$ 에 대한 라플라스 변형을 나타내고,  $s$ 는 변형 인자를 가리킨다.

Williams<sup>(10)</sup>가 제안한 방법을 적용하여, 다음과 같은 응력 함수를 가정한다.

$$\phi^*(r, \theta, s) = r^{\lambda+1} f(\theta, s) \quad (6)$$

$$(r > 0, 0 \leq \theta \leq \pi/2)$$

식 (6)의  $r$ 와  $\theta$ 는 Fig. 1에 정의되어 있다.  $\lambda$ 는 미지수로써 실수나 허수일 수 있다. 참고문헌<sup>(10)</sup>에 설명된 방법을 적용하면, 다음과 같은 특성 방정식이 구해진다.

$$\frac{2\lambda^2}{s} - 8s [\nu^*(s)]^2 + 12\nu^*(s) \quad (7)$$

$$- \frac{5}{s} - \left[ \frac{3}{s} - 4\nu^*(s) \right] \cos(\lambda\pi) = 0$$

식 (7)에서  $\nu^*(s)$ 는 점탄성 포아손 비  $\nu(\xi)$ 에 대한 라플라스 변형을 나타낸다. 식 (7)를 계산하여  $\lambda$ 를 구하면 계면 모서리에서의 특이차수의 변화를 알 수 있다. 특이 차수의 크기는  $1-\lambda$ 이다.

식 (7)은 라플라스 변형 공간에서의 특성 방정식이므로, 시간 공간으로 변환시켜야 한다. 이 논문에서는, 점탄성 모델에 대해서 다음과 같은 모델이 선택되었다.

$$K(\xi) = K_0 \quad (8)$$

$$\mu(\xi) = g_0 + g_1 \exp(-\xi/t^*)$$

식 (8)에서,  $\mu(\xi)$ 는 전단 이완계수를 나타내고,  $K(\xi)$ 는 체적 이완계수를 가리키며,  $g_0$ 과  $g_1$ , 그리고  $K_0$ 은 양수이며,  $t^*$ 은 이완시간이다.

식 (8)을 식 (7)에 적용하여 변환하면, 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$2\lambda^2 - 8B_1(\xi) + 12B_2(\xi) \quad (9)$$

$$- 5 - [3 - 4B_2(\xi)] \cos(\lambda\pi) = 0$$

식 (9)에서

$$B_1[\xi(t)]$$

$$= \alpha_1^2 \left[ \beta_1^2 + \left( 1 - \beta_1^2 + \beta_2 \frac{\xi}{t^*} \right) e^{\left( -\beta_3 \frac{\xi}{t^*} \right)} \right] \quad (10)$$

$$B_2[\xi(t)]$$

$$= \alpha_1 \left[ \beta_1 + \left( 1 - \beta_1 \right) e^{\left( -\beta_3 \frac{\xi}{t^*} \right)} \right]$$

이고,

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \frac{3K_0 - 2\mu(0)}{3K_0 + \mu(0)}$$

$$\beta_1 = \left[ \frac{3K_0 + \mu(0)}{3K_0 - 2\mu(0)} \right] \left[ \frac{3K_0 - 2g_0}{3K_0 + g_0} \right]$$

$$\beta_2 = 2 \frac{3K_0 - 2g_0}{3K_0 - 2\mu(0)} - \frac{3K_0 + g_0}{3K_0 + \mu(0)}$$

$$- \left[ \frac{3K_0 + \mu(0)}{3K_0 + g_0} \right] \left[ \frac{3K_0 - 2g_0}{3K_0 - 2\mu(0)} \right]^2$$

$$\beta_3 = \frac{3K_0 + g_0}{3K_0 + \mu(0)} \quad (11)$$

이다.

계면 모서리에서의 응력 특이성은  $r^{1-\lambda}$ 의 형태를 갖게된다. 따라서 특이 차수  $(1-\lambda)$ 를 구하는 문제는  $0 < Re(\lambda) < 1$ 의 범위에 해당되는  $\lambda$ 값 만이 의미를 지닌다. 실제 점탄성 필름의 포아손비는  $0 < \nu(\xi) < 0.5$ 를 갖는데, 이러한 범위에 대해서  $0 < Re(\lambda) < 1$ 의 조건을 갖는  $\lambda$ 값은 오직 하나만 존재하고, 그러한  $\lambda$ 값은 실수이다. 자세한 수학적 설명은 참고문헌<sup>(3)</sup>에 나와 있다.

