

변동하중하에서 고강도 알루미늄 합금의 피로수명 예측

심동석* · 김강범* · 김정규**
(1999년 12월 22일 접수)

Fatigue Life Prediction for High Strength Al-alloy under Variable Amplitude Loading

Dong-Suk SHIM, Kang-Beom KIM and Jung-Kyu KIM

Key Words: Fatigue Crack Growth(피로균열진전), Variable Amplitude Loading(변동하중), Random Variable(랜덤 변수), Retardation Coefficient(지연계수), Variability(변동성), Normal Distribution(정규분포)

Abstract

In this study, to investigate and to predict the crack growth behavior under variable amplitude loading, crack growth tests are conducted on 7075-T6 aluminum alloy. The loading wave forms are generated by normal random number generator. All wave forms have same average and RMS(root mean square) value, but different standard deviation, which is to vary the maximum load in each wave. The modified Forman's equation is used as crack growth equation. Using the retardation coefficient D defined in previous study, the load interaction effect is considered. The variability in crack growth process is described by the random variable Z which was obtained from crack growth tests under constant amplitude loading in previous work. From these, a statistical model is developed. The curves predicted by the proposed model well describe the crack growth behavior under variable amplitude loading and agree with experimental data. In addition, this model well predicts the variability in crack growth process under variable amplitude loading.

1. 서론

기계·구조물에 발생하는 피로균열의 진전에 대한 연구는 주로 일정진폭하중 및 다단 블록 형식의 단순한 하중파형하에서 행하여져왔다. 그러나 기계·구조물은 다양하게 변동하는 하중을 받고 있으며 이러한 하중에서 균열진전거동은 과대하중에 의한 균열진전지연 및 하중이력에 따른 하중간섭효과에 의하여 상당한 변화를 나타낸다. 따라서 기계·구조물의 피로수명을 정확히 예측

하기 위해서는 변동하중하에서의 피로균열진전거동의 변화를 고찰하고 이를 고려한 피로수명의 예측방법이 요구된다.

변동하중하에서 피로수명의 예측은 특성 응력 확대계수(characteristic K)법과 하중 대 하중(cycle by cycle)법으로 행하여져 왔다. 특성 응력 확대계수법은 하중파형의 RMS(root mean square) 값을 이용하여 변동하중을 일정진폭하중으로 변환하고, 이에 의하여 피로수명을 예측한다.⁽¹⁻²⁾ 이 방법은 간편하지만 하중간섭효과를 고려할 수 없으므로 하중파형에 따라서는 수명예측이 불가능한 경우도 있다.

하중 대 하중법은 하중이력에 따른 균열단합의 변화를 고려하여 유효응력확대계수를 계산하고 균열진전을 예측한다. Schijve⁽³⁾는 Elber⁽⁴⁾의 균열단합 모델에 근거하여 비행하중하에서 균열단합

* 회원, 한양대학교 대학원

** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : kimj@email.hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0442 FAX : (02)2291-6707

