

# 능동 제어되는 외부 가압 공기 베어링의 안정 특성에 관한 연구

이 정 배\* · 김 경 웅\*\*

(1997년 1월 20일 접수)

## A Study on the Stability Characteristics of Actively Controlled Externally Pressurized Air Journal Bearing

Jeong Bae Lee and Kyung Woong Kim

**Key Words :** Air Bearing(공기 베어링), Whirl Instability(훨 불안정성), Active Control(능동 제어), Step Jump Method(스텝 점프 해석법).

### Abstract

Results of theoretical investigations of the stability characteristics of an actively controlled externally pressurized air journal bearing are presented. Proportional control and derivative control are used for the control algorithm of active air bearing. The stability characteristics of the actively controlled bearing operating at zero steady-state eccentricity is investigated with the step jump method. The speed at onset of instability is raised for both proportional control and derivative control of bearing. Proportional control increased the stability threshold without affecting the whirl ratio. But for derivative control of bearing, stability threshold increase is accompanied by a parallel reduction of the whirl ratio. Results show active control of bearing can be adopted for the stability improvement of air journal bearing.

기호설명		
$c$	: 반경 방향 베어링 틈새	$P$ : 무차원 압력, $\frac{p}{p_a}$
$C_D$	: 유량 계수, 0.85	$P_s$ : 무차원 공기 공급 압력
$h$	: 공기막 두께	$Q$ : 무차원 질량 유량, $\frac{q\mathfrak{R}T}{C_D\pi d p_s}$
$H$	: 무차원 공기막 두께, $\frac{h}{c}$	$R$ : 저널의 반경
$L$	: 베어링 길이	$\mathfrak{R}$ : 기체상수
$m$	: 저널 질량	$t$ : 시간
$\bar{n}$	: 검사 체적면의 바깥 방향 단위 벡터	$z$ : 축 방향 좌표
$O_b$	: 베어링 중심	$\gamma$ : Whirl Ratio, $\frac{v}{\omega}$
$O_j$	: 저널 중심	$\varsigma$ : 축 방향 좌표
$p$	: 압력	$\theta$ : 원주 방향 좌표
$p_a$	: 대기압	$\kappa$ : 기체의 비열비, 1.4
$p_c$	: 공급구로부터의 유출 압력	$\Lambda$ : 베어링 수, $\frac{6\mu\omega}{p_a}\left(\frac{R}{c}\right)^2$
* 회원, 삼성전자㈜		$\Lambda_t$ : 급기 계수, $\frac{24\mu C_D\pi d \sqrt{\mathfrak{R}T}}{p_a c}$
E-mail : tribolog@samsung.co.kr		
TEL : (0331)200-6461 FAX : (0331)200-6466		
** 회원, 한국과학기술원 기계공학과		$v$ : 저널 중심의 회전 각속도

- $\mu$  : 점성 계수  
 $\tau$  :  $\omega t$   
 $\omega$  : 저널의 회전 각속도

## 1. 서 론

공기 베어링은 마찰과 열 발생이 적고 회전 정밀도가 우수하여 고속 회전하는 축을 지지하는 용도로 많이 사용되고 있다. 그러나 공기 베어링도 유체 베어링이라면 어느것이나 갖는 Whirl 불안정성이라는 치명적인 결점을 갖는데 현재 이것의 발생 속도가 공기 베어링을 사용하는 시스템에 있어서 고속화의 한계로 되어 있다. 이 Whirl 불안정성을 억제하기 위해 다각적인 방법이 제안되고 연구되었다. 그 방법들로는 부가적인 강성과 감쇠를 주어서 안정성을 향상시키는 점 탄성 지지 베어링,<sup>(1,2)</sup> 불안정의 원인이 되는 동압 발생을 억제하는 방향으로 공기가 유입되도록 축 표면과 접선 방향인 공기 공급구를 갖는 베어링,<sup>(3)</sup> 동압 성분의 발생을 억제하기 위한 방법인 안정화 Cavity 설치 베어링,<sup>(4,5)</sup> 이중의 공기막을 갖는 플로팅 부시 베어링,<sup>(6)</sup> 편심 효과에 의한 안정화를 기대하는 다면 베어링<sup>(7)</sup> 등이 있다. 이러한 안정화 방법에 의해 공기 베어링은 점차 고속 회전 기계의 영역을 점차 넓혀 가고 있지만 안정성 향상 정도는 현재까지 특정 운전 조건에 대해 제한적으로 이루어지고 있고 여전히 Whirl 불안정성은 고속화의 장애로 여겨지고 있다. 따라서 공기 베어링으로 지지되는 시스템의 고속화를 위해서는 이 Whirl 불안정성을 효과적으로 억제하는 것이 크게 요구되고 있다.

