

하드 디스크 드라이브 계의 진동해석

임승철* · 곽병문** · 전상복***

(1999년 6월 10일 접수)

Vibration Analysis of Hard Disk Drive System

Seungchul Lim, Byoung-Moon Kwak, and Sang-Bok Chun

Key Words: Finite Element Method(유한요소법), Spindle System(회전축계), Flexural Vibration(휨진동), Flexibility(유연성), Isotropic System(등방계), Campbell Diagram(캠벨 선도), Frequency Response Function(주파수 응답함수), Coupling(연성)

Abstract

This paper relates to the flexural vibration analysis of the hard disk drive (HDD) spindle systems by means of the finite element method. In contrast to previous researches, every system component is here analytically modeled taking into account its flexibility and also the centrifugal effect particularly for the disk. To prove the effectiveness and accuracy of the proposed method, commercial HDD spindle systems with two and three identical disks are chosen as examples. Then, their major flexural natural modes are computed employing only a small number of element meshes as the shaft rotational speed is varied, and compared with the numerical or experimental results.

1. 서 론

HDD 회전축계는 Fig. 1과 같이 크게 허브 (또는 스피들), 다중 원판, 그리고 베어링으로 구성되어 있다. 과거에도 이와 유사한 회전축계에 대해서 다양한 연구^(1,2)가 이루어져 왔는데, 이들은 계의 일부를 강체로 가정하여 해석하였다. 그러나 최근의 HDD는 대용량화를 위하여 디스크 매수의 증가와 함께 성능 향상을 위한 회전수 증가(10,000 rpm 정도)에도 불구하고 디스크 1매 당 약 2 Gbyte 이상을 요구하는 고밀도화를 추구하고 있다. 이에 따라 원판 트랙의 진동은 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 내외까지 제어되어야 하는 상황에 있다. 동경향을 감안하면 HDD 계의 일부를 강체로 가정하여 해석하여서는 더 이상 정확한 결과를 기대

하기 힘들다는 것을 알 수 있다. 더구나 각각의 요소해석 또는 유연축- 강체원판 또는 강체축-유연원판 모델에서는 구해지지 않는 연성 진동모드가 실제로 존재함에 유의해야 한다.

이에 따라, 최근 연구⁽³⁾에서는 단순화한 디스크 2매 짜리 HDD 회전축계의 모든 요소를 유연체로 모델링하여 그러한 연성모드를 밝힌 바 있으나, 비교적 간단한 Rayleigh-Ritz 방법⁽⁴⁾을 사용하므로써 특히 복잡한 형상과 재질의 허브로 구성된 실제 HDD의 고차모드까지를 정확히 해석하기에는 한계가 있다.

이러한 필요성에 따라, 본 논문에서는 HDD 회전축계에 있어서 모든 요소의 유연성을 고려한 유한요소 해석방법을 제시하여 설계시 정확한 진동해석이 가능토록 하고자 한다. 이러한 목적을 위하여 회전효과를 고려한 각 유한요소의 운동방정식을 유도한 후, 대상 HDD 계의 configuration에 부합되도록 이들 요소 방정식을 자동 결합하여 전체 계의 운동방정식을 얻게 된다. 예로써 선택된 3종의 HDD 계에 대하여 운동방정식을 전

* 회원, 명지대학교 기계공학과
E-mail : slim@wh.myongji.ac.kr

TEL : (0335)330-6428 FAX : (0335)321-4959

** 명지대학교 대학원 기계공학과

*** 회원, 경인여자대학 환경공학과

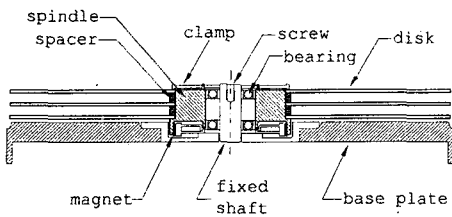


Fig. 1 Hard disk drive spindle system

산 시뮬레이션하여 얻은 모드 해석결과를 순서에 따라 기존의 계산 및 실험 그리고 신규 실험결과와 비교하여 검증한다.

한편, HDD계에 있어서 스피들의 횡방향 진동은 원판의 기록밀도를 결정짓는 가장 중요한 인자이기 때문에 스피들의 경우에는 횡방향 진동만을 주된 해석대상으로 한다.

2. 각 요소의 운동 방정식

본 논문에서는 해석 전반에 걸쳐 등방성과 충분히 작은 탄성변형을 가정하며 회전에 의한 영향 즉, 원심력 및 Coriolis력을 고려한 요소의 운동 방정식을 유도한다. 이 때 다음과 같은 좌표계와 Euler 각을 정의하여 물체의 3차원 방위 표현에 사용한다.

$OX_0Y_0Z_0$ ----- 고정 관성 좌표계: {0},

$OX_1Y_1Z_1$ ----- {0}이 X_0 축에 대하여 일정 속도 Ω 로 회전하는 좌표계: {1},

$OX_2Y_2Z_2$ ----- {1}이 Y_1 축방향으로 θ_ξ 만큼 회전한 후 연속해서 그 좌표계의 Z 축방향으로 θ_η 만큼 회전한 좌표계: {2}

따라서, 정의된 한 세트의 오일러 각은 $X-Y-Z$ 축의 순서로 회전한 각도 (Ωt , θ_ξ , θ_η)이 되며, 좌표계중 {2}는 축 몸체 고정 좌표계에 해당된다. 한편, 축과 원판의 운동방정식을 각각 좌표계 {1}과 {2}에 대하여 표현하면 회전 각 Ωt 가 운동 방정식의 계수에 포함되어 식이 불필요하게 복잡하고 시변 형태가 되는 것을 방지할 수 있다. 이 경우, 3차원 공간에서 회전하는

