

영역분할에 의한 불일치 격자세분화 기법을 사용한 중공형 압출공정의 설계 및 해석

박 근* . 양동열**
(1999년 7월 26일 접수)

Design and Analysis of Hollow Section Extrusion using Mismatching Refinement with Domain Decomposition

Keun Park and Dong-Yol Yang

Key Words : Hollow Section Extrusion(중공형 압출), Porthole Die(포트홀 금형), Finite Element Analysis(유한요소해석), Domain Decomposition(영역분할)

Abstract

The present work is concerned with three-dimensional finite element analysis of the hollow section extrusion process using a porthole die. The effects of related design parameters are discussed through the finite element simulation for extrusion of a triply-connected rectangular tubular section. For economic computation, mismatching refinement, an efficient domain decomposition method with different mesh density for each subdomain, is implemented. In order to obtain the uniform flow at the outlet, design parameters such as the hole size and the hole position are investigated and compared through the numerical analysis. Comparing the velocity distribution with that of the original design, it is concluded that the design modification enables more uniform flow characteristics. The analysis results are then successfully reflected on the industrial porthole die design.

기호설명

- | | |
|---------------------------|---|
| f_i | : 표면력 성분 |
| K^* | : 비압축성조건을 위한 벌칙상수 |
| n_c and n_f | : 상대적으로 격자밀도가 다른 두 영역(조대한 영역/세밀한 영역)의 중복영역에서의 자유도 수 |
| P, Q | : 두 부영역에 대한 투영연산자 |
| u_c and u_f | : 상대적으로 격자밀도가 다른 두 부영역에서의 속도 성분 |
| α and β | : 가중치 인자 (0 과 1 사이) |
| η | : 수렴 속도 |
| λ | : Levi-Mises 식의 비례 인자 |
| Ω_c and Ω_f | : 상대적으로 격자밀도가 다른 두개의 부영역 |
| Γ_c and Γ_f | : 상대적으로 격자밀도가 다른 두 부영역의 경계 |

1. 서론

압출공정은 일정한 단면형상을 갖는 제품의 생산에 가장 경제적인 공정으로서, 초기에는 단순한 형상의 제품에 이용되어 왔으나 근래에 들어서는 복잡한 형상의 제품 생산에 널리 이용되고 있다. 현재까지는 압출공정 및 금형설계는 주로 설계자의 경험과 직관에 의해 이루어지고 있어, 여러가지 금형설계안에 대해 실제 금형을 제작하고 이를 사용하여 실험을 수행함으로써 설계의 타당성을 검증하기 위해서는 많은 시간과 비용이 소모된다. 특히 복잡한 형강재의 생산을 위해서는 소재의 유동 및 제품의 품질 향상 등을 위해 여러가지 인자들이 고려되어야 한다.

이러한 문제점을 극복하기 위해 본 연구에서는 유한요소해석을 활용한 압출공정의 수치해석을 통한 금형설계기술을 개발하고자 한다. 또한 설계된

* 회원, 삼성전기(주) 금형개발실

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : dyyang@hanbit.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3214 FAX : (042) 869-3210

공정의 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 결과를 예측함으로써 시행착오에 의한 시간과 금형 제작비용을 효과적으로 절감하고자 한다.

그러나 3차원 강소성 유한요소법의 경우 문제의 많은 계산시간이 소요되며, 사용 컴퓨터의 용량에도 제한이 따르게 된다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 본 연구에서는 영역분할(Domain decomposition)에 의한 격자세분화 기법을 도입하였다. 영역분할법은 전체 영역을 수개의 부영역(subdomain)으로 분할하여 각 영역에 대해 독립적인 해석을 수행하고, 영역간의 경계지역에서 각 영역의 해를 반복계산에 의해 수렴시킴으로써 계산시간을 획기적으로 절감할 수 있는 방법이다.^(1,4) 본 연구에서는 분할된 영역에 대해 격자의 밀도를 차별화함으로써 격자를 세분화하는 기법을 개발하여 3차원 압출공정의 유한요소해석에 효과적으로 적용하였다.