공기 베어링의 Whirl 불안정성은 축 회전에 의해 발생하는 동압에 의한 것으로 기존의 안정화 방법 역시 이것의 발생을 억제하는 방향으로 이루어지고 있다. 그 중 베어링의 점 탄성 지지나 플로팅 부시 베어링의 경우 베어링의 움직임에 의해 안정성이 향상된 경우로, 적절한 베어링의 움직임에 의해 불안정성의 원인이 되는 동압 발생을 억제할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 베어링의 위치를 능동 제어할 경우 공기 저널 베어링의 안정성 향상을 기대할 수 있다.

외부 가압 공기 저널 베어링의 제어는 1980년 대말부터 미소 변위의 제어가 가능한 액추에이터의 발달과 더불어 연구되기 시작하였다. 현재까지 이루어진 베어링의 제어는 운전 정밀도 향상을 위한 것으로 Horikawa<sup>(8)</sup>는 베어링의 위치를 제어하여 축의 회전 정밀도를 크게 향상 시켰다. 그리고 Mizumoto<sup>(9)</sup>는 베어링면에 Cavity를 두고 그 배

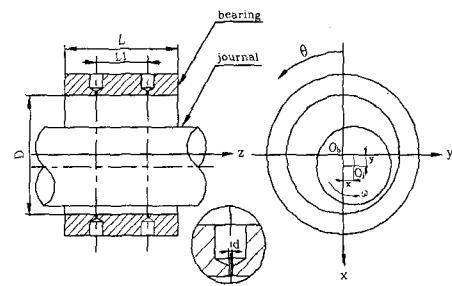


Fig. 1 Bearing coordinate system

기구의 저항을 제어하는 방법으로 베어링의 강성을 향상시킬 수 있음을 보고하였다.

본 논문에서는 새로운 형식의 효과적인 안정화 베어링으로 베어링의 위치가 축의 움직임에 따라 제어되는 능동형 공기 베어링을 제안하고, 능동형 공기 베어링에 대해 이론적으로 안정 해석을 수행하였다. 베어링의 제어 방법으로는 비례, 미분 제어에 대해 안정 해석을 수행하여 각 개인의 변화에 따른 안정 특성을 제어하지 않은 경우와 비교하였다.

## 2. 해석

공기 베어링으로 지지되는 시스템의 안정 특성을 결정하는 지배 방정식에는 베어링 내의 공기막의 압력 분포를 나타내는 레이놀즈 식과 축-베어링의 운동 방정식이 있다. 따라서 안정성을 판별하기 위해서는 레이놀즈식과 운동 방정식을 번갈아 가며 풀어야 한다. 본 논문에서는 축-베어링의 안정 판별을 위한 방법으로 레이놀즈 식과 운동 방정식을 교대로 반복해서 계산하는 대신, Elrod에 의해 제안된 스텝 점프법<sup>(10-12)</sup>을 사용하였다. 스텝 점프법은 시스템의 각 자유도에 따른 축의 스텝 점프 변위에 대한 응답을 사용하여 임의의 운동에 대한 시스템의 응답을 계산하는 방법으로, 일단 레이놀즈식으로부터 축의 스텝 점프에 대한 공기막의 응답을 계산한 후에는 레이놀즈식 방정식을 다시 풀 필요 없이 운동 방정식을 계산 할 수 있으므로 비선형 해석에 비해서는 계산 시간이 크게 단축되는 장점이 있다.

