

반응표면모델에 의한 철도 차량 대차의 탄성조인트 최적설계

박 찬 경* · 이 광 기 **

(1999 년 3 월 5 일 접수)

Optimization of the Elastic Joint of Train Bogie Using by Response Surface Model

Chankyong Park and Kwangki Lee

Key Words : Railway Dynamics(철도차량동역학), Response Surface Model(반응표면모델), Design of Experiments(실험계획법), Optimization(최적화), Sensitivity Analysis(민감도해석), Central Composite Design(중심합성법)

Abstract

Optimization of the elastic joint of train is performed according to the minimization of ten responses which represent driving safety and ride comfort of train and analyzed by using the each response surface model from stochastic design of experiments. After the each response surface model is constructed, the main effect and sensitivity analyses are successfully performed by 2nd order approximated regression model as described in this paper. We can get the optimal solutions using by nonlinear programming method such as simplex or interval optimization algorithms. The response surface models and the optimization algorithms are used together to obtain the optimal design of the elastic joint of train. The ten 2nd order polynomial response surface models of the three translational stiffness of the elastic joint (design factors) are constructed by using CCD(Central Composite Design) and the multi-objective optimization is also performed by applying min-max and distance minimization techniques of relative target deviation.

기호설명

- Y : 성능지수
- Y_{obj} : 목적함수(해석 값)
- X : 설계변수
- β : RSM 반응계수
- ϵ : 해석 값과 회귀모델의 오차
- L : 오차의 제곱합
- R^2 : 결정계수
- R^2_{adj} : 수정결정계수
- f : 목적함수
- f^G : 설계요구치
- S_{yy} : 목적함수의 분산값
- SSE : 오차의 분산합

1. 서론

철도차량은 동적 질량요소로서 차체, 대차 및

휠 셋으로 크게 고려되고, 이를 연결하는 현수 장치로서 차체와 대차간에 1차와 대차와 휠 셋간에 2차 현수 장치로 구성되며 이들 현수 장치들은 탄성 및 댐핑 요소들로 구성된다. 이러한 탄성 요소들은 철도 차량의 안전성과 승차감에 중요한 영향을 미치는 인자들이며, 특히 1차 현수 장치의 탄성 계수는 철도 차량의 초기 설계 단계에서 안정성과 안전성 및 승차감을 동시에 고려하여 설계되어야 한다. 하지만 철도 차량의 현수 장치는 초기 설계 단계에서 원하는 성능을 얻기 위한 기준 설계 값의 선정이 어려우며, 특히 여러 가지의 성능을 동시에 만족시키는 설계를 하기 위해서는 무수히 많은 설계 변수가 있을 수 있으므로 주어진 짧은 시간 내에 정확하고 효과적인 설계를 하기 위해서는 새로운 설계 방향의 제시가 필요하며 이에 대한 연구가 이루어져야 한다.

따라서 철도차량 현수 장치의 설계는 만족해야 할 설계변수와 성능들이 많이 존재하기 때문에 통합 최적설계의 방법론으로 최근에 빠르게 적용되고 있는 통계적 방법론인 반응 표면 모델을 적용

* 회원, 한국철도기술연구원

E-mail : ckpark@krri.re.kr

TEL : (0343)384-6684(교 137) FAX : (0343)382-3318

** 엔브이에이치코리아㈜

하는 것이 효과적이다.⁽¹⁻³⁾ 이에 대한 적용은 전역 근사 최적화 기법으로 볼 수 있는 실험계획법에 의한 반응 표면 모델을 이용한 통합 최적 설계로서 NASA, LMS, GM 등의 연구에서 찾아볼 수 있다.

