

기구학적 조인트에서 마찰력을 고려한 구속 다물체계의 역동역학 해석

박정훈* · 유흥희** · 황요하*** · 배대성**
(1999월 12월 8일 접수)

Inverse Dynamic Analysis of Constrained Multibody Systems Considering Friction Forces on Kinematic Joints

Jung Hun Park, Hong Hee Yoo, Yoha Hwang and Dae Sung Bae

Key Words: Inverse Dynamic Analysis(역동역학 해석), Stiction(고착), Sliding(미끄럼), Kinetic Friction Coefficient(운동 마찰계수), Static Friction Coefficient(정지 마찰계수), Constrained Multibody System(구속 다물체계)

Abstract

A method for the inverse dynamic analysis of constrained multibody systems considering friction forces acting on kinematic joints is presented in this paper. The stiction and the sliding which represent zero and non-zero relative motions are considered during the inverse dynamic analysis. Actuating forces to control the position or the orientation of constrained multibody systems are usually calculated in the inverse dynamic analysis. An iterative procedure need to be employed to calculate the actuating forces when the friction is considered. Furthermore, the actuating forces are not uniquely determined during the stiction. These difficulties are resolved by the method presented in this paper.

1. 서 론

구속 다물체계에 작용하는 외력이 주어진 경우 계의 거동은 운동방정식을 풀어 구할 수 있다. 이 과정을 정동역학 해석(forward dynamic analysis)이라 한다. 이와는 달리 다물체계의 거동이 주어지고 주어진 거동을 추종하기 위해 계에 작용되어야 하는 외력(이후 구동력 또는 구동토크라 칭함)을 구하는 과정을 역동역학 해석(inverse dynamic or kinetostatic analysis)이라 한다. 정동역학은 주로 다물체계의 거동 해석에 사용되는 반면 역동역학은 로봇에 사용되는 구동기의

용량결정과 같은 설계에 주로 사용된다.

기구학적 조인트에 마찰이 작용하는 경우 마찰력에 의한 가속도의 불연속, 자유도의 변화 그리고 조인트에서의 수직반력과 마찰력간의 연성에 의해⁽¹⁾ 해석상 어려움이 야기된다. 마찰력이 계에 작용하는 경우, 두 강체간의 상대운동이 없는 고착(stiction) 또는 상대운동이 존재하는 미끄럼(sliding)이⁽¹⁾ 발생한다. 두 강체가 미끄러지는 경우 두 강체에 운동 마찰력이 작용하고 고착되는 경우 정지 마찰력이 작용한다. 고착과 미끄럼간의 천이단계에서 운동 마찰력과 정지 마찰력간의 불연속에 의해 계의 가속도의 불연속이⁽²⁾ 야기된다. 또한 두 강체간의 조인트에서 고착이 발생할 경우 강체간의 상대운동을 제한하기 위한 구속방정식이⁽¹⁾ 사용되고 구속방정식의 도입으로 인해 미끄럼이 발생할 경우에 비해 자유도가 감소한다. 조인트에 마찰이 작용할 경우 마찰력은 조인트에서의 수직반력의 함수로 표현되어 마찰력과

* 회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo@email.hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0446 FAX : (02)2293-5070

*** 한국과학기술연구원 트라이볼로지 연구센터

수직반력이 서로 연성된다. 수직반력은 라그랑지 승수와 구속방정식의 자코비안 행렬을 이용하여 구할 수 있다. 하지만 마찰력에 의한 일반력은 수직반력의 함수로 표현되므로 라그랑지 승수는 마찰력에 의한 일반력과 연성되어^(1,2) 운동방정식을 바로 풀 수 없다.

마찰이 작용하는 계의 정동역학과 관련한 연구로 Haug 등은⁽¹⁾ 회전 조인트 등과 같은 기구학적 조인트에 마찰이 작용하는 경우 정동역학 해석을 수행하였으며 마찰에 의한 고착과 미끄럼을 고려하였다. 참고문헌 [3]에서는 마찰력을 고려하기 위해 두 강체간의 상대변위와 상대속도를 이용하여 마찰력을 선형 및 비선형 스프링으로 간단히 모델링 하였다. 이 방법은 마찰의 고려가 편리하지만 두 강체가 접촉하는 점에서의 상대 운동이 일어나지 않는 고착현상을 정확하게 표현할 수 없는 단점을 지닌다. 기존의 연구를 통하여 마찰이 작용하는 경우, 정동역학 해석이 수행되어 왔으나 마찰이 작용하는 계의 역동학 해석은 아직 수행되지 않았음을 알 수 있다.