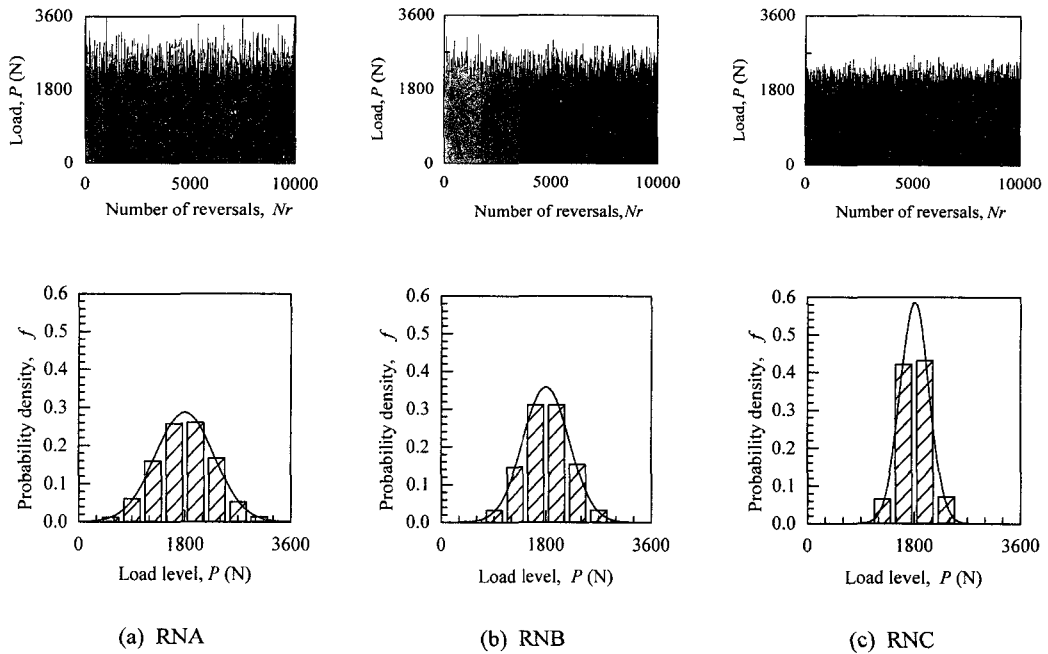


Fig. 1 Wave forms and probability density

양의 변화를 측정하고 균열진전을 예측하였다. 그러나 이 모델은 변동하중에서 균열단힘의 측정이 어렵고, 제안된 모델이 정상 변동하중(stationary variable amplitude loading)에만 적용된다는 제한이 따른다. Johnson⁽⁵⁾은 Willenborg⁽⁶⁾의 압축잔류응력 모델을 이용하여 변동하중하에서 유효응력확대계수를 계산하고 현상학적인 하중간섭모델을 제안하였다. 그리고 Newman⁽⁷⁾은 Dugdale⁽⁸⁾모델에 근거하여 균열선단에서 잔류 소성변형으로 인한 균열열림응력의 변화를 계산하고 해석적인 균열진전 모델을 제시하였다. 이들의 모델은 변동하중하에서 균열진전거동을 비교적 잘 예측하고 있다. 그러나 수명예측을 위한 계산이 매우 복잡하고, 예측된 피로수명이 응력 상태에 민감하게 변한다.

한편, 동일한 하중조건에서도 피로균열진전에는 많은 변동성이 존재함이 보고되고 있다. 이는 일정 진폭하중에서 주로 연구가 이루어져왔으며, 이에 대한 다양한 예측모델이 제시되고 있다. Bogdanoff, Kozin 등은 마르코프 연쇄를 이용한 순수 확률론적 방법⁽⁹⁻¹¹⁾으로 균열진전의 변동성을 예측하였고, Lin, Ortiz, Yang 등은 선형탄성파괴역학에 근거하여 균열진전의 변동성을 묘사하였다.⁽¹²⁻¹⁵⁾

그러나 변동하중하에서 피로균열진전의 변동성에 대한 연구는 극히 적은 실정이다. Dominguez 등⁽¹⁶⁾은 변동하중하에서 균열진전의 변동성에 대하여 고찰하고, 최대하중이 균열진전에 가장 큰 영향을 미친다고 보고하였다. 그러나 변동하중하에서 균열진전의 변동성을 고려한 균열진전 모델은 제시하지 않았다.

본 연구에서는 변동하중하에서 균열진전의 변동성을 고려한 통계적 균열진전 모델을 확립하기 위하여, 균열진전실험을 행하고 이를 고찰하였다.

2. 실험방법

2.1 재료 및 시험편

사용된 재료는 항공기 구조용으로 사용되고 있는 7075-T6 고강도 알루미늄 합금이며, 이 재료의 기계적 성질 및 화학적 조성은 전보^(17,18)와 같다. 시험편은 ASTM E647-95⁽¹⁹⁾에 따른 폭(W)이 50.8 mm인 CT(compact tension)형이며 시험편의 두께는 9.8 mm 이다. 또한 시험편의 채취 방향은 압연 방향과 부하 방향이 평행하고 균열 진전 방향이 이에 수직인 L-T방향이다.

2.2 피로시험

변동하중하의 피로균열진전 시험은 상온의 대기 중에서 유압서어보식 피로시험기에 마이크로 컴퓨터를 사용한 제어시스템을 구성하고 변동하중하의 피로균열진전 시험을 행하였다.

변동하중파형은 Box-Muller법⁽²⁰⁾을 이용한 정규난수 발생기구를 사용하여 구성하였다. 평균을 동일하게 하고 표준편차를 달리하여 하중파형의 최대값이 달라지도록 기본파형을 만들었다. 각각의 파형은 10,000 rev로 구성되며 표준편차의 크기 순서로 RNA, RNB, 그리고 RNC라 명명하였다. 구성된 각 파형과 이의 확률 밀도는 Fig. 1과 같으며, Table 1은 각 파형의 확률적 특성을 정리한 것이다. Fig. 1에 보이는 바와 같이 모든 파형은 정규분포를 따르고 있으며, 표준편차가 감소함에 따라 하중의 산포가 줄어들고 최대하중이 감소한다. 그러나 Table 1에 보이는 바와 같이 각 파형의 평균과 RMS값은 일치하고 있다.