NASA 에서는 유한요소모델과 전산유체 동력학의 통합 최적 설계에 효과적으로 적용을 하고 있으며,⁽⁴⁾ 벨기에의 LMS 에서는 엔진 기어박스 경량화, 반도체 공정 최적화 및 자동차의 NVH(Noise, Vibration and Harshness) 분야에 적용하여 좋은 결과를 얻고 있다.⁽⁵⁾ GM 에서도 CAD 와 CAE 를 통합한 구조해석, 충돌해석, 공기역학, 차량 동력학, 내구해석 등의 통합 최적설계에 적용을 하고 있다.⁽⁶⁾ 본 연구에서는 1차 현수 장치의 현가 요소 중에서 탄성 조인트 병진 성분의 탄성 계수 3가지 인자를 설계 변수로 설정하고, 승차감에 관련된 수직 방향 및 횡 방향 승차감의 2가지와 안전성에 관련된 풍력 작용 및 곡선 주행시의 운중 감소와 탈선 지수의 8가지를 성능 지수로 선정하여 중심 합성법을 이용한 반응 표면 모델을 구성하여 민감도 해석 및 다중 목적 함수 최적설계를 수행한다.

2. 반응 표면 모델⁽³⁾

2.1 철도차량 모델링

철도 차량의 동적 거동 해석은 영국 철도 연구소에서 개발된 철도 차량 전용 해석 프로그램인 Vampire 를 이용하여 수행한다.⁽⁷⁾ 해석을 위한 시스템 편성 모델과 좌표계는 다음 Fig. 1 과 같다.

차량시스템 편성모델은 동력차-동력 객차-객차(3대)-동력 객차로 구성하였으며 대차는 동력차용 동력대차 (PMB, Power Motor Bogie) 2대, 동력객차용 동력대차 (MTB, Motorized Trailer Bogie) 전후 2대 및 동력객차와 객차, 객차와 객차를 연결하는 관절대차 (ATB, Articulated Trailer Bogie) 4대로 구성되어 있다.

본 연구에서 주로 해석을 수행할 대상은 동력 객차용 동력대차이며 이 동력대차의 현가 요소의

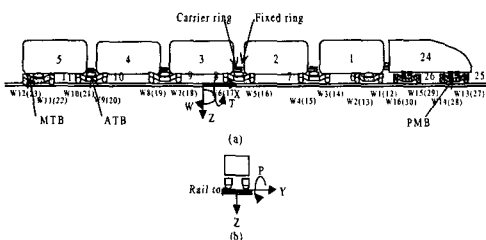


Fig. 1 Train model and axis system

명칭 및 장착 위치는 Fig. 2 에 표시하였다.

이중 코일 스프링, 에어 스프링, 오일 댐퍼 등과 같은 여러 가지 1차 현수 장치의 현가 요소 중에서 탄성 조인트 병진 성분의 3 방향 탄성 계수 k_x, k_y, k_z 를 설계 변수로 선정하였다. 철도 차량은 휠과 레일의 접촉역학으로 운행되는 시스템이므로 무엇보다도 휠의 주행강성을 유지시켜주는 탄성 조인트 병진 성분의 탄성 계수에 대한 민감도 및 최적화가 우선적으로 진행되어야 한다.

철도 차량의 주행 안전성과 승차감을 위해서는 각 휠에 대하여 성능지수를 선정하여야 하나 본 연구에서는 Table 1 과 같이 모두 10 개의 기본적인 유사한 특성으로서 성능지수를 선정하였다. 이는 안전성 측면으로 곡선 주행시의 준 정상 상태와 풍력 작용시의 과도 상태인 경우를 고려하여 곡선 주행과 풍력 작용 시에 나타나는 상하방향 휠 작용력에 대한 좌우방향 작용력 비인 탈선 지수와 동적 운중 감소의 최대치를 계산하여 총 8 개의 성능 지수를 선정하였다. 철도 차량의 승차감도