역동역학과 관련된 기존의 연구들은 참고문헌 [4]와 [5]에 나타나 있다. 기존의 해석방법들은 확장 라그랑지 운동 방정식(augmented Lagrange equations of motion)에 기초하고 있으며 운동방정식을 풀어 구동력을 계산한다. 기존의 방법들에서는 조인트에 작용하는 마찰이 구동력의 결정에 미치는 영향을 고려하지 않는다.

본 논문의 목적은 기구학적 조인트에 작용하는 마찰을 고려한 역동역학 해석 알고리즘을 제안하는데 있다. 본 논문에서 제안한 방법은 마찰에 의한 고착과 미끄럼을 고려한다. 고착과 미끄럼간의 자유도 변화에 의한 수치적 문제를 극복하기 위해 미끄럼 뿐만 아니라 고착이 일어날 경우에도 미끄럼이 일어나는 경우의 운동방정식을 이용한다. 두 개의 수치예제에 대한 역동역학 해석을 통해 제안된 해석방법에 의한 해석결과의 정확성과 해석방법의 효과성을 보였다. 해석결과의 정확성은 정동역학 해석을 통해 구한 계의 거동을 재현하기 위해 역동역학 해석을 통해 구한 구동력과 정동역학 해석에 사용된 구동력과의 비교를 통해 검증하였다. 또한 조인트에 마찰이 작용하는 경우와 작용하지 않는 경우, 역동역학 해석

을 통해 구한 구동력의 차이가 크게 발생함을 보였다.

2. 본 론

2.1 운동방정식 유도

구속 다물체계의 거동을 표현하기 위해 사용되는 n 개의 일반좌표 q 는 다음과 같다.

$$q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T \quad (1)$$

계를 구성하는 강체간의 상대 운동을 제한하기 위해 사용되는 기구학적 조인트에 의한 독립 구속방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_m]^T = 0 \quad (2)$$

여기서 하첨자 m 은 독립 구속방정식의 개수를 의미한다. 구속 다물체계의 운동방정식은 다음과 같은 확장 라그랑지 운동방정식으로 표현된다.

$$M\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = Q \quad (3)$$

위 식에서 M 은 질량 행렬로 $n \times n$ 의 크기를 갖고 일반좌표의 함수로 표현된다. Φ_q 는 일반좌표에 대한 구속 방정식의 자코비안 행렬을 나타내고 $m \times n$ 의 크기를 갖는다. \ddot{q} , λ 그리고 Q 는 각각 가속도 벡터, 라그랑지 승수 벡터, 그리고 일반력 벡터를 의미하고 $n \times 1$, $m \times 1$ 그리고 $n \times 1$ 의 크기를 갖는다. 식 (3)에서 일반력 벡터는 다음과 같이 세 개의 성분으로 구성된다.

$$Q = Q^A + Q^F + Q^E \quad (4)$$

여기서 Q^A , Q^F 그리고 Q^E 는 각각 구동기에 의한 일반력, 기구학적 조인트에 작용하는 마찰력에 의한 일반력 그리고 구동기와 조인트에서의 마찰력을 제외한 외력에 의한 일반력을 의미한다.

일반좌표에 대한 구속방정식의 자코비안 행렬을 풀피보팅(full pivoting)하면 n 개의 일반좌표는

m 개의 종속 일반좌표 q_d 와 $n-m$ 개의 독립 일반좌표 q_i 로 아래의 식과 같이 분할된다.

$$q = [q_d^T \quad q_i^T]^T \quad (5)$$

역동역학 해석에 사용되는 운동방정식의 크기를 줄이기 위해 자코비안 행렬의 영공간(null space)인 편속도 행렬 B 를 (참고문헌 [6] 참조) 다음과 같이 정의한다.

$$B = \begin{bmatrix} -\Phi_{q_d}^{-1} \Phi_{q_i} \\ I \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 식에서 Φ_{q_d} 와 Φ_{q_i} 는 각각 종속좌표와 독립좌표에 대한 자코비안 행렬을 의미하고 I 는 단위 행렬을 의미하고 $m \times m$, $m \times (n-m)$ 그리고 $(n-m) \times (n-m)$ 의 크기를 갖는다. 식 (6)에 정의된 편속도 행렬의 전치 행렬을 식 (3)의 양변에 곱하면 다음과 같이 자유도 만큼의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$B^T M \ddot{q} = B^T Q \quad (7)$$

2.2 역동역학 해석

본 연구에서는 계의 거동을 제어하기 위해 사용되는 구동기의 개수는 미끄럼이 발생하는 경우 계의 자유도와 일치한다는 가정을 두었다. 식 (4)를 식 (7)에 대입하면 식 (7)은 다음과 같이 표현된다.

