

탄성적으로 지지된 광디스크 드라이버의 진동모드와 주파수 응답의 기하적 해석

단 병 주* · 최 용 제**
(1999년 3월 5일 접수)

The Geometrical Analysis of Vibration Modes and Frequency Responses of an Elastically Suspended Optical Disc Drive

Byung Ju Dan and Yong Je Choi

Key Words : Stiffness Matrix(강성행렬), Center of Elasticity(탄성 중심), Vibration Mode(진동모드), Vibration Center(진동중심), Axis of Vibration(진동축), Plane of Symmetry(대칭면)

Abstract

Via screw theory, a vibration mode can be geometrically interpreted as a pure rotation about the vibration center in a plane and as a twisting motion on a screw in a three dimensional space. In this paper, applying the conditions that can be used to diagonalize the stiffness matrix by a parallel axis congruence transformation, the vibration modes and frequency response of an elastically suspended optical disc drive have been analyzed. It is first shown that the system has one plane of symmetry, which enables one to decouple the complicated vibration modes into two sets of modes independent of each other. Having obtained the analytical solutions for the axes of vibrations, the frequency response for a given applied input force has been demonstrated. Most importantly, it has been explained that this research result could be used in the synthesis process of a linear vibration system in order to improve the frequency response.

1. 서론

강체의 변위(또는 운동)와 정역학적인 표현은, 나선이론에 의하여, 이들을 각각 트위스트(twist)와 웬치(wrench)를 사용하여 가장 간단한 수학적 형태로 표현할 수 있다. 탄성체로 지지되고 있는 강체에 주어진 외력에 대한 변위 또한 나선에 의하여 간단한 표현이 가능하며, 그 기하적 또는 물리적 의미의 명확한 규명도 가능하다. 따라서, 강체의 진동해석에서 널리 사용되고 있는 모드해석의 기법은 나선이론의 적용에 의하여 그 기하적인 의미를 쉽게 이해할 수 있을 뿐 아니라, 이로부터 진동계의 설계를 용이하게 할 수 있는 도구의 개발을 가능케 한다.

이와 같은, 나선이론의 진동해석에의 적용은 Ball⁽¹⁾로부터 시작되어, Dimentberg⁽²⁾에 의하여 다시 정리되어 왔다. 최근에 이르러 Loncaric⁽³⁾은 강체의 합동변환(rigid body congruence transformation)에 의하여 강성행렬이 대각화될 수 없음을 보이고, 강성행렬의 표준형(normal form)을 제시하였다. Griffis⁽⁴⁾ 등은 기하학적 방법으로, 선 스프링(line spring)이 놓인 선벡터(line bound vector)에 의하여 일반적인 강성행렬을 모델링할 수 있는 방법에 대하여 설명하였다.

Lipkin⁽⁵⁾ 등은 고유웬치(eigenwrench)와 고유트위스트(eigentwists)로 구성된 합동변환(congruence transformation)의 형태로 강성행렬을 분해(decomposition) 할 수 있는 기법을 제안하였다. Ciblak⁽⁶⁾ 등은 강성행렬의 특성을 나타내는 탄성중심(center of elasticity), 강성중심(center of stiffness), 순용중심(center of compliance)의 물리적 의미를 구명하고, 그 관계를 설명하였다. 3개의 중심이 일치

* 연세대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 연세대학교 기계전자공학부

E-mail : yjchoi@bubble.yonsei.ac.kr

TEL : (02)361-2826 FAX : (02)362-2736

하는 평면상에서 Blanchet⁽⁷⁾ 등은 탄성적으로 지지되어 있는 단일 강체에 대해 진동중심을 구하는 해석적인 3차 방정식을 제시하였고, 단병주⁽⁸⁾ 등은 가진점과 관측점에 따른 전달함수를 진동중심(vibration center)과의 기하학적인 관계로 도식화하여 표현함으로써 계의 동특성을 나타내도록 하고, 이를 하드디스크 스윙암의 동적 안정화에 적용할 수 있는 예를 제시하였다. 한편, 단병주⁽⁹⁾는 탄성중심으로의 평행축 합동변환(parallel axis congruence transformation)에 의하여 강성행렬을 대각화할 수 있는 조건을 제시하였고, 대칭면을 갖는 경우에 대하여 진동계의 진동축(axis of vibration)을 구할 수 있는 해석식을 제시하였다.

본 논문에서는, 선형 진동계의 강제진동에 대한 응답을, 이러한 진동축과 외력의 기하적인 관계로 유도하고, 선형 댐퍼로 지지되어 있는 광디스크 드라이브(optical disc drive) 모델을 대상으로 주파수 응답특성을 해석하였다.

