

평균수직응력에 민감한 모재를 가진 기공체의 구성식과 기공생성모델

정 현 용*
(1999년 5월 24일 접수)

A Constitutive Law for Porous Solids with Pressure-Sensitive Matrices and a Void Nucleation Model

Hyun-Yong Jeong

Key Words: Constitutive Law(구성식), Porous Solid(기공체), Void Nucleation Model(기공생성모델), Rubber-Toughened Epoxy(고무인화 에폭시)

Abstract

A macroscopic yield criterion for porous solids with pressure-sensitive matrices modeled by Coulomb's yield criterion was obtained by generalizing Gurson's yield criterion, with consideration of the hydrostatic yield stresses for a spherical thick-walled shell and by fitting the finite element results of a voided cube. The macroscopic yield criterion is valid for negative mean normal stresses as well as for positive mean normal stresses. From the yield criterion, a plastic potential function for the porous solids was derived either for plastic normality flow or for plastic non-normality flow of pressure-sensitive matrices. In addition, the elastic relation, an evolution equation of the plastic flow stress of the matrices and an evolution equation of the void volume fraction were presented to complete a set of constitutive relations. The set of constitutive relations was implemented into a finite element code ABAQUS to analyze the material behavior of rubber-toughened epoxies. The cavitation and the deformation behavior were analyzed around a crack tip under three-point bending and around notch tips under four-point bending. In the numerical analyses, the cavitation of rubber particles was considered via a stress-controlled nucleation model. The numerical results indicate that a reasonable cavitation zone can be obtained with void nucleation controlled by the macroscopic mean normal stress, and a plastic zone is smaller around a notch tip under compression than under tension. These numerical results agree well with corresponding experimental results on the cavitation and plastic zones.

1. 서론

일반적인 소성이론과는 달리, 금속과 고분자 화합물의 항복현상이 평균수직응력(mean normal stress)에 영향을 받는다는 사실이 실험적으로 밝혀졌고,^(1~6) 이와 같은 항복의 평균수직응력 민감성(pressure-sensitivity of yielding)은 Coulomb의 항복식(yield criterion)으로 표현되어 왔다. 하지

만, 이러한 민감성이 전혀 없는 물체라도 그 물체 내에 기공이나 연한 이물질이 존재하게 되면, 그 물체의 항복현상도 평균수직응력에 영향을 받게 되는데, Gurson^(7,8)은 상계해법(upper bound approach)을 이용하여 기공체의 항복식을 유도하였다.

고분자 화합물에 고무 입자를 첨가하면 인성(toughness)이 증가한다는 사실은 잘 알려져 있다. 한 예로 에폭시(epoxy)에 고무 입자를 첨가하여 만든 고무와 에폭시의 복합체에 변형이 발생하면 고무 입자 내부에 기공이 생성되고, 기공 주위의 모재에 소성변형이 발생되어 인성이 증가된다고 알려져 있다.^(9~11) 따라서, 이러한 고무인화 에폭시의 재료 거동을 해석하기 위해서는 고무와 에

* 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : jeonghy@ccs.sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8640 FAX : (02)712-0799

폭시의 복합체에 생성되는 기공을 고려하여야 하며, 특별히 소성변형을 해석하기 위해서는 모재인 에폭시의 평균수직응력 민감성과 기공에 의한 기공체의 평균수직응력 민감성을 모두 고려한 항복식을 정립하여야 한다. 저자^(12,13)뿐만 아니라 Lazzari와 Bucknall⁽¹⁴⁾은 평균수직응력에 민감한 모재를 가진 기공체에 대하여 상이한 항복식을 이미 정립하였으나, 평균수직응력이 음의 값을 가질 경우 이 항복식을 이용할 수 없다는 단점이 있다. 이에 본 논문에서는 평균수직응력이 양의 값을 가질 경우뿐만 아니라 음의 값을 가질 경우에도 사용할 수 있는 항복식을 유도하였고, 모재가 소성직교유동(plastic normality flow) 혹은 소성비직교유동(plastic non-normality flow)을 일으킬 경우에 사용할 수 있는 기공체의 소성포텐셜함수(plastic potential function)를 유도하였다. 또한, 탄성식, 모재의 유동응력변화식(evolution equation of the plastic flow stress of the matrix)과 기공부피비증가식(evolution equation of the void volume fraction)을 유도하여 평균수직응력에 민감한 모재를 가진 기공체의 구성식을 완성하였다.

이 구성식을 ABAQUS의 user material subroutine에 코드화한 후, 3점 굽힘모멘트를 받는 시편 내에 있는 균열선단(crack tip)과 4점 굽힘모멘트를 받는 시편 내에 있는 노치선단(notch tip) 주위에 발생하는 기공량과 소성변형량을 해석적으로 구하였다. 또한, 이 해석결과를 실험결과와 비교하여 본 논문에서 정립한 구성식을 검증하였다.