이렇게 구성된 기본파형이 반복되도록 제어시스템에 입력하고, 각 하중파형에 대하여 각각 6개의 동일한 시험편에 균열진전 시험을 행하였다. 균열길이는 화상분석 시스템을 이용하여 균열길이가 0.2 mm 증가할 때마다 측정하였다.

3. 실험결과 및 고찰

3.1 균열진전거동

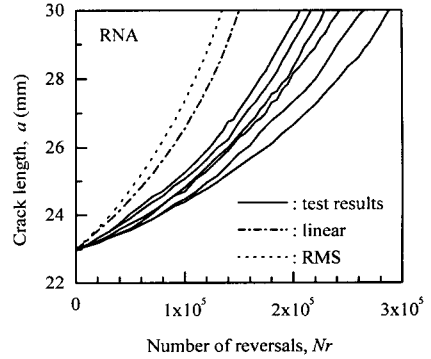
Fig. 2는 변동하중하에서 균열길이 a 와 리벌셀 수 N_r ($2N$)의 관계를 나타낸 것이다. (a)는 RNA, (b)는 RNB 그리고 (c)는 RNC 파형에서의 균열진전 실험결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 동일한 하중파형임에도 불구하고 $a-N_r$ 곡선에는 변동성이 나타나고 있다. 이는 일정진폭하중하의 균열진전 실험결과⁽¹⁷⁾에서 나타나는 바와 같이 재료의 불균질성에 기인한 균열진전의 변동성이 변동하중하의 균열진전과정에서도 동일하게

Table 1 The probabilistic properties of wave forms

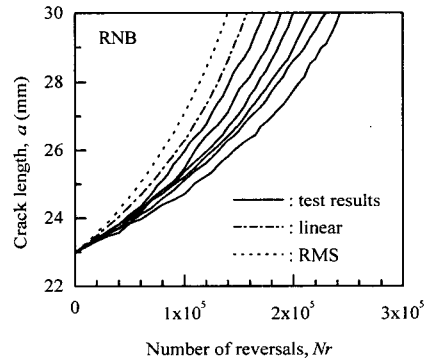
Wave	E[P _{peak}] (N)	[P _{peak}] _{RMS} (N)	σ [P _{peak}]	P _{max} (N)
RNA	1797	1865	500	3569
RNB	1799	1843	400	3122
RNC	1807	1824	245	2655

나타나기 때문에 사료된다.

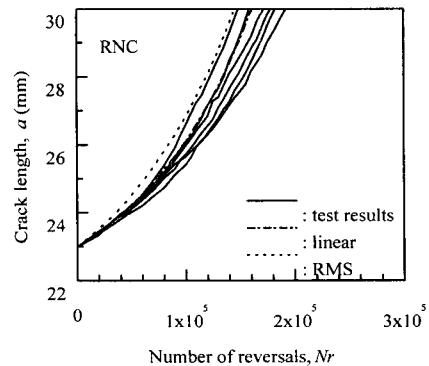
그리고 그림에서 점선은 선형누적법칙을 이용하여 균열진전을 예측한 결과이고 일점쇄선은 RMS값을 적용하여 예측한 결과이다. 그림에서



(a) RNA



(b) RNB



(c) RNC

Fig. 2 a-N_r curves under variable amplitude loading

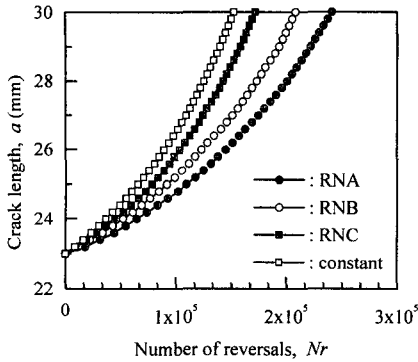


Fig. 3 Comparison of average $a-N_r$ curves under constant loading and variable amplitude loadings

보는 바와 같이 예측결과는 균열진전의 변동성을 묘사하고 있지 못할 뿐만 아니라 균열진전의 평균적인 거동도 예측하지 못하고 있다. 이는 변동하중에서 나타나는 과대하중에 의한 균열진전의 지연거동을 고려하지 못했기 때문이다.