2. 이론적 배경

2.1 선벡터(line bound vector)에 의한 강성행렬의 표현

탄성체로 지지 되어 평형상태에 있는 강체에 대하여, 일반화 된 힘인 렌치와 일반화 된 변위 트윈스트의 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{K}_G \hat{\mathbf{X}} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{K}_G 는 강성행렬로서 6×6 대칭행렬이며, 하첨자 G 는 관성중심에서 표현된 것을 의미한다. 행렬이나 벡터에서 하첨자가 생략되면 관성중심이 기준임을 나타내고, 그 외의 경우에는 기준점을 나타내도록 하였다.

이제, \mathbf{f} 와 \mathbf{m} 을 힘과 모멘트라 하고, δ 와 ϕ 를 미소병진변위와 각변위라 하면, 렌치와 미소변위 트윈스트는 각각 플뤼커의 방사좌표계(Plücker's ray coordinates)인 $\hat{\mathbf{w}} = [\mathbf{f}^T \ \mathbf{m}^T]^T$ 와 축좌표계(axis coordinates)인 $\hat{\mathbf{X}} = [\delta^T \ \phi^T]^T$ 로 표현된다.⁽¹⁰⁾ \mathbf{K}_G 는 3×3 부분행렬을 사용하여 다음의 식으로 표현될 수 있다.

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (2)$$

또한, 강성행렬은 다음의 식으로 구할 수 있다.⁽⁴⁾

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{j} \mathbf{K} \mathbf{j}^T \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{j} = [\hat{\mathbf{s}}_1 \ \dots \ \hat{\mathbf{s}}_n]$ 이며, $6 \times n$ 행렬이다. N 은 선 스프링의 개수를 나타내며, $\hat{\mathbf{s}}_i$ 는 i 번째 선 스프링의 위치와 방향을 나타내는 선벡터이고, \mathbf{K} 는 $n \times n$ 대각행렬로서 그 원소는 i 번째 선 스프링의 상수값이다. 선벡터는 다음의 식으로 표현된다.

$$\hat{\mathbf{s}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i \\ \mathbf{s}_{oi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{s}_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{s}_i 는 선벡터의 방향을 나타내며, \mathbf{r}_i 는 관성중심에서 선벡터까지의 거리이다.

식 (4)를 식 (3)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K}_G = \sum_{i=1}^n k_i \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T & -\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{r}_i \times \\ \mathbf{r}_i \times \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T & -\mathbf{r}_i \times \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{r}_i \times \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 \times 는 크로스 프로덕트 연산을 의미한다.

2.2 평행축 합동변환에 의한 강성행렬의 대각화
단병주⁽⁹⁾는 탄성중심으로의 평행축 합동변환으로 대각화가 가능한 강성행렬의 조건으로서, 먼저 고유렌치와 고유트윈스트들로 구성되는 각각의 3×3 행렬이 단위행렬이 되고, 식 (2)로부터 $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ 가 반대칭 행렬이어야 함을 제시하였다. 따라서 강성행렬이 이러한 조건을 만족하면, 탄성중심에서 표현된 강성행렬은 대각행렬이 되며 평행축 합동변환에 의하여 다음의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{K}_E = \mathbf{E}_h^T \mathbf{K}_G \mathbf{E}_h \quad (6)$$

여기서, 하첨자 E 는 탄성중심을 나타내며, $\mathbf{E}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{h} \times \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ 이고, \mathbf{h} 는 관성중심에서 탄성중심까지의 벡터이다. 탄성중심에서 표현된 강성행렬의 대각원소는 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} k_{f1} &= k_x, & k_{f2} &= k_y, & k_{f3} &= k_z, \\ k_{\phi 1} &= k_\alpha, & k_{\phi 2} &= k_\beta, & k_{\phi 3} &= k_\gamma \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 하첨자 x, y, z 는 병진방향을 의미하고, α, β, γ 는 회전방향을 의미한다.