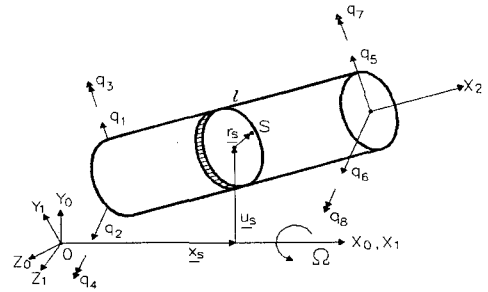


Fig. 2 Finite shaft element

물체의 {0}에 대한 절대 각속도를 도식적 방법으로 구해보면, 탄성 각변위가 작으므로 이차 미소항까지만 고려할 때 아래와 같이 오일러 각과 그 시간 변화율로 표현된다.

$${}^2\omega_2 = [\Omega(1 - (\theta_\eta^2 + \theta_\xi^2)/2) + \theta_\eta \dot{\theta}_\xi, \dot{\theta}_\xi - \Omega\theta_\eta, \dot{\theta}_\eta + \Omega\theta_\xi]^T \quad (1)$$

여기서 괄호밖의 앞상첨자는 해당벡터의 성분이 표현되는 기준 좌표계를, 괄호내의 앞상첨자는 하첨자로 표현된 몸체 고정좌표계내 벡터량을 관측하는 좌표계를 의미한다. 이후 괄호안밖의 앞상첨자가 동일한 경우에는 괄호와 상첨자 한개를 생략하기로 한다.

한편, c 와 s 가 각각 여현 및 정현 함수의 약식표현일 때 각 좌표계간 벡터성분의 변환을 위해 사용되는 회전행렬은 다음과 같으며, 기타 회전행렬들은 필요시 이들의 연쇄적 연산에 의해 구해질 수 있다.

$${}^1R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\Omega t) & s(\Omega t) \\ 0 & -s(\Omega t) & c(\Omega t) \end{bmatrix}, \quad {}^2R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \theta_\eta & -\theta_\xi \\ -\theta_\eta & 1 & 0 \\ \theta_\xi & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.1 축(허브, 스페이서, 클램프)

허브는 주로 스피들 축 위주로 구성되어 있지만 좀 더 엄밀히 말하면 디스크 고정을 위한 스페이서와 클램프 부분을 포함하고 있다. 이들 구성요소들을 중공성 여부에 관계없이 하나의 회전축으로 보고 여러 개의 유한요소로 분할한 다음 그 중 한 요소를 상기 언급한 좌표계와 함께 Fig. 2에 도시하였다. 지금까지 보의 변형 기구학에 관하여 연구된 여러 가지 이론들이 있으나 본 논문에서는 비교적 굵은 보를 다루게 되므로 단면

의 회전관성을 포함시켜 고려하는 Rayleigh 보 이론을 적용한다.

축변형후 특정단면내 임의점 S의 원점 O로부터의 위치벡터는 다음과 같다.

$$u_S = x_S + u_S + r_S \quad (3a)$$

윗식을 벡터의 성분법 즉, 행렬로 재 표현하면

$${}^0 u_S = {}^0 R_1 ({}^1 x_S + {}^1 u_S) + {}^0 R_2 {}^2 r_S \quad (3b)$$

이고 여기서 ${}^1 x_S = [x \ 0 \ 0]^T$ 는 S점의 종방향 정격위치 벡터, ${}^1 u_S = [0 \ v(x, t) \ w(x, t)]^T$ 는 축 중심선의 횡방향 탄성변위 벡터, ${}^2 r_S = [0 \ r \cos \theta \ r \sin \theta]^T$ 는 r과 θ가 각각 단면내 반경 및 원주방향 위치일 때 축 단면에 설치된 좌표계 {2}에서의 S점의 정격위치 벡터를 나타낸다. 한편, 속도벡터는 관성좌표계에서 표현된 윗식을 시간미분하여 얻을 수 있다.

$${}^0 \dot{u}_S = {}^0 \tilde{\omega}_1 {}^0 R_1 ({}^1 \dot{x}_S + {}^1 \dot{u}_S) + {}^0 R_1 {}^1 \dot{u}_S + {}^0 \tilde{\omega}_2 {}^0 R_2 {}^2 \dot{r}_S \quad (4)$$

여기서, $\tilde{\omega}$ 는 벡터적을 행렬의 곱으로 대신하기 위하여 해당벡터의 성분으로 표현된 3x3의 대칭행렬을 뜻한다. 참고로 윗식 우변의 마지막 항은 축단면의 회전효과를 반영하며 일반 고전적 보 이론의 적용시에는 무시된다.

한편, 분포 변수를 가정모드법⁽⁴⁾에 따라 공간 이산화하면 상미방 형태의 운동방정식을 얻을 수 있어 유익하다. 따라서 축의 횡방향 탄성변위를 다음과 같이 가정하면

$$v(x, t) = \phi_S^T(x) q_y(t), \quad w(x, t) = \phi_S^T(x) q_z(t) \quad (5a, b)$$

보의 기구학으로부터 아래의 결과도 얻을 수 있다.

$$\theta_z(x, t) = -\phi_S^T(x) q_z(t), \quad \theta_y(x, t) = \phi_S^T(x) q_y(t) \quad (5c, d)$$

여기서 ϕ_S 와 ϕ_s 는 형상함수, q_y 와 q_z 는 일반화 좌표, $\phi_S(x) = \partial \phi_s(x) / \partial x$ 이다.