Fig. 3은 균열진전에 대한 과대하중의 영향을 고찰하기 위하여 실험결과를 평균하여 일정진폭하중하의 균열진전 실험결과와 함께 나타낸 것이다. 일정진폭하중은 최대하중이 변동하중파형의 평균인 1800N이고 응력비는 0이다. 그림의 결과는 15개 시험편에 대한 결과를 평균한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 변동하중하에서 균열진전 곡선은 일정진폭하중에서의 균열진전 곡선보다는 완만하다. 이러한 경향은 표준편차가 크고 과대하중이 큰 RNA 파형에서 가장 현저하며, 표준편차가 작고 과대하중이 작은 RNC 파형으로 갈수록 일정진폭하중의 실험결과에 근접해가고 있다. 이는 과대하중의 크기가 증가하면 이에 따르는 소성영역의 크기가 증가하고 균열진전에 대한 저항이 증가하여 균열진전속도가 감소하기 때문이다. 따라서 변동하중에서의 피로수명을 예측하기 위해서는 과대하중에 의한 지연거동을 정확히 수식화하고 과대하중의 크기에 따른 지연의 양을 정량적으로 표현하는 것이 요구된다.

3.2 균열진전 지연 모델

과대하중에 의한 지연거동을 예측하기 위한 모델로는 Elber의 균열닫힘모델,⁽⁴⁾ Wheeler의 소성영역모델⁽²¹⁾과 Willenborg의 압축잔류응력모델⁽⁶⁾ 등

이 제시되고 있다. 그러나 이들이 제시한 모델로는 지체 지연을 포함한 균열진전의 지연과정을 묘사하기 어렵다.

전보⁽¹⁸⁾에서 저자 등은 Lu와 Li의 실험적인 지연모델⁽²²⁾에 근거하여 새로운 균열진전 지연 모델을 제시하였다. 제시된 모델은 지체지연을 포함하는 균열진전의 지연과정을 묘사할 수 있고 과대하중에 의한 지연의 양을 정량화 할 수 있다는 장점이 있다. 따라서 전보에서 제시한 지연모델을 이용하여 변동하중에서 과대하중에 의한 지연거동을 평가하였다.

과대하중에 의한 균열진전 지연의 양을 나타내는 지연계수 D 는 다음과 같이 일정진폭하중에서의 균열진전속도 $(da/dN)_{ca}$ 와 지연시의 균열진전속도 $(da/dN)_{retard}$ 의 대수비로 정의된다.

$$D = \log \left(\frac{da}{dN} \right)_{ca} / \log \left(\frac{da}{dN} \right)_{retard} \quad (1)$$

과대하중의 부하가 없는 경우에는 $D = 1$ 이고 과대하중의 영향이 나타나는 영역에서는 $D < 1$ 이다.

과대하중의 부하 후에 균열진전속도는 선형적으로 감소하여 최대 지연이 발생한 후, 서서히 증가하여 과대하중이 가해지기 이전의 상태에 도달한다. 이렇게 과대하중의 영향이 나타나는 영역에서 지연계수 D 는 균열진전 속도의 변화에 따라 Fig. 4 에 보이는 바와 같이 선형적으로 감소하여 최소값 $D_{olmin(i)}$ 에 도달한 후 서서히 증가한다. 그러므로 지연계수 D 는 최대 지연이 일어나는 위치 $a_{olmin(i)}$ 를 경계로 지체지연부에서는 선형함수로, 지연부에서는 타원함수로 다음과 같이 수식할 수 있다.⁽¹⁸⁾

$$D = \frac{D_{olmin(i)} - 1}{a_{olmin(i)} - a_{ol(i)}} (a - a_{ol(i)}) + 1 \quad (a_{ol(i)} \leq a \leq a_{olmin(i)}) \quad (2a)$$

$$D = D_{olmin(i)} + (1 - D_{olmin(i)}) \sqrt{1 - \left(\frac{a_{old(i)} - a}{a_{old(i)} - a_{olmin(i)}} \right)^2} \quad (a_{olmin(i)} < a \leq a_{old(i)}) \quad (2b)$$