2.3 운동방정식

일반적으로, 관성행렬과 강성행렬로 표현된 강체의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_G \ddot{X}_G + K_G X_G = Q(t) \tag{8}$$

여기서, 좌표계를 관성행렬의 관성모멘트의 주방향으로 설정하면, 관성행렬은 다음과 같다.

$$M_G = \text{diag}(m \ m \ m \ I_x \ I_y \ I_z) \tag{9}$$

자유진동의 경우에, 식 (8)은 다음의 식으로 표현된다.

$$M_G \ddot{X}_G + K_G X_G = 0 \tag{10}$$

한편, 변위는 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$X_G = \hat{X} e^{j\Omega t} \tag{11}$$

여기서, Ω 는 고유진동수를 나타내며, \hat{X} 는 일반화된 변위 트윈스트로서 플리커의 축좌표로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{X} = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z \ \phi_x \ \phi_y \ \phi_z]^T \tag{12}$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$(K_G - \Omega^2 M_G) \hat{X} = 0 \tag{13}$$

식 (6)으로 표현된 탄성중심에서의 강성행렬을 관성중심에서 표현하면 다음과 같다.

$$K_G = E_h^T K_E E_h \tag{14}$$

여기서, h' 는 탄성중심에서 관성중심까지의 벡터이다. 즉, $h' = -h$ 이다.

식 (7), (9) 및 (14)를 식 (13)에 대입하여 정리하면 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{B}^T & \bar{D} \end{bmatrix} \hat{X} = 0 \tag{15}$$

여기서, 부분행렬은 다음과 같다.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} k_x - \Omega^2 m & 0 & 0 \\ 0 & k_y - \Omega^2 m & 0 \\ 0 & 0 & k_z - \Omega^2 m \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & h_z k_x & -h_y k_x \\ -h_z k_y & 0 & h_x k_y \\ h_y k_z & -h_x k_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} k_x + h_z^2 k_y & -h_x h_y k_z & -h_x h_z k_y \\ + h_y^2 k_z - I_x \Omega^2 & k_y + h_z^2 k_x & -h_y h_z k_x \\ -h_x h_y k_z & + h_x^2 k_z - I_y \Omega^2 & -h_x h_z k_x \\ -h_x h_z k_y & -h_y h_z k_x & k_z + h_y^2 k_x + h_x^2 k_y - I_z \Omega^2 \end{bmatrix}$$

2.4 진동축의 계산⁽⁹⁾

식 (15)로 표현된 계의 진동모드는 강성행렬의 탄성중심의 위치에 따라 분리(decouple)된다. 즉, 계의 자유도를 분리시키는 대칭면의 존재는 관성중심에서 탄성중심까지의 벡터 h 에 따라 결정된다. 예를 들어, h 의 성분중, z 축 성분이 영이 되면, x - y 평면이 대칭면이 되고, 진동모드는 3 자유도씩 분리되며, x - y 평면에 수직인 진동축 3 개와 x - y 평면에 놓여 있는 진동축 3 개가 나타난다. 대칭면에 수직인 진동축과 대칭면 수직 진동축이라 정의할 때, 이 축들의 방향은 z 축과 평행하다는 것을 알 수 있으며, 그 위치는 x - y 평면과의 교차점으로 구할 수 있다. 교차점의 좌표중 x 좌표값은 다음의 3 차식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & [k_y \ h_x \ m (k_y - k_x)] v_x^3 + [(k_x - k_y) \\ & (k_y h_x^2 m + k_y m - k_y I_z) - m k_y (k_y h_x^2 \\ & + k_x h_y^2)] v_x^2 + h_x k_y [I_z (k_x - 2k_y) + \\ & (k_y + h_y^2 k_x + h_x^2 k_y) m] v_x + h_x^2 I_z k_y^2 = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

식 (16)을 풀면, 다음의 식에서 주어진 y 좌표값과의 관계식으로부터 진동축을 구한다.

$$v_y = \frac{v_x h_y k_x}{h_x k_y + v_x (k_x - k_y)} \tag{17}$$

대칭면 수직 진동축을 플리커의 축좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{X}}^{\text{perp}} = \begin{bmatrix} \delta_x & \delta_y & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\ = \begin{bmatrix} v_y & -v_x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

식 (16)과 (17)로부터 구한 교차점의 좌표를 다음의 식들 중 한 개의 식에 대입하면 해당 진동축에 대한 고유진동수를 구할 수 있다.

$$\Omega^2 = \frac{(v_y - h_y)k_x}{v_y m}, \quad \Omega^2 = \frac{(v_x - h_x)k_y}{v_x m}, \\ \Omega^2 = \frac{k_y + k_x(v_y - h_y)^2 + k_y(v_x - h_x)^2}{I_z + m(v_x^2 + v_y^2)} \quad (19)$$

대칭면에 놓여 있는 진동축을, 대칭면 내부 진동축이라 정의하도록 한다. 이 진동축과 x-축과의 교차점은 다음의 3 차식으로부터 구할 수 있다.

