

상용 소프트웨어 ANSYS 를 이용한 열전도문제의 형상설계 민감도 해석

최 주 호*

(1999 년 2 월 18 일 접수)

Shape Design Sensitivity Analysis of Thermal Conduction Problems using Commercial Software ANSYS

Joo Ho Choi

Key Words : Finite Element Method(유한요소법), Boundary Element Method(경계요소법), Shape Design Sensitivity Analysis(형상설계민감도해석), Thermal Conduction(열전도), Commercial Software (상용 소프트웨어)

Abstract

A method for shape design sensitivity analysis is proposed utilizing commercial software ANSYS for thermal conduction problems. While the sensitivity formula is derived analytically by introducing adjoint variable concept, sensitivity calculation in practice as well as the primal and adjoint solution of thermal conduction is performed using the ANSYS very easily. Since the formula always takes boundary integral form, sensitivity evaluation in ANSYS requires a little more addition of post-processing routine which involves evaluation of boundary variable from the obtained solution. Though the BEM has been used as a better tool for this purpose, the present study shows it can also be calculated using any kind of analysis code such as ANSYS since the formula is based on analytic nature. Therefore the present study provides a new and efficient way of optimization which was not possible before using commercial software. The usefulness of the method is illustrated via a weight minimization problem of thermal diffuser.

기호설명

- u : 온도장 함수
- k : 열전도도
- p : 경계에서 법선방향 열속
- q : 경계에서 접선방향 열속
- h : 대류 열전달 계수
- Ψ : 임의의 범함수(Functional)
- ψ : u 와 p 에 관한 임의의 함수
- \dot{u} : 함수 u 의 전미분(Material derivative)
- V_k : 경계에서의 속도 벡터
- u^* : 주변수 u 에 대한 보조(Adjoint) 변수

1. 서론

형상설계 민감도 해석은 열전도나 구조물의 형상설계 문제에서 설계개선을 위한 목적함수의 구배를 계산하는 과정으로서, 형상자체가 설계변수임으로 인해 기존의 치수설계 문제에 비해 더욱 높은 난이도를 가진다. 이러한 민감도의 해석을 위해 지금까지 연구된 방향은 크게 세 가지로 구분되는데 첫째가 유한차분법(FDM, Finite Difference Method)으로 설계변수의 유한차분에 의한 구배계산, 둘째가 준 해석적 방법(SAM, Semi-Analytic Method)으로 유한 차원화 된 강성행렬 방정식에 대해 해석적 구배 유도, 마지막으로 연속체 방법(CM, Continuum Method)으로 민감도의 해석적 공식유도가 있다. 이 중에서 FDM 은 이해가 쉽고 프

* 회원, 한국항공대학교 항공기계공학과
 E-mail : jhchoi@nic.hankong.ac.kr
 TEL : (02)300-0117 FAX : (02)3158-2191

로그림 작성이 단순한 이점이 있는 반면 매우 많은 계산량, 낮은 정확도 문제가, SAM 역시 낮은 정확도 및 코딩의 복잡성 등의 단점이 있다. 이에 반해 CM은 강성행렬을 알 필요없이 유도된 공식을 가지고 민감도 계산만 하면 되므로 높은 정확도를 유지할 수 있으나, 유도과정에서 연속체 역학 및 변분에 대한 깊은 수학적 이해를 필요로 한다.

Choi 등⁽¹⁾은 이미 CM과 관련하여 80년대에 많은 연구결과를 발표하였고 또한 유한요소 해석 패키지에 연계하여 민감도 해석하는 방법도 제시한 바 있다.^(2,3) 이들은 변분 방정식을 토대로 영역적분 형 목적함수를 고려하였으며, 민감도 공식은 경계적분으로 표현되었다. 그러나 유한요소법은 경계에서 낮은 정확도를 가질 뿐 아니라 최적화 과정 중 형상변화로 인한 유한요소 메시 재배치의 어려움 등 문제를 안고 있어 이를 극복하기 위해 영역 속도장 등 다양한 대안을 제시하기도 했다.⁽⁴⁾ 이에 반해 본 저자 등^(5,6)은 형상설계의 주 대상이 최대응력 등 경계에서 주로 발생하므로 경계적분 형 목적함수를 정의하고, 경계적분 방정식 방법을 토대로 민감도 해석을 하는 방안을 제시했으며, 여러 예제를 통해 그 효용성을 입증한 바 있다. 계산을 위해 경계요소법을 사용하였으며, 정확한 경계 해를 바탕으로 내부 메시 재배치 등의 문제 없이 최적화를 하는 이점을 강조하였다.