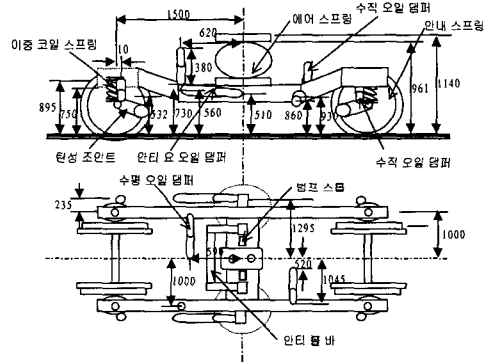


Fig. 2 MTB suspension elements

Table 1 Dynamic performance index

Condition	Name	Performance index
Wind on straight track (Transient state)	Imlw1	Unloading on left wheel 1
	Imrw1	Unloading on right wheel 1
	Imlw1	Derailment on left wheel 1
	Imrdw1	Derailment on right wheel 1
Curve track (Quasi-static state)	Culdw1	Derailment on left wheel 1
	Culdw2	Derailment on left wheel 2
Straight track	Curw1	Unloading on right wheel 1
	Curw2	Unloading on right wheel 2
Straight track	Rilat	Ride comfort in Y direction
	Rivert	Ride comfort in Z direction

Table 1 과 같이 불규칙 레일을 직진 주행할 때 나타나는 수직 및 횡 방향 가속도의 값을 고려하여 총 2 개의 성능 지수를 선정하였다.

2.2 중심합성법에 의한 반응 표면 모델

Fig. 2 의 3 가지 설계 변수와 Table 1 의 10 가지 동력학 성능 지수 들의 상관관계인 반응 표면 모델은 식 (1)과 같은 일반화된 2차 다항식의 회귀 모델로 구성할 수 있으며 식 (1)의 반응 표면 모델의 계수 β_i 는 일반적으로 다음 식 (2)와 같이 최소 자승 법을 적용하여 구한다.

$$Y = X_i^T \beta_i + \varepsilon = X_i^T [X^T X]^{-1} X^T Y_{obj} \quad (1)$$

$$L = \sum \varepsilon^2 = \sum (Y - X_i^T \beta_i)^2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = -2X_i^T Y + 2X_i^T X_i^T \beta_i \quad (2)$$

$$\therefore \beta_i = (X_i^T X_i)^{-1} X_i^T Y$$

위 식 (2)에서 구한 반응 표면 모델의 통계적인 정확도는 일반적으로 분산분석표에 의한 F-검정, 잔차 평균 제곱 MSE, 결정계수 R^2 에 의한 검정 등을 많이 사용하고있으며 최근에는 식 (3)과 같이 수정 결정계수 R^2_{adj} 을 결정계수 R^2 과 같이 병행하여 사용하고있다.(3)

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{S_{yy}}$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SSE/(n-p)}{S_{yy}/(n-1)} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R^2) \quad (3)$$

where $SSE = \sum (Y - \bar{Y})^2$

$$S_{yy} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$$

$p = \text{No. of coeff.}$

식 (1)의 반응 표면 모델을 구성하기 위한 실험 계획의 선택은 반응 표면 모델의 정확도와 해석 시간에 큰 영향을 미친다. 일반적으로 설계 변수가 5 개 미만으로 적은 경우에는 중심 합성 계획법과 Box - Benken 계획법을 가장 많이 사용하고 있으며 설계 변수가 많은 경우에는 해석 및 실험의 횟수를 줄이기 위하여 반응 표면 모델의 일반 분산 뿐만 아니라 최대 분산을 최소화 시키는 관점에서 식 (1)의 $1X^T X$ 를 최대화 시키는 D-optimal 실험 계획법이 많이 적용되고 있다. 특히 중심합성 계획법은 Table 2와 같이 먼저 8회(2³)의 2수준계획의 선형해석(Table 2의 1~8)을 수행한 후에 비선형 해석을 추가할 경우에는 선형해석에 7회(1+2*3)의 해석만 추가하기 때문에(9~15) 가장 많

Table 2 Central composite design

No.	Kx	Ky	Kz
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1
9	-1	0	0
10	1	0	0
11	0	-1	0
12	0	1	0
13	0	0	-1
14	0	0	1
15	0	0	0

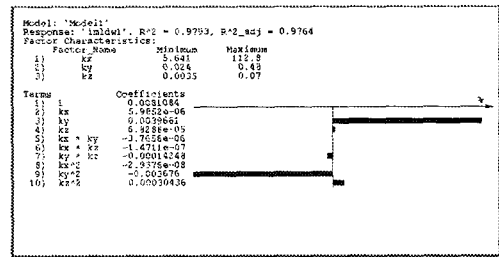


Fig. 3 Response surface model of the imldw1

이 적용되고 있으며 본 연구에서도 설계 변수가 탄성 조인트 탄성 계수 3개인 경우이므로 중심 합성 계획법을 적용하여 해석하였다.