2. 구성식

2.1 항복식

평균수직응력에 민감한 강철과 고분자 화합물의 항복현상은 다음의 Coulomb의 항복식으로 표현되어 왔다.^(1,6,15)

$$\tau_e + \mu \sigma_m = \tau_o \quad \text{혹은} \quad \sigma_e + \mu' \sigma_m = \sigma_o \quad (1)$$

여기서, τ_e 는 유효전단응력(effective shear stress), μ 는 평균수직응력 민감계수(pressure-sensitivity factor), σ_m 은 평균수직응력, τ_o 는 전단유동응력

(shear flow stress), σ_e 는 유효인장응력(effective tensile stress), 그리고 σ_o 는 $\sqrt{3}\tau_o$, μ' 는 $\sqrt{3}\mu$ 이다. 강철의 경우 μ 의 크기는 0.014 ~ 0.064이며,^(4,5) 고분자 화합물의 경우 μ 의 크기는 0.10 ~ 0.25이다.⁽¹⁵⁾ 또한, 지르코니아를 포함한 세라믹(zirconia-containing ceramics)의 상변환(phase transformation)도 Coulomb의 항복식으로 표현할 수 있는데, 이 경우 μ 의 크기는 0.55 ~ 0.93이다.^(16,17)

Gurson^(7,8)은 기공체에 기공이 규칙적으로 배치되어 있고 기공체를 가운데가 빈 구체들의 집합체로 가정한 후, 하나의 구체에 대한 상계해법으로 다음과 같은 기공체의 항복식을 완성하였다. 단, Gurson이 고려한 기공체의 모재는 항복현상이 평균수직응력에 영향을 받지 않는 von Mises 물질 ($\mu = 0$)이었다.

$$\phi_G(\Sigma, \sigma_o, f) = \left(\frac{\Sigma_e}{\sigma_o}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{3\Sigma_m}{2\sigma_o}\right) - 1 - f^2 = 0 \quad (2)$$

여기서, Σ_e 는 기공체에 작용하는 거시유효인장응력(macroscopic effective tensile stress)이고, Σ_m 은 기공체에 작용하는 거시평균수직응력(macroscopic mean normal stress)이며, f 는 기공체에 존재하는 기공의 부피비(void volume fraction)이다.

하지만, 항복현상이 Coulomb의 항복식 (1)로 표현되는 모재를 가진 가운데가 빈 구체에 대해서는 운동학적 허용속도장(kinematically admissible velocity field)을 구할 수 없으므로 상계해법을 사용하여 항복식을 구할 수 없다. 그 대신에 평형조건식과 Coulomb의 항복식, 즉 하계해법(lower bound approach)을 사용하여 가운데가 빈 구체에 항복을 일으키는 등방항복응력(hydrostatic yield stress) (Σ_m)_y를 구할 수 있다.^(12,13)

$$(\Sigma_m)_y = \frac{\sigma_o}{\mu'} \left\{ 1 - f^{\frac{+2\mu'}{3 \pm 2\mu'}} \right\} \quad (\text{복호동순}) \quad (3)$$

식 (3)에서 μ (혹은 μ')가 0으로 수렴하면, (Σ_m)_y는 $\pm \frac{2}{3} \sigma_o \log f$ 로 수렴하게 되고, $2f \cosh\left(\frac{3\Sigma_m}{2\sigma_o}\right)$

는 $1+f^2$ 과 같게 되어 식 (2)를 만족시킨다. 같은 요령으로 μ (혹은 μ')가 0이 아닐 경우에는 식 (3)으로부터 $2f \cosh \left\{ \frac{(3 + \text{sign}(\Sigma_m)2\mu')}{2\mu'} \log(1 - \mu' \frac{\Sigma_m}{\sigma_o}) \right\}$ 가 $1+f^2$ 과 같게 된다는 것을 알 수 있다. 한편, 모재가 평균수직응력에 둔감할 경우, 즉 μ 가 0일 경우 구하고자 하는 항복식은 Gurson의 항복식 (2)와 같아야 하고, 모재에 기공이 전혀 없을 경우, 즉 f 가 0일 경우 구하고자 하는 항복식은 Coulomb의 항복식 (1)과 같아야 한다. 이와 같은 사실을 바탕으로, 항복현상이 Coulomb의 항복식 (1)로 표현되는 모재를 가진 기공체의 항복식을 다음과 같이 구하였다.

$$\Phi_y(\Sigma, \sigma_o, f, \mu') = \left(\frac{\Sigma_e}{\sigma_o} \right)^2 + \left(1 - \mu' \frac{\Sigma_m}{\sigma_o} \right)^2 \left[2f \cosh \left\{ \frac{(3 + \text{sign}(\Sigma_m)2\mu')}{2\mu'} \log(1 - \mu' \frac{\Sigma_m}{\sigma_o}) \right\} - 1 - f^2 \right] = 0 \quad (4)$$

이 항복식은 저자^(12,13)가 이미 제안한 항복식 및 Lazzeri와 Bucknal⁽¹⁴⁾이 제안한 항복식과는 달리 거시평균수직응력 Σ_m 이 양 혹은 음의 어떤 값을 가져도 성립한다는 장점이 있다.