$$h_x^2 k_\alpha k_z m^2 v_x^3 + h_x m [I_x k_\beta k_z \\ - 2 I_y k_\alpha k_z + (k_\alpha k_\beta + h_x^2 k_\alpha k_z \\ + h_y^2 k_\beta k_z) m] v_x^2 + [I_y^2 k_\alpha k_z \\ + I_x k_\beta (k_\beta + h_x^2 k_z) m - I_y (I_x k_\beta k_z \\ + (k_\alpha k_\beta + 2 h_x^2 k_\alpha k_z + h_y^2 k_\beta k_z) m)] v_x \\ + h_x I_y k_z (I_x k_\beta - I_y k_\alpha) = 0 \quad (20)$$

식 (20)의 3 차식을 풀고, 그 해를 다음의 식에 대입하여 고유 진동수를 구할 수 있다.

$$\Omega = \frac{k_\beta}{I_y + v_x h_x m} \quad (21)$$

이제, 식 (21)에서 구한 고유진동수와 식 (20)의 해를 다음의 식 중, 한 개의 식에 대입하면 진동축의 방향을 결정할 수 있다.

$$\frac{\phi_y}{\phi_x} = \frac{h_y k_z}{(h_x - v_x)k_z + v_x m \Omega^2} \\ \frac{\phi_y}{\phi_x} = \frac{k_\alpha + h_y^2 k_z - I_x \Omega^2}{(h_x - v_x)h_y k_z} \quad (22) \\ \frac{\phi_y}{\phi_x} = \frac{(h_x - v_x)h_y k_z}{k_\beta + (v_x - h_x)^2 k_z - (I_y + v_x^2 m) \Omega^2}$$

대칭면 내부 진동축은 플리커의 축좌표계로 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\mathbf{X}}^{\text{in}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \delta_z & \phi_x & \phi_y & 0 \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

2.5 강제진동 및 응답

식 (8)에서 외력은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{Q}(t) = \hat{\mathbf{w}} e^{j\omega t} \quad (24)$$

여기서 $\hat{\mathbf{w}}$ 는 시간에 대해 독립적인 렌치를 의미하며, ω 는 외력에 관계한 주파수이다. 이 경우에, 응답을 나타내는 변위는 다음의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{X}_G = \hat{\mathbf{X}} e^{j\omega t} \quad (25)$$

식 (24)과 (25)를 식 (8)에 대입하여 정리하면 다음의 식으로 표현된다.

$$(\mathbf{K}_G - \omega^2 \mathbf{M}_G) \hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{w}} \quad (26)$$

전통적인 진동해석에서의 모드행렬은 이러한 진동축들로 구성되며, 다음과 같이 표현된다.⁽⁹⁾

$$\Psi = [\mathbf{X}_1 \quad \dots \quad \mathbf{X}_6] \quad (27)$$

여기서 \mathbf{X}_i 는 i 번째 진동축을 플리커의 축좌표로 표현한 것을 의미한다.

식 (27)로 정의된 모드행렬을 이용하여 식 (26)을 정리하면, 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{X}} = \sum_{r=1}^6 \frac{\mathbf{X}_r^T \hat{\mathbf{w}} \mathbf{X}_r}{k_r - \omega^2 m_r} = \sum_{r=1}^6 \frac{\mathbf{R}_r \mathbf{X}_r}{k_r - \omega^2 m_r} \quad (28)$$

여기서 k_r 과 m_r 은 각각 $\Psi^T \mathbf{K}_G \Psi$ 와 $\Psi^T \mathbf{M}_G \Psi$ 의 i-번째 대각원소를 의미한다. 또한 \mathbf{R}_r 는 i-번째 레지듀(residue)로 정의할 수 있으며 이것은 i-번째 모드가 응답에 미치는 영향을 나타내게 된다.

한편, 이것은 기하학적으로 외력 렌치와 진동축 간의 역곱(reciprocal product)를 의미한다.⁽¹⁰⁾ 식 (28)로 표현된 응답은 관성중심에서의 응답이며, 임의의 관측점에 대해서는 그 점으로의 좌표변환에 의하여 구할 수 있으며, 다음의 식으로 표현된다.

$$\hat{\mathbf{X}}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{GS} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} \quad (29)$$

여기서 하첨자 s 는 관측점을 의미하며, \mathbf{GS} 는 관성 중심에서 관측점까지의 벡터를 의미한다.