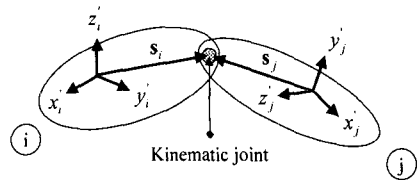
$$B^T Q^A - x = 0 \quad (8)$$

여기서

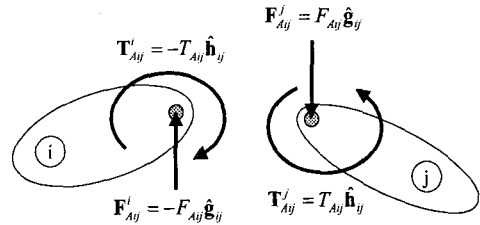
$$x \equiv B^T (M \ddot{q} - Q^F - Q^E) \quad (9)$$

역동역학 해석시 q , \dot{q} , \ddot{q} 그리고 Q^E 는 주어지므로 위의 두 식에서 미지의 구동력의 함수로 표현되는 Q^A 와 미지의 수직반력의 함수로 표현되는 Q^F 를 제외한 행렬들은 상수 행렬로 표현된다.

Fig. 1(a)는 기구학적 조인트로 연결된 강체 i



(a) Two bodies connected with a kinematic joint



(b) Actuating force and torque on the two bodies

Fig. 1 Two bodies connected with a kinematic joint

와 강체 j 를 보여준다. 그림에서 $x_k - y_k - z_k$ ($k=i, j$)는 강체 k 에 고정된 좌표계를 나타내고 s_k 는 강체 k 에 고정된 좌표계의 원점으로부터 기구학적 조인트까지의 위치벡터를 나타낸다. Fig. 1(b)는 강체 i 와 강체 j 에 작용하는 구동력과 구동토크를 보여준다. 그림에서 F_{Aij} 와 T_{Aij} 는 각각 두 강체에 작용하는 구동력과 구동토크의 크기를 의미하고 \hat{g}_{ij} 와 \hat{h}_{ij} 는 각각 조인트에서의 병진과 회전축 방향으로의 단위벡터를 의미한다.

구동기가 강체 i 에 가하는 구동력 F_{Aij}^i 와 구동 토크 T_{Aij}^i 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_{Aij}^i = -F_{Aij} \hat{g}_{ij} \quad (10)$$

$$T_{Aij}^i = -T_{Aij} \hat{h}_{ij} \quad (11)$$

구동기가 강체 j 에 가하는 구동력과 구동토크의 크기는 강체 i 에 가하는 구동력과 구동토크와 동일하나 구동력과 구동 토크는 반대방향으로 작용한다. 구동기가 강체 j 에 가하는 구동력

F_{Aij}^j 와 구동 토크 T_{Aij}^j 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_{Aij}^j = -F_{Aij}^i = F_{Aij} \hat{g}_{ij} \quad (12)$$

$$T_{Aij}^j = -T_{Aij}^i = T_{Aij} \hat{h}_{ij} \quad (13)$$

일반속도로 강체에 고정된 좌표계 원점의 속도와 강체 고정된 좌표계에 대해 표현된 각속도를 사용할 경우 구동력과 구동토크에 의한 일반력 Q_k^A ($k=i, j$)는 다음과 같이 표현된다.