이 논문에서는, 다음과 같은 수치 값들이 사용되었다.

$$\mu(0) = 1.0 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\mu(\infty) = 0.5 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$K_0 = 2.0 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$t^* = 10^2 \text{ min.}$$

$$\chi_m = 100$$

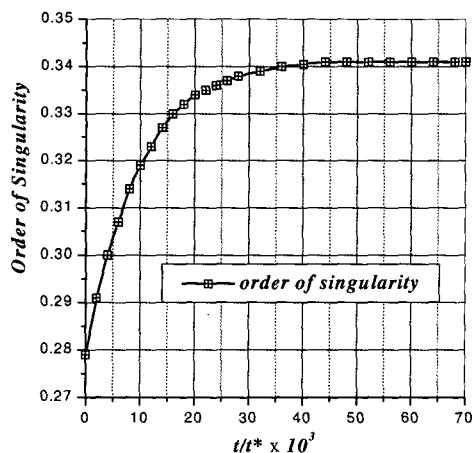


Fig. 2 Variation of the order of the singularity

Fig. 2는 실제 시간  $t$ 영역에서의 특이 차수  $(1-\lambda)$ 의 변화를 나타내고 있다. 점탄성 필름에 대한 특이 차수는 시간이 경과함에 따라 점차 커지다가 일정한 값에 수렴하고 있다. Fig. 2에 나타난 결과를 탄성 필름과 비교하는 것은 흥미롭다. 전단계수가 각각  $\mu(0)$ 와  $\mu(\infty)$ 인 두 종류의 탄성 필름에 대한 특이 차수를 점탄성 필름의 결과와 비교하였다. 시간  $t=0$ 인 경우의 점탄성 필름의 특이 차수는 전단 계수  $\mu(0)$ 인 탄성 필름의 특이 차수의 값과 일치하였다. 시간이 매우 많이 경과한 후, 점탄성 필름의 특이 차수는 전단 계수  $\mu(\infty)$ 인 탄성 필름의 특이 차수의 값으로 수렴하였다. 점탄성 필름의 특이 차수는 두 경우의 탄성 필름에 대한 특이 차수 값들 사이에 있었다.

### 3. 계면 응력의 경계요소 해석

Fig. 3(a)는 강체 위에 입혀져 있는 점탄성 필름을 나타내는데, 필름에는 주변으로부터 수분 흡수가 발생하고 있다. 수분 변화 이외의 다른 외부 하중은 없는 상태이며, 필름의 두께는  $h$ 이고 길이는  $2L$ 이다. 문제의 대칭성을 고려하여 필름 길이의 2분의 1만 모델링 하면 된다. Fig. 3(b)는 필름에 나타나는 계면 응력 분포를 조사하기 위한 2차원 경계요소 모델을 나타낸다. 여기에서 필름은 평면 변형률 상태에 있다고 가정한다. 수치해석은  $L/h=25$ 에 대해서 수행한다.

Fig. 3(b)의 해석 모델에 대한 외부 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\text{D-A에 대해서, } \sigma_{xx}=0, \quad \tau_{xy}=0$$

$$\text{A-B에 대해서, } \sigma_{yy}=0, \quad \tau_{xy}=0 \quad (13)$$

$$\text{B-C에 대하여, } u_x=0, \quad \tau_{xy}=0$$

$$\text{C-D에 대하여, } u_x=0, \quad u_y=0$$

2장에서, 수분 흡수 영향은 온도 변화 영향과 유사하다고 가정되었다. 따라서, 참고문헌<sup>(9)</sup>에서와 같이, 필름내의 균일한 수분 변화  $\Delta mH(t)$ 는  $\gamma(t)$   $n_i$ 에 해당하는 표면력(traction)의 증가와 동등한데,  $\gamma(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\gamma(t)=3K\beta\Delta mH(t) \quad (14)$$