한편 최근 추세는 기업의 제품설계 뿐 아니라 연구용으로도 열전도나 구조물 해석을 위해 많은 상용 소프트웨어가 사용되고 있는데, 이들은 거의 대부분 유한요소법에 기반을 두고 있으며, 사용자에게 매우 편리한 도구로 정착되고 있다. 반면 경계요소법은 앞서 언급한 장점에도 불구하고 코딩의 어려움, 응용분야의 한계 등으로 인해 아직 상용화가 요원한 실정이다. 특히 유한요소 소프트웨어의 경우 앞서 지적된 내부 메시 생성 문제는 최근 자동 메시 생성 기술 발달로 인해 상당 부분 극복되었고 이제는 CAD 모델만으로도 해석이 가능한 수준에 와 있다. 다만 경계해 정확도 저하는 유한요소의 근원적 문제로 아직 뚜렷한 해결이 안되고 있으나 매우 세밀한 해석을 하는 일부 문제를 제외하고는 그리 큰 문제가 되지는 않고 있다. 최근 상용 소프트웨어의 또 하나의 추세는 대상물의 단순한 해석만이 아니라 설계최적화 기능까지도 제공하는 것인데, 대표적 소프트웨어 중 하나인 ANSYS에서는 FDM을,⁽⁷⁾ NASTRAN의 경우는 SAM을 채택하고 있다.⁽⁸⁾ 그러나 이들 두 방법은 앞서 지적한 바와 같이 매우 많은 계산량이나 부

정확한 민감도 등으로 인해 아직 사용자에게 큰 매력을 주지 못하고 있다.

본 논문에서는 사용자에게 친숙한 상용 소프트웨어를 기본 도구로 하되 형상최적설계를 하고자 할 때 상용 소프트웨어에서 제공하는 비효율적 최적화 방법 대신 이론적 공식에 기반을 둔 정확하고 효율적인 방법을 제시하고자 한다. 이 방법은 문헌 (2,3)에서 이미 기본 개념이 소개된 바 있지만 목적함수 정의, 민감도 공식 등에서 영역변수만을 다룬 반면 본 논문은 경계변수를 다루며, 적용분야 역시 구조설계인 반면 본 논문은 열전도 문제다. 게다가 당시 상용 소프트웨어는 CAD 모델 및 자동 메시 생성기능이 도입되기 전이어서 상용 소프트웨어 사용이 오히려 더 불편을 초래할 수도 있는 상황이었다. 본 논문에서 상용 소프트웨어는 주로 메시 자동 생성 및 해석 도구로만 활용하고, 해석 결과를 가지고 약간의 후처리 과정을 거쳐 민감도를 계산하게 된다. 이렇게 계산되는 민감도는 적은 계산량으로도 비교적 안정적인 정확도를 가지므로 최적화 과정시 빠른 수렴속도를 기대할 수 있다. 게다가 앞서 언급한 바와 같이 최근의 자동 메시 생성기능으로 인해 형상변수를 유한요소모델의 절점에서 정의하지 않고 기하 모델상에서 한 후 자동 메시 생성을 하면 형상변화 취급 및 민감도 계산이 과거에 비해 훨씬 편리하게 이뤄질 수 있다. 따라서 유한요소 상용 소프트웨어를 사용하는 본 방법은 경계해 정확도 저하 문제만 제외하면 경계요소법에 비해 불리할 것이 없고 오히려 사용이 간편하므로 더 효율적 최적설계를 만들 수 있다. 본 논문에서는 응용 예로서 열전도 문제를 다루었으나 이론적 민감도 공식이 유도될 수 있는 어떠한 분야에도 적용이 가능하다. 또한 본 논문은 상용 소프트웨어로서 ANSYS를 채택했지만 다른 어떤 소프트웨어도 사용할 수 있으며, 이 경우 해석결과를 처리하는 후처리 과정에서 몇 가지 추가 기능이 제공되어야 민감도 계산이 가능하다. 적용 예제로 중공형 원통에서의 열전달 및 열확산기 문제에 대해 민감도 계산을 하고 그 정확도를 분석하였으며 후자의 경우는 형상 최적화 문제까지 수행, 그 효용성을 입증하였다.

2. 형상설계민감도해석 이론

본 장에서는 정상상태 열전도 문제에서 다루는 임의의 범함수(functional)에 대해 해석적으로 형상설계민감도 공식을 유도하는 과정을 설명한다. 이를 위해 형상 변화를 전미분(material derivative)

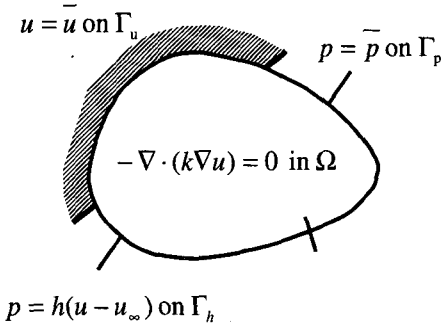


Fig. 1 Definition of thermal conduction problem

으로 표현하고 적분항등식(integral identity)과 보조 변수(adjoint variable)를 활용하게 되는데, 자세한 사항은 문헌 (6)에 있으며, 본 논문에서는 이를 요약, 소개한다. Fig. 1 과 같이 주어진 임의의 영역에서 온도함수 u 에 대해 다음과 같은 정상상태 경계치 문제를 고려한다.