식 (4)와 (5)를 고려하면 운동에너지

$$T_S^e = \frac{\rho^2}{2} \left\{ \int_x I_{Sp} dx + q_y^T G_S^e q_y + q_z^T G_S^e q_z \right\} + \Omega \left\{ q_y^T G_S^e \dot{q}_z - q_z^T M_S^e \dot{q}_y \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \dot{q}_y^T M_S^e \dot{q}_y + \dot{q}_z^T M_S^e \dot{q}_z \right\} \quad (6)$$

여기서 $G_S^e = \int_x (\rho_S \phi_S \phi_S^T - I_{Sp} \phi_S \phi_S^T / 2) dx$,

$M_S^e = \int_x (\rho_S \phi_S \phi_S^T + I_{Sp} \phi_S \phi_S^T / 2) dx$ 이며 ρ_S

와 I_{Sp} 는 각각 축의 단위길이당 질량과 질량 극 관성모멘트를 나타낸다. 한편 위치에너지는 보의 굽힘변형에 의해 발생하며 굽힘강성을 EI, $K_S^e = \int_x EI \phi_S'' \phi_S''^T dx$ 라고 할 때 다음과 같이 표현된다.

$$V_S^e = \frac{1}{2} (q_y^T K_S^e q_y + q_z^T K_S^e q_z) \quad (7)$$

또한 불균형 질량에 의한 원심력 혹은 요소의 영역 D내에 존재하는 기타 분포 외력벡터를 f라고 할 때, 비보존 가상일은 다음과 같이 얻어진다.

$$\delta \bar{W}_S = \int_D f_y \phi_S^T dD \delta q_y + \int_D f_z \phi_S^T dD \delta q_z \quad (8)$$

여기서 f_y 와 f_z 는 각각 {2}에서 표현된 f의 Y 및 Z 방향 성분이다.

에너지 표현식 (6)~(8)을 라그랑지 방정식 (4)에 대입하여 연산하면 축요소 방정식은 일반화 좌표에 관하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} M_S^e & 0 \\ 0 & M_S^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{Bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -(M_S^e + G_S^e) \\ (M_S^e + G_S^e) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_S^e - \Omega^2 G_S^e) & 0 \\ 0 & (K_S^e - \Omega^2 G_S^e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \int_D \begin{Bmatrix} f_y \\ f_z \end{Bmatrix} \phi_S dD \quad (9a)$$

윗식에서 실 일반화 좌표 및 힘 벡터 대신 각각 $z_S = q_y + j q_z$, $Q_S = f_y + j f_z$ 와 같은 복소 표현

을 도입하면 스칼라 식의 개수를 다음과 같이 절반으로 줄일 수 있어 간단하다.

$$M_S^e \dot{z}_S + j\Omega(M_S^e + G_S^e) \dot{z}_S + (K_S^e - \Omega^2 G_S^e) z_S = \int_D Q_S \phi_S dD \quad (9b)$$

여기서 $j = \sqrt{-1}$. 따라서 축 요소는 Fig. 2에 표시된 바와 같이 양단에 각각 2개의 복소 자유도를 갖는다.

2.2 원판(하드 디스크)

HDD의 데이터 읽기 및 쓰기시 가장 치명적으로 오류를 발생시키는 것은 횡방향 진동이며 디스크의 면의 방향 진동만이 회전 축계의 횡 방향 진동과 연성되므로 본 논문에서는 디스크의 면의 방향 진동만을 고려한다. 한편, 하드 디스크는 자체가 하나의 환상 원판이지만 정밀해석을 위하여 그것을 다시 여러 개의 동심 환상 원판요소로 분할하여 요소방정식을 수립할 필요가 있다.

Fig. 3에 그러한 환상요소를 도시하였으며, 원점 O로부터 요소상의 임의점 D까지의 변형후의 위치벡터를 행렬 방식으로 표현하면

$${}^0 w_D = {}^0 R_1 {}^1 u_P + {}^0 R_2 ({}^2 r_D + {}^2 u_D) \quad (10)$$

여기서 ${}^1 u_P = [x_D \ v_D \ w_D]^T$ 는 x_D 위치에서 축과 결합되는 요소중심의 변위 벡터, ${}^2 r_D = [0 \ r\cos\theta \ r\sin\theta]^T$ 는 D점의 원판상에서의 정격 위치 벡터, ${}^1 u_D = [u_D(r, \theta, t) \ 0 \ 0]^T$ 는 원판의 탄성변위 벡터이다.

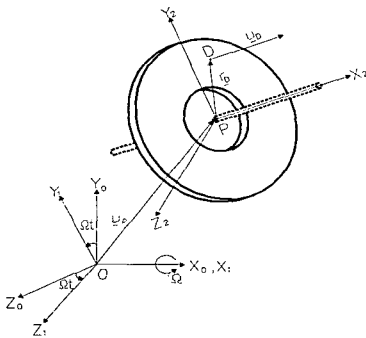


Fig. 3 Annular disk element

식 (5)에서와 마찬가지로 분포변수인 디스크 변위를 변수분리할 필요가 있는 데, 이때 u_D 는 원주방향으로 주기가 2π 인 주기함수이므로 그 방향으로 푸리에 급수 전개시 원칙적으로 무한개의 여현 및 정현 함수항으로 표현되어야 한다. 그러나 한 개의 절직경 모드만이 연성진동에 기여하므로⁽³⁾ 연성모드의 해석을 위하여 기본파의 여현 및 정현 함수만을 고려하고 그의 계수로서 반경방향 거리의 함수 벡터 ϕ_D 와 시간함수인 일반화 좌표 q_{Dc}, q_{Ds} 를 도입하면 u_D 는 아래와 같이 변수분리된다.

$$u_D = \phi_D^T(r) \cos n\theta \ q_{Dc}(t) + \phi_D^T(r) \sin n\theta \ q_{Ds}(t), \ n=1 \quad (11)$$