식 (14)에서,  $K$ 는 체적 계수를 나타내고,  $n_i$ 는

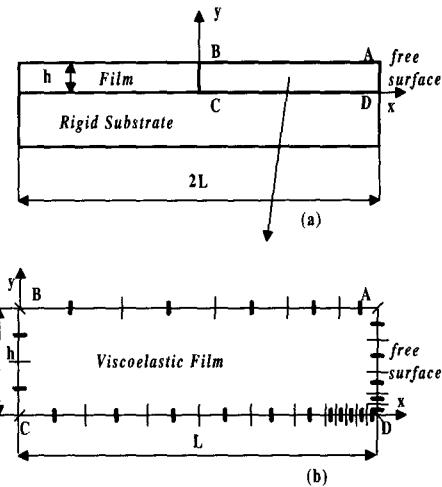


Fig. 3 Boundary element analysis model

경계면 위에서 단위 바깥방향 법선 성분들을 가리키며,  $\beta$ 는 필름의 수분 팽창계수를 나타낸다.

필름 내에서의 수분 변화가 균일한 경우에, 필름에 대한 경계적분 방정식은 실제 시간  $t$ 보다, 환산 시간  $\xi$ 에 대해서 기술 하는게 편리하다. 어떤 체력도 존재하지 않는다는 가정아래, 필름에 대한 경계적분 방정식은 다음과 같이 주어진다.<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned} & c_{ij}(\mathbf{y}) u_j(\mathbf{y}, \xi) \\ & + \int_S u_j(\mathbf{y}', \xi) T_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^{\xi} u_j(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial T_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi)}{\partial \xi'} d\xi] dS(\mathbf{y}') \\ & = \int_S [ t_j(\mathbf{y}', \xi) U_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^{\xi} t_j(\mathbf{y}', \xi - \xi') \frac{\partial U_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi)}{\partial \xi'} d\xi] dS(\mathbf{y}') \\ & + \int_S [\gamma(\xi) n_i U_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \\ & + \int_{0+}^{\xi} \gamma(\xi - \xi') n_i \frac{\partial U_{ij}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; \xi)}{\partial \xi} d\xi] dS(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에서,  $u_j$ 와  $t_j$ 는 각각 변위와 표면력 벡터를 나타내고,  $S$ 는 해석 모델의 경계면을 가리킨다.  $c_{ij}$ 는 경계면의 기하학적 조건에 의해 결정되는 항이고,  $U_{ij}$ 와  $T_{ij}$ 는 환산 시간 영역에서의 점탄성 기본해를 나타낸다. 이러한 기본해는 환산 시간의 형태로 탄성-점탄성 대응원리로부터 구해질 수 있다. 식 (15)는 수치적으로 처리될 수 있는데, 시간 적분에 대해서는 변형된

심프슨 공식을 사용하고, 경계면에 대해서는 2차 선 요소를 사용하면 정확하고 효율적인 계산이 수행될 수 있다.<sup>(9)</sup>

식 (15)를 정리하면 다음과 같은 행렬 방정식이 얻어진다.

$$[\mathbf{H}](\mathbf{u}) = [\mathbf{G}](t) + \{ \mathbf{B}_m + \mathbf{R} \} \quad (16)$$

식 (16)에서,  $\mathbf{H}$ 와  $\mathbf{G}$ 는 영향 행렬을 나타내고,  $\mathbf{B}_m$ 은 수분 흡수로 인한 영향을 가리키고,  $\mathbf{R}$ 은 점탄성 이력을 나타낸다.

식 (16)에 외부 경계조건 식 (13)을 적용하여 풀면, Fig. 3(b)의 해석 모델에 대한 경계 면에서의 변위와 표면력 또는 응력들이 얻어진다. 얻어진 해를 실제 시간으로 전환하면 최종 해가 얻어진다. 수치 해석을 수행하기 위해서, 식 (12)로 주어진 값들 이외에, 다음의 수치 값들이 추가로 사용되었다. 즉

$$\begin{aligned} \Delta m &= 1 \% \text{ (by weight)} \\ \beta &= 0.01 / \text{wt\%} \end{aligned} \quad (17)$$

Fig. 3(b)는 23개의 2차 선 요소로 이루어진 경계요소 해석 모델이다. 큰 응력 구배가 나타나는 계면 모서리 근처에는 세밀한 요소들이 사용되었다. Fig. 4와 Fig. 5는 무차원 시간  $t/t^*=0$ 과 0.07에 대해서, 수직 응력  $\sigma_{yy}$ 와 전단 응력  $\tau_{xy}$ 들이 계면에 분포된 상태를 나타낸다. 응력들은 계면 모서리 부근에서 매우 큰 변화를 보이는데, 이러한 응력 변화는 계면 모서리 부근에 집중되어 있다.

