모델 보정을 위한 구조물 매개변수 규명시 가진점·측정점의 선정

박 남 규* · 박 윤 식**

(1999년 8월 12일 접수)

Excitation and Measurement Points Selection to Identify Structural Parameters for Model Tuning

Nam-Gyu Park and Youn-sik Park

Key Words: Sensor Placement(센서위치선정), Parameter Identification(매개변수 규명), Model Tuning(모델 보정)

Abstract

A sensor placement technique to identify structural parameter was developed. Experimental results must be acquired to identify unknown dynamic characteristics of a targetting structure for the comparison between analytical model and real structure. If the experimental environment was not equipped itself properly, it can be happened that some valuable information are distorted or ill-condition can be occurred. In this work the index to determine exciting points was derived from the criterion of maximizing parameter sensitivity matrix and that to choose measurement points was from that of preserving the invariant of sensitivity matrix. This idea was applied to a compressor hull structure to verify its performance. The result shows that the selection of measurement and excitation points using suggested criteria improve the ill-conditioning problem of inverse type problems such as model updating.

기호설명

$[H(\omega)]$: 주파수 응답 행렬

$[D(\omega)]$: 동 강성(dynamic stiffness) 행렬

$\{E\}$: 에너지 벡터

$\vec{p}$: 매개변수 벡터

$diag(\cdot)$: 대각 행렬

$tr(\cdot)$: trace

1. 서 론

해석 모델로부터 구한 동 특성을 실제 대상물의 동 특성에 근접하도록 유한요소모델의 매개변수(parameter)를 정확하게 보정(tuning)하는 작업은 유한요소 모델의 신뢰도와 밀접한 관련이 있다. 즉 적절한 변수를 조절하여 모델과 실제 구조물과의 동 특성의 괴리를 최소화하여 모델 해석결과의 신뢰성을 높일 수 있다면 그 해석 모델의 유용성은 매우 크게된다. 따라서 구조물의 해석 모델 개발시에는 그 모델의 신뢰도를 높이기 위한 방법으로 모델 보정 과정을 거치는 것이 일반적이다. 이론적 모델(finite element model)의 보정 작업의 성공 여부를 가름하는 중요한 요소는 적절한 매개변수를 선정하고 이 매개변수를 물리적 의미가 있도록 규명하는 역 문제라고 할 수 있다.[1] 일반적으로 이론적 모델을 수립하는 과정에서 이상적인 여러 가지 가정들을 한다. 즉 물질계수의 균질성(homogeneous material), 등방성(isotropic material), 또는 경계조건의 단순화 등 여러 가지의 조건을 편의상 다양한 가정을 통해 단

* 한국과학기술원 기계공학과

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : yspark@sorak.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3020 FAX : (042)869-8220

순화시키는 작업을 한다. 따라서 이런 가정으로부터 생기는 오차와 대상물의 실험 측정치의 부정확성으로 인해 발생하는 오차는 경우에 따라서는 매개변수 규명을 어렵게 한다.

많은 연구자들이 이런 오차를 줄이고 물리적 의미를 부여할 수 있는 매개변수를 규명하기 위해 노력하여 왔다.[2~4] Baruch[5]는 매개변수의 변화가 구조물의 동특성에 밀접한 관련이 있음을 전제로, 수학적 모델을 기초로 하여(reference based) 보의 결함부위 색출과정에 적용한 바 있다. Friswell[6] 등은 모델의 보정 작업시 발생하는 오차를 최소화하기 위한 방법으로 특이치 분리 등을 이용하여 균형화(regularization) 상수를 정의하고 매개변수를 구하는데 이를 사용하였다. 또한 모드(mode)나 매개변수의 규명작업에서 발생하는 오차를 최소화하는 방법으로 측정위치의 적절한 선정 알고리듬을 통해 이를 시도한 예도 있다.[7,8]

매개 변수 규명 시 사용되는 실험 값은 항상 잡음(noise)이 수반되며, 이러한 잡음 때문에 매개변수의 규명에는 상당한 오차가 수반된다.[9,10] 또한 잡음을 동반한 실험환경의 조건(condition)은 센서의 위치에 따라 달라지므로, 규명된 매개변수의 정확도는 측정 위치에 매우 큰 영향을 받는다.[11] 이러한 현상을 규명하기 위해 많은 연구자들에 의해 신뢰성 있는 측정 위치와 잡음의 영향에 관한 연구가 이루어졌다.[12~14]

본 논문에서 목표로 하는 것은 매개변수의 규명 작업에 필요한 실험 정보를 효과적으로 획득할 수 있는 가진, 측정위치의 선정이다. Kim[15]은 이와 관련하여 통계적인 관점에서 접근하였다. 그는 공분산을(covariance)을 최소화하는 과정을 통해 모드 행렬을 이용한 지수로 측정 위치를 선정하여 연결부(joint)의 강성을 규명하는데 이용하였다. 본 연구에서는 매개변수에 대한 민감도 행렬을 구성하고 매개변수에 대한 민감도 에너지의 변화율과 불변량(invariant)을 이용하여 가진, 측정위치를 결정하는 작업을 수행하였고, 특히 측정위치를 결정하는 지수는 Kim[15]의 결과와 유사한 형태를 얻을 수 있었다. 얻어진 결과를 토대로 하여, 본 연구에서는 구조물의 매개 변수를 결정하는 적용과정을 중심으로 서술하고자 한다.