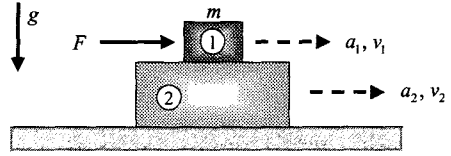
$$Q_i^A = \begin{Bmatrix} -F_{Aij} \hat{g}_{ij} \\ -F_{Aij} \tilde{s}_i A_i^T \hat{g}_{ij} - T_{Aij} A_i^T \hat{h}_{ij} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$Q_j^A = \begin{Bmatrix} F_{Aij} \hat{g}_{ij} \\ F_{Aij} \tilde{s}_j A_j^T \hat{g}_{ij} + T_{Aij} A_j^T \hat{h}_{ij} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

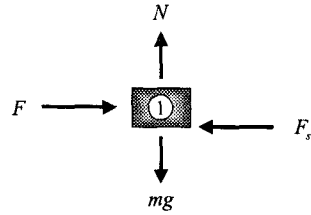
위의 두 식에서 A_k 는 강체 k 에 고정된 기준좌표계의 자세 행렬을, s_k ($k=i, j$)는 $A_k^T s_k$ 를 그리고 \tilde{s}_k 는 s_k 의 교대 행렬(skew symmetric matrix)을 의미한다. 식 (14)와 식 (15)에서 F_{Aij} 와 T_{Aij} 를 제외한 나머지 항들은 역동역학 해석 시 주어지므로 Q_k^A 는 F_{Aij} 와 T_{Aij} 에 대해 선형함수로 표현됨을 알 수 있다. 식 (8)로부터 구동력을 구하기 위한 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$B^T(Q^A)_{F_A} F_A = \chi \quad (16)$$

여기서 F_A 는 구동기에 의한 구동력 및 구동토크를 요소로 갖는 구동력 벡터를 의미하고 $(Q^A)_{F_A}$ 는 F_A 에 대한 Q^A 의 자코비안 행렬을 의미한다. 위 식을 풀어 구동력을 계산하기에 앞서 χ 의 계산에 필요한 Q^F 의 계산이 선행되어야 한다. 하지만 Q^F 는 조인트에서의 수직반력의 함수로 표현되어 바로 구할 수 없다. 수직반력은 아래와 같은 확장 라그랑지 운동방정식을 풀어 구한 라그랑지 승수로부터 구할 수 있다.



(a) System configuration



(b) Free body diagram of body 1

Fig. 2 Simple example of translationally moving contiguous bodies

$$\Phi_q^T \lambda = Q - M \ddot{q} \quad (17)$$

위 식에서 Q 는 Q^F 를 포함하고 있기 때문에 식 (16)과 식 (17)은 서로 연성 되어 있다. 따라서 식 (16)과 식 (17)은 반복적인 방법을 이용하여 동시에 풀어야 한다. 본 연구에서는 식 (16)과 식 (17)을 풀기 위해 고정점 반복법을(참고문헌 [7] 참조) 사용한다.

Fig. 2에 나타난 병진 운동을 하는 두 강체의 간단한 예제를 통해 역동역학 해석 수행 시 고착과 미끄럼이 발생할 경우 구동력을 구하는 해석 방법을 설명한다. 그림에서 m 과 g 는 각각 강체 1의 질량과 중력 가속도를 의미하고 v_k 와 a_k ($k=1, 2$)는 각각 강체 k 의 속도와 가속도를 의미한다. F , F_s 그리고 N 은 구동력, 마찰력 그리고 수직반력을 의미한다. Fig. 2(b)에 보여진 강체 1의 자유물체도로부터 다음과 같은 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$ma_1 = F - F_s \quad (18)$$

위 식으로부터 구동력은 다음과 같이 계산된다.

$$F = ma_1 + F_s \quad (19)$$

강체 1과 강체 2 사이에 상대운동이 존재하는 경우 ($v_1 \neq v_2$) 미끄럼이 발생한다. 이 경우 마찰력 F_s 는 다음과 같이 유일하게 계산된다.

$$F_s = \mu_k N \frac{(v_1 - v_2)}{|v_1 - v_2|} \quad (20)$$

위 식에서 μ_k 는 운동 마찰계수를 의미한다. 두 강체간의 상대운동이 없는 ($v_1 = v_2$) 고착이 발생할 경우 마찰력은 유일하게 결정되지 않고 다음과 같이 구간으로 결정된다.

$$-\mu_s N < F_s < \mu_s N \quad (21)$$

여기서 μ_s 는 정지 마찰계수를 의미한다. 고착이 발생할 경우 식 (21)과 같이 F_s 는 구간으로 결정되고 구동력 F 도 다음과 같이 구간으로 결정된다.