2.2 기공 사이의 상호작용

Gurson이 제안한 항복식 (2)와 본 논문에서 제안한 항복식 (4)는 기공과 기공 사이의 상호작용을 고려하지 않고 유도되었다. 이는 기공체를 가운데가 빈 구체들의 집합체라고 한 Gurson의 가정에 기인한 것으로, 구체와 구체 사이에는 항상 공간이 존재하는데 이러한 부정확한 경계조건으로는 기공 사이의 상호작용을 고려할 수 없다. 이러한 상호작용을 고려하기 위해서는 기공체를 가운데가 빈 정육면체들의 집합체로 가정하여야 하는데, 이러한 정육면체에 항복을 일으키는 응력의 이론해를 구할 수 없으므로 본 논문에서는 유한요소해석 코드인 ABAQUS를 이용하여 항복응력을 구하였다. 먼저 모재를 거의 강완전소성 재료(rigid-perfectly plastic material)로 정하고 ($E/\sigma_o = 2 \times 10^9$), 가운데가 빈 정육면체 모델에 축대칭 하중을 가한 후, 이 정육면체에 소성변형이 발생할 때의 거시평균수직응력 Σ_m 과 거시유효인장응력 Σ_e 를 구하였다. 이 응력을 σ_o 로 나

누어 무차원화 시킨 후 Fig. 1~4에 속이 빈 기호로 나타내었다. 예상한대로 이렇게 구한 거시평균수직응력과 거시유효인장응력은 항복식 (4)로 표현되는 곡선의 안쪽에 위치하였는데 (Fig. 1~4에 나타낸 곡선은 항복식 (4)가 아니고 다음에 소개되는 항복식 (5)이다), 이는 기공과 기공 사이의 상호작용이 기공체의 항복을 돕는다는 것을 의미한다. 따라서, 본 논문에서는 항복식 (4)와 유한요소해석 결과의 차이를 줄이기 위하여, 저자^(12,13)가 이미 제안한 계수 $q_1 = 1.35$, $q_2 = 0.95$, $q_3 = 1.35$ 를 다음과 같이 삽입하였다.

$$\Phi_y(\Sigma, \sigma_o, f, \mu') = \left(\frac{\Sigma_e}{\sigma_o} \right)^2 + \left(1 - \mu' \frac{\Sigma_m}{\sigma_o} \right)^2 \left[2q_1 f \cosh \left\{ q_2 \frac{(3 + \text{sign}(\Sigma_m)2\mu')}{2\mu'} \log(1 - \mu' \frac{\Sigma_m}{\sigma_o}) \right\} - 1 - q_3 f^2 \right] = 0 \quad (5)$$

한편, Tvergaard^(18,19)는 그의 국부소성변형에 대한 유한요소해석 결과와 Gurson의 항복식 (2)를 이용한 수치해석 결과를 유사하게 하기 위하여 $q_1 = 1.5$, $q_2 = 1.0$, $q_3 = q_1^2 = 2.25$ 를 제안하였다.

2.3 항복식과 유한요소해석 결과

Figure 1~4에 4가지의 기공부피비($f = 0.01$, $f = 0.05$, $f = 0.10$, $f = 0.20$)와 평균수직응력 민감계수($\mu = 0$, $\mu = 0.1$, $\mu = 0.2$, $\mu = 0.3$)에 대한 항복식 Φ_y 와 유한요소해석 결과를 각각 곡선과 속이 빈 기호로 나타내었다. 거시평균수직응력이 음의 값을 갖고 $\mu = 0.3$ 인 경우 항복식 Φ_y 와 유한요소해석 결과 사이에 다소 차이가 있으나, 넓은 범위의 f 값과 μ 값에 걸쳐 항복식 Φ_y 가 유한요소해석 결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 또한, Fig. 1~4에 식 (3)에서 얻은 등방향항복응력(hydrostatic stress) (Σ_m)_y를 속이 찬 기호로 표시하였는데, 이 등방향항복응력과 유한요소해석으로 얻은 등방향항복응력의 차이가 기공과 기공 사이의 상호작용의 영향을 나타내는 것으로, 특히 거시평균수직응력이 음의 값을 가질 경우 f 혹은 μ 가 커질수록 그 영향이 커짐을 알 수 있다.