탄성 조인트의 3가지 탄성계수 변화에 대한 Table 1의 10가지 반응 표면 모델은 LMS사에서 개발된 통합 설계 프로그램인 OPTIMUS를(8) 사용하여 자동적으로 Vampire 해석을 Table 2의 배열에 따라 15회 수행한 다음 식 (2)의 최소 자승 법을 적용하여 구성하였다. 10가지 반응 표면 모델 중에서 한 가지 예제로 다음 Fig. 3에 표시한 imldw1의 반응 표면 모델을 살펴보면 결정계수 R^2 은 0.9793이고 수정 결정계수 R^2_{adj} 는 0.9764로서 반응 표면 모델에 의하여 해석 결과의 약 98%가 설명된다는 것을 의미하며 이것은 반응 표면 모델이 Vampire 해석 결과에 대하여 98%의 신뢰도를 갖는다는 것을 의미한다.

Fig. 3을 살펴보면 imldw1에서는 반응표면모델의 계수가 큰 k_y 와 k_z 의 제곱 항이 중요한 설계 변수임을 알 수 있으며 이것은 다음 Fig. 4와 같이 분산분석을 통한 주효과의 민감도 해석을 수행하면 변화량이 가장 큰 k_y 가 성능지수에 가장 큰

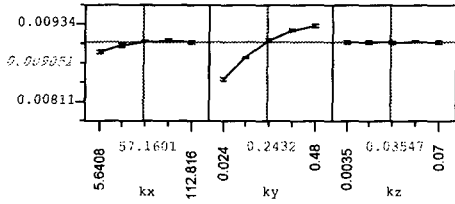


Fig. 4 Effects of design parameters for the imldw1

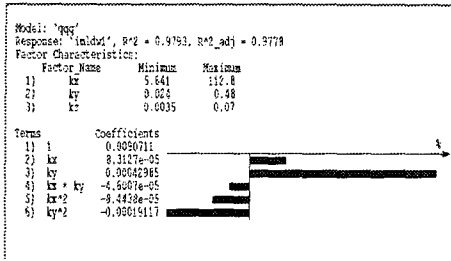


Fig. 5 RSM of the imldw1 after stepwise regression

영향을 미치는 설계 변수임을 더욱 쉽게 알 수 있으며 Kx와 ky의 영향은 상대적으로 작다는 것을 알 수 있다.

2.3 순차적 회귀에 의한 변수 선택⁽³⁾

2.2절의 Fig. 3의 반응 표면 모델에서 중요하지 않은 변수들을 찾아내서 모델에서 제거할 수 있다면 근사화된 모델의 정확도를 향상시킬 수 있다. 또한 변수 선택에 의해 불필요한 변수들이 제거된 최적에 가까운 모델을 얻을 수 있으며 이 최적에 가까운 모델들을 3절의 다중 목적 함수 최적화에 적용하면 좀 더 전역 최적 값에 가까운 해를 얻을 수 있는 장점도 아울러 얻을 수 있다. 불필요한 변수를 제거하는 변수 선택법 중에서 순차적 회귀에 의한 방법이 많이 사용되고 있으며 순차적 회귀는 전방 선택법과 후방 소거법을 결합하여 부분 F 검정, t 검정, Mallow의 C_p 검정 등을 사용하여 불필요한 변수를 소거하는 방법이다.