본 연구에서는 제안된 기법의 타당성과 효율성을 검증하기 위해 포트홀 금형을 사용한 중공형 압출공정의 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 포트홀 금형을 사용한 중공형 압출공정의 3차원 해석은 효율적인 유동의 복잡성으로 인한 3차원 격자구성의 어려움 및 계산용량의 제약으로 인해 기존의 방법으로는 해석이 어려웠던 분야로, 현재 세계적으로 가장 간단한 형상인 원형 관(tube)의 압출공정에 대한 해석결과만이 발표된 바 있다.^(5,6) 본 연구에서는 제안된 기법을 사용하여 보다 복잡한 유동양상을 가진 '日'-자 단면의 압출공정을 해석하였다. 또한 이러한 과정에서 여러 가지 설계 변수에 대해 포트홀 금형을 사용한 중공형 압출공정의 해석의 효율성을 제고하였다.

2. 성형해석을 위한 기본 수식화

2.1 강소성 유한요소 수식화

본 연구에서는 압출공정의 해석을 위해 강소성 유한요소 수식화를 사용하여 압출공정의 성형해석을 수행하였다. 강소성재료의 구성방정식은 다음과 같이 주어진다.⁽⁷⁾

$$\sigma'_{ij} = \frac{1}{\lambda} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (1)$$

이때 σ'_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 각각 편차응력 및 변형률속도 성분을 의미하며, λ 는 von-Mises 항복조건에서 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \quad (2)$$

여기서

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}, \quad \dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (3)$$

이다. 윗 식들을 사용하여 변분정리를 적용하면 강소성 재료에 대해 다음과 같은 변분방정식을 얻을 수 있다.

$$\int_{\Omega} \bar{\sigma} \delta \dot{\epsilon} d\Omega + K^* \int_{\Omega} \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v d\Omega - \int_{\Gamma_f} f_i \delta u_i d\Gamma = 0 \quad (4)$$

여기서 f 는 외력을 의미하며, K^* 는 비압축성 조건(incompressibility condition)을 부과하기 위한 벌칙 상수로 매우 큰 양수이다. 식 (4)를 유한요소 수식화하면 속도장 u_i 에 대한 비선형 방정식으로 표현되므로 Newton-Raphson 반복법으로 선형화시켜 해를 구한다.

2.2 영역분할에 의한 반복계산

식 (4)에 의해 표현된 변분식을 영역 Ω 에 대해서 강소성 유한요소 수식화에 의해 이산화하면 다음과 같은 행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$Ku = f, \quad \text{in } \Omega \quad (5)$$

$$u = g, \quad \text{on } \Gamma \quad (6)$$

여기서 K 와 f 는 각각 요소강성 행렬과 하중 벡터를, Γ 는 영역 Ω 의 경계를 의미한다. 이때 영역 Ω 를 Fig.1과 같이 Ω_1 와 Ω_2 의 중복영역을 가진 2개의 부영역으로 분할할 수 있다. 분할된 2개의 부영역에 대해 Schwarz의 반복계산 수식화(Schwarz's alternating procedure)를 도입하면 부영역 Ω_1 에 대해 식 (5)와 (6)은 다음과 같이 표현될 수 있다.⁽²⁾

$$K_1 u_1^{(k)} = f_1, \quad \text{in } \Omega_1 \quad (7)$$

$$u_1^{(k)} = g, \quad \text{on } \Gamma \quad (8)$$

$$u_1^{(k)} = u_2^{(k-1)}, \quad \text{on } \Gamma_1 - \Gamma \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial n} = \frac{\partial u_2^{(k-1)}}{\partial n}, \quad \text{on } \Gamma_1 - \Gamma \quad (10)$$

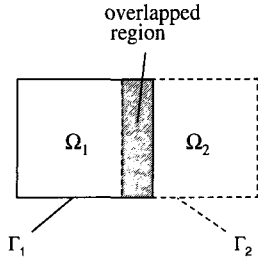


Fig. 1 Schematic description of domain decomposition

이때 아랫첨자 1과 2는 각각 부영역 번호를, 윗첨자 (k)는 현재의 축차 횟수(iteration step)를 의미한다. 이때 (9), (10)식은 부영역간의 경계영역에서의 속도 및 1차 미분항의 연속조건을 의미하며 부영역 Ω_2 에 대해서도 마찬가지로 방법으로 유도할 수 있다. 이와 같이 중복된 영역에서의 속도성분은 인접 영역에서의 계산결과를 반영하여 단계적으로 수정되며, 이러한 반복계산은 경계영역에서의 오차가 10^{-5} 로 수렴될 때까지 수행하였다.