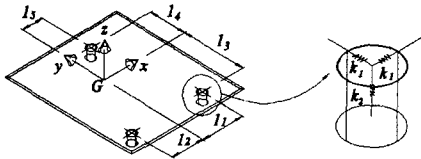


Fig. 1 The Model of the Optical Disc Drive

3. 광디스크 드라이버

3.1 모델의 정립

광디스크 드라이버의 방진계는 Fig. 1 과 같으며, 운동방정식은 다음의 식으로 표현된다.

$$M_G \ddot{X}_G + C_G \dot{X}_G + K_G X_G = Q(t) \quad (30)$$

여기서, 식 (8)과 식 (30)의 차이점은 점성행렬항이며, 미소변위에 대해서 강성과 점성은 비례관계로 구할 수 있다.⁽¹¹⁾ 비례감쇠인 경우로 가정하면, 비감쇠모드와 동일한 모드를 갖게 되므로, 2장에서 유도한 관계식을 이용할 수 있다.

기준좌표계를 관성행렬의 주방향으로 일치하도록 하면 관성행렬은 대각행렬이 되며 식 (9)로 표현된다.

고무댐퍼는 기초(base)와 광디스크 드라이버 메커니즘사이에 조립되며, 고무댐퍼의 탄성을 상수로 가정하면, 한 개의 고무댐퍼를 Fig. 1 처럼 3개의 선스프링으로 모델링할 수 있다. 관성중심에서 표현된 강성행렬은 식 (3)으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$K_G = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$A = \begin{bmatrix} 3k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 3k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 3k_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_1(2l_3 - l_4) \\ 0 & 0 & k_1(l_1 - l_2 + l_5) \\ -k_2(2l_3 - l_4) & -k_2(l_1 - l_2 + l_5) & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} k_2(2l_3^2 + l_4^2) & k_2(l_1 l_3) & 0 \\ k_2(l_1 l_3) & -l_2 l_3 - l_4 l_5 & 0 \\ -l_2 l_3 - l_4 l_5 & k_2(l_1^2 + l_2^2 + l_5^2) & 0 \\ 0 & 0 & k_1(l_1^2 + l_2^2 + 2l_3^2 + l_4^2 + l_5^2) \end{bmatrix}$$

Table 1 Inertia and Stiffness Properties of the Optical Disc Drive

m	0.168 Kg	I _x	0.9662 × 10 ⁻⁴ Kg m ²
k ₁	2.7 × 10 ³ N/m	I _y	2.4447 × 10 ⁻⁴ Kg m ²
k ₂	4.5 × 10 ³ N/m	I _z	3.3026 × 10 ⁻⁴ Kg m ²

Table 2 Dimensions of the Optical Disc Drive

l ₁	0.0467m	l ₂	0.0363m
l ₃	0.0693m	l ₄	0.0401m
l ₅	0.0237m (modified dimension: 0.0052m)		

이 경우에, 평행축 합동변환에 의하여 강성행렬이 대각화가 되기 위한 조건을 살펴보면, 식 (31)로부터, 먼저 고유 렌치들로 구성된 3×3 행렬이 단위행렬이 되고, A⁻¹B가 반대칭행렬인 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다. 또한, 고유트위스트로 구성된 3×3 행렬이 단위행렬이 되기 위한 조건으로서 l₅ = (l₁ - l₂)/2 이어야 함을 알 수 있다. Table 1 과 Table 2 에서는 해석 대상으로 사용된 광디스크 드라이버의 물성치를 나타내었으며, l₅ 를 0.0052 m 로 수정하면 관성중심에서 탄성중심까지의 평행축 합동변환으로 강성행렬을 대각화할 수 있게 된다. 벡터 h 의 크로스 프로덕트형 행렬은 다음의 식으로 표현된다.⁽⁹⁾

$$h \times = -A^{-1}B \quad (32)$$

식 (32)로부터 탄성중심을 계산하면 다음과 같다.

$$E = (0.0052, -0.0328, 0)$$

여기서 z 성분이 영이므로 x-y 평면이 대칭면이 된다는 것을 알 수 있다. 탄성중심에서의 강성행렬은 식 (6)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_E = 1.0e^4 \times \text{diag}(0.8100 \ 0.8100 \ 1.3500 \ 0.0036 \ 0.0016 \ 0.0031)$$

여기서 k_x = k_y 이므로, 대칭면 수직 진동축 중의 하나는 순수 병진모드가 된다는 것을 알 수 있다.^(7,8) 이 병진모드의 방향은 관성중심과 탄성중심을 잇는 방향이며, 이 모드의 고유진동수는 $\sqrt{k_x/m}$ 이다.