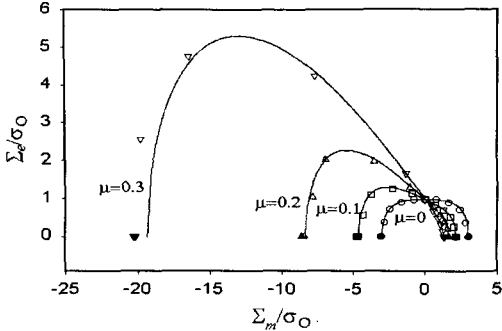


Fig. 1 (Σ_m)_y, FEM results, and the yield function for $f=0.01$

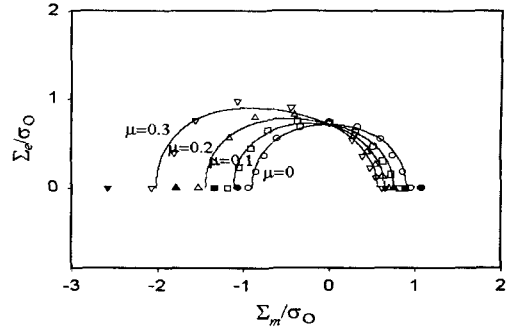


Fig. 4 (Σ_m)_y, FEM results, and the yield function for $f=0.20$

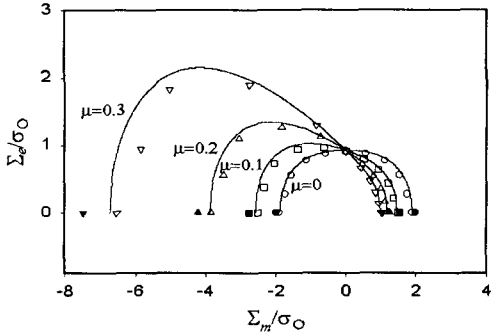


Fig. 2 (Σ_m)_y, FEM results, and the yield function for $f=0.05$

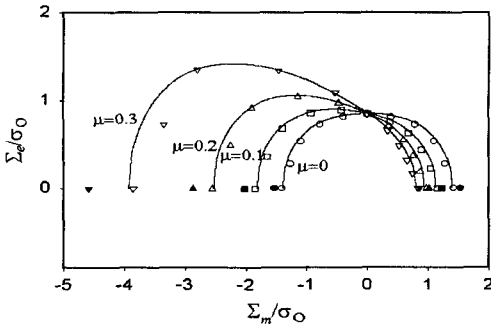


Fig. 3 (Σ_m)_y, FEM results, and the yield function for $f=0.10$

의 소성변형이 소성직교유동식을 만족하지 않는다는 것을 확인하는데, 이는 소성포텐셜함수가 항복식과 일치하지 않음을 의미한다. 팽창계수(dilatancy factor)를 β 라고 하면 소성변형에 의한 모재의 부피증가량은 $\beta\gamma_e^p$ 가 되는데(여기서 γ_e^p 는 유효전단소성변형량; effective shear plastic strain이다), 이러한 모재의 소성포텐셜함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.^(12,13,20)

$$\tau_e + \beta\sigma_m = \tau_p \quad (6)$$

이 소성포텐셜함수는 Coulomb의 항복식에서 μ 와 τ_0 를 각각 β 와 τ_p 로 대치한 것과 같은 식임을 주목할 필요가 있다. 여기서, τ_p 는 가상의 유동전단응력으로 현 응력상태가 식 (6)을 만족하도록 만드는 유동전단응력이다. 따라서, 이러한 모재를 가진 기공체의 소성포텐셜함수도 같은 요령으로 구할 수 있다. 즉, 기공체의 소성포텐셜함수 $\Phi_p(\Sigma, \sigma_p, f, \beta) = 0$ 은 항복식 $\Phi_c(\Sigma, \sigma_c, f, \mu) = 0$ 에서 μ' 을 $\beta' (= \sqrt{3}\beta)$ 으로 대치하고 현 응력상태가 소성포텐셜함수를 만족하도록 만드는 가상의 유동응력 σ_p 를 구하면 된다.

2.4 소성포텐셜함수

Spitzig 등⁽⁴⁾과 Spitzig와 Richmond⁽⁶⁾는 실험을 통하여, 항복현상이 Coulomb의 항복식 (1)로 표현되는 강철과 고분자 화합물의 부피가 소성변형 중에 거의 증가하지 않아 강철과 고분자 화합물

2.5 탄성식

기공부피비가 그리 크지 않은 기공체의 탄성계수는 모재의 탄성계수와 비슷하지만, 기공부피비가 큰 경우에는 그 차이를 무시할 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 평균응력(average stress)을

고려한 self-consistent 모델⁽²¹⁾을 이용하여 기공체의 영계수(Young's modulus) E^* 와 포아송비(Poisson's ratio) ν^* 를 다음과 같이 구하였다.

$$E^* = \frac{2E(7-5\nu)(1-f)}{14-10\nu+f(1+\nu)(13-15\nu)} \quad (7)$$

$$\nu^* = \frac{\nu(14-10\nu)+f(1+\nu)(3-5\nu)}{14-10\nu+f(1+\nu)(13-15\nu)} \quad (8)$$

여기에서 E 와 ν 는 모재의 영계수와 포아송비로, 고무인화에폭시의 재료거동을 해석하는 경우 E 와 ν 는 기공이 발생하기 이전의 고무인화에폭시의 영계수와 포아송비이다.

2.6 기공생성모델과 기공부피비증가식

기공부피비의 증가는 이미 존재하는 기공의 성장과 새로운 기공의 생성에 기인한다. 기공의 생성에 관하여 두 개의 모델이 있는데, 하나는 모재의 소성변형량에 따라 기공이 생성된다는 소성변형량제어 기공생성모델(plastic strain-controlled void nucleation model)⁽⁷⁾이고, 다른 하나는 기공을 발생시키는 이물질에 작용하는 응력의 크기에 따라 기공이 생성된다는 응력제어 기공생성모델(stress-controlled void nucleation model)⁽²²⁾이다. Argon과 Im⁽²²⁾은 모재와 이물질과의 접촉면에 작용하는 최대의 응력은 모재에 작용하는 유동응력과 거시평균수직응력의 합이라고 제안하고, 이 최대응력의 크기에 따라 기공이 생성된다고 주장하였다. 따라서, 여러 논문에서 이 최대응력을 제어응력으로 정한 기공생성모델을 사용하였는데,^(23~25) 본 논문에서는 이를 최대응력제어 기공생성모델이라고 명명한다. 하지만, 고무인화에폭시에 대한 실험에서 얻어진 균열선단에서의 기공생성영역(cavitation zone)이 둥근 형상으로 고무인화에폭시에 작용하는 거시평균수직응력의 등고선도(contour plot)의 형상과 흡사하므로, 본 논문에서는 거시평균수직응력을 제어응력으로 하는 새로운 기공생성모델을 제안하여 사용하였는데, 이를 거시평균수직응력제어 기공생성모델이라고 명명한다. 따라서 기공부피비 증가율 \dot{f} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{f} = (1-f) [tr(D^p) - \beta \dot{\epsilon}_e^p] + A \dot{\sigma}_o + B \dot{\Sigma}_m \quad (9)$$