순차적 회귀에 의한 imldw1의 변수 선택의 결과는 Fig. 5와 같으며 Fig. 3과 비교하여 kz, kx*kz, ky*kz, kz*kz의 4가지 계수 항이 제거됐다는 것을 알 수 있으며 이것은 imldw1은 kx, ky만의 함수로 표현이 된다는 의미이다. 또한 결정계수 R²은 0.9793이고 수정 결정계수 R²_{adj}는 0.9778로서 오히려 초기의 반응 표면 모델보다도 향상된 값을 보여준다.

imldw1 반응 표면 모델의 3차원 모델을 그려보면 다음 Fig. 6과 같으며 kx와 ky의 변화에 따른

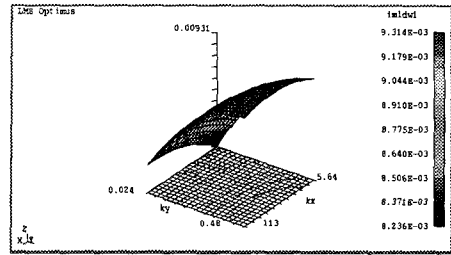


Fig. 6 3-D plot of the imldw1 after stepwise regression

성능 지수의 imldw1의 변화를 시각적으로도 확인하며 설계 검토를 수행할 수 있다. 여기서 성능지수 imldw1은 kx와 ky의 값이 적을수록 좋은 성능을 갖는다는 것을 알 수 있다.

Table 1의 다른 9가지의 성능 지수도 중심합성법을 적용하여 반응 표면 모델을 구하였으며 이 반응 표면 모델들도 모두 imldw1 해석과 동일한 방법으로 분석하였다.

3. 다중목적함수 최적화

다중 목적 함수 최적화는 다음 식 (4)와 같이 표현할 수 있으며 여기서 n은 목적함수의 개수이고, P는 선호 함수로서 여러 개의 목적 함수를 하나의 등가 함수로 변환하는 함수를 의미한다.

$$Min P\{f_i(b)\}, i=1,2,\dots,n \quad (4)$$

다중 목적 함수 최적화 기법 중에서 가중치 방법, 거리 방법, 최대-최소 방법의 3가지를 가장 많이 사용하고있으며^(9,10) 본 연구에서는 거리 방법, 최대-최소 방법을 적용하고자 한다.

3.1 거리방법

설계자의 요구치와 각 목적함수와의 상대 편차의 합을 최소화 시켜나가는 방법으로서 식 (5)와 같이 표현된다. 여기서 f_i^G는 i번째 목적함수의 설계 요구치 또는 이상적 최적치를 나타낸다.

$$P\{f_i(b)\} = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i(b) - f_i^G}{f_i^G} \right)^p \right]^{1/p} \quad (5)$$

거리방법은 만약 f_i^G를 적절히 선정을 할 수가 있다면 설계 영역에서의 최적치를 표현할 수 있다.

3.2 최대-최소 방법

설계자의 요구치와 각 목적함수와의 차이를 구하여 이 상대 편차 중에서 가장 큰 것을 최소화 시켜 나가는 방법으로서 식 (6)과 같이 표현된다.

$$P\{f_i(b)\} = Max_{i=1,\dots,n} \left[\frac{f_i(b) - f_i^G}{f_i^G} \right] \quad (6)$$

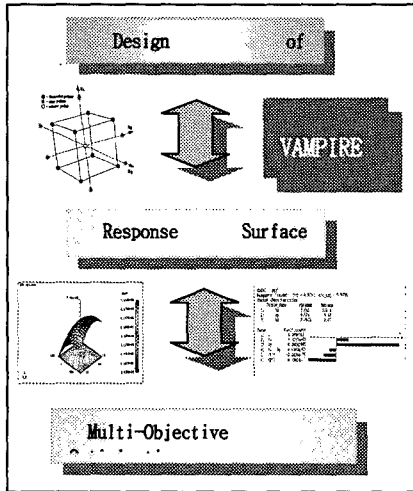


Fig. 7 Flowchart of analysis process

최대-최소 방법은 거리 방법이나 가중치 방법에 비하여 f^0 의 집합이 이루는 꼭지점의 대각 방향에 있는 꼭지점이 최적 해가 되기 때문에 항상 하나의 유일한 최적 해가 존재하는 장점이 있다.

3.3 반응표면모델에 의한 최적설계

Fig. 7은 본 연구의 해석절차를 보여주며 다음과 같은 3 가지 절차를 수행한다.