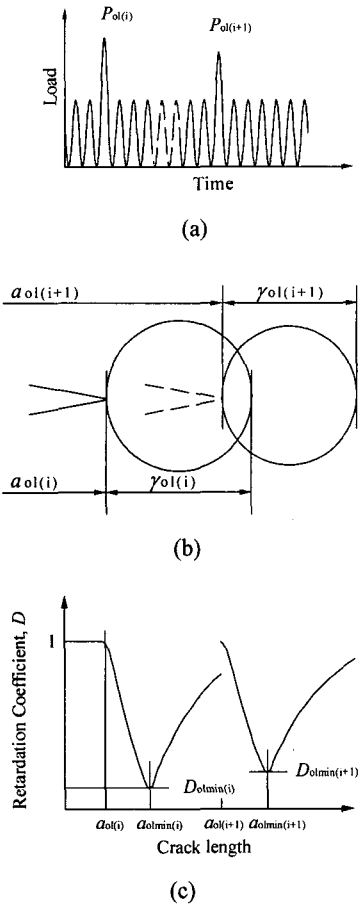


Fig. 4 Schematic illustration for the change of crack growth behavior under variable amplitude loading

여기서, $a_{ol(i)}$ 는 과대하중 $P_{ol(i)}$ 가 발생하는 시점에서의 균열길이이다.

그리고 $a_{old(i)}$ 는 지연이 끝날 때의 균열길이로서 과대하중의 부하시의 균열길이 $a_{ol(i)}$ 와 이로 인한 소성영역 $r_{ol(i)}$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\gamma_{ol(i)} = \frac{1}{\beta\pi} \left(\frac{K_{ol(i)}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (3)$$

여기서 $K_{ol(i)}$ 는 과대하중시의 응력확대계수

이며, σ_{ys} 는 항복강도이다. 그리고 소성영역의 보정계수 β 는 전보⁽¹⁸⁾에서 실험을 통하여 구한 2.5로 평가하였다. 이는 본 연구에 사용된 시험편의 두께가 9.8 mm이므로 평면변형률조건을 만족하지만 과대하중에 의하여 발생하는 균열진전의 지연은 시험편의 표면에 의하여 지배적인 영향을 받기 때문이다.

과대하중의 영향이 나타나는 영역에서 최대지연이 일어나는 균열길이 $a_{ol\ min(i)}$ 는 7075-T6 알루미늄에 대한 Vardar 와 Yildirim의 보고⁽²³⁾에 따르면 다음과 같다.

$$a_{ol\ min(i)} = a_{ol(i)} + 0.24\gamma_{ol(i)} \quad (4)$$

그리고 이 때의 지연계수 $D_{ol\ min(i)}$ 은 과대하중의 크기에 선형적인 관계를 나타내며 이는 다음과 같다.⁽¹⁸⁾

$$D_{ol\ min(i)} = 1.0325 - 0.0029(\% \text{ O.L.}) \quad (5)$$

$$\% \text{ O.L.} = \frac{P_{ol(i)} - P_{(i)}}{P_{(i)}} \times 100 \quad (6)$$

여기서, $P_{(i)}$ 는 현재의 하중이다.

그리고 과대하중 $P_{ol(i)}$ 에 의하여 발생하는 균열진전의 지연은 Fig. 4에 보이는 바와 같이 새로운 과대하중 $P_{ol(i+1)}$ 이 발생하여 다음의 식이 만족되는 순간까지 지속된다.

$$a_{ol(i+1)} + \gamma_{ol(i+1)} > a_{ol(i)} + \gamma_{ol(i)} \quad (7)$$

식 (7)이 만족되면 균열진전은 새로운 과대하중 $P_{ol(i+1)}$ 의 영향을 받게 된다.

Fig. 5는 이상의 균열진전의 지연 모델로 구성된 각 파형에 대하여 지연계수 D 를 평가한 결과이다. 그림에 보는 바와 같이 지연계수 D 는 하중파형의 변동에 따라 변하는 값을 나타내고 있다. 과대하중의 영향으로 지연계수 D 의 값은 점차 감소하다가 식 (7)을 만족하는 새로운 과대하중이 발생하면 1의 값으로 회복되고 다시 새로