여기서, $\dot{\epsilon}_e^p$ 는 유효소성변형속도(effective plastic strain rate)이고, $tr(D^p)$ 는 기공체의 변형률텐서(rate-of-deformation tensor)의 트레이스이다. A 와 B 는, 최대응력제어 기공생성모델에 대하여는 식 (10)과 같이 주어지지만, 거시평균수직응력제어 기공생성모델에 대하여는 식 (11)과 같이 주어진다.

$$A = B = \frac{f_B}{s\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_o + \Sigma_m - \sigma_N}{s\sigma_y}\right)^2\right\} \quad (10)$$

$$A = 0, B = \frac{f_B}{s\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Sigma_m - \sigma_N}{s\sigma_y}\right)^2\right\} \quad (11)$$

여기서, f_B 는 기공을 발생시키는 이물질의 부피비이며, σ_N 과 s 는 각각 정규분포의 평균값과 표준편차이다. 하지만, 제어응력이 이전의 최대값보다 크지 않을 경우에는 $A=B=0$ 이다.

2.7 변형속도 민감성과 변형 연화-경화성

여러 고분자 화합물은 변형속도 민감성(strain rate sensitivity)뿐만 아니라 소성변형 초기에 연화현상을 보인 후 경화현상을 보이는 변형 연화-경화성(strain softening-and-hardening)을 가지고 있다. 본 논문에서는 변형속도 민감성을 고려하기 위하여 변형속도 민감계수(strain rate sensitivity factor) m 를 사용한 지수형 식을 이용하였다.

$$\dot{\epsilon}_e^p = \dot{\epsilon}_r \left[\frac{\sigma_o}{g(\dot{\epsilon}_e^p)} \right]^{1/m} \quad (12)$$

여기에서 $\dot{\epsilon}_r$ 는 표준인장소성변형속도(reference tensile plastic strain rate)이고, $\dot{\epsilon}_e^p$ 가 $\dot{\epsilon}_r$ 와 같을 때 $g(\dot{\epsilon}_e^p)$ 는 σ_o 와 같게 된다. 또한, 변형 연화-경화성을 정성적으로 표현하기 위하여 $g(\dot{\epsilon}_e^p)$ 에 대한 식을 다음과 같이 제안하였다.

$$g(\dot{\epsilon}_e^p) = \sigma_y \left[\left(\frac{\dot{\epsilon}_e^p}{\dot{\epsilon}_y} + 1 \right)^N + C_1 \left(\frac{\dot{\epsilon}_e^p}{\dot{\epsilon}_y} \right)^{N_1} \log \left(C_2 \frac{\dot{\epsilon}_e^p}{\dot{\epsilon}_y} \right) \right] \quad (13)$$

여기서 N 은 경화지수(strain hardening exponent), N_1 은 연화-경화지수(strain softening-

and-hardening exponent), C_1 과 C_2 는 연화-경화계수(strain softening-and-hardening coefficient)이다. 또한, 표준전단소성변형속도 $\dot{\gamma}_r$ ($=\sqrt{3}\dot{\epsilon}_r$)로 전단시험을 행하여 구한 전단항복응력을 τ_y 라고 할 때 σ_y 는 $\sqrt{3}\tau_y$ 와 같고, ϵ_y 는 σ_y/E 와 같다. C_1 이 0이 되면, 식 (13)은 보통의 지수형 식이 된다.

항복식을 제외한 다른 구성식의 유도 방법과 물성치의 의미 및 출처에 대한 상세한 설명은 저자의 다른 논문^(12,13,26)에서 찾을 수 있다.

3. 고무인화에폭시의 재료거동

3.1 균열선단모델과 노치선단모델

고무인화에폭시의 재료거동을 해석하기 위하여, 위에서 완성한 구성식을 ABAQUS의 user material subroutine에 코드화하였다. Figure 5와 6에 나타낸 바와 같이, 모드 I 평면변형조건(Mode I plane strain conditions)에 있는 균열선단 주위에 안쪽 요소망(mesh)과 바깥쪽 요소망을 만들었는데, 대칭성 때문에 위의 반쪽만 요소화하였다. 바깥쪽 요소망의 외경은 안쪽 요소망 중앙에 위치한 균열선단의 내경의 10,000배로 국소항복조건(small-scale yielding conditions)을 만족하게 하였고, 바깥쪽 외경에는 모드 I 평면변형의 변위경계조건(displacement boundary conditions)을 적용하였다.

또한, 4점 굽힘모멘트를 받는 시편에 대한 유한요소 모델을 Fig. 7에 나타내었는데, 대칭성 때문에 왼쪽 부분만 요소화하였다. 화살표는 굽힘 크로스헤드(bending crosshead)의 이동방향을 나타낸 것으로 위쪽의 노치는 압축 하중을 받지만, 아래쪽의 노치는 인장 하중을 받게 된다.