$$\begin{aligned} -k\nabla \cdot (\nabla u) &= 0 \text{ in } \Omega \\ u &= \bar{u} \text{ at } \Gamma_u \\ p &= \bar{p} \text{ at } \Gamma_p \\ p &= h(u - u_\infty) \text{ at } \Gamma_h \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 k 는 열전도도를, p 는 온도 u 의 경계상의 열속(heat flux)을 의미하며, $-ku_j n_j$ 로 주어 진다. 경계 Γ 는 Dirichlet 경계 Γ_u , Neumann 경계 Γ_p 및 대류경계 Γ_h 로 나뉘지며, 이때 \bar{u} , \bar{p} 및 h, u_∞ 는 각각 경계에서 주어진 온도, 열속 및 대류 열전달 계수, 주변온도 값이다. 열전도 문제에 대해 다음과 같이 경계에서 정의된 범함수를 고려한다.

$$\Psi = \int_{\Gamma} \psi(u, p) ds \quad (2)$$

본 함수에 전미분을 취하면 다음과 같이 표현된다.

$$\Psi' = \int_{\Gamma} (\psi_u \dot{u} + \psi_p \dot{p}) ds + \int_{\Gamma} \psi VS_s ds \quad (3)$$

여기서 \dot{u}, \dot{p} 는 u, p 의 전미분을, ψ_u, ψ_p 는 각각 u, p 에 대한 편미분을 의미하며

$$VS_s = V_{k,s} s_k = V_n H + V_{s,s} \quad (4)$$

이고 n, s 는 각각 경계에서 법선, 접선방향을, V_n, V_s 는 경계에서의 법선 및 접선 방향 형상변화를, 그리고 H 는 경계에서의 곡률을 의미한다. VS_s 는 경계적분 요소 ds 의 전미분 결과로 나타난다. 한편 열전도 문제에 대해 지배방정식을 만족하는 임의의 두 함수 u 와 u^* 에 대해 Green 의 항등식을 적용하면 다음과 같은 경계적분 항등식(boundary integral identity)을 얻는다.

$$\int_{\Gamma} (u p^* - p u^*) ds = 0 \quad (5)$$

여기서 위첨자 *로 표시한 것은 보조변수로, 없는 것은 주변수(primal variable)를 지칭한다. 이에 대해 전미분을 취하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} (\dot{u} p^* - \dot{p} u^*) ds = \\ \int_{\Gamma} (-q(u_j^* V_k e_{jk}) + p(u_{,j}^* V_j) + p u^* VS_s) ds \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 q 는 경계에서의 접선방향 열속으로서 $-ku_j s_j$ 로 표시되며, e_{jk} 는 다음과 같다.

$$e_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 (3)과 (6)에 있는 전미분 \dot{u}, \dot{p} 를 소거하기 위해 다음과 같은 경계조건을 갖는 보조변수를 정의한다.

$$\begin{aligned} u^* &= -\psi_p \text{ on } \Gamma_u \\ p^* &= \psi_u \text{ on } \Gamma_p \\ p^* &= h(u^* + \psi_p) + \psi_u \text{ on } \Gamma_h \end{aligned} \quad (8)$$

그 결과 범함수 Ψ 에 대해 다음과 같은 민감도 공식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Psi' = & \int_{\Gamma} (-q(u_{,j}^* V_k e_{jk}) + p(u_{,j}^* V_j) + pu^* VS_s) ds \\ & + \int_{\Gamma_u} \dot{u}(\Psi_u - p^*) ds + \int_{\Gamma_p} \dot{p}(\Psi_p + u^*) ds \quad (9) \\ & + \int_{\Gamma} \Psi VS_s ds \end{aligned}$$

본 민감도 계산을 위해서는 먼저 적절한 경계 형상변수를 정의하고 이로부터 형상변화 벡터 V_i 와 VS_s , 주변수 경계해 p, q , 보조변수 경계해 u^* 및 $u_{,j}^*$ 의 계산이 필요하다. 실제 주변수와 보조변수 해를 위해서는 가장 바람직한 방법이 경계요소법인데 경계상의 해가 정확하고 경계형상의 변화시에도 내부 메시 재생성 등이 불필요하기 때문이다. 그러나 아직 사용이 간편한 경계요소 상용 소프트웨어가 없고, 본 공식이 해를 구하는 프로그램과 상관없이 사용 가능하므로 본 논문에서는 이를 위해 상용 소프트웨어 ANSYS를 채택했으며, 이를 활용해도 매우 훌륭한 민감도 계산을 가능함을 다음의 예제에서 보였다.