- 1) 실험계획법 : 2.1 절의 설계변수 및 동력학 성능 지수의 반응표면모델을 구성하기 위한 실험계획을 2.2 절의 중심합성법으로 수행한다.
- 2) 반응표면모델 : 실험계획에 따라 VAMPIRE 해석을 수행한 후 반응표면모델을 구성한다. 2.3 절의 순차적 회귀에 의한 민감도 해석 및 변수 선택을 실시한다.
- 3) 다중목적 최적설계 : 성능지수의 반응표면모델에 최대-최소 및 거리방법을 적용하여 최적 해를 구한다.

다중목적 최적설계는 설계자가 선정한 성능지수 최소 값의 90%를 설계요구치로 하여 수행하였다. 최대-최소 방법은 항상 유일한 해를 얻을 수 있는 장점이 있지만 선호 함수의 도함수가 연속이 되지않는 문제점을 가지고 있기 때문에 다중목적 함수 최적화에 도함수 정보를 필요로 하지 않는 심플렉스 알고리즘⁽¹¹⁾을 적용하여 거리 방법과 최대-최소 방법의 최적 해를 구하였다.

Fig. 8에 거리 방법과 최대-최소 방법으로 구한 최적 해와 현재 설계 값(초기해)을 표시하였으며, 탄성조인트의 초기 탄성계수값은 K_x 가 56.4MN/m, K_y 가 0.24MN/m, K_z 가 0.035MN/m 이고, 거리방법에 의한 최적 탄성계수값은 K_x 가 69.31MN/m, K_y

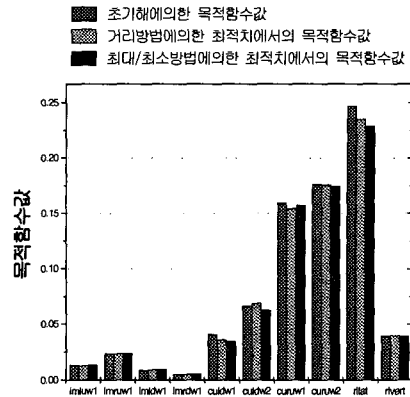


Fig. 8 Comparison of dynamic performance index

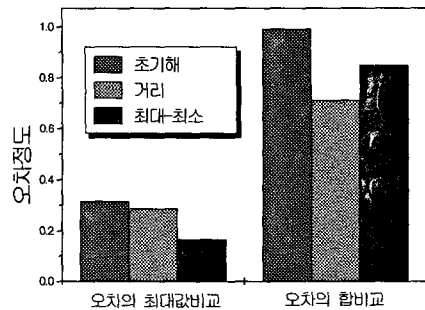


Fig. 9 Comparison of errors

가 0.48MN/m, K_z 가 0.049MN/m 이며, 최대/최소방법에 의한 최적 탄성계수값은 K_x 가 17.8MN/m, K_y 가 0.39MN/m, K_z 가 0.034MN/m 이다. 최대-최소 방법과 거리 방법에 의한 최적해 모두가 초기해와 비교시 대체적으로 감소시키는 방향으로 향상이 되지만 현격한 차이가 나타나지 않는 것은 초기치가 최적값에 근접해 있기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 9는 다중 목적함수 최적화에 이용한 최대-최소 방법과 거리 방법을 비교한 내용이며 사용하는 방법에 따라 목적함수의 값이 차이가 있는 것을 알 수 있다. 최대-최소 방법을 적용한 경우에는 가장 적은 오차의 최대 값을 갖는다는 것을 알 수 있고 거리 방법을 적용한 경우에는 가장 적은 오차 합을 갖는다는 것을 알 수 있다. 즉 설계자는 설계요구치에 대한 성능지수의 오차에 대하여 오차의 최대값을 최소화하는 방법과 오차의 합을 최소화하는 방법을 해석 내용에 따라 적절히 선정해야한다.