2.3 영역분할에 의한 격자세분화

영역분할에 의한 격자세분화의 기본 개념은 해석 영역을 분할하고, 분할된 영역에 대해 격자밀도를 차별화하여 격자를 구성한다는 점이다. 이때 부영역간의 격자밀도의 차이를 고려하기 위해 수정된 속도천이과정⁽⁸⁾을 사용하였다. 기본 개념은 속도 천이시 인접 부영역에서의 속도만을 고려하는 것이 아니라 해당 부영역에서의 이전단계의 계산결과까지 함께 고려해줌으로써 그만큼 세분화된 영역의 해석결과를 속도천이과정에 반영한다는 점이다. 수정된 속도천이과정의 수식화는 다음과 같이 요약된다.

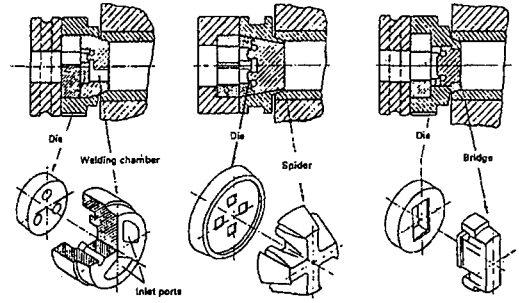
$$u_c^{(k)} = \alpha^{(k)} Q^{(k-c)} u_f^{(k-1)} + (1 - \alpha^{(k)}) u_c^{(k-1)}, \text{ on } \Gamma_c - \Gamma \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_c^{(k)}}{\partial n} = \alpha^{(k)} Q^{(k-1)} \frac{\partial u_f^{(k-1)}}{\partial n} + (1 - \alpha^{(k)}) \frac{\partial u_c^{(k-1)}}{\partial n}, \text{ on } \Gamma_c - \Gamma \quad (12)$$

$$u_f^{(k)} = \beta^{(k)} P^{(k)} u_c^{(k)} + (1 - \beta^{(k)}) u_f^{(k-1)}, \text{ on } \Gamma_f - \Gamma \quad (13)$$

$$\frac{\partial u_f^{(k)}}{\partial n} = \beta^{(k)} P^{(k)} \frac{\partial u_c^{(k)}}{\partial n} + (1 - \beta^{(k)}) \frac{\partial u_f^{(k-1)}}{\partial n}, \text{ on } \Gamma_c - \Gamma \quad (14)$$

여기서 α 와 β 는 세분화된 부영역의 해석결과를



(a) Porthole die (b) Spider die (c) Bridge die
Fig. 2 Three types of extrusion dies for hollow sections

고려하기 위한 가중치(weight factors)로서 0 과 1 사이의 값이다.

3. 중공형 소재의 압출공정

압출공정은 초기에는 봉재(rod)나 파이프 등의 비교적 간단한 형상의 생산에 사용되어왔으나, 최근에 들어 보다 복잡한 형상의 제품으로 그 적용 범위가 널리 확대되고 있다. 압출공정은 압출재의 단면형상에 따라 중실형(solid type) 압출공정과 중공형(hollow type) 압출공정으로 구분된다.

중실형 단면은 기하학적으로 단일 폐곡선(singly connected curve)으로 정의되는 반면에 중공형 단면은 여러 개의 폐곡선(multiply connected curve)으로 정의되는 단면, 즉 단면 내에 구멍이 존재하는 경우를 의미한다. 중공형 압출공정에서 소재의 외측 형상은 금형의 형상에 의해 결정되는 반면, 소재의 내측 형상은 만드렐(mandrel)에 의해 결정된다. 이때 만드렐과 금형의 연결을 위해 금형의 형상이 복잡해지게 되고, 그에 따른 소재의 유동 역시 복잡해지게 된다. 이러한 요인으로 인해 중공형 압출공정의 금형설계에 많은 어려움이 따르게 된다.