일반적으로 적절한 매개 변수의 설정은 매우 어렵고 공학적인 감각이 요구되는 작업으로, Berman[16]은 직접적인 시스템의 규명보다는 수학적 모델을 통한 규명 방법이 타당하다는 결론을 내린 바 있다. 따라서 본 연구에서는 유한 요소 모델을 미리 설정하고 모델의 모든 이상화 과정이 타당하다는 가정 하에 적절한 매개변수를 설정하고 모델을 보정하는 절차를 통해 매개변수를 규명하고자 한다.

2. 본 론

2.1 가진 위치, 측정 위치의 결정

일반적으로 감쇠를 고려하지 않은 n 자유도 구조물의 운동 방정식은 주파수 공간에서 다음 식으로 표현된다.

$$\{X(\omega,\vec{p})\} = (-\omega^2[M(\vec{p})]+[K(\vec{p})])^{-1}\{F\} = [H(\omega,\vec{p})]\{F\} \quad (1)$$

여기서 $\vec{p}$는 매개변수 벡터를 의미하고, $[M]$은 질량행렬, $[K]$는 강성행렬을 의미한다. 즉 위의 식은 시스템의 응답 $\{X(\omega,\vec{p})\}$가 주어진 입력 $\{F\}$에 대한 주파수와 매개변수의 함수가 됨을 의미한다. 일반적으로 주파수 응답 행렬 $[H(\omega,\vec{p})]$는 파라미터 벡터에 대해 비 선형이다. 만일 입력 $\{F\}$가 단위 외력(unit force)으로 작용한다면, 그 시스템의 응답 $\{X(\omega,\vec{p})\}$는 단위 힘이 작용하는 가진부의 한 열 벡터(column vector) $\{H(\omega,\vec{p})\}_i$로 대치 시킬 수가 있다. 여기서 하 첨자는 가진력이 작용하는 위치를 의미한다. 가진 위치에 대한 응답의 에너지를 보기 위해서 다음과 같은 에너지 벡터를 정의하면,

$$\{E(\omega)\} \equiv diag([H(\omega,\vec{p})]^T[H(\omega,\vec{p})]) \quad (2)$$

위의 식은 각 가진 위치에서 들어오는 응답들의 크기를 의미한다. 이때 식 (2)를 매개변수 $\vec{p}$ 에 대해서 미분하면

$$\frac{\partial\{E\}}{\partial \vec{p}} = diag(\frac{\partial [H(\omega, \vec{p})]^T}{\partial \vec{p}}[H(\omega, \vec{p})] + [H(\omega, \vec{p})]^T \frac{\partial H(\omega, \vec{p})]}{\partial \vec{p}}) \tag{3}$$

식 (3)을 얻을 수 있으며 동 강성 행렬 $[D(\omega, \vec{p})](=-\omega^2[M]+[K])$를 정의하고 주파수 응답행렬은 서로 대칭이라는 특성과, $[D][H]=[I]$의 조건을 이용하면 식 (3)은 다음과 같이

$$\frac{\partial\{E\}}{\partial \vec{p}} \equiv -diag([H(\omega, \vec{p})](\frac{\partial[D(\omega, \vec{p})]}{\partial \vec{p}}[H(\omega, \vec{p})]+[H(\omega, \vec{p})]\frac{\partial[D(\omega, \vec{p})]}{\partial \vec{p}})[H(\omega, \vec{p})]) \tag{4}$$

식 (4)로 표시 할 수 있다. 따라서 위 식은 각 매개변수에 대한 에너지의 변화율을 의미하며 위 식의 각 행의 절대값의 크기를 식 (5)로 나타내면

$$\max_i \sum_j \left[\left|\frac{\partial\{E\}}{\partial \vec{p}}\right|\right]_{ij}, \quad i=1\cdots n, \ j=1\cdots m \tag{5}$$

식 (5)는 각 자유도에 걸리는 매개변수에 대한 변화량의 크기를 의미한다. 따라서 그 크기가 큰 자유도 일수록 매개변수에 민감하다는 결론을 얻을 수 있겠으며, 이 값은 가진 위치를 정하는데 유용하게 사용된다.