식 (11)을 대입한 식 (10)을 시간 미분하여 아래의 공식에 대입하면

$$T_D^e = \frac{1}{2} \int_m {}^0 \dot{w}_D^T {}^0 \dot{w}_D \ dm \quad (12)$$

원판요소의 운동에너지를 얻을 수 있으며 부록에 그 자세한 표현을 제시하였다. 이때,

$\Psi_S(x_D) = \phi_S(x_D) \ \phi_S^T(x_D)$, $\Phi_S(x_D) = \phi_S(x_D) \ \phi_S^T(x_D)$, $\Phi_{SD}(x_D) = \phi_S(x_D) \ \overline{\phi_D^T}$ 이며, m_D^e, I_D, I_p, ρ_D 가 각각 요소의 질량, 직경 및 극 질량 관성모멘트, 요소의 밀도일 때 $\overline{\phi_D} = \int_{R_i}^{R_o} \pi \rho_D r^2 \ \phi_D \ dr$,

$M_D^e = \int_{R_i}^{R_o} \rho_D \pi \ \phi_D \ \phi_D^T r \ dr$ 이다. 참고로 박 원판의 경우 $I_p = 2I_D$ 이 성립된다.

한편, 위치에너지는 원판요소의 굽힘 변형과 회전시 원심력에 의한 초기 응력 변형 (initial stress strain)에 의하여 발생한다. 따라서

$$V_D^e = \frac{1}{2} \{ \mathbf{a}_{Dc}^T (K_{Dc} + K_{Dg}) \mathbf{a}_{Dc} + \mathbf{a}_{Ds}^T (K_{Dc} + K_{Dg}) \mathbf{a}_{Ds} \} \quad (13)$$

여기서, $K_{Dc} = \int_{R_i}^{R_o} \pi D E [\phi_D'' \ \phi_D''^T$

$$- \frac{\nu}{r} \phi_D'' (\phi_D'^T - \frac{\phi_D^T}{r}) - \frac{\nu}{r} (\phi_D' - \frac{\phi_D}{r}) \phi_D''^T$$

$$+ \frac{(3-2\nu)}{r^2} \left(\phi_D' - \frac{\phi_D}{r} \right) \left(\phi_D'^T - \frac{\phi_D^T}{r} \right) \Big] r dr$$

는 E_D 와 h_D 가 각각 요소의 Young계수와 두께를 나타낼 때, 판의 굽힘강성 $D_E = E_D h_D^3 / 12(1-\nu^2)$ 및 포아송 비 ν 의 함수인 일반 강성행렬이며, R_i 와 R_o 가 각각 요소의 내경 및 외경을 나타낼 때 $K_{Dg} = \int_{R_i}^{R_o} \pi h_D \left[\sigma_r \phi_D' \phi_D'^T + \sigma_\theta \phi_D \phi_D^T / r^2 \right] r dr$ 는 초기 응력변형에 의한 기하 강성행렬이다. 또한 σ_r 와 σ_θ 는 각각 원심력에 의해 발생하는 요소 내 반경 및 원주 방향 응력으로서, 하드 디스크의 내주가 고정이고 외주가 자유단인 경계조건하에 원판의 두께가 얇고 회전축에 대하여 응력이 대칭적으로 분포한다고 보면 평면응력중 전단응력 $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = 0$ 이 되고 σ_r 와 σ_θ 는 모두 Ω^2 와 r 의 함수로 유도된다.^(3,5)

가상일은 축의 경우와 마찬가지로 면내 원심력을 포함한 분포 외력에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\delta \bar{W}_D = \int_D f_y dD \phi_S^T(x_D) \delta a_y + \int_D f_z dD \phi_S^T(x_D) \delta a_z \quad (14)$$

여기서는 다만 $\phi_S(x_D)$ 가 원판 설치위치에서 평가된 축의 형상함수 벡터인 것이 차이점이다.

식 (12)~(14)를 라그랑지 방정식에 대입하여 연산한 후, $z_D = a_{Dc} + j a_{Ds}$, $Q_D = f_y + j f_z$ 과 같은 복소 일반화 좌표와 복소 일반화 힘을 도입하면 원판요소의 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cc} m_D^e \Psi_S(x_D) + I_D \Phi_S(x_D) & -\Phi_{SD}(x_D) \\ -\Phi_{SD}^T(x_D) & M_D^e \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \dot{z}_S \\ \dot{z}_D \end{Bmatrix} \\ & + j \Omega \left[\begin{array}{cc} 2m_D^e \Psi_S(x_D) + (I_p - 2I_D) \Phi_S(x_D) & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \dot{z}_S \\ \dot{z}_D \end{Bmatrix} \\ & + \left[\begin{array}{cc} \Omega^2 \{ -m_D^e \Psi_S(x_D) + (I_D - I_p) \Phi_S(x_D) \} & -\Omega^2 \Phi_{SD}(x_D) \\ -\Omega^2 \Phi_{SD}^T(x_D) & K_{De} + K_{Dg} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} z_S \\ z_D \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \phi_S(x_D) \int_D Q_D dD \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15) \end{aligned}$$

2.3 베어링

HDD에 사용되는 베어링은 깊은 홈 볼베어링으

로서 회전계에 반경방향으로 강성과 감쇠효과만을 주는 것으로 간주하면, 운동에너지는 영이며 위치에너지는 스프링 힘 f_c 가 작용하는 일과 크기는 같고 방향이 반대가 된다.

$$V_B = - \int^1 f_c^T d^1 u_B \quad (16a)$$

여기서 $^1 u_B = [0 \ v_B \ w_B]^T$ 는 베어링 위치 x_B 에서의 축의 변위이고, 베어링이 강성계수 k_B 로 등방성일 때 스프링힘은 $^1 f_c = -k_B [0 \ v_B \ w_B]^T$ 이다. 이들을 윗식에 대입하면 위치에너지

$$V_B = \frac{k_B}{2} \left\{ \begin{array}{l} a_y^T \phi_S(x_B) \phi_S^T(x_B) a_y \\ + a_z^T \phi_S(x_B) \phi_S^T(x_B) a_z \end{array} \right\} \quad (16b)$$