$$ma_1 - \mu_s N < F < ma_1 + \mu_s N \quad (22)$$

접촉하는 두 강체 사이에 고착이 발생할 경우 상대운동을 제한하기 위한 구속방정식의 도입으로 (참고문헌 [1] 참조) 인해 자유도는 미끄럼이 발생할 경우의 자유도보다 작아지고 운동방정식의 크기도 작아진다. 따라서 고착 발생시 구동력을 구하기 위해 미끄럼 발생시의 운동방정식을 바로 사용할 수 없고 이로 인해 해석이 복잡해진다. 본 연구에서는 역동역학 해석 수행시 미끄럼과 고착이 발생하는 두 경우 모두 미끄럼이 발생할 경우의 운동방정식을 사용한다. 미끄럼이 발생할 경우 마찰력 F_s 는 유일하게 주어지고 구동력 역시 유일한 값을 갖는다. 고착이 발생하는 경우 마찰력 F_s 는 식 (21)과 같은 구간의 두 경계값을 각각 미끄럼이 발생하는 경우의 운동방정식에 대입하여 구동력의 경계값을 구한다. 따라서 고착이 발생하는 경우 미끄럼이 발생하는 경우와 동일한 해석방법을 사용하여 구동력을 계산할 수 있다.

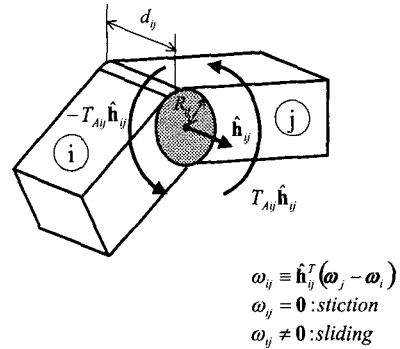


Fig. 3 Two bodies connected with a revolute joint

Fig. 3은 회전 조인트로 연결된 두 강체를 보여준다. 그림에서 ω_{ij} 는 강체 i 에 대한 강체 j 의 회전축 방향으로의 상대 각속도를 나타내고 R_{ij} 와 d_{ij} 는 각각 회전조인트 핀의 반경과 길이를 나타낸다. 두 강체간의 상대회전이 발생하는 미끄럼의 경우 구동 토크는 유일하게 결정된다. 고착이 발생하는 경우 Fig. 2에 나타난 예제의 경우와 같이 구동토크는 구간으로 결정된다.

조인트에 마찰이 작용하는 구속 다물체계의 수치해석 알고리즘은 다음과 같다.:

step 1: 해석을 수행하는 첫 시간 스텝에서의 수직반력의 초기치는 식 (17)에서 마찰력이 무시된 경우 계산된 수직반력이 사용된다. 이전 시간 스텝이 존재하는 경우 수직반력의 초기치는 이전 시간 스텝에서의 값을 사용한다.

step 2: M , B , Q^E 그리고 $(Q^A)_{F_A}$ 와 같이 역동역학 해석 수행시 주어지는 모든 행렬을 계산한다.

step 3: 미끄럼이 발생할 경우 운동 마찰력에 의한 일반력 Q^F 를 계산하고 고착이 발생할 경우 정지 마찰력의 두 경계값에 의한 일반력들을 계산하고 x 을 계산한다.

step 4: 식 (16)을 풀어 구동력 F_A 를 계산한다.

step 5: 이전 반복회수에서 구해진 구동력 벡터와 현재의 반복 회수에서 구해진 구동력 벡터의 변화량이 주어진 허용오차보다 적으면 step 7을 수행하고 아니면 step 6을 수행한다.

step 6: 식 (17)을 풀어 라그랑지 승수 벡터 λ

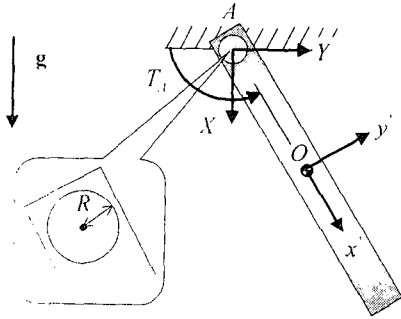


Fig. 4 A simple bar pendulum

Table 1 Inertia properties and initial values of a simple bar pendulum

Inertia properties	
m, J	1.00 [kg], 0.400 [kg·m ²]
Initial values	
r, θ	[0.217 0.125] ^T [m], 0.524 [rad]
$\dot{r}, \dot{\theta}$	[-0.125 0.217] ^T [m/s], 1.00 [rad/s]

를 계산하고 라그랑지 승수 벡터 λ 와 자코비안 행렬 Φ_q 를 이용하여 수직반력 N 을 계산한다. step 3을 수행한다.

step 7: 현재의 시간이 해석 종료시간에 도달하거나 해석 종료시간보다 크면 해석을 종료하고 그렇지 않을 경우 step 1을 수행한다.