가진위치가 결정되면 측정위치의 결정은 매개변수에 대한 민감도 행렬의 불변량(invariant)을 이용한 다음의 알고리듬을 적용할 수 있다. 매개변수에 대한 주파수 응답 행렬의 민감도는 식 (6)과 같이 정의된다.

$$[S(\omega)] = \frac{\partial\{H(\omega, \vec{p})\}}{\partial \vec{p}} \tag{6}$$

이렇게 정의된 민감도 행렬은 일반적으로 정방행렬(square matrix)이 아니므로, $[Q]=[S]^T[S]$로 정의된 정방행렬을 구하여, 이 행렬의 불변량인 대각 요소 합(trace)를 이용하여 측정위치 선정에 사용할 수 있다. 여기서 정의된 $[Q]$는 민감도 행렬의 가 역 행렬(pseudo inverse)을 구할 때 이용하는 양으로, 그 행렬의 조건에 따라 매개변수의 규명이 정확하게 혹은 오차가 많이 생기는 방향으로 진행될 수 있다. 많은 자유도의 정보를 이용하면 통계적으로 오차(random noise)에 대한 영향을 최소화시킬 수 있겠으나 이 방법은 실험상의 제약이나 많은 양의 데이터를 처리하는 데서 오는 불편이 생길 수 있다. 따라서 적절한 양의 데이터로 최대한의 효과를 얻기 위한 방안을 강구해야 한다. 먼저 민감도 행렬을 특이치 분리하면

$$[S]=\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}[\Lambda][V]^T \tag{7}$$

로 바꾸어 쓸 수 있으며, 여기서 U_1, U_2는 각각 선정된 자유도와 선정되지 않은 자유도에 해당하는 고유벡터(left eigenvector)이다. $[\Lambda]$는 특이치를 의미하는 대각 행렬이고, V는 고유벡터(right eigenvector)이다. 따라서 식 (7)에 의하면 다음 식 (8)과 같은 결과를 얻을 수 있고

$$tr([Q]) = tr([S]_1^T[S]_1) + tr([S]_2^T[S]_2) \tag{8}$$

$[S]_1=[U]_1[\Lambda][V]^T$, $[S]_2=[U]_2[\Lambda][V]^T$이다. 이때 선정된 자유도의 정보량은 (8)과 같은 방식으로

$$tr([S]_1^T[S]_1) = tr([S]_1[S]_1^T) = tr([U]_1[\Lambda][V]^T[V][\Lambda][U]_1^T) \tag{9}$$

식 (9)와 같이 쓸 수 있다. 또한 Schwarz의 부등식에 의해 식 (9)는

$$tr([U]_1[\Lambda][V]^T[V][\Lambda][U]_1^T) \le tr([U]_1[U]_1^T)tr([\Lambda]^2) \tag{10}$$

으로 되며, 식 (10)의 우변의 $tr([\Lambda]^2)$은 상수이므로 선정된 자유도에서의 정보가 원래의 것에 비교적 가까이 있기 위해서는 $tr([U]_1[U]_1^T)$의 크기가 가능하면 클수록 좋음을 알 수 있다. 따라서 측정위치의 선정은 민감도 행렬의 고유벡터

를 구하고, 이 고유 벡터의 크기(norm)를 기준으로 크기가 큰 자유도의 위치를 구한다. 이를 간단히 정리하면 식 (11)과 같이

$$diag([\ U_0][\ U_0]^T) \tag{11}$$

후보 위치에 해당하는 고유벡터 U_0를 이용한 식을 구성하여 이의 크기를 척도로 측정위치를 결정할 수 있겠다. 이 결과는 서론에서 언급하였듯이 모드 행렬을 이용한 Kim[15]의 결과와 유사하다. 그의 결과 식은 식 (12)같으며

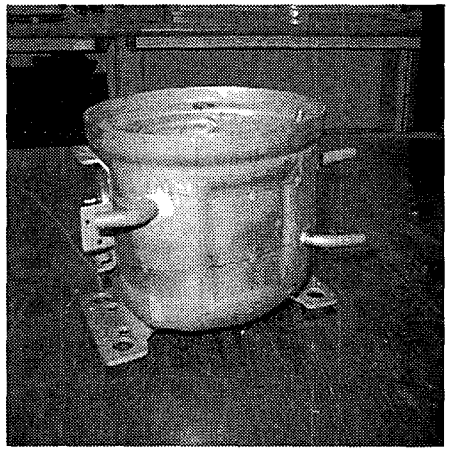
$$diag(\Psi\ (\ \Psi^T\Psi)^{-1}\ \Psi^T) \tag{12}$$

이 식에서 모드행렬 Ψ를 특이치 분리하여 (12)식에 대입하면 식 (11)의 결과와 동일한 꼴이 됨을 알 수 있다.

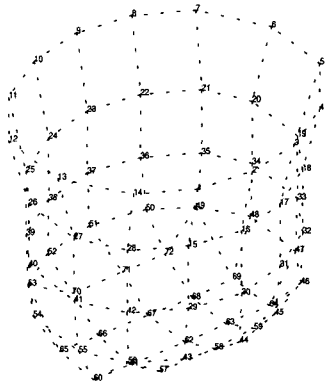
2.2 대상물 모델링과 좌표변환

본 연구에서 검증을 위해 대상물로 잡은 것은 가전제품에 사용하는 압축기다. 압축기의 외각(hull)은 그 안에 들어가는 압축기 부품의 크기와 모양에 따라 다양한 기하학적 형상을 가지고 있다. 본 연구에서 사용한 대상물은 비교적 소형의 압축기가 들어가는 경우로 겉 모양은 타원과 유사한 형상이며, 전후좌우로 비딩(beading)과 같은 기계가공을 하여, 제품의 강성을 높이고 있다 (Fig. 1참조).