### 2.1 레이놀즈 식과 경계조건

Fig. 1은 본 연구의 해석 대상인 2열 급기 외부 가압 공기 베어링으로, Inherently compensated restrictor을 각 열 당 12개씩 등 간격으로 갖는다. 등 점도, 압축성 유체에 대한 등온 레이놀즈 방정

식은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda \gamma \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \quad (1)$$

Fig. 2는 공기 공급구 주변에서의 흐름을 나타내는 그림이다. 공급구에서의 경계 조건은 공급구를 둘러싼 검사 체적에 대한 유량의 연속성으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Lambda_t P_s H Q = \int_{L_s} \left( 2\bar{\Lambda} PH - H^3 \nabla P^2 \right) \cdot \vec{n} dL + 4\Lambda \gamma \iint_{A_s} \frac{\partial (PH)}{\partial \tau} dA \quad (2)$$

공급구를 통해 유입되는 유량은 공급 압력과 급기공 배출 압력비에 따라 다음과 같다.

$$\frac{P_c}{P_s} = \lambda \leq \left\{ \frac{2}{\kappa+1} \right\}^{\frac{\kappa}{(\kappa-1)}} \quad (3)$$

$$Q = \left\{ \frac{2\kappa}{\kappa+1} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{2}{\kappa+1} \right\}^{\frac{1}{(\kappa-1)}}$$

$$\frac{P_c}{P_s} = \lambda > \left\{ \frac{2}{\kappa+1} \right\}^{\frac{\kappa}{(\kappa-1)}} \quad (4)$$

$$Q = \left\{ \frac{2\kappa}{\kappa-1} \right\}^{\frac{1}{2}} \lambda^{\frac{1}{\kappa}} \left( 1 - \lambda^{\frac{(\kappa-1)}{\kappa}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

또한 베어링 양단에서 압력이 대기압인 조건과 원주 방향의 압력의 주기성이 의해 다음의 경계 조건이 성립한다.

$$P(\theta, \pm \frac{L}{D}) = 1 \quad (5)$$

$$P(\theta, \zeta) = P(\theta + 2\pi, \zeta)$$

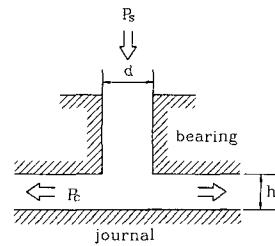
## 2.2 운동 방정식

베어링에 의해 지지되는 축이 강체이고 축의 운동이 병진 모드로만 일어나는 경우 축의 운동 방정식은 다음과 같다.

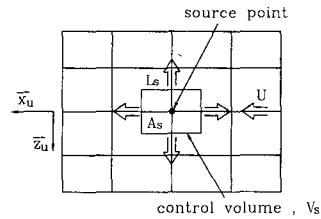
$$m\ddot{x} = f_{xp} + f_{xu} \quad (6)$$

$$m\ddot{y} = f_{yp} + f_{yu}$$

여기서  $f_{ux}, f_{uy}$ 는 x, y 방향으로의 불균형 질량에 의한 힘을 나타낸다.



(a) Inherently compensated restrictor



(b) Flow around the source point

Fig. 2 Flow around restrictor

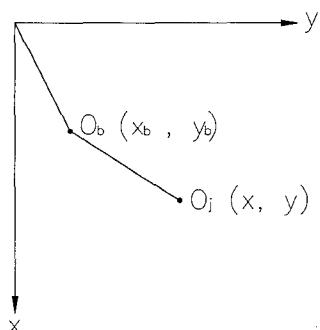


Fig. 3 Coordinate system

Fig. 3은 축 중심과 베어링 중심의 좌표를 나타내는 그림이다. 베어링 중심의 위치가 축 중심의 속도와 위치에 대하여 비례-미분 제어되는 경우 베어링 중심의 위치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_b = K_p (X_{ref} - X) - K_d (\dot{X}) \quad (7)$$

$$Y_b = K_p (Y_{ref} - Y) - K_d (\dot{Y})$$

여기서  $K_p$ 는 비례계인을  $K_d$ 는 미분계인을 나타낸다.