한편 감쇠력 및 외력 f_{nc} 은 다음과 같이 비보존 가상일에 기여한다.

$$\delta \bar{W}_B = ^1 f_{nc}^T \delta^1 u_B \quad (17a)$$

여기서 요소의 감쇠행렬을 $C = \text{diag}[0, c_B, c_B]$, 외력을 $^1 Q = [0 \ f_{By} \ f_{Bz}]^T$ 라고 할 때, 비보존력 $^1 f_{nc} = -C (^1 R_0 \ ^0 \dot{u}_B) + ^1 Q$ 이 되므로 윗식은 결국 다음과 같이 귀착된다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{W}_B = & \{ f_{By} - c_B (\phi_S^T(x_B) \dot{q}_y - \Omega \phi_S^T(x_B) a_z) \} \phi_S^T(x_B) \delta a_y \\ & + \{ f_{Bz} - c_B (\phi_S^T(x_B) \dot{a}_z + \Omega \phi_S^T(x_B) a_y) \} \phi_S^T(x_B) \delta a_z \end{aligned} \quad (17b)$$

따라서 식 (16b)와 (17b)를 라그랑지 방정식에 대입하여 연산하면 다음과 같은 복소 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$c_B \Psi_S(x_B) \dot{z}_S + (k_B + j c_B \Omega) \Psi_S(x_B) z_S = \phi_S(x_B) Q_B \quad (18)$$

여기서, $\Psi_S(x_B) = \phi_S(x_B) \phi_S^T(x_B)$, $Q_B = f_{By} + j f_{Bz}$. 한편 식 (18)을 그대로 사용하는 경우 베어링은 축요소와 같이 전체 4개의 복소 자유도를 갖게 된다. 그러나 실제 베어링은 한 절점에서 1개의 복소 자유도로 병진 운동하므로 윗식을 간략화

할 필요가 남아 있다.

3. 공간 이산화 및 형상 함수

본 논문에서 다루는 요소는 모두 굽힘변형만을 일으키므로 4차 고유치 문제가 되며 따라서 분포 변수의 공간 이산화시 형상함수 벡터로서 Hermite 3차 다항식 세트⁽⁶⁾를 적용할 수 있다. 즉, 축의 경우 $\psi_s(x) = [\psi_{s1} \ \psi_{s2} \ \psi_{s3} \ \psi_{s4}]^T$ 를 식 (5)에 사용한다. 여기서 ψ_{si} ($i=1,2,3,4$) 는 무차원화된 국부좌표 $\xi = x/l$ 에 관하여 다음과 같은 함수이다.

$$\begin{aligned} \psi_{s1}(\xi) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad \psi_{s2}(\xi) = l\xi(\xi - 1)^2 \\ \psi_{s3}(\xi) &= 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad \psi_{s4}(\xi) = l\xi^2(\xi - 1) \end{aligned} \quad (19)$$

이때, 일반화 좌표를 $q_1(t) = [q_1 \ q_4 \ q_5 \ q_8]^T$, $q_2(t) = [q_2 \ q_3 \ q_6 \ q_7]^T$ 로 정의하면 Fig. 2에서 정의된 절점 변위와 축 요소의 탄성 변위 사이에는 '이 변수 x 에 관한 미분표시일 때, 다음의 물리적 관계가 성립한다. 즉, $q_1 = v(0, t)$, $q_2 = w(0, t)$, $q_3 = w'(0, t)$, $q_4 = v'(0, t)$, $q_5 = v(l, t)$, $q_6 = w(l, t)$, $q_7 = w'(l, t)$, $q_8 = v'(l, t)$. 또한, 원판요소에 관한 식 (11)에 있어서도 다음과 같이 정의된 허용함수와 일반화 좌표를 사용한다.

$$\begin{aligned} \psi_D(r) &= [\psi_{D1} \ \psi_{D2} \ \psi_{D3} \ \psi_{D4}]^T, \\ q_{Di}(t) &= [q_{D1} \ q_{D2} \ q_{D3} \ q_{D4}]^T, \quad (i = c \text{ or } s). \end{aligned}$$

단, 이 경우 ψ_{Di} ($i=1,2,3,4$)의 무차원 변수는 $\xi = (r - R_i)/(R_o - R_i)$ 인 r 의 함수이며 분모의 $(R_o - R_i)$ 은 요소의 폭에 해당한다. 이와 같은 형상함수를 적용하면 모든 요소 운동방정식의 계수 행렬을 수학적으로 구할 수 있다.

한편, 앞에서 유도된 각 요소의 운동방정식을 총 절점변수의 관점에서 살펴보면 축요소의 경우 4개, 원판요소의 경우 8개, 베어링의 경우 4개의 복소 운동 자유도를 갖게 되어 있다. 그러나, 그 중 원판과 베어링의 경우 불필요한 자유도가 포함되어 있으므로 이를 제거하는 것이 바람직하

다. 우선, 원판 요소의 경우 실제 운동을 묘사하기 위하여 축의 임의의 절점과 일치하는 원판 중심, 원판 내주, 원판 외주에 각각 절점 한개씩을 설정하고 각 절점에 2개씩의 복소 운동 자유도를 부여하여 총 6개 자유도가 있으면 충분하다. 따라서 x_D 를 축의 임의 절점과 일치시키는 경우 항상 영이 되는 2개의 요소를 절단하면 $\psi_s(x_D) = [1 \ 0]^T$, $\psi_s(x_D) = [0 \ 1]^T$ 이 되어 식 (15)의 계수행렬의 크기는 모두 6x6, 일반화 좌표는 6x1 복소 벡터로 축소된다.