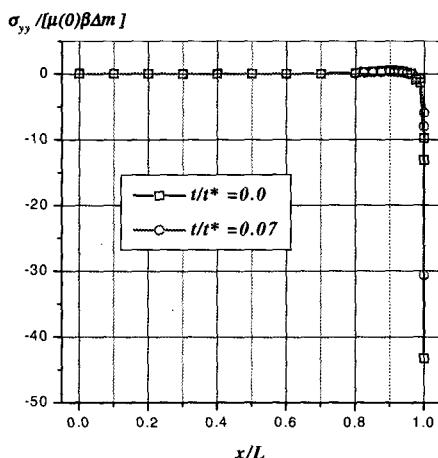


Fig. 4 Distribution of interface normal stress at  $t/t^*=0$  and 0.07

이러한 응력 구배는 시간의 경과에 따라 상당히 이완되고 있는데, 여전히 큰 응력 구배가 이완에 관계없이 계면 모서리 부근에 나타나고 있다. 이러한 결과를 볼 때, 점탄성 필름에 수분 흡수로 발생하면, 필름과 모재의 계면 모서리에는 특이 응력들이 나타나며, 점탄성 이완에도 불구하고 응력 특이성들은 여전히 존재한다. 수분 흡수로 인해 나타나는 계면 특이 응력들 중 전단응력은 계면 모서리에서의 접착 결합이 약하면 전단 박리현상을 일으키거나 모서리 균열을 야기시킬 수 있다고 판단되는 반면, 수직응력은 인장이 아닌 압축응력의 상태에 있으므로 모서리에서의 박리 현상을 억제시키는 역할을 하고 있는 것으로 나타나고 있다. 이러한 응력 특이성을 이해하기 위해서는 계면 모서리에서의 응력특이계수를 조사할 필요가 있다.

응력특이계수는 Wang과 Choi에 의해 처음 제안되었는데,<sup>(11)</sup> 이 논문에서는 응력특이계수를  $h^{1-\lambda}$ 로 정규화하여 다음과 같이 정의하였다.

$$K_{ij} = \lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{r}{h} \right)^{1-\lambda} \sigma_{ij}(r, \theta, t) \Big|_{\theta=0} \quad (18)$$

식 (18)은 응력단위를 갖는 양이다. Fig. 6은 응력 특이계수가 시간의 경과에 따라 변화되는 모양을 보여주고 있다. Fig. 6에서 볼 때,  $K_{xy}$ 와  $K_{yy}$ 는 모두 시간이 경과함에 따라 절대 값들이 점차 작아지다가 일정한 값으로 수렴하고 있다. 현재의 수치해석 결과에 의하면, 수분 흡수로 인한