## 2.3 스텝 점프법

능동 제어되는 공기 베어링의 안정 특성을 스텝 점프법을 이용하여 해석하는 순서는 다음과 같다. (1)의 레이놀즈식과 (2), (3)의 경계 조건으로

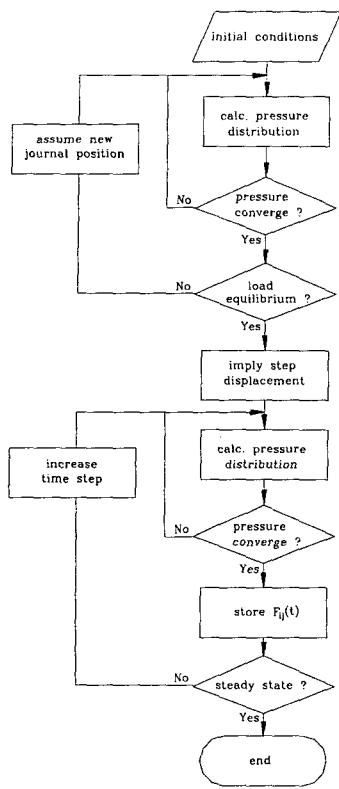


Fig. 4 Flow chart of step response calculation

주어진 작동 조건에 대해 정상상태의 해를 계산한다. 정상상태로부터 축에 x 방향으로 미소한 스텝 변위  $\Delta x$ 를 가한다. 축의 스텝 변위를 유지한 채, 축의 스텝 변위 직후의 압력은 점프 과정이 등온 과정이라는 가정으로부터 계산한 후 그 압력을 초기 압력으로 하여 (1)의 레이놀즈식을 베어링 내의 압력이 새로운 정상상태에 도달할 때까지 계산하면서 각 계산 시간에서의 x, y 방향으로의 압력의 합력을 저장한다. 같은 방법으로 축이 y 방향으로 스텝 변위가 있을 경우도 계산한다. Fig. 4는 축의 스텝 점프에 의한 공기막 반력을 계산하는 과정을 나타낸 순서도이다. 이렇게 얻어진 공기막력의 응답은 다음과 같이 표기한다.

$$F_{ij}(t), i, j=x, y \quad (8)$$

여기서 아래 첨자 중 앞의 것은 축의 변위 방향을 뒤의 것은 발생한 반력의 방향을 나타낸다. 축의 단위 스텝 변위에 의한 공기막 반력을 평형 상태로부터의 힘의 편차로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta F_{ij}(t) = \frac{1}{\Delta x_i} (F_{ij}(t) - F_{eq}) \quad (9)$$

여기서  $\Delta x$ 는 공기 막 반력 계산 시 사용된 축의 스텝 변위의 크기이고  $F_{eq}$ 는 새로운 정상 상태에서의 공기 막 반력이다..

공기 막력은 다음과 같이 무차원한다.

$$G_{ij}(t) = \delta F_{ij}(t) \frac{c}{p_a R L} \quad (10)$$

운동 방정식을 무차원 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M\ddot{\delta X} &= \delta \bar{F}_{xx} + \delta \bar{F}_{yx} + F_{ux} \\ M\ddot{\delta Y} &= \delta \bar{F}_{xy} + \delta \bar{F}_{yy} + F_{uy} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $M = \frac{mc\omega^2}{p_a RL}$  이다.

무차원 공기 막 반력은 스텝 점프 응답으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{F}_{ij} &= \delta X_{si}(0)H_{ij}(T) + \int_0^T \delta \dot{X}_{si}(\tau)H_{ij}(t-\tau)d\tau \\ &\quad - \delta X_{bi}(0)H_{ij}(T) - \int_0^T \delta \dot{X}_{bi}(\tau)H_{ij}(t-\tau)d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 이용해 축 중심의 궤적을 계산한 후 그로부터 축-베어링의 안정성을 판별하였다.

### 3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 훨 불안정성이 가장 일어나기 쉬운 경우인, 축에 하중이 작용하지 않는 수직으로 놓여진 축에 대해서 안정 해석을 수행하였다.