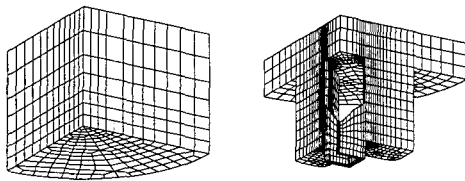
중공형 압출재의 생산을 위해서는 컨테이너(container) 안에 장착되어 있는 소재에 압력을 가하여 여러가지 형태의 보조금형을 사용하여 분리(splitting)하고 이를 다시 재결합(re-welded)하는 과정을 거치게 된다. 이때 소재의 분리를 위해서 사용되는 대표적인 보조금형으로는 포트홀 금형(porthole die), 스파이더 금형(spider die), 브리지 금형(bridge die)이 있다. Fig. 2에 이러한 3가지 금형의 개략적인 형상을 도시하였다.⁽⁹⁾

본 연구에서는 이중 포트홀 금형을 사용한 중공형재의 압출공정을 대상으로 하겠다. Fig. 3에 포트홀 금형을 사용한 '日'자 형상의 압출에서의 성형과정을 도시하였다. 이때 포트홀 금형의 각

대해 표시하였다. 속도분포를 살펴보면, 최소값에 비해 최대치가 약 230% 정도로 증가함을 알 수 있는데, 이와 같은 현저한 속도차이는 성형품의 휨(bending), 뒤틀림(twisting), 내부 조직의 결합 등 많은 문제점을 야기시킨다. 이러한 문제점은 포트홀 급형의 잘못된 설계에 기인한 것으로 보여진다. 이러한 문제점을 고려하여 다음 절에서 포트홀의 크기를 변경해보고 그에 따른 성형해석을 수행하여 해석 결과를 비교해보도록 하겠다.

4.2 포트홀의 수정에 따른 유동의 변화 고찰

본 절에서는 포트홀 급형의 설계사양에 따른 유동의 변화를 파악하기 위해 Fig. 10 과 같이 포트홀의 위치 및 크기를 수정하였다. 그림에서 점선으로 표시한 부분은 수정 전의 설계를, 실선으로 표시한 부분은 수정 후의 설계사양을 의미한다.



(a) For subdomain 1 (b) For subdomain 2

Fig. 7 Mesh configuration with mismatching refinement

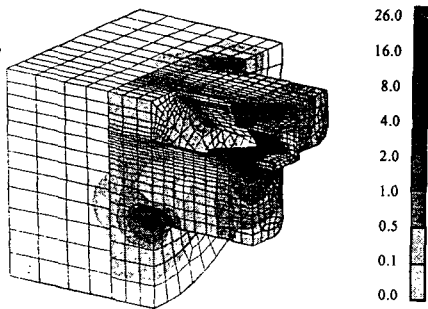


Fig. 8 Distribution of the effective strain rate

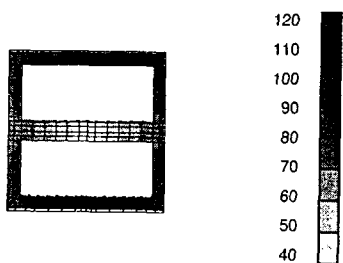


Fig. 9 Distribution of axial velocity at the outlet

Fig. 10 의 (a)와 (b)는 포트홀의 위치를 변경한 설계로서, (a)는 컨테이너의 중심을 기준으로 수평선상의 포트홀을 안쪽으로, 수직선상의 포트홀을 바깥쪽으로 일정 거리(5mm)만큼 이동시킨 경우이다. (b)는 각각의 포트홀을 (a)와 반대방향으로 5mm 씩 이동시킴으로써 설계를 변경하였다. (c)는 포트홀의 크기를 변경한 경우이다. 이때 출구에서의 속도의 불균형(Fig. 9 참조) 현상을 완화하기 위해 수평선상의 포트홀은 크기를 일정 비율로 확대하였고, 수직선상의 포트홀은 같은 비율만큼 축소시켜주었다. 이때 크기 확대를 위한 계수(α)는 (d)와 같이 45°선을 중립축으로 간주하고 이에 대해 출구부 단면의 면적비를 계산하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\alpha = \sqrt{\frac{A_{1o}}{A_{2o}}} = \sqrt{\frac{A_{1p}}{A_{2p}}} = 1.131 \quad (15)$$