3. 수치 예제

Fig. 4는 지면과 회전조인트로 연결된 단진자를 보여준다. 그림에서 $X-Y$ 와 $x-y$ 는 각각 지면과 단진자에 고정된 좌표계를 의미하고 R 은 조인트 핀의 반경을 의미한다. 계에 작용하는 외력으로 단진자의 거동을 제어하기 위해 사용되는 구동기에 의한 구동토크 T_A 와 X 방향으로 중력이 작용한다. Fig. 4에 보여진 계의 정동역학 및 역동역학해석에 사용된 관성 특성치와 초기치들은 Table 1과 같이 주어진다. Table 1에서 m 과 J 는 각각 단진자의 질량과 점 O 에 대한 질량 관성모멘트를 의미하고 r, θ, \dot{r} 그리고 $\dot{\theta}$ 는 각각 단진자의 위치, 자세각, 속도 그리고 각속도를 의미한다. 해석에 사용된 단진자의 길이는 0.5

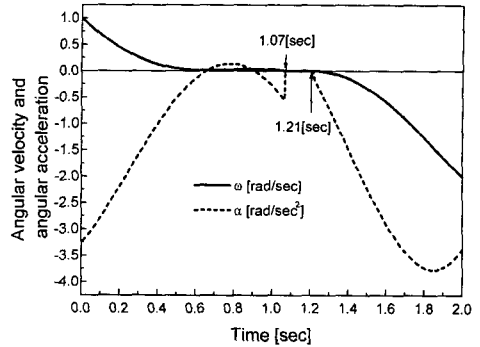


Fig. 5 Angular velocity and angular acceleration of a simple pendulum

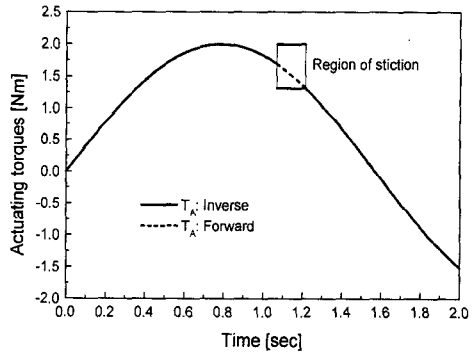


Fig. 6 Comparison of the actuating torque obtained by the inverse dynamic analysis and that used for forward dynamic analysis

[m]가 사용되었다. 구동기가 단진자와 지면에 가하는 구동토크 T_A 는 $2\sin(2t)$ [N·m]의 크기를 갖는다. 해석에 사용된 정지 마찰계수, 운동 마찰계수 그리고 조인트 핀의 반경은 각각 0.3, 0.35 그리고 0.1 [m]의 값을 갖는다. Fig. 5는 단진자의 정동역학 해석 결과중 시간에 따른 단진자의 각속도와 각가속도를 보여준다. 해석결과로부터 시간 1.07 [sec]에서 각가속도의 불연속이 발생하고 시간 1.07 [sec]와 시간 1.21 [sec] 사이에서 상대운동이 없는 고착이 발생함을 알 수 있다. Fig. 6은 정동역학 해석에 사용된 구동토크와 정동역학 해석으로부터 구한 거동을 재현하기 위해 역동역학 해석을 통해 구한 구동토크를 보여준다. 해석결과로부터 고착이 발생하는 구간을