Fig. 5는 축이 스텝 점프할 경우 베어링 내에 발생하는 공기막력을 나타낸 그림이다. 축이 동심 상태에서 운전되는 경우로, 대칭성에 의해  $G_{yy}(\tau) = G_{xx}(\tau)$ ,  $G_{yx}(\tau) = -G_{xy}(\tau)$ 의 조건이 성립한다. 그림에서처럼 공기막력은 축의 스텝 점프 직후의 초기 발생 압력으로부터 과도 응답을 거쳐 새로운 정상상태로 수렴된다. 그림에서 새로운 정상상태의 압력은 베어링의 강성에 관계되고 공기막력의 변화율은 감쇠 계수에 의해 결정된다.

축의 초기 위치를 평형 상태 ( $X=0, Y=0$ )에서 약간 벗어난 위치 ( $X=0.1, Y=0$ )로 하여 식 (12)의 운동 방정식을 사용하여 축 중심의 궤적을 계산하였다. 초기조건의 영향이 없도록 충분한 시간이 경과한 후 축의 진폭 변화로부터 시스템의 안정성을 판별하였다. 공기 베어링의 Whirl 불안정성은 초기조건에는 영향을 받지 않는 축-베어링계의 고유한 성질로 축 중심의 궤적을 통해 안정 여부를 판단하는데 별 어려움은 없었다.

Fig. 6은 축 중심의 안정, 불안정한 궤적의 예를

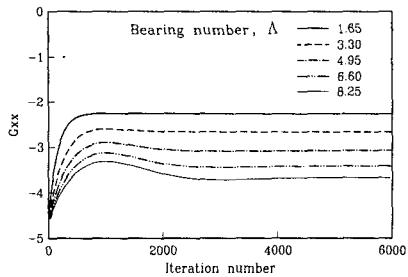
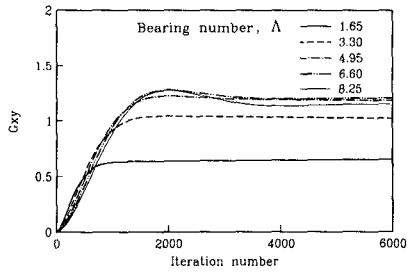
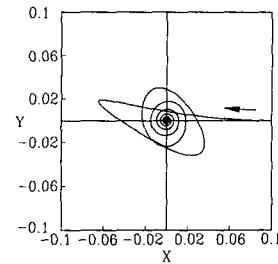
(a)  $G_{xx}$ (b)  $G_{xy}$ 

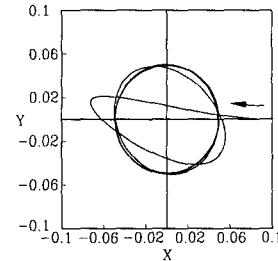
Fig. 5 Step response for various bearing number  
( $\Lambda_t = 0.85$ ,  $P_s = 5$ )

나타내고 있다. Fig. 6(a)는 point stable 한 경우로 축 중심이 시간 경과에 따라 베어링 내의 한 점으로 수렴되는 경우이다. Fig. 6(b)와 (c)는 궤적이 한 점으로 수렴되지 않는 point unstable 한 경우이다. Fig. 6(b)는 축 중심의 궤적이 limit cycle 을 형성하는 orbitally stable 한 경우이고 (c)는 궤적이 점차 발산하여 결국 베어링 원의 경계 값과 부딪히게 되는 unbounded 한 경우로 불안정한 궤적의 예를 나타내고 있다. 본 연구에서는 안정 판별 방법으로 축 중심의 궤적이 point stable 한 경우와 orbi-tally stable 한 경우를 안정한 경우로 하였다.

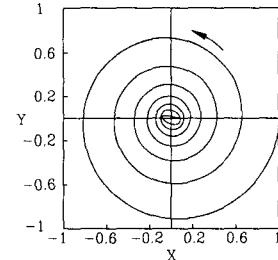
능동 공기 베어링의 안정 특성은 비례, 미분개인을 바꾸어 가며 각 개인에 대하여 안정 한계 질량, whirl ratio 를 계산하여 고찰하였다. 그림에서 제어 개인이 0 인 경우는 베어링이 제어되지 않는 것으로 일반적인 베어링이 고정된 경우를 나타낸다. Fig. 7 은 베어링이 비례 제어되는 경우에 대해서 안정 특성을 나타낸 그림이다. Fig. 7(a)는 개인의 변화에 따른 안정 한계 질량을 나타낸 그림이고 Fig. 7(b)는 whirl ratio 의 변화를 나타낸 그림이다. 안정 한계 질량은 비례 개인의 증가에 따라 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 그러나 축의 회전속도에 대한 축 중심의 선회 속도의 비를 나타내는 whirl ratio 는 비례 제어 개인에는 영향을 받지 않고 베어링이 제어되지 않고 고정된 경우와 같은 값을 나타내고 있다. Fig. 8(a)는 미분 제어되는 경우의 축-베어링의 안정 영역을 무차원