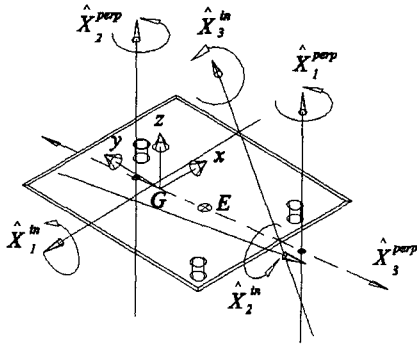


Fig. 2 The Axes of Vibration in the Optical Disc Drive

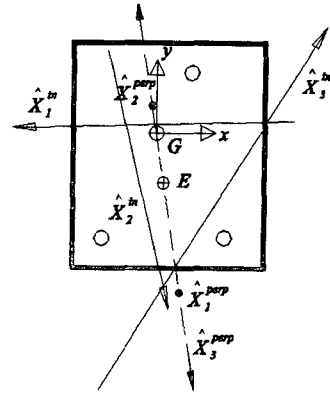


Fig. 3 The Top View of the Axes of Vibration

한편, 점성행렬은 강성행렬에 일정상수를 곱하여 구하였고, 이에 따른 감쇠비는 다음과 같다.

$$\zeta_r = (0.0091 \quad 0.0184 \quad 0.0110 \quad 0.0113 \quad 0.0130 \quad 0.0370)$$

3.2 진동축의 계산

식 (16)으로부터 대칭면 내부 진동축을 구하면 다음과 같다.

$$[v_{xi}] = [0.0617 \quad -0.0029]$$

식 (17)로부터 대칭면 수직 진동축과 xy 평면과의 교차점은 (0.0167, -0.1057, 0) 과 (-0.0029, 0.0181, 0) 으로 구할 수 있다. 따라서 진동축을 폴워커의 축좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$[\hat{X}_i^{perp}] = \begin{bmatrix} -0.1057 & 0.0181 & -0.1561 \\ -0.0167 & 0.0029 & 0.9877 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

이때의 해당 고유진동수는 식 (19)로부터 다음과 같이 구하여 진다.

$$[\Omega_i^{in}] = [29.02 \quad 58.58 \quad 34.95] \text{ Hz}$$

여기서 \hat{X}_3^{perp} 는 순수 병진모드이다.

식 (20)으로부터 대칭면 내부 진동축을 구하면 다음과 같다.

$$[v_{xi}] = [-0.2480 \quad 0.0705 \quad -0.0194]$$

여기에 해당하는 고유진동수는 식 (21)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[\Omega_i^{out}] = [117.90 \quad 35.82 \quad 41.54] \text{ Hz}$$

이상의 두 가지 계산결과로부터 진동축의 방향은 식 (22)로부터 다음과 같이 구하여 진다.

$$\left[\tan^{-1} \left(\frac{\phi_y}{\phi_x} \right)_i \right] = [1.3060^\circ \quad 57.5698^\circ \quad -76.0741^\circ]$$

식 (23)에서와 같이, 대칭면 내부 진동축을 폴워커의 축좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$[\hat{X}_3^{in}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0057 & 0.0595 & 0.0188 \\ 0.9997 & 0.5363 & 0.2407 \\ 0.0228 & 0.8440 & -0.9706 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fig. 2 와 Fig. 3 은 이러한 진동축들을 보여준다. 이제, 진동해석에서 잘 알려진 모드행렬은 다음의 식으로 표현된다.

$$\Psi = [\hat{X}_1^{in} \quad \hat{X}_2^{in} \quad \hat{X}_3^{in} \quad \hat{X}_1^{perp} \quad \hat{X}_2^{perp} \quad \hat{X}_3^{perp}]$$

3.3 탄성계수의 영향

k_2 변화가 고유진동수 및 진동축에 미치는 영향을 알아보기 위하여 탄성중심에서 표현된 강성행렬을 해석적으로 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_E = \text{diag}(3k_1, 3k_1, 3k_2 \frac{2k_2(l_3+l_4)^2}{3}, 2k_2 \frac{(l_1^2+l_2^2+l_1(l_2-l_5)+l_2l_5+l_5^2)}{3}, 2k_1 \frac{(l_1^2+l_2^2+l_1(l_2-l_5)+l_2l_5+(l_3+l_4)^2+l_5^2)}{3})$$

위의 결과로부터 k_2 가 k_x, k_y, k_z 의 값에 무관하므로 대칭면 수직 진동축에는 아무런 영향을 주지 못함을 알 수 있으며, 위에서 구한 k_z, k_α, k_β 를 식 (20)에 대입하여 정리하면, k_2 가 식 (20)의 각 계수에서 공통으로 상쇄되어, 대칭면 내부 진동축들의 위치에 영향을 주지 못한다는 것을 나타낸다. 또한 식 (22)에 식 (21)을 대입하여 정리하면, k_2 가 진동축의 방향에도 영향을 주지 못한다는 것을 알 수 있다. 정리하면, k_2 를 변경하는 것은 식 (21)에 의하여 고유진동수를 변경할 수 있으나, 대칭면 내부 진동축의 위치를 변화시키지는 못한다. 따라서 고유벡터를 변화시키지 못한다는 것을 의미한다.