3. 중공형 원통 열전달 문제

본 방법의 적용 예로 중공형 원통(hollow cylinder)의 열전달 문제를 고려한다. 원주방향 대칭으로 인해 45도 절단면에 대해서만 고려하며, 내측, 외측 경계의 반경은 각각 a, b , 내측은 온도 u_i 로, 외부는 대류 열전달 계수 h 에 의해 주변온도 u_{∞} 로 열이 방열되고 있다. 따라서 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= u_i & \text{at } \Gamma_a \\ p &= h(u - u_{\infty}) & \text{at } \Gamma_b \\ p &= 0 & \text{at } \Gamma_c \cup \Gamma_d \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\Gamma_a, \Gamma_b, \Gamma_c, \Gamma_d$ 는 각각 내측, 외측 원 및 아래, 위 경계를 의미한다. 본 문제에 대한 해석 해는 열전달 관련 문헌에 많이 소개되어 있으므로, 민감도 계산결과와 절대 정확도를 알 수 있다.⁽⁹⁾ 본 문제에서는 외측 원 반경 b 를 설계변수로 정하며, 다음과 같은 두 개의 범함수를 고려한다.

$$\Psi_u = \frac{1}{L_j} \int_{\Gamma_j} u ds$$

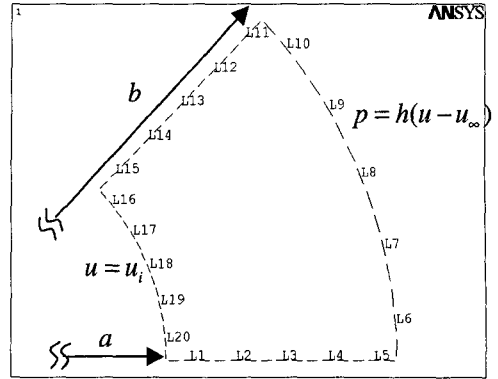


Fig. 2 Solid model of hollow cylinder problem

$$\Psi_p = \frac{1}{L_j} \int_{\Gamma_j} p ds \quad (11)$$

여기서 Γ_j, L_j 는 Fig. 2와 같이 기하모델로 정의된 작은 경계 및 그 길이로서 Ψ_u 경우 아래 경계 및 외측 원 Γ_c, Γ_b 의 선요소 총 10개, Ψ_p 경우 외측 및 내측 원 Γ_b, Γ_a 의 선요소 총 10개이다. 식 (11)에는 선 길이 L_j 가 있으므로 민감도 공식 (9)에서 이를 추가로 고려해야 한다. 그 결과 Ψ_u 의 민감도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi'_u = & \frac{1}{L_j} \int_{\Gamma} (-q(u_{,j}^* V_k e_{jk}) + p(u_{,j}^* V_j) + pu^* VS_s) ds \\ & + \frac{1}{L_j} \int_{\Gamma_j} (u - \Psi_u) VS_s ds \quad (12) \end{aligned}$$

Ψ_u 의 보조변수 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p^* &= 1 \text{ at } \Gamma_j, \text{ if } \Gamma_j \subseteq \Gamma_c \cup \Gamma_d \\ p^* &= hu^* + 1 \text{ at } \Gamma_j, \text{ if } \Gamma_j \subseteq \Gamma_b \end{aligned} \quad (13)$$

Ψ_p 의 민감도는 식 (12) 우변의 둘째 적분에서 u 대신 p 로 대체하면 되며, 보조변수 경계조건은

$$\begin{aligned} u^* &= -1 \text{ at } \Gamma_j, \text{ if } \Gamma_j \subseteq \Gamma_u \\ p^* &= hu^* + h \text{ at } \Gamma_j, \text{ if } \Gamma_j \subseteq \Gamma_b \end{aligned} \quad (14)$$

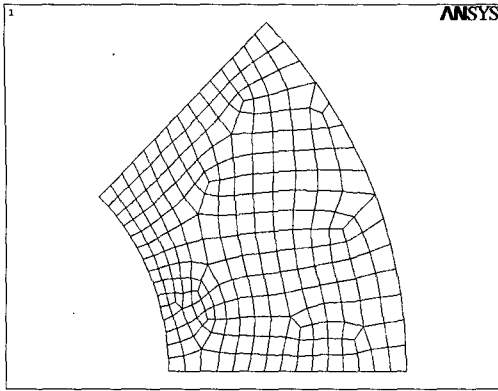


Fig. 3 Finite element model of hollow cylinder problem

Table 1 Temperature sensitivities for hollow cylinder problem

line id	analytic	present method	ratio(%)	fdiff. by 1%	ratio(%)	fdiff. by 0.1%	ratio(%)
1	-5.6	-5.4	95.72	-5.5	98.05	-5.5	97.58
2	-14.6	-14.5	99.25	-14.6	99.84	-14.5	99.48
3	-21.6	-21.6	100.05	-21.6	100.08	-21.5	99.72
4	-27.2	-27.4	100.49	-27.3	100.13	-27.2	99.84
5	-31.9	-31.5	98.57	-32.0	100.13	-31.9	99.91
6	-34.0	-33.9	99.76	-34.1	100.22	-34.0	100.02
7	-34.0	-34.5	101.39	-34.1	100.23	-34.0	100.03
8	-34.0	-33.3	97.99	-34.1	100.22	-34.0	99.99
9	-34.0	-34.5	101.57	-34.1	100.23	-34.0	100.07
10	-34.0	-33.6	98.92	-34.1	100.22	-34.0	100.03