(a) Point stable trajectory



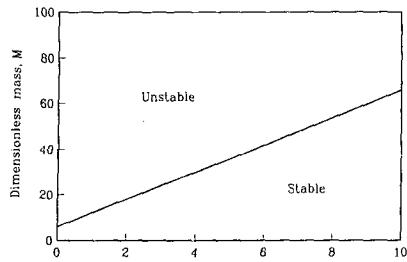
(b) Orbitally stable trajectory



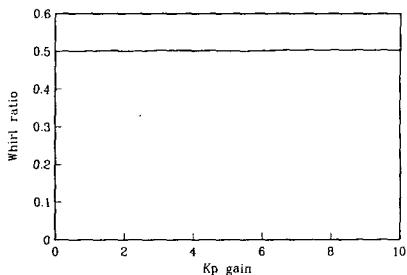
(c) Unstable trajectory

Fig. 6 Trajectories of journal center

질량 M 으로 나타낸 것이다. 그리고 Fig. 8(b)는 그 경우의 whirl ratio 를 나타내는 그림이다. 베어링이 미분 제어되는 경우 안정 한계 질량은 제어 개인이 증가할수록 점차 크게 증가하며, whirl ratio 는 점차 감소하는 경향을 보이고 있다. Fig. 9 는 축에 불균형 질량이 있을 경우에 대해 회전속도를 변화시켜 가며 축의 회전 진폭을 표시한 그림이다. 비례 제어의 경우 제어 개인이 증가함에 따라 점차 공진점이 고속 영역쪽으로 이동하고 있으며 따라서 whirl 발생 시점도 늦춰지는 것으로 비례 제어에 의해 베어링의 강성이 증가되어 안정성이 향상된 것을 알 수 있다. 반면 미분 제어의 경우 개인의 증가에 따라 공진 발생 속도는 별다른 변화가 없는 반면 공진 속도에서의 축 중심의 진폭은 감소하는 경향을 보여, 미분 제어에 의한 안정화는 제어에 의해 베어링 시스템에 추가적인 감쇠

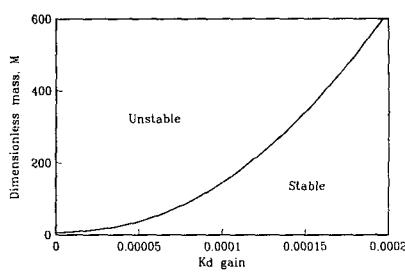


(a) Stability map

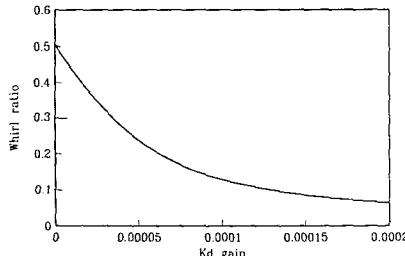


(b) Whirl ratio

**Fig. 7 Stability characteristics of proportional control**  
( $\Lambda = 4.95$ ,  $\Lambda_t = 0.85$ ,  $P_s = 5$ )



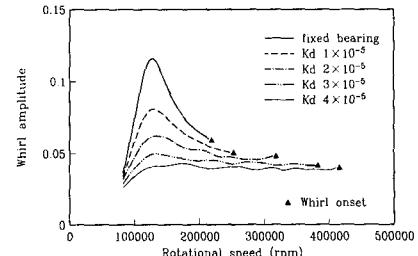
(a) Stability map



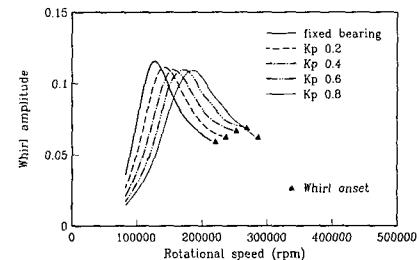
(b) Whirl ratio

**Fig. 8 Stability characteristics of derivative control**  
( $\Lambda = 4.95$ ,  $\Lambda_t = 0.85$ ,  $P_s = 5$ )

능력이 부가되어 생긴 것임을 알 수 있다.