위와 같은 3 가지의 급형설계案에 대해 모두 성형해석을 수행하기 위해서는 적지 않은 시간과 노력이 소요된다. 본 연구에서는 영역분할의 장점을 살려 여러 개의 급형설계에 대해 보다 효과적으로 결과를 비교할 수 있는 방법론을 제시하고자 한다. 예를 들어 Fig. 11 과 같이 전체 영역을 3 개의 부영역으로 분할한 경우를 생각해보자. 여기서 첫번째 부영역은 컨테이너 내부의 소재를, 두번째 부영역은 포트홀 주변의 영역을, 세번째 부영역은 포트홀 급형의 내부영역을 의미한다. 이때 포트홀의 크기 혹은 위치가 변경된다면 포트홀 급형으로 유입되는 유동에서부터 차이가 발생될 것이다. 이러한 차이는 세번째 부영역을 해석에 포함시키지 않고도, 즉 첫번째 부영역과 두번째 부영역만의 해석만으로도 상대적인 비교가 가능하다. 이러한 관점에서 일차적으로 각각의 설계에 대해 2 개의 부영역만의 해석으로 포트홀 급형 내부로 유입되는 유동의 특성을 비교하고, 이중 가장 우수한 결과를 보이는 설계에 대해 다시 3 개의 부영역으로 해석을 수행하는 다단계 접근기법(multi-step approach)을 제안하였다. 이러한 접근방법은 특히 여러가지 설계안이 존재할 때 상대적으로 적은 노력과 시간으로 원하는 결과를 얻을 수 있다는 장점이 있다.