Table 2 Heat flux sensitivities for hollow cylinder problem

line id	analytic	present method	ratio(%)	fdiff. by 1%	ratio(%)	fdiff. by 0.1%	ratio(%)
6	-339.9	-339.1	99.76	-308.4	90.74	36.0	-10.59
7	-339.9	-344.6	101.39	-297.0	87.39	-462.4	136.05
8	-339.9	-333.1	97.99	-520.4	153.11	-1027.3	302.23
9	-339.9	-345.2	101.57	-287.3	84.54	741.6	-218.19
10	-339.9	-336.2	98.92	-360.8	106.14	-632.7	186.14
16	-9033.7	-9437.4	104.47	-9091.7	100.64	-9927.3	109.89
17	-9033.7	-10103.3	111.84	-8962.2	99.21	-7426.9	82.21
18	-9033.7	-10036.9	111.11	-9006.0	99.69	-8204.1	90.82
19	-9033.7	-9930.9	109.93	-9012.5	99.77	-9037.5	100.04
20	-9033.7	-9615.0	106.43	-8999.4	99.62	-9377.8	103.81

한편 설계변수 b 의 변화에 따라 각 경계에서의 형상 변화는 다음과 같은 속도 벡터로 표현된다.

$$V = \dot{x} = \begin{cases} \frac{s}{b-a} \dot{b}s \text{ at } \Gamma_c \\ \dot{b}n \text{ at } \Gamma_b \\ -\frac{b-a-s}{b-a} \dot{b}s \text{ at } \Gamma_d \end{cases} \quad (15)$$

여기서 n, s 는 각각 경계에서의 단위 법선, 접선 벡터를, s 는 각 경계 시작점으로부터의 곡선길이

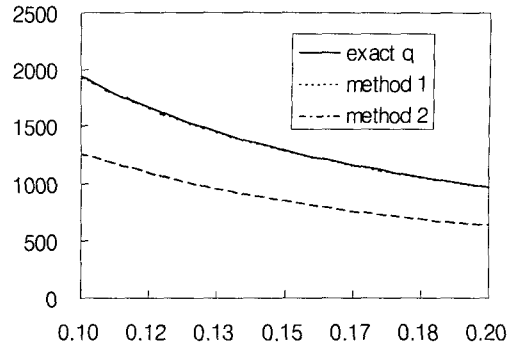


Fig. 4 Tangential heat flux along Γ_c for hollow cylinder problem

를 의미한다. 본 문제에 대해 a, b, u_i, u_∞, k 및 h 를 각각 1, 2, 100, 0, 47, 10으로 정하고, ANSYS PLANE77 (2-D 8-node thermal solid) 요소 및 자동 요소생성 기능(EMESH, 3)을 활용하여 유한요소모델을 생성(Fig. 3 참조), 주변변수와 보조변수 10개에 대한 해를 구한 후 민감도 공식에 결과를 대입하였다. 이를 해석해와 비교한 결과를 Table 1과 2에 보였는데 온도 및 열속 함수 각각의 경우에 대해 본 방법의 오차가 5%, 11% 이내로 비교적 정확함을 알 수 있다. 여기서 온도 보다 열속의 민감도가 부정확한데 이는 열속 벡터가 온도를 수치 미분하여 계산하기 때문이다. 또한 FDM 결과도 비교했는데, 잘 알려진 바와 같이 0.1% 변화 시에는 매우 부정확한 결과를 내는 등 차분 크기에 따라 정확도가 매우 민감하게 영향 받고 있어 FDM의 문제점을 잘 보여주고 있다. 한편 민감도 계산에서 유의할 것은 접선방향 열속 q 의 계산인데, 통상 두 가지 방법이 가능하다. 하나는 열속 벡터에 단위 접선벡터를 내적하여 계산하는 방법(method 1)이고, 다른 하나는 경계에서 접선방향 미분을 계산한 후 열전도도를 곱하는 것(method 2)인데 각 방법의 결과를 Fig. 4에 보였으며 첫째 방법이 더 우월하여 이를 채택하였다.