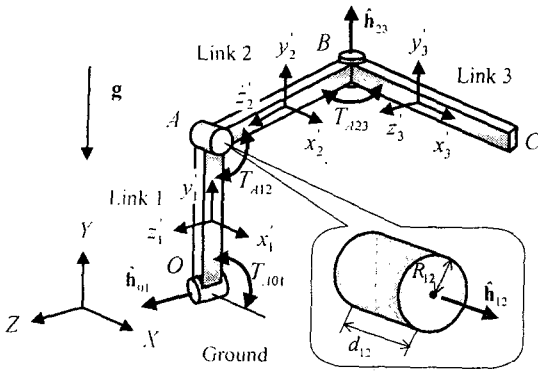


Fig. 7 A spatial multi-link mechanism connected by revolute joint

Table 2 Inertia properties and initial values of a three link space robot

Inertia properties	
m_1	4.00 [kg]
$J_{1xx}, J_{1yy}, J_{1zz}$	0.500, 0.200, 0.500 [kg·m ²]
m_2	3.00 [kg]
$J_{2xx}, J_{2yy}, J_{2zz}$	0.400, 0.400, 0.150 [kg·m ²]
m_3	1.00 [kg]
$J_{3xx}, J_{3yy}, J_{3zz}$	0.100, 0.200, 0.200 [kg·m ²]
Initial values	
r_1	[0.000 0.200 0.000] ^T [m]
e_1	[0.000 0.000 0.000 1.00] ^T
\dot{r}_1	[-0.200 0.000 0.000] ^T [m/s]
ω_1	[0.000 0.000 1.00] ^T [rad/s]
r_2	[0.000 0.400 -0.250] ^T [m]
e_2	[0.000 0.000 0.000 1.00] ^T
\dot{r}_2	[-0.400 -0.250 0.000] ^T [m/s]
ω_2	[-1.00 0.000 1.00] ^T [rad/s]
r_3	[0.150 0.400 -0.500] ^T [m]
e_3	[0.000 0.000 0.000 1.00] ^T
\dot{r}_3	[-0.400 -0.350 -0.150] ^T [m/s]
ω_3	[-1.00 1.00 1.00] ^T [rad/s]

제외한 나머지 구간에서 해석결과들이 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 고착이 발생하는 구간에서는 정동역학 해석에 사용된 구동토크가 역동역학을 통해 구한 구동토크의 범위 내에 존재함을 알

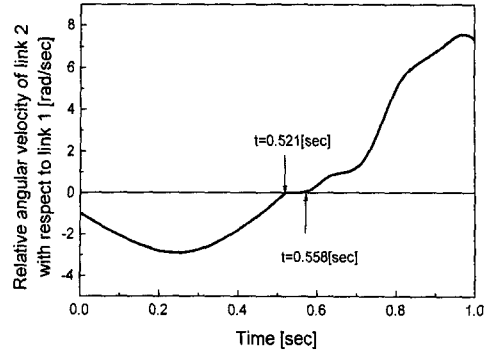


Fig. 8 Relative angular velocity of link 2 with respect to link1

수 있다. 이상의 해석 결과로부터 제안된 해석 방법이 수치적 정확성을 지님을 알 수 있다.

Fig. 7은 공간운동을 하고 세 개의 링크로 구성된 다물체계를 보여준다. 지면과 링크 1, 링크 1과 링크 2 그리고 링크 2와 링크 3은 회전 조인트로 연결되어 있고 $\hat{h}_{k(k+1)}$ ($k=0,1,2$)는 조인트의 회전축 방향으로의 단위벡터를 의미한다. 그림에서 $X-Y-Z$ 와 $x_k-y_k-z_k$ ($k=1,2,3$)는 각각 지면에 고정된 좌표계와 링크 k 에 고정된 좌표계를 의미한다. 확대된 그림에서 R_{12} 와 d_{12} 는 링크 1과 링크 2를 연결하는 회전 조인트의 반경과 길이를 의미하고 0.08 [m]과 0.1 [m]의 값을 갖는다. 해석에 사용된 정지 마찰계수와 운동 마찰계수는 각각 0.3과 0.35의 값을 갖는다. Table 2는 해석에 사용된 관성 특성치와 초기치들을 나타낸다. Table 2에서 e_k ($k=1,2,3$)은 강체 k 에 고정된 좌표계의 자세를 표현하기 위해 사용된 오일러 매개변수들의 의미한다. 계에 작용하는 외력으로 중력이 Y 의 반대 방향으로 작용하고 링크 1과 링크 2사이의 조인트에 마찰력이 작용한다. 그리고 각각의 조인트에서 상대 움직임을 제어하기 위해 사용되는 구동력 T_{A01} , T_{A12} 그리고 T_{A23} 가 작용하고 각각 $5\sin(t)$, $5\sin(2t)$ 그리고 $5\sin(3t)$ [N·m]가 사용되었다. Fig. 8은 링크 1에 대한 링크 2의 \hat{h}_{12} 축 방향으로의 상대 각속도 변화를 보여준다. 정