그림에서 보듯이 대상물의 기하학적 형상에 불규칙한 곡률이 있음을 알 수 있다. 본 대상물의 정확한 동특성을 알기 위해서는 이런 불규칙한 곡률과 같은 모든 기하학적 형상을 세밀하게 모델링 해 주어야한다. 그러나 그러한 엄밀한 모델을 수립하는 과정은 매우 많은 노력이 필요하므로, 본 연구에서는 세밀한 모델링 작업은 생략하여 그림과 같이 비교적 간단한 유한요소모델을 수립하였다. 이와 같이 간략화한 유한 요소 모델은 신뢰도가 낮으므로 이를 높이기 위하여 모델 보정의 과정이 필요하다. 본 연구에서 사용된 요소는 사각형 셸 요소(shell element) 60개와 삼각형 셸 요소 8개이다. 삼각형 요소는 밑판의 구석부분을 모델링하기 위해 도입하였다. 전체의 노드수는 72개이며, 물질 계수의 값으로, 영 계수(Young's modulus) $E=200\times 10^9 N/m^2$, 밀도 $\rho=7800 kg/m^3$, 포와송 비(Poisson's ratio) $\nu=0.3$이라고 가정하였다. 또 최초의 쉘 두께는 $3mm$로 하였다. 실 대상물의 파이프 부분과 받침대의 모델은 전체 적인 모델의 두께에 비해 작고, 그 동 특성이 전체 동 특성에 미치는 영향이 작다고 보아 생략하였다. 실험 대상물의 좌표계는 여러개의 원통 좌표계(cylindrical coordinate)를 사용하였으며, 따라서 가진 방향과, 측정 방향은 모두 반지름 방향 즉 $\vec{r}$ 방향으로의 입력과, 출



(a) Photograph of a compressor hull



(b) Finite element model of the structure

Fig. 1 Compressor hull and its F.E. model

력이 된다. 반면 이론적 유한요소 모델은 직각 좌표계(Cartesian coordinate)를 사용하였다. 따라서 두 모델간의 서로 다른 좌표계의 사용으로 인해 주파수 응답 등과 같은 거동을 비교하기가 어렵다. 이를 해결하기 위하여 다음과 같은 좌표변환을 고려하여야 한다. 먼저 가진 방향의 좌표를 고려하면 원통 좌표계와 직각 좌표계 사이의 힘의 변환 관계는

$$\begin{Bmatrix} F_r \\ F_\theta \end{Bmatrix} = [\,T(x,y)]\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \tag{13}$$

식 (13)과 같이 쓸 수 있으며, 만일 반지름 방향으로 정확하게 가진 한다면 원주 방향 가진력 F_θ는 무시할 수 있고, 이 경우

$$F_r = n_x^e F_x + n_y^e F_y \tag{14}$$

이며, 여기서 n_x^e, n_y^e는 가진점에 접하는 모델 표면(surface)의 접선과 수직을 이루는 직선의 방향 벡터이다. 응답의 경우도 위의 식 (14)와 마찬가지로 생각할 수 있고, 따라서 특정 위치에서 반지름 방향으로의 주파수 응답 함수 $H_r(\omega)$은

$$\begin{aligned} H_r(\omega) &= n_x^m(\, n_x^e H_{xx}(\omega) + n_y^e H_{xy}(\omega)) \\ &\quad + n_y^m(\, n_x^e H_{yx}(\omega) + n_y^e H_{yy}(\omega)) \end{aligned} \tag{15}$$

이 됨을 알 수 있다. n_x^m, n_y^m는 측정점의 표면 접선과 수직인 직선의 방향벡터이다. 여기서 부가된 조건으로는 실제 실험 과정시의 가진 방향과 측정 방향이 모두 표면의 접선에 수직인 반지름 방향임을 가정하였다. 그러나 일반적으로 이러한 가정은 구현하기가 매우 까다롭다. 즉 실험 대상물의 기하학적 형상이 복잡해지면 질수록 이러한 가정의 수립을 위해서는 세심한 측정이 요구된다. 본 연구에서 고려한 대상물은 비교적 그 형상이 타원과 유사하고, 표면의 넓이가 실험에 사용한 가속도계(B&K Type4374)의 표면 넓이에 비해 매우 크므로 이와 같은 가정으로부터 기인하는 오차는 매우 작다고 가정하였다.