본 논문에서 해석한 고무인화에폭시(DGEBA/PIP/CTBN-8(10))의 물성치는 $E=2530$ MPa, $\nu=0.428$, $\sigma_y=75$ MPa, $m=0.035$, $N=0.1$, $N_f=1,3$, $C_1=0.03$, $C_2=0.05$, $\dot{\epsilon}_r=0.0032$ s⁻¹, $\mu=0.13$, $\beta=0$, $f_N=0.12$ 이다. 또한, 최대응력제어 기공생성모델에서는 $\sigma_N=1.0$ 과 $s=0.25$ 를 사용하였고, 거시평균 수직응력제어 기공생성모델에서는 $\sigma_N=0.75$ 와 $s=0.25$ 를 사용하였다. Pearson과 Yee⁽¹¹⁾는 인장팽

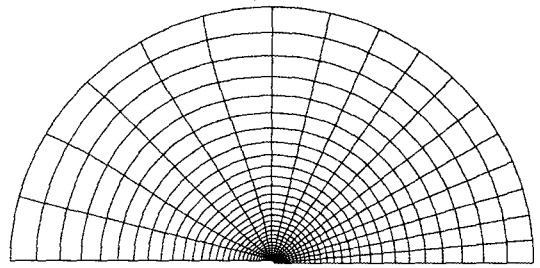


Fig. 5 Inner mesh around the crack tip under Mode I plane strain conditions

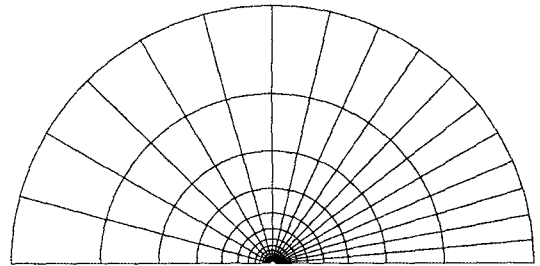


Fig. 6 Outer mesh around the crack tip under Mode I plane strain conditions

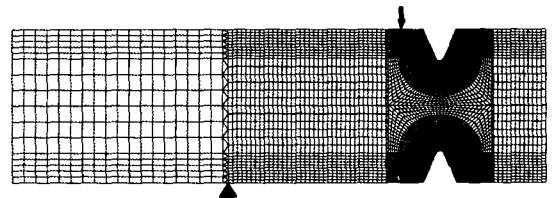


Fig. 7 FEM mesh for the SDEDN specimen of the rubber-toughened epoxy

창계(tensile dilatometer)를 이용한 실험을 통하여, 고무인화에폭시가 항복을 일으키기 이전에 고무 입자 내에서 기공이 생성된다는 사실을 입증하였으므로, 해석에서도 고무인화에폭시가 항복에 이르기 전에 기공이 생성되도록 σ_N 과 s 값을 선정하였다. 하지만, 기공생성속도에 관한 연구가 미진한 관계로 σ_N 과 s 값을 정확히 정할 수 없었다.

3.2 균열선단에서의 재료거동

균열열림변위(crack opening displacement)가 처음값의 약 3배가 되었을 때의 기공부피비와 소성 변형량의 등고선도를 Fig. 8과 9의 균열선 위쪽

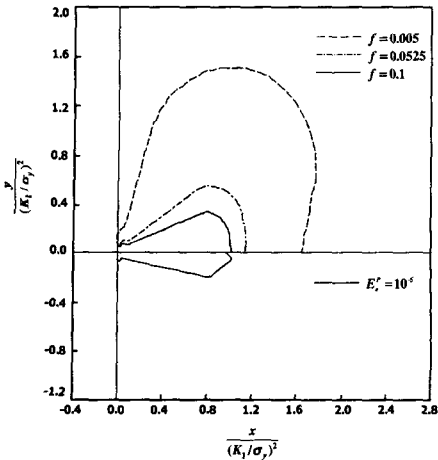


Fig. 8 Contour plots around the crack tip using the maximum stress controlled void nucleation model

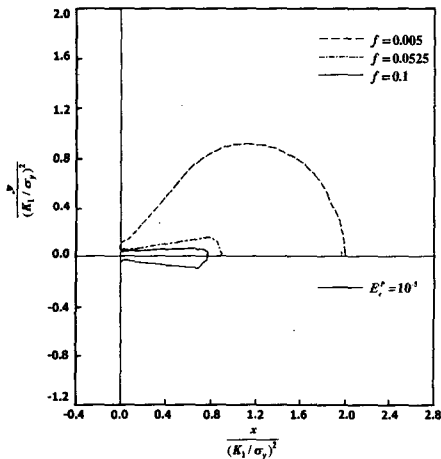


Fig. 9 Contour plots around the crack tip using the macroscopic mean normal stress controlled void nucleation model

과 아래쪽에 각각 나타내었는데, x 좌표값과 y 좌표값은 $(K_I/\sigma_y)^2$ 으로 나누어 무차원화하였다. Figure 8은 최대응력제어 기공생성모델을 사용하였을 경우의 결과이고, Fig. 9는 거시평균수직응력제어 기공생성모델을 사용하였을 경우의 결과이다. 두 경우 모두 $f=0.005$ 인 등고선은 균열선단 주위에 넓게 분포하나 $f=0.1$ 인 등고선과 유효인장소성변형량 $E_e^p=10^{-5}$ 인 등고선은 균열선단 앞의 균열선 주위에 분포함을 알 수 있다. 또한, Fig. 8에서 $f=0.005$ 인 등고선은 주응력 방향인 y

방향으로 더 긴 반면, Fig. 9에서 $f=0.005$ 인 등고선은 거의 원형을 하고 있음은 주목할 만하다.