4. 열확산기(Thermal diffuser) 문제

본 문제는 Fig. 5와 같은 영역에서 상하 경계는 단열이고, 좌측에서 열속 $1000 W/m^2$ 을 공급하며, 우측 열방출(thermal discharge) 경계는 0도로 고정하였다. 이때 열방출 경계의 열속을 $300 W/m^2$ 이하로 유지하면서 전체 무게를 최소화하는 형상을 찾는 문제이다. 따라서 민감도를 위해 고려할 범

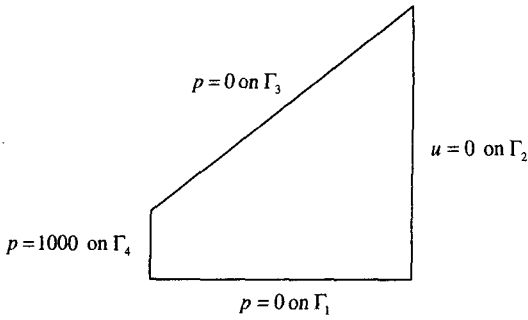


Fig. 5 Thermal diffuser problem

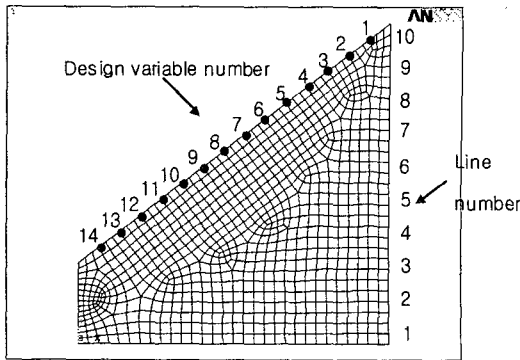


Fig. 6 Finite element model of the thermal diffuser problem (3 elements per line at design boundary)

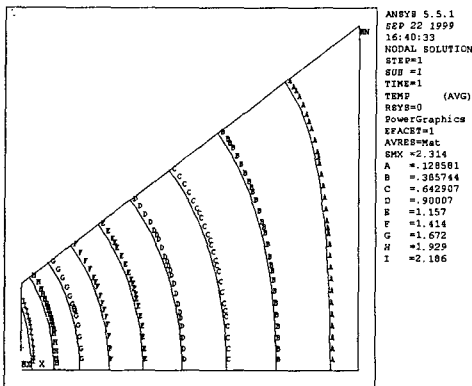


Fig. 7 Temperature distribution of the thermal diffuser problem

함수는 식 (11)의 Ψ_p 이며, 이때 Γ_j 는 Γ_2 에 정의된 부 경계를 의미하는데 본 문제에서는 이를 위해 10개의 균일한 선요소를 고려했다. 최적화할 형상은 Γ_3 로서 15개의 선요소를 구성하였고, 양 끝단을 제외한 일정간격의 14개 높이변수 y 를 설계변수로 취했다. 유한요소모델 생성 시에는 ANSYS 명령어 LESIZE를 활용하여 각 선요소마다 일정 개수의 유한요소가 생성되도록 하였다.

Table 3 Heat flux sensitivities for the thermal diffuser problem

line id	2 elements per sub-boundary			3 elements per sub-boundary		
	diff. by 1%	present method	ratio(%)	diff. by 1%	present method	ratio(%)
1	-7.115E-03	-7.681E-03	108.0	-7.207E-03	-7.681E-03	106.6
2	-7.018E-03	-7.826E-03	111.5	-6.922E-03	-7.823E-03	113.0
3	-6.459E-03	-7.237E-03	112.0	-6.396E-03	-7.228E-03	113.0
4	-5.648E-03	-6.318E-03	111.9	-5.436E-03	-6.299E-03	115.9
5	-4.248E-03	-5.013E-03	118.0	-4.107E-03	-4.979E-03	121.2
6	-2.614E-03	-3.228E-03	123.5	-2.569E-03	-3.206E-03	124.8
7	4.223E-04	-7.570E-04	-179.3	-7.254E-04	-7.643E-04	105.4
8	3.376E-03	2.691E-03	79.7	3.151E-03	2.501E-03	79.4
9	7.641E-03	1.015E-02	132.9	8.803E-03	7.793E-03	88.5
10	2.073E-02	2.466E-02	119.0	2.323E-02	2.403E-02	103.4