또한 베어링의 경우에는 축의 임의의 절점과 일치하는 점에서의 단일 복소 병진운동 자유도로 그 거동이 묘사될 수 있으므로, z_s 중 첫 번째 혹은 세 번째의 복소변위만을 고려하여 z_B 로 지정하고 x_B 를 축요소의 해당 절점에 위치시키는 경우 영이 되는 3개 요소를 절단하면, $\psi_s(x_B) = 1$ 이 되어 식 (18)은 다음과 같이 단일 스칼라 방정식으로 간소화된다.

$$c_B z_B + (k_B + j c_B \Omega) z_B = Q_B \quad (20)$$

4. 요소 방정식의 결합

전체 계의 운동방정식을 얻기 위하여는 계의 구성형태에 따라 적절히 요소방정식을 결합하여야 하며 이 때 물리적으로 전체 계의 에너지는 각 요소 에너지들의 총합과 같다는 원리를 이용할 수 있다. 이것이 바로 부분구조 합성법의 기본 개념이나 해석 대상이 바뀔 때마다 그 개념을 적용하여 전체 계의 질량, 감쇠, 자이로, 강성 행렬 등을 재구성하는 것은 매우 불편한 작업이다.

따라서 본 논문에서는 인접 요소의 절점변위와 힘의 양립조건에 따라서, 전체 계 자유도의 일련 순서에 따라 각 요소의 국부 자유도를 번호 매긴 후 그 번호를 이용하여 해당 계수행렬 요소의 전체 계수행렬내 삽입될 행과 열의 위치를 기계적으로 지정하는 connectivity 행렬⁽⁶⁾ 방법을 컴퓨터 프로그래밍시에 적용하였다.

단, 이 때 가장 안쪽의 원판요소의 경우에는 축과의 클램프 조건으로부터 내주축 절점에서의 2개 복소 자유도가 모두 영이 됨에 유의해

야 한다.

5. 계산 및 실험 결과

첫 번째 해석의 예로써 문헌⁽³⁾에서 총 20개의 허용함수를 사용하여 고찰한 어느 정도 이상화된 형태의 디스크 2매 짜리 HDD와 동일한 제원을 선택하여 그 결과를 비교하였다. 본 논문에서 제안한 유한요소는 수렴성이 우수하여⁽⁶⁾ 각 디스크 및 허브에 공히 5개의 mesh만을 할당하였으며 그때 얻어진 모드해석 결과는 Figs. 4~6과 같다.

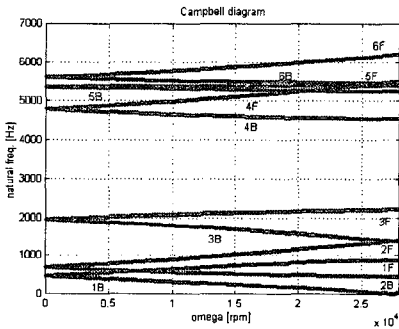


Fig. 4 Coupled modes (2 disks)

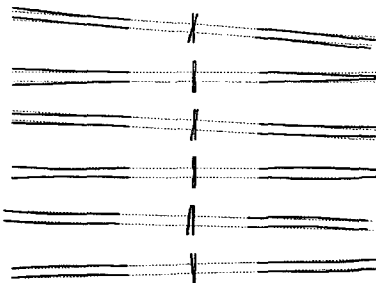


Fig. 5 Mode shapes (from the top, 1st to 6th mode)

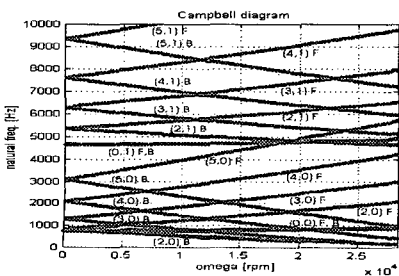


Fig. 6 Uncoupled disk modes (2 disks)

Fig. 4를 포함하여 본 논문에서 제시된 모든 캠벨 선도는 실험결과와 비교가 용이하도록 고정 관성 좌표계 {0}에 대하여 도시되었다. Figs. 4, 5를 상기 문헌에 제시된 저차 5개 연성모드 해석결과와 비교해 보면 4번째 전진(F) 및 후진(B) 모드까지 고유진동수와 모드형상이 잘 일치하고 있음을 알 수 있으나 5번째 모드에서 축의 횡방향 병진운동과 함께 원추운동이 새로이 발견되었다. 또한 추가로 제시된 6번째 모드는 3번째 모드와 형상이 유사하나 절원수가 한개 증가된 형태임을 알 수 있었다.

한편, 식 (11)과는 달리 $n \neq 1$ 인 경우 발생하는 비연성 진동중 궁극적 관심의 대상이며 허브에 비하여 비교적 크기가 우세한 원판의 진동 모드를 고차까지 구하여 Fig. 6에서와 같이 고유진동수를 제시하였다. 이 때 각 모드의 형상은 팔호속의 첫 번째 수가 절직경 수, 두 번째 수가 절원 수를 표시하므로 쉽게 연상될 수 있다. 상기 문헌에 제시되었던 전체 저차모드들 즉, 절직경수가 4이하이고 절원수가 1이하인 모드들의 경우 그 결과가 잘 일치함을 알 수 있었다.

두 번째 예는 현재는 단종되었지만 문헌⁽⁹⁾에서 실험한 디스크 3장 짜리 국산 HDD로서 스펀들이 다소 복잡한 형상을 띄고 있어 클램프를 포함하여 허브에 총 13개의 mesh를 사용하여 해석하였다. 그 결과 보고된 실험치들과 비교시 연성진동 1, 2차 모드의 경우 약 2.2% 정도 낮거나 높게, 비연성 디스크 모드중 1차에서 4차의 경우 평균 2.5%정도 높은 고유진동수 값이 얻어졌다. 더욱 자세한 계산 결과는 문헌⁽⁷⁾을 참고하기 바란다.