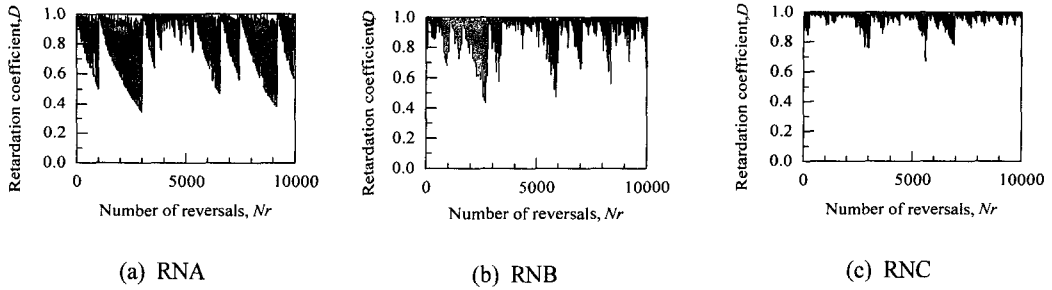


Fig. 5 The changes of retardation coefficient under variable amplitude loadings

은 과대하중의 영향으로 지연계수 D 의 값은 점차 감소한다. 지연계수 D 의 값이 증가하여 과대하중을 부하하기 이전의 상태로 회복되는 부분이 나타나지 못하는 것은 균열의 선단이 이전의 과대하중에 의한 소성영역을 지나기 전에 새로운 과대하중이 발생하기 때문이다. 과대하중이 큰 RNA 파형에서는 식 (7)을 만족하는 하중이 큰 값을 나타내므로 지연계수 D 의 값은 작은 값을 나타내고 있다. 따라서 Fig. 3에 보이는 바와 같이 균열의 진전에 지연이 많이 발생하여 균열진전 곡선이 완만하게 증가하는 경향을 나타낸다. 반면에 과대하중이 작은 RNC 파형에서는 지연계수 D 의 값이 1에 근접한 값을 나타내고 있다. 이는 과대하중의 크기가 작으면 $D_{ol\ min}(i)$ 의 값이 1에 근접하기 때문이다. 따라서 과대하중의 크기가 작은 RNC 파형에서 균열의 진전은 Fig. 3에 보는 바와 같이 일정진폭하중하의 균열진전에 근접하는 경향을 나타낸다.

3.3 변동성을 고려한 균열진전의 예측

균열진전 거동을 예측하기 위해서 요구되는 균열진전식은 응력확대계수폭 ΔK 에 대한 균열진전속도 da/dN 의 관계로 정의된다. 대수그래프에서 응력확대계수폭의 증가에 따라 균열진전속도는 완만한 S자 형태의 비선형적인 증가를 나타내고 재료의 불균질성에 따라 많은 변동성이 존재한다. 이는 전보(17)에 보고한 바와 같이 다음의 식으로 잘 표현된다.

$$\frac{da}{dN} = Z \cdot \frac{C(\Delta K - K_0)^m}{(1 - R)K_c - \Delta K} \quad (8)$$

여기서, R 는 응력비, C , m 은 재료상수이고, K_c 는 피로파괴인성이며, K_0 는 응력확대계수범위의 초기 값으로, 이 이하의 값에서는 균열의 진전이 일어나지 않는다. 사용된 시험편에 대한 이의 값은 전보(17)의 결과를 이용하였다.

식 (8)에서 랜덤변수 Z 는 재료의 불균질성으로 인한 균열진전의 변동성을 나타내며, 이에 대수를 취한 $\log Z$ 는 잔차값(residual)으로 평균이 0이고 정규분포에 따른다. 재료의 불균질성에 따른 균열진전의 변동량은 $\log Z$ 의 분산에 의하여 정량적으로 평가된다. 이의 값은 시험편의 두께가 증가함에 따라 지수적으로 감소하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.(11)

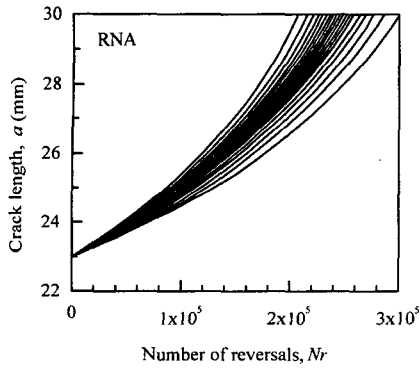
$$\sigma_{\log Z}^2 = p \cdot B^q \quad (9)$$

여기서 p 와 q 는 재료상수로 본 연구에 사용된 재료에서는 $p=0.0143$, $q=-0.792$ 이다.