경계 Γ_3 의 형상은 높이 설계변수를 선형 보간하는 방법으로 정의했으며, 열전도도는 $47W/m^2\text{ }^\circ\text{C}$, 경계 Γ_2, Γ_4 의 높이는 0.2, 0.05 m, Γ_1 의 너비는 0.2m로 하였다. Fig. 6과 7에는 선 당 3개 요소를 지정하여 자동 생성시킨 유한요소 모델과 그 해석 결과를 보였다. 민감도 해석결과는 Table 3에 있으며, Γ_3 에서 부 경계에 2 요소를 생성한 경우와 3 요소를 생성한 경우의 두 가지를 비교해 보았다. 본 문제는 해석해가 없으므로 크기 1%의 유한차분으로 구한 것과 비교했는데, 대체로 잘 맞았으나, 선 당 2요소를 채택한 결과에서 크기가 한 차원 작은 7번 경우 매우 틀린 결과도 있었으며, 이것을 선 당 3요소로 증가 시켰더니 정밀도가 향상되었다. 이는 요소를 세밀화 함에 따라 민감도의 정확도가 안정됨을 의미한다. 한편 본 문제는 문헌 (6)에서 유사한 경계상의 메시밀도를 사용하여 경계요소법으로 계산한 바 있는데 정확도가 99~101% 이었던 반면, 본 결과는 88~116% 수준으로서 정확도가 떨어진다. 이는 역시 유한요소의 한계인 경계해 부정확 문제 때문으로 보인다. 보다 정확한 민감도를 원한다면 메시 조밀도를 증가 시키면 될 것이다. 그러나 최적화 결과에서 보듯이 이 정도의 정확도를 가지고도 충분히 최적해를 얻을 수 있으며 오히려 조밀도 증가에 따른 대가로 시간과 기억용량이 커지는 문제가 발생할 수도 있다. 본 문제에 대해 최적화 패키지 IDESIGN⁽¹⁰⁾을 이용하여 최적해를 구하였다. 앞서 언급한 바와 같이 ANSYS는 단지 해석 tool로만 사용하고, 민감도 계산은 본 논문에서 제시한 방법으로 계산하였으며, 이러한 계산과정을 IDESIGN 패키지 내에 삽입하여 전체 루틴을 구성하였다. 수렴을 위한 조건변수 ACS 및 ACV를 모두 10^{-3} 으로 정한 결과 10회 만에 최적해를 얻었다. 제한 조건 계산에 사용되는 Ψ_p 는 각 선 요소에서의 평균화된 열속을 의미한다. 따라서 Fig. 8에 초

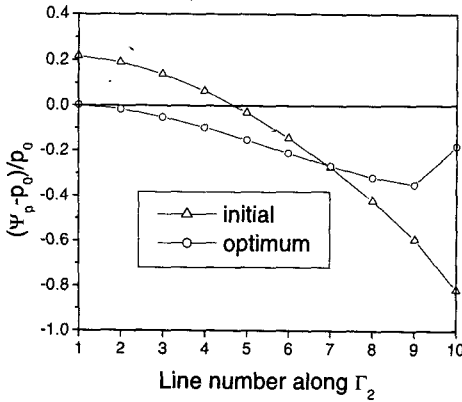


Fig. 8 Constraint values at initial and optimum design of the thermal diffuser problem

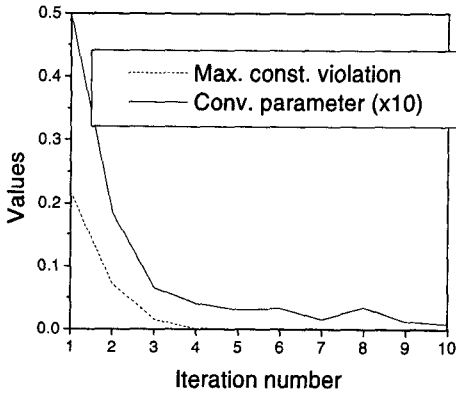


Fig. 9 Iteration history of maximum constraint violation and convergence parameter

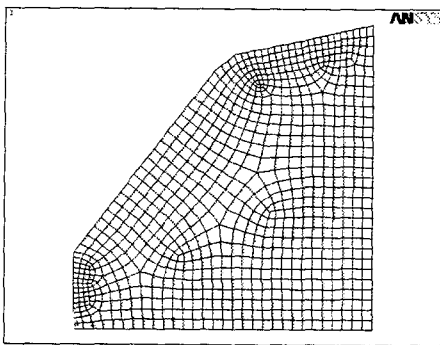


Fig. 10 Finite element model at iteration 2

기 및 최적 형상에서 허용치 $p_0=300$ 에 대한 상대크기 $(\Psi_p - p_0)/p_0$ 를 비교하였는데 최적 해에서는 제한조건을 확실하게 만족하고 있다. 반면 최적 해에서의 무게는 제한조건을 만족시키기 위해 초기 형상 대비 1.377 배로 증가하였다.

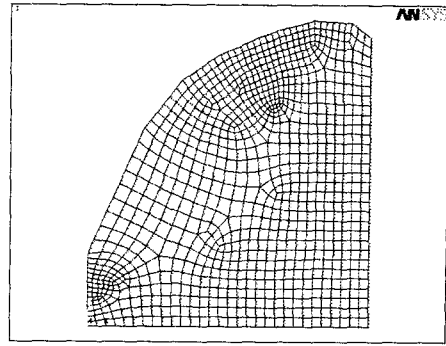


Fig. 11 Finite element model at optimum design

Iteration 을 진행하면서 제한조건의 상대값 최대치와 수렴변수를 Fig. 9 에 보였으며, 이미 4 번째 Iteration 에서 어느 정도 최적 해에 수렴되어 있음을 알 수 있다. 한편 문헌 (6)과 비교할 때 최적화된 형상, 무게 및 제한조건 값 등 제반 변수들이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 최적해와 함께 2 번째 iteration 에서의 유한요소모델을 Fig. 11 및 10 에 보였는데, 앞서 언급한 바와 같이 기하모델을 대상으로 형상이 Update 된 후 ANSYS 에 의해 자동으로 메시가 만들어 지므로 과거와 같은 불편한 메시 재배치 문제가 없음을 보이고 있다. 게다가 정확하고 안정적인 민감도 계산을 통해 최적화가 이뤄지므로 ANSYS 자체에서 제공하는 방법에 비해 더욱 효율적이다.