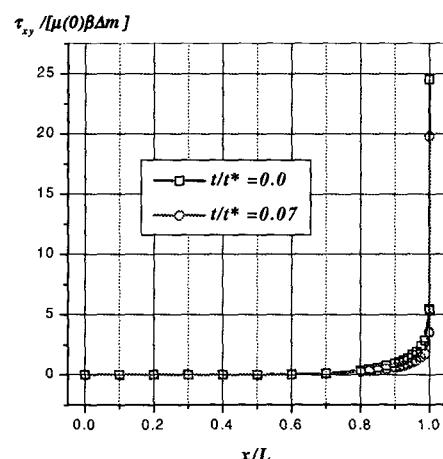


Fig. 5 Distribution of interface shear stress at  $t/t^*=0$  and 0.07

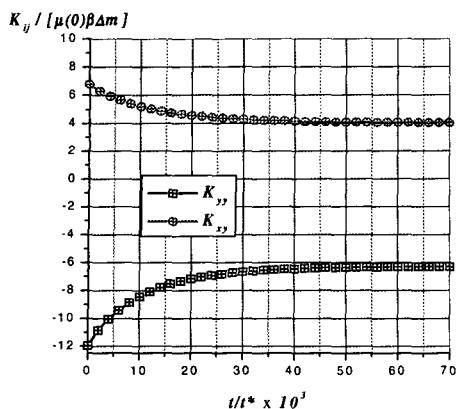


Fig. 6 Variation of the free-edge stress intensity factors

박리현상은 모서리에서 박리를 발생시키려는 전단응력과 이를 억제하려는 압축응력과의 상대적인 크기에 영향을 받는다고 볼 수 있다. 그러나 현재의 해석결과에 의해서는 두 응력의 상대적인 크기와 박리의 발생정도의 관계에 대해서는 정확한 예측이 가능하지 않다고 보여진다.

Fig. 2와 Fig. 6을 비교해 볼 때, 응력특이계수는 시간의 경과에 따라 점차 이완되다가 일정한 값으로 수렴하는 반면, 특이 차수는 점차 증가되다가 일정한 값으로 수렴하고 있다. 이러한 특이 차수의 증가와 응력특이계수의 이완중 어느 부분이 실제 모서리 박리나 국부 항복에 더 큰 역할을 하는지를 알기 위해서는 실험적인 뒷받침이 요구된다고 보여진다.

#### 4. 결 론

모재 위에 입혀져 있는 얇은 점탄성 필름이 주변으로부터 수분을 흡수하게 될 때, 계면 모서리에 발생하는 응력 특이성이 조사되었다. 필름에 의해 모재는 강성이 매우 크므로 강체로 가정되었다. 계면에 발생하는 응력해석은 시간 영역 경계요소법을 적용하여 수행되었는데, 계면 모서리에는 매우 큰 응력 구배가 나타났다. 이러한 특이 응력들은 필름의 길이나 두께에 비교해 비교적 작은 범위에 걸쳐 나타나고 있으며, 시간의 경과에 따라 이완되는 경향을 보여주고 있다. 특이 차수는 Williams 방법과 라플라스 변형을 이용

하여 계산되었는데, 점탄성 필름의 물성이 변함에 따라 점차 증가하다가 일정한 값으로 수렴하였다. 경계요소법에 의해 얻어진 응력들과 특이 차수를 사용하여 계산된 응력특이계수는 초기 값에서 점차 이완되다가 일정한 값으로 수렴되는 현상을 보여 주었다.

수분 흡수로 인해 필름의 계면 모서리에 나타나는 응력 특이성은 피할 수 없는 현상으로, 수분 흡수가 많게 되거나, 계면 모서리 부근에서 결합 상태가 전전하지 않으면 외력이 작용하지 않는 상태에서도 모서리 균열이 발생하거나 박리 현상이 나타날 수 있다. 해석 과정에서 점탄성 물성이 시간의 경과에 따라 변할 때, 특이 차수는 증가하고 응력특이계수는 이완되어 가는데, 이러한 두 현상중 어느 부분이 필름의 전전성에 더 큰 영향을 주는지를 확인할 수 있는 실험적인 검증이 요구된다고 판단된다.

#### 참고문헌

- (1) Reedy, E.D., Jr., 1990, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 36, pp. 575~583.
- (2) Tsai, M.Y. and Morton, J., 1991, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 28, pp. 1053~1075.
- (3) Bogy, D.B., 1968, *ASME J. Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 460~466.
- (4) 송기남, 1997, “이종재료로 구성된 영역의 응력장 해석 개선방안 연구,” 대한기계학회논문집 (A), 제21권 제11호, pp. 1844~1851.
- (5) Weitsman, Y., 1979, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 701~713.
- (6) Delale, F. and Erdogan, F., 1981, *ASME J. Applied Mechanics*, Vol. 48, pp. 331~338.
- (7) Lee, S.S., 1998, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 1385~1394.
- (8) Lee, S.S., 1997, *ASME J. Applied Mechanics*, Vol. 64, pp. 408~414.
- (9) Lee, S.S. and Westmann, R.A., 1995, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 607~629.
- (10) Williams, M.L., 1952, *ASME J. Applied Mechanics*, Vol. 74, pp. 526~528.
- (11) Wang, S.S. and Choi, I., 1982, *ASME, J. Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 549~560.