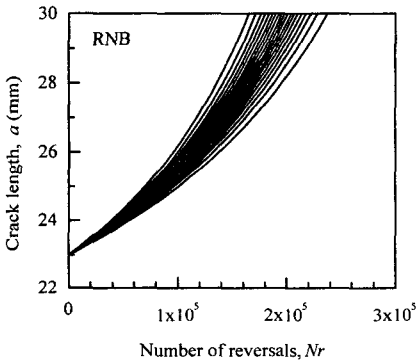
식 (9)에 의하여 임의의 두께에 따른 $\log Z$ 의 분산을 구하면 균열진전 및 피로수명의 변동을 예측할 수 있다. 먼저 Z 의 r 백분위수(percentile)인 Z_r 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} r &= 1 - \Phi \left[\frac{\log Z_r - \mu_{\log Z}}{\sigma_{\log Z}} \right] \\ &= 1 - \Phi \left[\frac{\log Z_r}{\sigma_{\log Z}} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

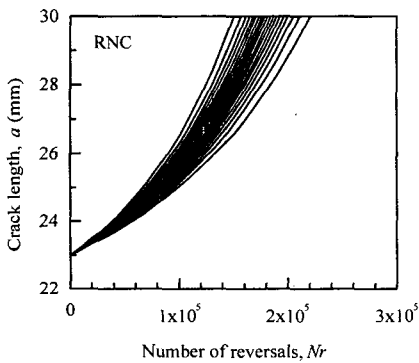
$$\log Z_r = \sigma_{\log Z} \cdot \Phi^{-1} [1 - r] \quad (11)$$



(a) RNA



(b) RNB



(c) RNC

Fig. 6 $a-N$ curves simulated by the proposed statistical model

$$Z_r = 10^{\sigma_{\log Z} \cdot \Phi^{-1}[1-r]} \quad (12)$$

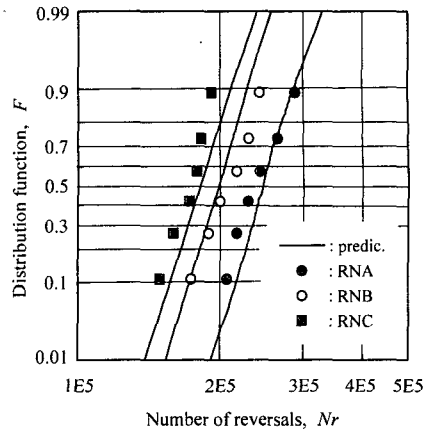


Fig. 7 Distribution of number of reversals predicted by the proposed model

여기서 Φ 는 표준 정규분포함수이다.

식 (12)에서 얻어진 Z_r 를 식 (8)에 대입하고, 과대하중의 영향을 고려하기 위해서 지연계수의 정의를 이용하여 균열진전식을 정리하면

$$\frac{da}{dN} = \left(Z_r \cdot \frac{C(\Delta K - K_o)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \right)^{1/D} \quad (13)$$

이다.

이를 수치 적분하면 피로수명은

$$N = \int_{a_o}^{a_f} \left(\frac{1}{Z_r} \cdot \frac{(1-R)K_c - \Delta K}{C(\Delta K - \Delta K_o)^m} \right)^{1/D} da \quad (14)$$

이다.

Fig. 6은 Z_r 를 5%에서 95%까지 5%간격으로 구하여 균열진전을 예측한 결과이다. 그림에 보이는 바와 같이 예측된 결과는 모두 Fig. 2의 실험결과와 일치하는 경향을 나타내고 있다. 이는 일정진폭하중의 균열진전 실험으로부터 얻어진 $\log Z$ 의 분산이 균열진전의 변동량을 잘 평가하고 있으며 단일과대하중의 실험으로부터 얻어지는 지연계수 D 가 과대하중으로 인한 균열진전의 지연을 잘 묘사하고 있지 때문이다.

Fig. 7은 Z_r 에 따른 피로수명의 확률분포를 나타낸 것이다. 피로수명은 균열길이가 30 mm에

도달할 때까지의 하중반복수이다. 그림에 보이는 바와 같이 실험결과는 예측된 확률분포곡선에 잘 일치하고 있다. 따라서 제시된 균열진전 모델은 변동하중하에서 균열진전의 변동성에 기인한 피로수명의 확률분포는 잘 예측한다고 할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 7075-T6 알루미늄 합금에 대하여 변동하중하에서 피로균열진전시험을 행한 후, 균열진전에 대한 확률론적 모델을 제시하고 균열진전거동 및 피로수명을 예측하였다. 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 변동하중하에서 균열길이 a 와 리벌설수 N_r 의 관계를 나타내는 $a-N_r$ 곡선에는 변동성이 나타나고, 균열진전속도는 최대하중에 의하여 지배적인 영향을 받는다.

(2) 인장의 과대하중은 커다란 소성영역을 형성하고 뒤따르는 작은 진폭의 하중에 영향을 미친다. 이로 인한 지연현상은 단일과대하중에 의한 지연계수 D 에 의하여 잘 수식화될 수 있다.