3. 연구 결과 및 고찰

3.1 모드 해석

대상물의 실험적 모드와 이론적 모델의 모드해석 결과를 먼저 비교해 보았다. 실험 대상물의 가진 위치를 결정은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 대상물을 5개의 다른 변수를 갖는 여러 구역으로 나누고 각 구역에서의 강성과 두께를 매개 변수로 삼아서 식 (5)의 결과에 따른 위치를 정하였다 (다섯번째 구역은 밑판에 있음). 그때의 결과로 선정된 위치의 우선 순위의 결정은 Fig. 3과 같다. Fig. 3에 의하면 가진점으로써 1,4,8,11,14같은 위치를 택하는 것이 좋은 결과를 얻을 수 있음을 뜻한다. 이 위치들은 Fig. 2에서 보듯이 모델의 대각선 방향에 위치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 이중의 한 점인 14번 위치를 가진위치로 결정하였다.

가진 위치로써 위에서 언급한 경우가 아닌 실

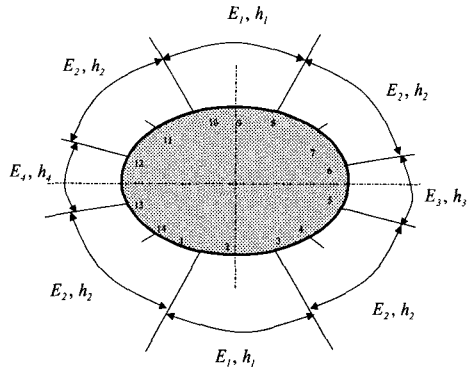


Fig. 2 Separation of domain with respect to parameters

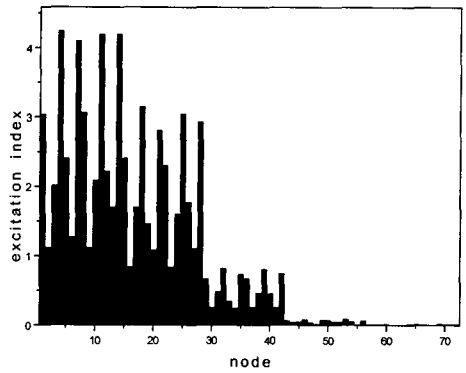
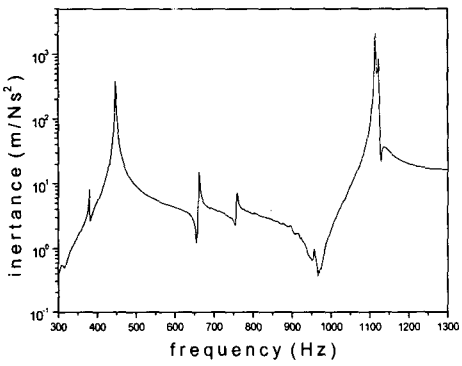


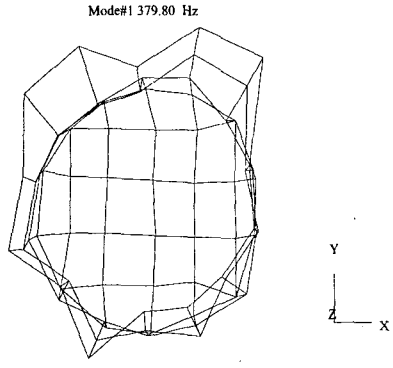
Fig. 3 Determination of excitation priority

험자의 주관에 따라서 설정한 경우의 결과를 비교해 보는 것도 의미가 있다. 대개 이런 모델의 가진 위치로써는 Fig. 2의 정면 중앙의 가장 윗부분인 2번 노드를 선택할 수 있을 것이다. 그러나 주관에 의해 결정된 위치는 Fig. 4에 보는 바와 같이 첫 번째 모드 마저 왜곡되어 나타나는 것을 볼 수 있다.

실험 모드의 해석결과인 Fig. 5와 유한 요소 모델의 모드 해석결과인 Fig. 6을 비교하면 실제와 유한 요소 모델의 첫째 모드와 둘째 모드가 서로 교차되어 있음을 알 수 있다. 이는 유한 요소 모델의 강성(flexural rigidity)이 실제의 그것과 다름을 의미한다. 즉 Fig.2에서 상하좌우의 구역



(a) Frequency response function measured at the 1st node



(b) Distorted first mode

Fig. 4 Frequency response and distorted first mode shape (excited at node 2)

이 다른 부분에 비하여 그 강성이 더 크다는 것을 의미한다. 따라서 이런 결과는 매개변수의 규명 시 부가되는 조건으로 쓸 수 있다. Fig.4의 663Hz와 760Hz의 공진점에 해당하는 세 번째와 네 번째 모드는 국부 모드(local mode)이다. 국부 모드의 발생을 이론 모델이 나타낼 수 없는 것은 기하학적인 어려움과, 실제 구조물에 대한 가정이 잘못되어 있음을 의미한다.