Pearson과 Yee⁽¹¹⁾는 고무인화에폭시 안에 있는 균열선단 주위에 형성된 기공생성영역과 소성영역을 실험적으로 얻었는데, 기공생성영역은 원형이고 그 직경은 약 $1600 \mu\text{m}$ 이며, 소성영역은 야구 방망이 형상으로 그 길이가 $600 \mu\text{m}$ 이고, 균열선단 앞의 균열선 주위에 형성되었다(Pearson과 Yee의 논문⁽¹¹⁾ 중 Fig. 24 참조). 또한, Pearson과 Yee⁽¹¹⁾는 고무인화에폭시의 임계응력확대계수 K_{Ic} 가 $2.1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 이라고 보고하였으므로, 실험에서 얻은 기공생성영역의 직경을 무차원화하면, $x/(K_{Ic}/\sigma_y)^2=2.04$ 가 되고, 소성영역의 길이를 무차원화하면, $x/(K_{Ic}/\sigma_y)^2=0.77$ 이 된다. 따라서, 실험에서 얻은 기공생성영역과 소성영역은 Fig. 9에 나타낸 $f=0.005$ 인 등고선과 $E_e^p=10^{-5}$ 인 등고선과 그 크기와 형상이 아주 흡사함을 알 수 있다.

3.3 노치선단에서의 재료거동

굽힘크로스헤드가 1 mm 아래로 움직였을 경우, 거시평균수직응력제어 기공생성모델을 사용하여 해석적으로 구한 기공부피비와 소성변형량을 Fig. 10에 나타내었다. 위쪽 노치 주위에서는 기공이 생성되지 않았으므로, 기공부피비 등고선도를 아래쪽 노치 주위에만 나타내었다. 또한, 위쪽 노치 주위에는 $E_e^p=10^{-5}$ 인 등고선을 나타내었다.

위쪽 노치 주위에 형성된 소성영역은 극히 작았으며, 아래쪽 노치 주위에 형성된 $f=0.005$ 인 등고선은 직경이 약 2.6 mm 인 원형이라는 것은 주목할 만하다. Yee 등⁽²⁷⁾은 실험을 통하여 아래쪽 노치 주위에 원형의 기공생성영역이 형성되었고 위쪽 노치 주위에 형성된 소성 영역은 극히 작다는 것을 보여주었다(Yee 등의 논문⁽²⁷⁾ 중 Fig. 6과 8 참조). 하지만, 실험에서 얻은 기공생성영역의 직경은 약 2 mm 이었고 그 때 굽힘크로스헤드는 약 1.5 mm 움직였다. 이와 같은 기공생성영역의 크기에 대한 해석결과와 실험결과의 차이는 기공생성모델에 사용된 σ_N 과 s 값의 부정확성에 기인한 것으로 짐작된다. 한편, 최대

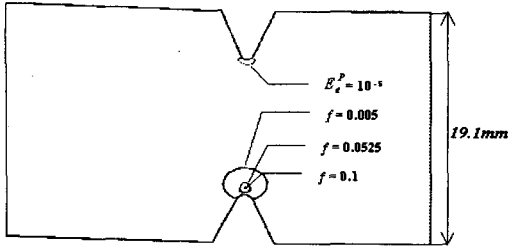


Fig. 10 Contour plots in the SDEDN specimen

응력제어 기공생성모델을 사용하였을 경우에는, 균열 선단에서의 재료거동에 대한 해석 결과와 마찬가지로, 기공생성영역이 주응력 방향인 수평 방향으로 긴 타원형으로 형성되어 그 형상과 크기에 실험결과와 비교적 큰 차이가 있었다.

4. 결론

본 논문에서 얻은 항복식은 평균수직응력이 양의 값을 갖는 경우뿐만 아니라 음의 값을 갖는 경우에도 사용이 가능하여, 거시평균수직응력이 음의 값을 갖는 노치선단(Fig. 7에 나타난 위쪽 노치선단)에서 아주 작은 소성 영역이 형성됨을 보여 주었고 이는 실험 결과와 일치한다. 또한, $f=0.005$ 인 등고선을 기공생성영역이라고 가정하면, 거시평균수직응력제어 기공생성모델을 사용하였을 때 균열선단과 노치선단에서 원형의 기공생성영역이 형성됨을 해석적으로 보여주었다. 특별히 균열선단에서 해석적으로 얻은 기공생성영역 및 소성영역은 실험에서 얻은 것과 그 크기와 형상이 아주 흡사하였다. 따라서, 고무인화에 폭시의 고무 입자 내부에서 생성되는 기공은 거시평균수직응력의 크기에 따라 생성된다고 볼 수 있다. 하지만, 기공생성모델에 사용되는 σ_N 과 s 값을 어떻게 정할 지에 관한 실험적 혹은 해석적 연구가 더 진행되어야, 기공생성과 이에 따른 기공체의 재료거동을 좀 더 정확히 해석할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 서강대학교 1998년도 교내연구비 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Sternstein, S. S. and Ongchin, 1969, "Yield Criteria for Plastic Deformation of Glassy High Polymers in General Stress Fields," *American Chemistry Society Polymer Preprint* 10, pp. 1117~1124.
- (2) Rabinowitz, S., Ward, I. M. and Perry, J. S. C., 1970, "The Effect of Hydrostatic Pressure on the Shear Yield Behavior of Polymers," *Journal of Materials Science*, Vol. 5, pp. 29~39.
- (3) Sauer, J. A., Pae, K. D. and Bhateja, S. K., 1973, "Influence of Pressure on Yield and Fracture in Polymers," *Journal of Macromolecular Science-Physics*, Vol. B8, pp. 631~654.
- (4) Spitzig, W. A., Sober, R. J. and Richmond, O., 1975, "Pressure Dependence of Yielding and Associated Volume Expansion in Tempered Martensite," *Acta Metallurgica*, Vol. 19, pp. 1129~1139.
- (5) Spitzig, W. A., Sober, R. J. and Richmond, O., 1976, "The Effect of Hydrostatic Pressure on the Deformation Behavior of Maraging and HY-80 Steels and Its Implications for Plasticity Theory," *Metallurgical Transactions*, Vol. 7A, pp. 1703~1710.
- (6) Spitzig, W. A. and Richmond, O., 1979, "Effect of Hydrostatic Pressure on the Deformation Behavior of Polyethylene and Polycarbonate in Tension and Compression," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 19., pp. 1129~1139.
- (7) Gurson, A. L., 1975, *Plastic Flow and Fracture Behavior of Ductile Materials Incorporating Void Nucleation, Growth and Interaction*, Ph.D. Dissertation, Brown University.
- (8) Gurson, A. L., 1977, "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Growth: Part I-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media," *Journal of Engineering Materials Technology*, Vol. 99, pp. 2~15.
- (9) Yee, A. F. and Pearson, R. A., 1986, "Toughening Mechanisms in Elastomer-Modified Epoxies, Part 1. Mechanical Studies," *Journal of*