최대-최소 방법과 거리 방법에 의해 선정된 최적 해에 대한 차량 안정성 측면에서 Fig. 10, Fig. 11과 같이 휠의 측면 방향 변위를 계산하여 구해

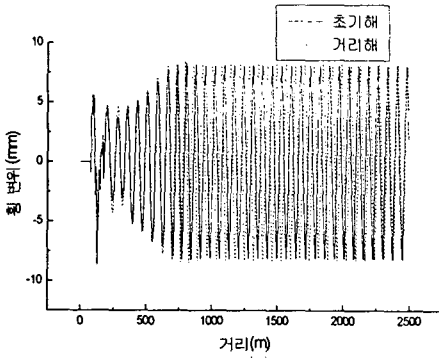


Fig. 10 Stability of vehicle for the solution of distance Method

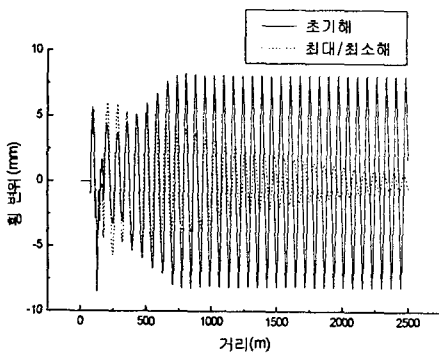


Fig. 11 Stability of vehicle for the solution of min/max method

진 최적 해의 차량 동적 안정성을 검토해 보았다.

Fig. 10의 거리 방법에 의한 결과는 초기 설계 값에 의한 결과와 비교하여 안정성 측면에는 큰 향상이 나타나지 않았으나, Fig. 11의 최대-최소 방법에 의한 결과는 과도 상태의 안정성을 크게 향상시키는 것을 보여준다. 최대-최소 방법은 오차의 최대치를 최소화하기 때문에 과도상태 해석에 좋은 결과를 주는 것으로 생각된다.

따라서 본 연구 대상 철도차량의 1차 현수 장치 탄성조인트에 대한 다중 목적 최적설계의 관점에서 살펴보면 전체적인 오차를 줄여주는 거리 방법을 사용하는 것보다는 오히려 최대 오차를 줄여주는 최대-최소 방법을 사용하는 것이 좋은 최적해를 준다는 것을 알 수 있다.

4. 결론

철도 차량의 1차 현가 장치의 탄성조인트 최적 설계에 통계적 실험계획법을 적용하여 반응 표면

모델을 구성하고 거리 방법과 최대-최소 방법을 적용하여 10가지 성능 인자들을 고려한 다중목적 함수 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 반응 표면 모델을 구성함으로써 각 성능 지수에 대한 민감도 해석 및 변수 선택을 효율적으로 수행할 수 있다.

(2) 2차 항의 다항식으로 반응 표면 모델을 구성하였기 때문에 다중 목적 함수 최적화를 수행하는 과정에서 많은 시간과 노력을 줄일 수 있다.

(3) 많은 설계 변수와 성능 지수를 고려해야 하는 다중 목적 함수 문제에 근사화 된 반응 표면 모델을 적용하면 좋은 최적 해를 얻을 수 있다.

후기

본 연구는 G7 고속전철 기술개발사업의 일환으로 수행되었으며, 지원해주신 관계기관에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 박성현, 1995, 회귀분석, 민영사.
- (2) 박성현, 1995, 현대실험계획법, 민영사.
- (3) Myers, Montgomery, 1995, *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York.
- (4) Dudley, 1995, "Multidisciplinary Optimization of the High-Speed Civil Transport," AIAA Paper 95-1024.
- (5) Nick Tzannetakis, 1997, "Numerical Methods for Modeling and Optimization of Noise Emission Applications," *ASME Symposium in Acoustics and Noise Software*, Detroit, MI, USA.
- (6) Bennet, 1998, "Issues in Industrial Multidisciplinary Optimization," AIAA Paper 98-4737.
- (7) BRR, 1998, VAMPIRE User's Manual.
- (8) LMS, 1998, OPTIMUS User's Guide.
- (9) Koski, J., 1984, *Multi-criteria Optimization in Structural design in New Directions in Optimal Structural design*, John Wiley & Sons.
- (10) Osyczka, 1984, *Multi-criteria Optimization in Engineering with FORTRAN Programs*, Ellis Horwood Limited.
- (11) James N. Siddal, 1972, *Analytical Decision-Making in Engineering Design*, Prentice-Hall.