(3) 일정진폭하중의 피로시험에서 얻어지는 변동계수 Z 의 확률적 성질을 이용하면 변동하중에서의 균열진전의 변동성을 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \left(\frac{1}{Z_f} \cdot \frac{(1-R)K_c - \Delta K}{C(\Delta K - \Delta K_0)^m} \right)^{1/D} da$$

이로부터 얻어진 피로수명의 확률분포는 실험 결과와 잘 일치하였다.

후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학분야 : ME 96-C-25)에 의하여 수행된 연구결과의 일부이며, 이에 관계자 여러분들께 감사드리는 바입니다.

참고문헌

(1) Barsom, J. M., 1976, "Fatigue Crack Growth under Variable-Amplitude Loading in Various

Bridge Steel," *ASTM STP* 595, pp. 217~235.
 (2) Hudson, C. M., 1981, "A Root-Mean-Square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading," *ASTM STP* 748, pp. 41~52.
 (3) Schijve, Jaap, 1980, "Prediction Methods for Fatigue Crack Growth in Aircraft Material," *ASTM STP* 700, pp. 3~34.
 (4) Elber, W., 1971, "The Significance of Fatigue Crack Closure," *ASTM STP* 486, pp. 230~242.
 (5) Johnson, W. S., 1981, "Multi-Parameter Yield Zone Model for Predicting Spectrum Crack Growth," *ASTM STP* 748, pp. 85~102.
 (6) Willenborg, J., Engle, R. M. and Wood, H. A., 1971, "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept," AFFDL-TM-71-1-FBR.
 (7) Newman, Jr., J. C., 1981, "A Crack-Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth under Aircraft Spectrum Loading," *ASTM STP* 748, pp. 54~84.
 (8) Dugdale, D. S., 1960, "Yielding in Steel Sheets Containing Slits," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, No. 2, pp. 100~104.
 (9) Bogdanoff, J. L., 1978, "A New Cumulative Damage Model-Part 1," *Journal of Applied Mechanics, Trans. of the ASME*, Vol. 45, pp. 246~250.
 (10) Bogdanoff, J. L., and Kozin, F. 1982, "On Nonstationary Cumulative Damage Models," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 37~42.
 (11) HUA ZHAO, 1993, "An Improved Probabilistic Model of Fatigue Crack Growth," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 46, No. 5, pp. 773~780.
 (12) Yang, J. N., Salivar, G. C., and Annis, Jr., C. G., 1983, "Statistical Modeling of Fatigue Crack Growth in a Nickel-Based Superalloy," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 2, pp. 257~270.
 (13) Lin, Y. K. and Yang, J. N., 1985 "A Stochastic Theory of Fatigue Crack Propagation," *AIAA JOURNAL*, Vol. 23, No. 1, pp. 117~124.
 (14) Ortiz, K., and Kiremidjian, A. S., 1986, "Time

- Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 24, No. 5, pp. 657~675.
- (15) Ortiz, K., and Kiremidjian, A. S., 1988, "Stochastic Modeling of Fatigue Crack Growth," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 29, No. 3, pp. 317~334.
- (16) Dominguez, J., Zapatero, J. and Pascual, J., 1997, "Effect of Load Histories on Scatter of Fatigue Crack Growth in Aluminum Alloy 2024-T351," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 56 No. 1, pp. 65~76.
- (17) 김정규 · 심동석, 1998, "두께변화에 따른 피로균열진전의 변동성에 대한 확률론적 해석," *대한기계학회논문집(A)*, 제22권, 제8호, pp. 1523~1532.
- (18) 심동석 · 김정규, 1999, "단일과대하중하에서 피로균열진전지연거동 및 지연수명의 확률론적 해석," *대한기계학회논문집(A)*, 제23권, 제7호, pp. 1164~1172.
- (19) "Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates," *ASTM E647-95*.
- (20) Box, G. E. P. and Muller, M. E., 1958, "A Note on the Generation of Random Normal Deviates," *Ann. Math. Stat.*, Vol. 29, pp. 610~611.
- (21) Wheeler, O. E., 1972, "Spectrum Loading and Crack Growth," *J. of Basic Eng., Trans. ASME*, D, Vol. 94, pp. 181~186.
- (22) Lu Yichi and Li Kangxian, 1993, "A New Model for Fatigue Crack Growth after a Single Overload," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 46, No. 5, pp. 849~856.
- (23) Vardar O. and Yildirim N., 1990, "Crack Growth Retardation due to Intermittent Overloads," *International Journal of Fatigue*, Vol. 12, No. 4, pp. 283~287.