(a) Proportional control



(b) Derivative control

**Fig. 9 Unbalance response for various control gain**  
( $\Lambda = 4.95$ ,  $\Lambda_t = 0.85$ ,  $P_s = 5$ )

#### 4. 결론

본 연구에서는 베어링의 위치가 제어되는 외부 가압 공기 베어링의 안정 특성에 대해 이론적으로 고찰하였다. 축의 움직임에 대해 비례, 미분 제어되는 능동형 공기 베어링을 대상으로 안정성을 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 베어링의 능동 제어를 통해 공기 저널 베어링의 whirl 불안정성을 효과적으로 억제할 수 있음을 보였다.

(2) 베어링을 축의 움직임에 대하여 비례 제어한 경우, 안정 한계 질량은 제어 계인의 증가에 따라 선형적으로 증가하였으며, whirl ratio는 비례 제어에는 영향을 받지 않고 제어하지 않는 경우의 값이 유지되었다.

(3) 베어링을 축의 움직임에 대하여 미분 제어한 경우, 안정 한계 질량의 증가율은 제어 계인의 증가에 따라 점차 증가하였으며, whirl ratio는 계인의 증가에 따라 점차 감소하였다.

#### 참고문헌

- Tatara A., Koike H. and Iwasaki A., 1973, "The Stability of Flexibly Supported, Externally Pressurized Gas Journal Bearings," *Bulletin of the JSME*, Vol.16, No.100, pp. 1573~1579.
- Kazimierski Z. and Jarzecki K., 1979, "Stability

- Threshold of Flexibly Supported Hybrid Gas Journal Bearing," *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, pp. 451~457.
- (3) Toldl, 1967, "Bearing with a Tangential Gas Supply," *Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton*.
- (4) Mori A. and Mori H., 1973, "An Application of Pneumatic Phase Shifting to Stabilization of Externally Pressurized Journal Gas Bearing," *Journal of Lubrication Technology*, Jan., pp. 33~41.
- (5) Sixsmith H., 1965, "Applications of Gas Bearing to Miniature Expansion Turbines," *Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton*, April.
- (6) Mori H., Mori A., 1971, "A Stabilizing Method of the Externally Pressurized Gas Journal Bearings. - Succeeding Report," *Gas Bearing Symposium at Univ. of Southampton*, March.
- (7) 김금모, 1992, "외부 가압 공기저널 베어링의 안정성 및 회전 정밀도에 관한 연구," *한국과학기술원 박사학위논문*.
- (8) Horikawa O. and Shimokobe A., 1990, "An Active Air Bearing," *JSME International Journal, Series 3*, Vol.33, No.1, pp. 55~60.
- (9) Mizumoto H., Okuno K. and Matsubara T., 1992, "An Infinite-Stiffness Aerostatic Bearing with an Exhaust-Control Restrictor," *International Journal of JSPE*, Vol.26, No.3, Sept., pp. 225~230.
- (10) Elrod Jr. H.G. and McCabe J.T., 1967, "Determination of Gas-Bearing Stability by Response to a Step-Jump," *Journal of Lubrication Technology*, Oct., pp. 493~498.
- (11) Chu T.Y., McCabe J.T. and Elrod H.G., 1968, "Stability Consideration for a Gas-Lubricated Tilting-Pad Journal Bearing," *Journal of Lubrication Technology*, Jan., pp. 162~172.
- (12) Fleming D.P., Cunningham R.E. and Anderson W.J., 1970, "Zero-Load Stability of Rotating Externally Pressurized Gas-Lubricated Journal Bearings," *Journal of Lubrication Technology*, April, pp. 325~334.