3.4 응답 산출

식 (30)으로 표현된 계에 외력이 작용하면, 식 (28)로 표현된 관성 중심의 응답은 비례감쇠로 가정하였으므로 다음의 식으로 표현된다.

$$\hat{\mathbf{X}} = \sum_{r=1}^6 \frac{\hat{\mathbf{X}}_r^T \hat{\mathbf{w}} \hat{\mathbf{X}}_r}{k_r + \omega j c_r - \omega^2 m_r} = \sum_{r=1}^6 \frac{\mathbf{R}_r \hat{\mathbf{X}}_r}{k_r + \omega j c_r - \omega^2 m_r} \quad (33)$$

여기서 c_r 은 $\Psi^T \mathbf{C}_G \Psi$ 의 i 번째 대각원소를 의미한다.

광디스크 픽업의 포커스(z축)방향에 대한 동특성 시험에서는 기초(base)에 z축 변위가 조화함수로서 발생하고, 이것에 의해서 계에 외력이 작용하는 경우로서 다음의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{K}_G \mathbf{X}_b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{j\omega t}$$

여기서, \mathbf{X}_b 는 기초 변위의 크기를 나타내는 스칼라양이다. 따라서 시간에 독립적인 렌치는 다음의 식으로 표현된다.

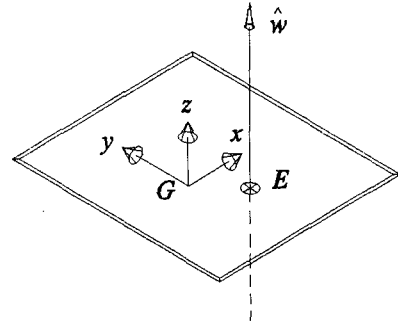


Fig. 4 The Applied Wrench

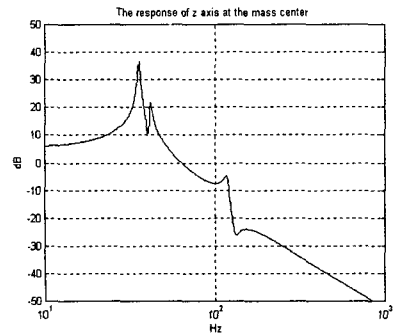


Fig. 5 The Response at the Mass Center

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{X}_b (k_2 + ic_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ h_y \\ -h_x \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서, 외력은 Fig. 4에 도시된 바와 같이, z축과 평행하고 탄성중심을 지나고 있음을 알 수 있으며, 그 방향은 비례감쇠인 경우 변화하지 않는다.⁽¹²⁾ 외력과 대칭면 수직 진동축들과의 역공은 영이 되며, 대칭면에 수직한 진동 모드를 여진하지 않는다는 것을 의미한다. 이는 또한 대칭면의 정의와도 일치한다. 따라서 x 방향과 y 방향의 병진변위, 그리고 z 방향의 회전변위는 여진 되지 않는다. 대칭면 내부 진동축과의 역공은 기하적으로 사면체의 체적을 의미한다.⁽¹³⁾ z축 방향의 병진변위는 식 (33)에서 3번째 행의 값으로 Fig. 5와 같이 도시될 수 있다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 대칭면에 수직한 진동모드는 나타나지 않으며, 대칭면 내부 진동모드에 관련된 공진봉 3개가 응답에 나타난다.

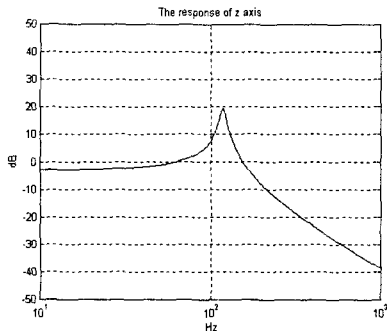


Fig. 6 The Response at the intersection Point

Fig. 2와 Fig. 3에 도시된 대칭면 내부 진동축중, \hat{X}_2^{in} 와 \hat{X}_3^{in} 의 교차점은 (0.0058, -0.1018, 0)이며, 이곳에서의 응답을 살펴보기 위하여 식 (29)를 이용하여 도시한 것이 Fig. 6이다. 이 경우에는 회전 전에 따른 병진변위가 없으므로 \hat{X}_1^{in} 에 관련된 공진봉 한 개만이 응답에 나타난다.