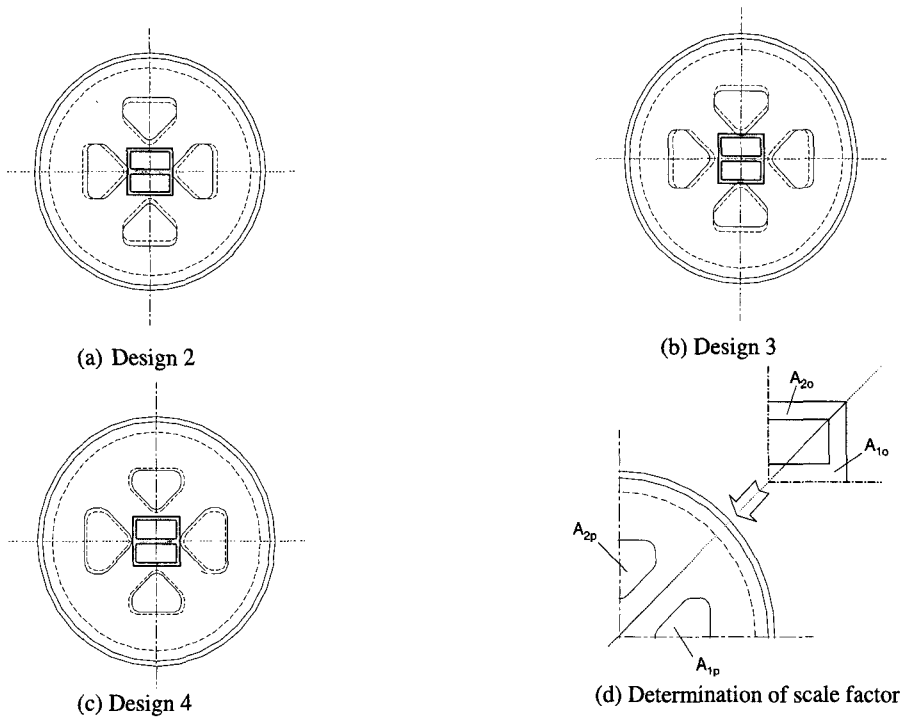


Fig. 10 Design modifications for the porthole die

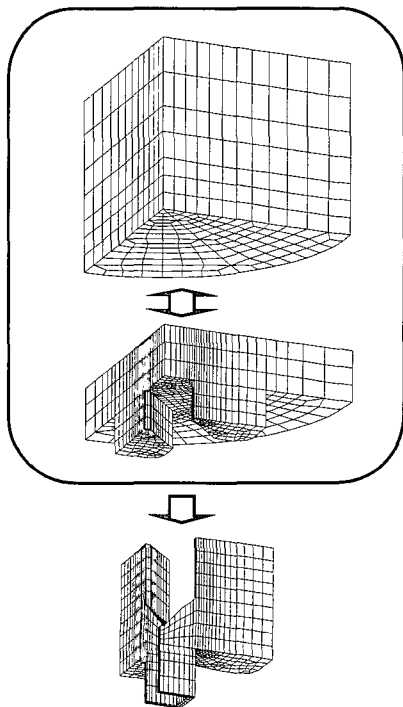


Fig. 11 Domain decomposition into three subdomain

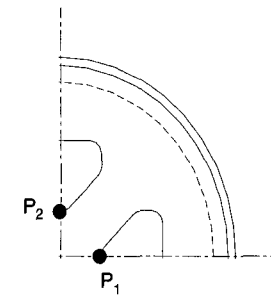


Fig. 12 Definition of two reference points

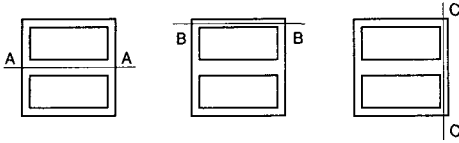
일차해석은 Fig. 10에서 제시한 3가지 설계안에 대해서 수행되었다. 포트홀 수정의 효과를 비교하기 위해 Fig. 12에서 표시한 2개의 기준점에서의 축방향 속도성분을 추출하여 이들의 비로서 다음과 같이 포트홀간의 유동비율(flow ratio: γ)을 정의하였다.

$$\gamma = \frac{u_1}{u_2} \quad (16)$$

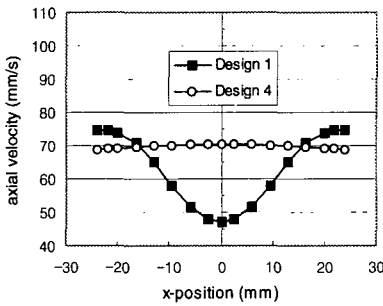
이때 u_1 과 u_2 는 각각 2개의 기준점 1과 2에서의 축방향 속도성분을 의미한다. 출구에서의 속도분포를 고려할 때, 유동비율이 증가할수록 균일한 속도분포로 소재가 압출됨을 의미한다.

Table 1 Comparison of the flow ratio for various designs

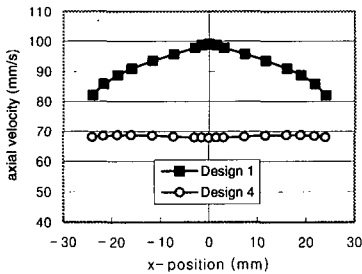
Design no.	1	2	3	4
Flow ratio (γ)	1.00	0.936	1.068	1.118



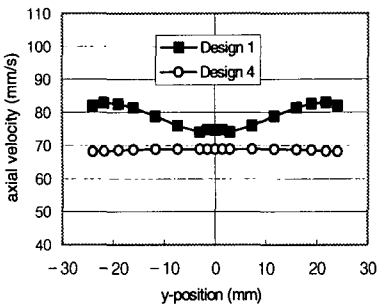
(a) Definition of three reference lines



(b) Comparison of outlet velocity along AA line



(c) Comparison of outlet velocity along BB line



(d) Comparison of outlet velocity along CC line

Fig. 13 Comparison of outlet velocity at the outlet

Table 1에 금형설계에 따른 해석결과를 비교하였다. 이 중 4번째 설계안의 경우, 즉 포트홀의 크기를 수정한 경우가 가장 좋은 결과를 보였으며, 따라서 이에 대하여 3개의 부영역으로 해석을 수행하여 해석결과를 초기 설계의 경우와 비교하였다. 보다 정량적인 비교를 위해 출구부의 여러 단면에 대한 속도분포를 Fig. 13에 도시하였다. 각각의 그림을 비교해보면 수정된 금형에 의한 해석결과와 초기설계의 경우보다 출구부의 속도편차가 현저하게 줄어들어 전 단면에 걸쳐 거의 균일한 속도분포를 보임을 알 수 있다.