3.2 매개변수 규명

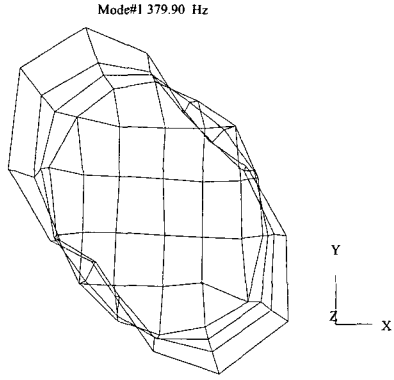
매개변수의 설정은 매우 어려운 작업이며 설계자의 경험과 직관에 의해서 대부분이 이루어진다.[17] 본 연구에서는 모드 해석의 결과로 볼 때 강성과 관련 있는 매개 변수를 찾는 것이 효율적이라고 판단된다. 따라서 매개변수는 Fig. 2에 나와 있듯이 각 부분의 강성과 관련이 있는 영 계수 E와 두께 h를 매개변수로 삼았다. 매개변수를 규명하기 위한 목적함수는 처음 2개의 고유진동수와 주파수 응답 함수로 설정하였다. 따라서 목적함수 $J(\vec{p})$는

$$J(\vec{p}) = \sum_i \left(\frac{\lambda(\vec{p})_i - \lambda_i^e}{\lambda_i^e} \right) + \sum_j \sum_k \left(\frac{\log\left| \{H(\omega_k, \vec{p})\}_j \right| - \log\left| \{H(\omega_k)\}_j^e \right|}{\log\left| \{H(\omega_k)\}_j^e \right|} \right) \tag{16}$$

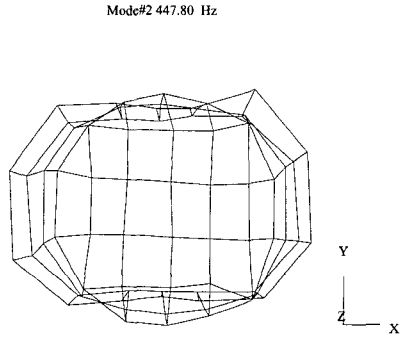
로 정의할 수 있고, 여기서 상첨자 e는 실험값을 의미한다. 또한 모델 보정의 목표는 2번째 모드까지로 제한하여 500Hz 미만의 값만을 고려하였다. 더 이상의 고차 모드까지 고려하기에는 모델의 정확도가 떨어지기 때문이다. 따라서 주파수 응답 함수의 비교를 위해 고려된 주파수는 300~350Hz 구간과 350~400Hz, 400~450Hz 구간에서 각각 2개씩의 주파수를 목표로 하였다.

매개변수를 구하기 위한 측정점의 선정은 식 (11)에 근거하여 우선 순위를 결정 할 수 있고, 그 결과는 Fig. 7에 있다. 측정 후보 위치는 밑판의16개 노드를 제외하여 56개의 후보 위치에서 찾는 것으로 하였다. 밑판을 제외한 이유는 입력, 출력간의 관계를 나타내는 상관계수(coherence)가 매우 불량하기 때문이다.

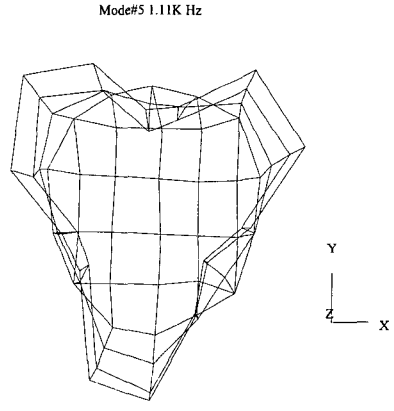
이 결과에 근거하여 얻어진 측정 위치들의 우선 순위는 1,4,7,11,14,28 등과 같은 위치로 모드 형상과 비교해 볼 때 대체적으로 모드의 반 절점



(a) The first mode(379.9Hz)

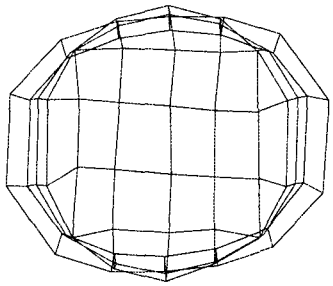


(b) The second mode(447.8Hz)

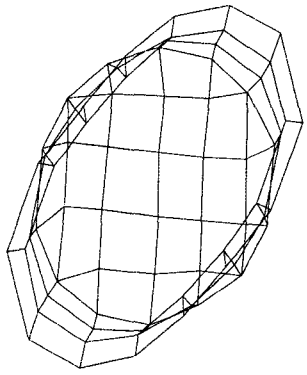


(c) The third mode(1110Hz)

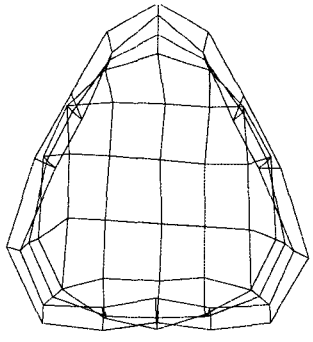
Fig. 5 Mode shape from experiment



(a) The first mode(424.8Hz)