- Material Sciences*, Vol. 21, pp. 2462~2474.
- (10) Pearson, R. A. and Yee, A. F., 1986, "Toughening Mechanisms in Elastomer- Modified Epoxies, Part 2. Microscopic Studies," *Journal of Materials Science*, Vol. 21, pp. 2475~2488.
- (11) Pearson, R. A. and Yee, A. F., 1991, "Influence of Particle Size and Particle Size Distribution on Toughening Mechanisms in Rubber-Modified Epoxies," *Journal of Materials Science*, Vol. 26, pp. 3828~3844.
- (12) Jeong, H.-Y., 1992, *A Macroscopic Constitutive Law for Porous Solids with Pressure-Sensitive Matrices and Its Implications for Plastic Flow Localization and Crack-Tip Behavior*, Ph.D. Dissertation, The University of Michigan.
- (13) Jeong, H.-Y. and Pan, J., 1995, "A Macroscopic Constitutive Law for Porous Solids with Pressure-Sensitive Matrices and Its Implications to Plastic Flow Localization," *International Journal of Solids Structure*, Vol. 32, pp. 3669~3691.
- (14) Lazzeri, A. and Bucknall, C. B., 1993, "Dilatational Bands in Rubber-Toughened Polymers," *Journal of Materials Science*, Vol. 28, pp. 6799~6808.
- (15) Kinloch, A. J. and Young, R. J., 1983, *Fracture Behavior of Polymers*, Elsevier Applied Science.
- (16) Yu, C.-S. and Shetty, D., 1989, "Transformation Zone Shape, Size, and Crack-Growth-Resistance [R-Curve] Behavior of Ceria-Partially-Stabilized Zirconia Polycrystals," *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 72, pp. 921~928.
- (17) Chen, I.-W., 1991, "Model of Transformation Toughening in Brittle Materials," *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 74, pp. 2564~2572.
- (18) Tvergaard, V., 1981, "Influence of Voids on Shear Band Instabilities under Plane Strain Conditions," *International Journal of Fracture*, Vol. 17, pp. 389~407.
- (19) Tvergaard, V., 1982, "On Localization in Ductile Materials Containing Spherical Voids," *International Journal of Fracture*, Vol. 18, pp. 237~252.
- (20) Rudnicki, J. W. and Rice, J., 1975, "Conditions for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 23, pp. 371~394.
- (21) Tandon, G. P. and Weng, G. J., 1988, "A Theory of Particle-Reinforced Plasticity," *Transactions of the ASME*, Vol. 55, pp. 126~135.
- (22) Argon, A. S. and Im, J., 1975, "Separation of Second Phase Particles in Spheroidized 1045 Steel, Cu-0.6pct Cr Alloy, and Maraging Steel in Plastic Straining," *Metallurgical Transactions*, Vol. 6A, pp. 839~851.
- (23) Tvergaard, V., 1982, "Influence of Void Nucleation on Ductile Shear Fracture at a Free Surface," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 30, pp. 399~425.
- (24) Pan, J., Saje, M. and Needleman, A., 1983, "Localization of Deformation in Rate Sensitive Porous Plastic Solids," *International Journal of Fracture*, Vol. 21, pp. 261~278.
- (25) Needleman, A. and Tvergaard, V., 1987, "An Analysis of Ductile Rupture Modes at a Crack Tip," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 35, pp. 151~183.
- (26) Jeong, H.-Y. and Pan, J., 1996, "Crack-Tip Fields for Porous Solids with Pressure-Sensitive Matrices and for Rubber-Toughened Epoxies," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 36, pp. 2306~2319.
- (27) Yee, A. F., Li, D. and Li, X., 1993, "The Importance of Constraint Relief Caused by Rubber Cavitation in the Toughening of Epoxy," *Journal of Materials Science*, Vol. 28, pp. 6392~6398.