5. 결론

본 논문에서는 상용 소프트웨어 ANSYS 를 이용하여 형상최적설계의 필수 과정인 설계민감도해석을 수행하는 방법과 응용 예를 제시하였다. 기존에는 상용 소프트웨어를 활용한 민감도해석은 소프트웨어 내부 알고리즘을 모르기 때문에 불가능하다고 생각하거나 각 소프트웨어마다 자체적으로 제공하는 방법에만 의존하였다. 그러나 그 방법들은 유한차분이나 준해석적 방법 등으로 부정확하거나 많은 계산시간이 소요되는 단점이 있었다. 이러한 문제를 극복하기 위하여 본 논문에서는 이론적으로 유도된 민감도 공식을 구한 후 이를 후처리 과정에서 계산하기만 하면 되는 매우 간편한 방법을 제시하였다. 목적함수 및 민감도는 경계에서만 계산되므로 경계요소법이 더 좋으나 상용 소프트웨어가 아직 활발하지 못하므로 유한요소 소프트웨어를 채택하였다. 상용 소프트웨어는 주변수와 보조변수에 대한 해석 도구로만 활용하게 되며, 해석결과만 정확하게 구하면 그만큼 민감도도

정확해진다. 형상설계변수는 과거에는 주로 유한 요소모델의 절점에 직접 지정했지만 상용 소프트웨어의 경우에는 CAD 또는 기하모델의 원형(primitive)에 지정한 후 자동 메시생성을 통해 해석이 가능하므로 설계변수 취급이나 정확도 향상을 위한 메시 개선 시에 매우 편리하다. 실제 최적화를 수행할 때는 민감도 계산을 위해 활성화된(active) 제한조건과 목적함수에 대해서만 보조변수 계산을 하므로 적은 계산량으로도 매우 안정적인 정확도를 가진다. 따라서 이론적 민감도 공식과 유한요소 상용 소프트웨어를 결합한 본 방법은 유한요소의 근원 문제인 경계해 정확도 저하 문제만 제외하면 경계요소법에 비해 불리할 것이 없고 오히려 상용의 이점으로 인해 사용이 편리하므로 더 효율적 최적설계를 할 수 있다. 본 논문에서는 응용예로 열전도 문제를 다루었으나 본 방법은 탄성체 구조설계 등 어떠한 분야에도 적용이 가능하다. 또한 상용 소프트웨어의 예로서 ANSYS를 채택했지만 다른 어떤 상용 및 비상용 소프트웨어도 사용할 수 있으며, 이 경우 해석결과를 처리하는 후처리 과정에서 몇 가지 추가 기능이 제공되어야 민감도 계산이 가능하다.

참고문헌

- (1) Haug, E.J., Choi, K.K. and Komkov, V., 1985, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press, New York.
- (2) Santos, J.L.T. and Choi, K.K., 1987, "Design Sensitivity Analysis of Nonlinear Structural Systems with an Established Finite Element Code," *Proceedings, ANSYS Conference*, pp.1.35~1.56.
- (3) Yao, T.M. and Choi, K.K., 1989, "3-D Shape Optimal Design and Automatic Finite Element Re-gridding," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol.28(2), pp.369~384.
- (4) Choi, K.K. and Chang, K.H., 1994, "A Study of Design Velocity Field Computation for Shape Optimal Design," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.15, pp.317~341.
- (5) Choi, J.H. and Kwak, B.M., 1988, "Boundary Integral Equation Method for Shape Optimization of Elastic Structures," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol.26, pp. 1579~1595.
- (6) Lee, B.Y., Choi, J.H. and Kwak, B.M., 1992, "Shape Optimization of Two-dimensional Thermal Conducting Solid using Boundary Integral Equation Formulation," *KSME Journal*, Vol.6(2), pp. 114~121.
- (7) ANSYS Theory Reference 000855, 8th Edition, SAS IP Inc.
- (8) Moore, G.J., 1994, *MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization User's Guide*, Ver.68, MacNeal-Schwendler Corp.
- (9) Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press.
- (10) Arora, J.S., 1984, "An Algorithm for Optimum Structural Design without Line Search," in E. Atrek (ed.), *New Directions in Optimum Structural Design*, Wiley, New York, pp. 429~441.