(b) The second mode(433.2Hz)



(c) The third mode(1134.0Hz)

Fig. 6 Mode shape from finite element model

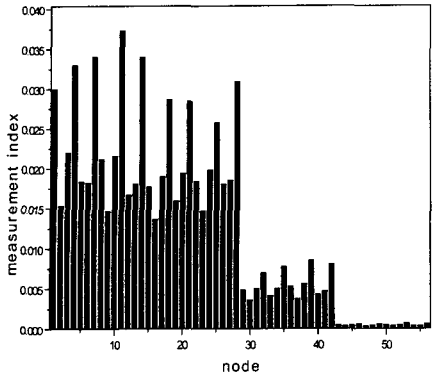


Fig. 7 Determination of measurement priority

(anti-nodal point)에 위치함을 알 수 있다. 상대적으로 보다 신뢰할 수 있는 타당한 위치의 선정여부는 그 위치에서의 민감도 행렬의 조건수(condition number)를 보고 판단할 수 있으며 Fig. 8에서 그 결과를 확인 할 수 있다.

보다 신뢰도 있는 결과를 얻을 수 있는 위치의 선정으로는 위에서 언급한 1,4,7,11,14의 위치에 대해서, 그렇지 않은 것은 43,44,51,55,56의 위치에서의 조건수를 비교하였다(Fig. 8참조). 공진점 부근을 제외하면 전반적으로 조건수가 실선으로 표시된 집합에서 더 낮음을 알 수 있다(매개 변수의 규명시 사용된 실험값은 1,4,7노드로부터 얻었다).

매개변수의 규명을 위한 최초의 값은 $E_0 = 200 \times 10^9 N/m^2$, $h_0 = 0.003m$로 가정하였으며, $170 \times 10^9 N/m^2 \le E \le 230 \times 10^9 N/m^2$, $0.0025m \le h \le 0.0035m$의 범위 내에서만 값을 찾는 것으로 하였다. 이때의 결과인 Fig. 9의 매개변수의 변화추이는 $\frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$로 정의되는 강성의 상대적 변화에 대한 것이며 포와송의 비는 0.3으로 가정하였다. 최초의 강성에 대한 매개변수의 상대적 변화량은 Fig. 9에서와 같이 수렴하고있음을 알 수 있으며, 모드 해석 과정에서 예상하였듯이 Fig. 2의 대각선 구역의 강성(p_2)이 다른 위치의 강성에 비해 작음을 알 수 있다. 이의 결과로 Fig. 10에서 보정 전과 후의 주파수 응답 함수의 비교와 고유

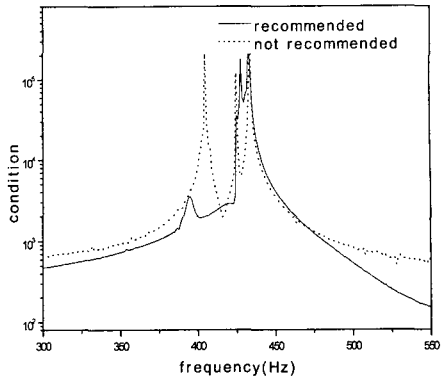


Fig. 8 Condition number of sensitivity matrix

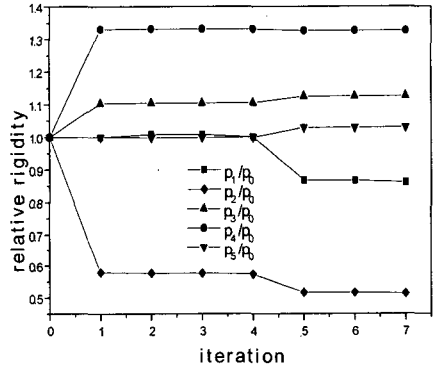


Fig. 9 Estimated parameters($\frac{p_i}{p_0}, i=1,\ldots,5$)

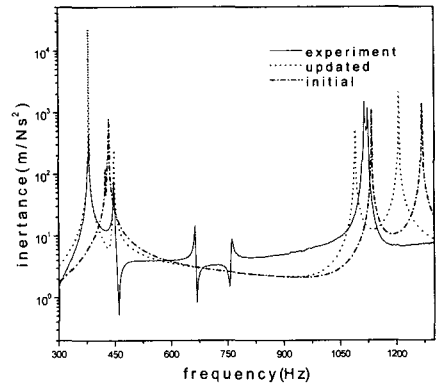


Fig. 10 Frequency response functions comparison (measured at the 1st node, frequency band of interest : 300~500Hz)

진동수의 비교를 통하여 주어진 모델에 대한 규명된 매개변수의 타당성을 확인할 수 있다.