마지막 세 번째로 두 번째 예의 HDD와 유사하나 자체 실험을 위하여 Fig. 1과 같이 허브규격이 약간 다른 형태의 HDD를 해석한 경우 Figs. 7~9와 같은 결과를 얻었다. 이들 계산 결과중 Figs. 8, 9의 모드형상과 비연성 디스크 모드는 두 번째 예의 경우와 같은 결과를 얻었으나 허브 형상의 차이로 Fig. 7의 연성모드 고유진동수 값은 차이를 보였다.

세 번째 예에 관한 계산결과와 정밀도를 확인하기 위하여, HDD의 커버를 덮은 상태에서 연필형 임펄스 해머로 최 상부의 디스크를 가격하고 동시에 근처 점에 지향시킨 레이저 도플러 진동계의 속도신호를 이용하여 주파수 응답함수(FRF)를 실험적으로 구하였다. 그 중, Fig. 10은

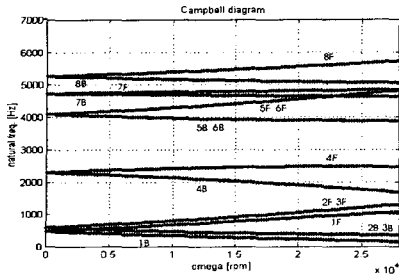


Fig. 7 Coupled modes (3 disks)

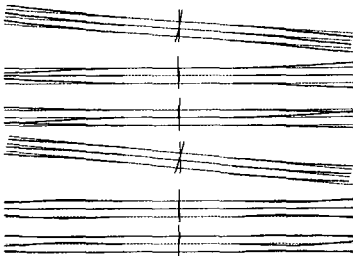


Fig. 8 Mode shapes (from the top, 1st to 6th mode)

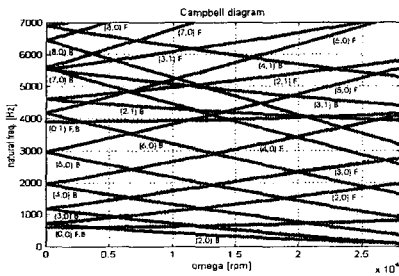


Fig. 9 Uncoupled disk modes (3 disks)

비회전시의 결과로서 2개의 최 저차 연성 디스크 모드와, (0,0) 그리고 (2,0)에서 (7,0)에 이르는 절원없이 절직경수만 증가한 7개의 비연성 디스크 모드를 보여주고 있다.

사실상 2번째 연성모드와 (0,0)모드는 매우 근접하여 상기 그림에서는 잘 구별되지 않으며 관심 주파수 대역 내의 기타 모드들은 진폭이 작아 잘 감지되지 않았다. Fig. 10의 피크치 주파수들과 Figs. 7, 9의 해당 모드의 고유치를 비교하면 Table 1에서 알 수 있듯이 평균 1.3%의 오차가 존재한다.

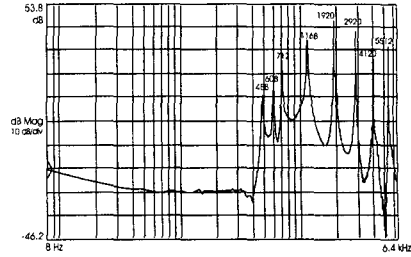


Fig. 10 FRF at 0 rpm (3 disks)

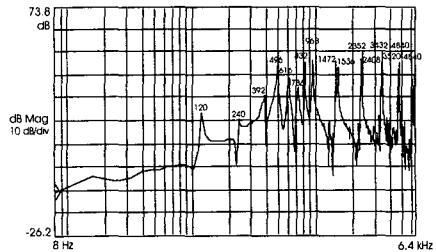


Fig. 11 FRF at 7200 rpm (3 disks)

Table 1 Natural frequencies at 0 rpm

	Mode Shape	Comp. [Hz]	Exp. [Hz]	Error [%]
1	1st coupled	489	488	0.2
2	2nd coupled	602	608	0.98
3	(0,0)	615	608	1.15
4	(2,0)	731	712	1.1
5	(3,0)	1188	1168	1.6
6	(4,0)	1955	1920	2.0
7	(5,0)	2963	2920	1.4
8	(6,0)	4182	4120	1.5
9	(7,0)	5598	5512	1.5

한편, 7200 rpm으로 스핀들이 회전하는 경우에는 Fig. 11과 같은 FRF를 얻었다. 처음 2개를 제외하고 대부분의 나머지 피크치들은 Fig. 10에 규명된 비회전시의 모드들이 자이로 효과로 인하여 전진파와 후진파로 분리되어 나타난 것들이다.

그들의 오차는 Table 2에서처럼 Figs. 7, 9의 계산치들과 비교시 평균 1.9%로 나타났다. 한편, 회전수의 정수배에 해당하는 120 과 240 Hz에 나타난 모드들은 디스크의 표면이나 조립시의 공차 때문이다. 또한 각 모드에서의 mobility값을 나타내기 위하여 Figs. 10, 11의 종축 눈금은 mm/Nsec 의 데시벨 값으로 주어져 있다.