4. 결론

본 논문에서는 광디스크 드라이버(optical disc drive)의 진동축들을 구하고, 강제진동에 따른 응답을 진동축과 외력의 기하적인 관계로 나타내었다.

먼저, 강성행렬이 탄성중심으로의 평행축 합동 변환으로 대각화가 가능한 조건을 만족하도록 덤퍼의 위치를 변경하였다. 탄성중심의 계산결과로 한 개의 대칭면이 존재함을 나타내고 진동축들을 구하였다. 또한 탄성계수가 고유진동수와 진동축에 미치는 영향을 제시하였다.

진동축들의 집합이 모드 행렬임을 이용하여, 광디스크 드라이버의 동특성 시험중, 포커스(focus) 방향 동특성 시험에 대하여 기초(base)의 변위에 따른 외력이 실제 계에 작용하는 작용점과 작용선을 도시하고 진동축과의 기하적인 위치로 그 응답을 나타내었다. 또한 관측점에 대한 응답을 관성중심으로부터의 좌표변환으로 제시하였다.

계의 진동모드를 기하적 모드 해석을 통하여, 단순히 요(yaw)나 피치(pitch)등의 개략적인 진동모드의 도시에서 벗어나 정확히 계의 동적 거동을 묘사할 수 있을 뿐만 아니라 실제 좌표계상에서 회전축으로 표현할 수 있음에 따라 계의 파라미터 값 조절이나, 동특성 합성에 유용하게 사용될 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 정보저장기기 연구센터의 지원(97K3-0910-01-03-1)을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Ball, Sir R. S., 1900, A Treatise on the Theory of Screws, Cambridge University Press.
- (2) Dimentberg, F. M., 1965, The Screw Calculus and Its Application in Mechanics, Foreign Technology Division, Wright-Patterson Air Forces Base, Ohio, Document No. FTD-HT-23-1632-67.
- (3) Loncaric, J., 1985, Geometrical Analysis of Compliant Mechanisms in Robotics, Ph.D Thesis, Harvard University.
- (4) Griffis, M and Duffy, J., 1991, "Kinestatic Control : Novel Theory for Simultaneously Regulating Force and Displacement," *J. of Mechanical Design*, Vol. 113, pp. 508~515.
- (5) Lipkin, H. and Patterson, T., 1992, "Geometrical Properties of Modeled Robot Elasticity: Part I - Decomposition," *Proc. of 1992 ASME Design Technical Conference and Computers in Engineering Conference*, DE-vol. 45, pp. 179~185.
- (6) Ciblak, N., and Lipkin, H., 1994, "Centers of Stiffness, Compliance, and Elasticity in the Modeling of Robotic Ststems," *Proc. of 1994 ASME Design Technical Conference and Computers in Engineering Conference*, DE-vol. 72, pp. 185~195.
- (7) Blanchet, P. and Lipkin, H., 1996, "Vibration Centers for Planar Motion," *Proc. of 1996 ASME Design Technical Conference and Computers in Engineering Conference*.
- (8) 단병주, 최용제, 1998, "나선이론에 의한 진동 해석 및 정보저장기기 설계에의 응용," 대한기계학회논문집, 제 23 권, 제 2 호, pp.155~165.
- (9) 단병주, 최용제, 1999, "대칭면을 갖는 진동계의 진동모드에 대한 기하학적 해석," 대한기계학회 논문집, 제 24 권 제 1 호, pp. 110~117.
- (10) 최용제, 1991, "나선이론에 의한 로봇의 운동 및 역학적 해석," 대한기계학회지, 제 31 권, 제 7 호, pp. 616~625.
- (11) Kakizaki, T., 1990, "Effects of Pivot Bearings on Dynamic Characteristics of Rotary Actuator for Magnetic Disk Storage," *JSME(C)*, Vol. 56, No.531, pp. 2969~2975.
- (12) Blanchet, P., 1998, *Linear Vibration Analysis Using Screw Theory*, Ph.D Dissertation, Georgia Institute of Technology
- (13) Hunt, K., 1978, *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Oxford University Press, pp. 304~330.