주파수 응답 함수의 경우 관심영역의 고유 진동수 부근을 제외한 지역은 실제의 모델과 차이를 보이고 있다. 이는 본 연구에서 사용한 수학적 모델의 한계라고 볼 수 있는 상황으로 국부모드의 영향을 반영 할 수 없기 때문으로 판단된다. 또한 3차 이상의 고차 모드에 대한 영향도 본 모델에서는 고려하지 않았으므로 본 모델이 쓰일 수 있는 범위는 1,2차 모드를 포함한 영역으로 제한됨을 알 수 있다. 정밀한 모델이 도입된다면 3차 이상의 고차의 모드까지도 매개변수를 이용한 모델 보정 작업을 통해 신뢰도를 향상시킬 수 있다.

4. 결 론

매개 변수를 규명하기 위해서는 수학적 모델과 비교할 수 있는 실험적인 정보가 필요하다. 이때 실험 환경을 적정하게 구성하지 못하면 잡음의 영향으로 인한 왜곡이나, 모드 해석작업을 수행시 부정확한 결과를 초래 할 수 있다. 따라서 실험 환경의 구성을 최적으로 하는 작업이 필요하며 본 연구를 통해 가진, 측정 위치의 결정에 필요한 성능지수를 제안하였다.

제안된 방법의 검증을 위한 작업으로 모델 보정에 필요한 매개변수를 구하였다. 이때 대상물은 압축기의 외각(compressor hull)을 대상으로 하였고, 제안된 가진, 측정위치 결정에 근거한 정보를 이용하여 실험을 수행하였다. 실험자의 주관에 의해 결정된 가진, 측정위치의 설정으로 인한 왜곡된 모드와, 매개 변수 규명시의 역 문제와 관련된 민감도 행렬의 조건수를 본 방법을 통하여 개선시킬 수 있었다. 실험 대상물의 좌표와 이론 모델의 좌표가 일치하지 않는 경우, 실험값과 이론 값을 비교하기 위해 이론 모델의 좌표를 변환시켜야 하며, 본 연구에서 사용한 실험 대상물의 특성상 원통 좌표계를 사용하였으므로 직각 좌표계를 사용한 해석 모델과의 비교를 위해 주파수 응답 함수에 관한 좌표 변환식을 도입하였다.

마지막으로, 실험결과와 이론 모델의 해석 결과의 비교를 통해 반복적인 모델 보정을 거쳐 구조물의 매개변수를 결정할 수 있었으며 이를 통하여 주어진 관심 주파수내에서 신뢰할 수 있는 모델을 얻을 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 지원으로 이루어 졌으며(과제번호: 97-NG-01-06-A), 저자들은 관계자 분들께 감사를 드립니다.

참고문헌

(1) Link, M., 1998, "Updating Analytical Models By Using Local And Global Parameters And Relaxed Optimization Requirement," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 7~22.

(2) Baruch, M., 1978, "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrix Using Vibration Tests," *AIAA*, Vol.16 pp. 1208~1210.

(3) Berman, A., 1979, "Mass Matrix Correction Using An Incomplete Set of Measured Modes," *AIAA*, Vol.17, pp. 1147~1148.

(4) Kabe, A. M., 1985, "Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data," *AIAA*, Vol. 23, pp. 1431~1436.

(5) Baruch, M., 1998, "Damage Detection Based on Reduced Measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 23~46.

(6) Ahmadian H., Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., 1998, "Regularization Methods for Finite Element Model Updating," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 47~64.

(7) Liu, C. and Tasker, F. A., 1996, "Sensor Placement for Time~Domain Modal Parameter Estimation," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 6, pp. 1349~1356.

(8) Tongco, E. and Meldrum, D., 1996, "Optimal Sensor Placement of Large Flexible Space Structure," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 4, pp. 961~963.

(9) Wang, H. and Liou, C.M., 1990, "Identification of Parameters of Structural Joints by Use of Noise Contaminated FRFs," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, No. 2, pp. 261~277.

(10) Wang, H., 1989, "Experimental Structure Synthesis with Special Consideration of Joint Effects," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 5, No. 1, pp. 13~24.

(11) Kim, H. B., Lee, S. S. and Park, Y. S., 1998, "Structural Joint Characteristic Identification Using Optimal Experimental Design Technique," *16th IMAC*, pp. 1388~1394.

(12) Kubrusly, S., 1985, "Sensors and Controllers Location in Distributed Systems; A Survey," *Automatica*, Vol. 21, No. 2, pp. 117~182.

(13) Qureshi, H., 1980, "Optimal Experiment Design for Identification of Distributed Parameter Systems," *Int. J. Control*, Vol. 31, No. 1, pp. 21~29.

(14) S. Bayard, 1988, "Optimal Experiment Design for Identification of Large Space Structures," *Automatica*, Vol. 24, No. 3, pp. 357~364.

(15) Kim, H. B. and Park, Y. S., 1997, "Sensor Placement Guide for Structural Joint Stiffness Model Improvement," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 11 No. 5, pp. 651~672.

(16) Berman, A. and Flannelly, W. G., 1971, "Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures," *AIAA*, Vol. 9, No. 8, pp. 1481~1487.

(17) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., 1996, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publisher.