Table 2 Natural frequencies at 7200 rpm

	Mode Shape	Comp. [Hz]	Exp. [Hz]	Error [%]
1	1st coupled,B	385	392	1.78
2	(2,0) B	518	496	4.2
3	1st coupled,F	621	616	0.8
4	(3,0) B	857	832	2.9
5	(2,0) F	989	968	2.1
6	(4,0) B	1503	1472	2.0
7	(3,0) F	1563	1536	1.7
8	(5,0) B	2392	2352	1.6
9	(4,0) F	2455	2408	1.9
10	(6,0) B	3491	3432	1.7
11	(5,0) F	3570	3520	1.4
12	(6,0) F	4905	4840	1.3

상기 실험과 계산치간 오차의 주요 원인으로는 연성진동의 경우, 계산시 축의 중 혹은 비틀림 진동을 고려하지 않은 점, 허브의 요소분할시 허브 하단부에 존재하는 베어링 접촉 미소부분의 질량효과를 무시한 점, 또한 그에 따른 하단 베어링의 위치 고려시 오차 등을 들 수 있다. 한편, 비연성 디스크 진동의 경우는 클램프에 의해 고정되는 디스크의 유효 내경에 오차가 크게 좌우되며 현재는 약간 내경이 크게 고려되어 전체적으로 강성이 높게 평가된 것으로 보인다. 또한, 연성 및 비연성 모드의 계산시 공히 베어링을 포함하여 계의 모든 요소의 감쇠를 무시하므로써 모드형상에는 관계없으나 고유진동수는 실제보다 다소 크게 계산된 측면이 있다.

6. 결론

HDD의 모든 구성요소를 유연체로 보고 각 요소의 모델을 유도한 후 전체 계를 유한요소 해석하므로써 허브와 디스크간의 연성 혹은 비연성 진동을 고차모드까지 정확히 파악할 수 있었고 이를 실험으로 확인하였다. 또한 HDD의 디스크 매수가 증가됨에 따라 동일 주파수대역내에서 더 많은 연성 진동모드가 발생하나, 디스크의 규격이 일정한 경우 비연성 디스크 모드상의 변화는 없음도 확인할 수 있었다.

본 논문에서 제시한 유한요소 진동 해석방법은 향후 HDD를 비롯하여 각종 광/자기 디스크 드라이브의 고밀도화, 고속화 등의 설계에 크게 기여

할 수 있으리라 생각된다.

후 기

본 연구는 1998년도 학술진흥재단 과학기술기초 중점연구 지원사업비 (기계공학 연구:1998-018-E00107)에 의하여 연구되었으며 이에 관계자에게 감사드립니다. 또한 본 연구 수행에 도움을 주신 삼성 종합기술원 정밀기계 연구실 여러분께도 아울러 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lee, C. W., Park, S. W., and Rim, K. H., 1989, "Free Vibration of a Spinning Annular Disk Subjected to Radial Tension," *Proc. of ASIA Vibration Conference*, Shenzhen, China, pp. 439~444.
- (2) Shahab, A. A. S., and Thomas, J., 1987, "Coupling Effects of Disc Flexibility on the Dynamic Behavior of Multi Disc- Shaft Systems," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 114, No. 3, pp. 435~452.
- (3) 전상복, 이종원, 1997, "축- 이중 원판계의 진동해석," 대한기계학회 논문집(A), 제21권, 제6호, pp. 896~906.
- (4) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, Macmillian Company, London.
- (5) Ugural, A. C. and Fenster, S. K., 1981, *Advanced Strength and Applied Elasticity*, Elsevier, New York.
- (6) Reddy, J. N., 1985, *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, New York.
- (7) 임승철, 전상복, 광병문, 1999, "하드 디스크 드라이브 회전축계의 유한요소 진동해석," 대한기계학회 춘계 학술대회, pp. 76~81.
- (8) 임승철, 제인주, 1999, "다중 박 원판 유연 회전축계의 유한요소 및 실험적 모드해석," 한국소음진동공학회 춘계학술대회, pp. 108~113.
- (9) 김철순, 박종승, 1998, "하드 디스크 드라이브 디스크-회전체 계의 실험적 모드해석," 한국소음진동공학회 춘계학술대회, pp. 233~237.

부 록

원판요소의 운동에너지

$$\begin{aligned}
T_D^e &= \frac{1}{2} \Omega^2 \mathbf{q}_y^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + (I_D - I_p) \Phi_S(x_D)\} \mathbf{q}_y \\
&+ \frac{1}{2} \Omega^2 \mathbf{q}_z^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + (I_D - I_p) \Phi_S(x_D)\} \mathbf{q}_z \\
&+ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_y^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + I_D \Phi_S(x_D)\} \dot{\mathbf{q}}_y \\
&+ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_z^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + I_D \Phi_S(x_D)\} \dot{\mathbf{q}}_z \\
&+ \Omega \mathbf{q}_y^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + (I_D - I_p) \Phi_S(x_D)\} \dot{\mathbf{q}}_z \\
&- \Omega \mathbf{q}_z^T \{m_D^e \Psi_S(x_D) + I_D \Phi_S(x_D)\} \dot{\mathbf{q}}_y \\
&+ \Omega \{ \dot{\mathbf{q}}_z^T \Phi_{SD}(x_D) \mathbf{q}_{Dc} - \dot{\mathbf{q}}_y^T \Phi_{SD}(x_D) \mathbf{q}_{Ds} \\
&\quad + \mathbf{q}_z^T \Phi_{SD}(x_D) \dot{\mathbf{q}}_{Dc} - \mathbf{q}_y^T \Phi_{SD}(x_D) \dot{\mathbf{q}}_{Ds} \} \\
&+ \Omega^2 \{ \mathbf{q}_y^T \Phi_{SD}(x_D) \mathbf{q}_{Dc} + \mathbf{q}_z^T \Phi_{SD}(x_D) \mathbf{q}_{Ds} \} \\
&- \dot{\mathbf{q}}_y^T \Phi_{SD}(x_D) \dot{\mathbf{q}}_{Dc} - \dot{\mathbf{q}}_z^T \Phi_{SD}(x_D) \dot{\mathbf{q}}_{Ds} \\
&+ \frac{1}{2} \{ I_p \Omega^2 + \dot{\mathbf{q}}_{Dc}^T M_D^e \dot{\mathbf{q}}_{Dc} + \dot{\mathbf{q}}_{Ds}^T M_D^e \dot{\mathbf{q}}_{Ds} \}
\end{aligned}$$