접합용접현상은 제품의 물성 및 품질면에서 고려할 필요가 있으나 본 논문에서는 논문의 목적상을 포함하지 않았으며 추후연구에서 이를 감안할 계획이다.

5. 결론

이상으로 본 연구에서는 포트홀 금형을 사용한 증공형 압출공정의 유한요소해석에 있어서 보다 효율적인 계산을 위해 영역분할에 의한 격자세분화 기법을 적용하였으며, 결과적으로 해석시간을 획기적으로 단축할 수 있었다. 이를 사용하여 포트홀 금형을 사용한 '日'자 형상의 압출공정의 성형해석을 수행하였으며, 보다 균일한 유동특성을 얻기 위해 금형설계를 수정하고 성형해석을 수행함으로써 개선된 유동특성을 확인할 수 있었다. 또한 이러한 과정에서 포트홀의 위치 및 크기 등 금형설계의 수정에 따른 유동의 변화를 효율적으로 비교하기 위해 분할된 부영역에 대한 다단계 해석기법을 성공적으로 적용하였다.

향후에는 이러한 연구결과를 바탕으로 산업현장에서 금형설계 과정에서 많은 어려움을 겪고 있는 복잡한 증공형 형강재의 압출공정의 금형설계 및 검증과정에 효과적으로 적용할 수 있을 것으로 전망된다.

후 기

본 연구는 고속전철 기술개발사업인 "고강도 알루미늄 형강재 압출기술개발"과제의 일환으로 (주)동양강철의 지원을 받아 수행된 것으로서 관계자 여러분께 감사드립니다

참고문헌

- (1) Schwarz, H. A., 1870, "Über enen Grenz Bergang Durich Alternirender Verfahren," *Ges. Math. Abhandlungen*, Bd. 1, Berlin, 133 ~ 143.
- (2) Rodrigue, G., and Shah, S., 1989, "Pseudo-Boundary Conditions to Accelerate Parallel Schwarz Methods," in G. F. Carey eds. in *Parallel supercomputing: method, algorithm and applications*, Wiley, New York, pp. 77 ~ 88.
- (3) Funaro, D., Quarteroni, A., and Zanolli, P., 1988, "An Iterative Procedure with Interface Relaxation for Domain Decomposition Methods," *SIAM J. Numer. Anal.* Vol. 25, 1213 ~ 1236.
- (4) Dryja, M., and Widlund, O., 1992, "Additive Schwarz Methods for Elliptic Finite Element Problems in Three-Dimensions," in Chan, T.F. Keyes, D.E. Meurant, G.A. Scroggs, J.S. and Voight, R.G. (Ed.), *Proc. 5th Conf. Domain Decomposition Meths. for Partial Differential Equations*, Soc. Indust. Appl. Math., Philadelphia.
- (5) Zhang, X. Q., Lam, Y. C., and Devadas, C., 1993, "Progress in Numerical Simulation of Extrusion of Aluminum Sections," *Proc. 4th Int. Conf. Tech. Plasticity*, pp. 16 ~ 21.
- (6) Mooi, H. G., and Huetink, J., 1995, "Simulation of Complex Aluminum Extrusion using an Arbitrary Eulerian Lagrangian Formulation," *Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. Indust. Forming Processes*, pp. 869 ~ 874.
- (7) Lee, C. H., and Kobayashi, S., 1973, "New solution to rigid plastic deformation using a matrix method," *ASME, J. of Engng. for Industry*, Vol. 95, 865 ~ 873.
- (8) Park, K., and Yang, D.Y., 1999, "Mismatching Refinement with Domain Decomposition for the Analysis of Three-Dimensional Extrusion Processes" accepted for publication in *Int. J. Numer. Meth. Engng.*
- (9) Laue, K., and Stenger, H., 1976, *Extrusion: Processes, Machinery, Tooling*, American Society for Metals, Metals Park, Ohio.
- (10) Akeret, R., 1992, "Extrusion Welds - Quality Aspects are Now Center Stage", *Proc. of 5th Aluminum Extrusion Technology Seminar*, Vol. 1, pp. 319 ~ 336.