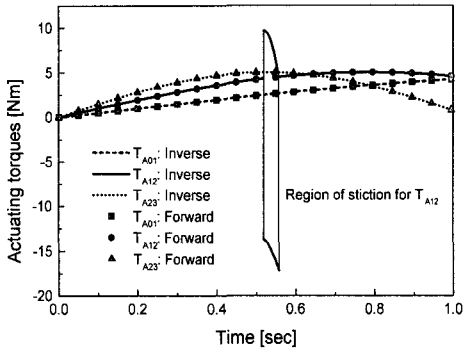


Fig. 9 Comparison of actuating torques obtained by the inverse dynamic analysis and the forward dynamic analysis

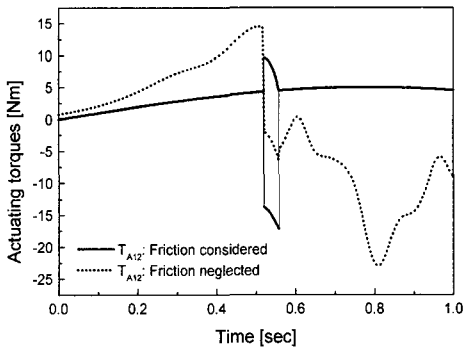


Fig. 10 Comparison of actuating torques obtained by the inverse dynamic analyses with friction and without friction

동역학 해석 결과로부터 단진자의 경우와 같이 상대 각속도가 0이 되는 고착이 시간 0.521초부터 0.558초 사이에 발생함을 알 수 있다. Fig. 9는 정동역학에 사용된 구동력과 역동역학 해석을 통해 구한 구동력을 보여준다. 해석결과로부터 고착이 발생하는 구간을 제외한 나머지 구간에서 해석결과들이 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 고착이 발생하는 구간에서는 정동역학 해석에 사용된 구동력 T_{A12} 가 역동역학을 통해 구한 구동토크 T_{A12} 의 범위 내에 존재함을 알 수 있다. Fig. 10은 링크 1과 링크 2 사이의 조인트에 마찰이 작용하는 경우와 작용하지 않는 경우의 역동역학 해석 결과를 보여준다. 해석결과로부터 링크 1과

링크 2 사이의 조인트에 위치한 구동기에 의한 구동토크 T_{A12} 는 마찰을 고려한 경우와 마찰을 고려하지 않은 경우의 해석결과에 상당한 차이 존재함을 알 수 있다. 구동기의 용량 결정을 위해 역동역학을 수행할 경우 조인트에 작용하는 마찰력은 해석 결과에 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서 조인트에 마찰이 작용하는 경우 구속 다물체계의 역동역학 해석 방법을 제안하였다. 제안된 해석 방법은 마찰력이 작용할 경우 발생하는 미끄럼과 고착현상을 고려하였다. 수치예제에 대한 해석을 통해 제안된 해석방법이 해석결과와 정확함을 보였다. 기구학적 조인트에서 미끄럼이 발생시 구동력은 유일하게 결정되나 고착 발생시 구동력은 구간으로 결정됨을 보였다. 자유도 변화에 따른 수치적 문제를 극복하기 위해 미끄럼과 고착 두 경우 모두 미끄럼 발생시의 운동방정식을 사용하였다. 마찰이 작용하는 경우와 작용하지 않는 경우의 수치해석을 통하여 조인트에 작용하는 마찰력이 역동역학 해석결과에 큰 영향을 미침을 보였다. 따라서 로봇과 같은 다물체계의 설계 시 제안된 방법은 구동기의 용량결정에 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- (1) Wu, C. S., Yang, S. M. and Haug, E. J., *Dynamics of Mechanical Systems with Coulomb Friction, Stiction, Impact, and Constraint Addition-Deletion*, 1984, Technical Report NO. 84-19.
- (2) 박정훈, 유홍희, 황요하, 배대성, 1998, “접촉하는 두 강체 사이에서의 접촉력 계산을 위한 동역학 해석 알고리즘,” 대한기계학회 1998년도 춘계학술대회 논문집(A), pp. 560~565.
- (3) *ADAMS/Solver manual* (version 9.0), 1998, Mechanical Dynamics Inc.
- (4) Nikravesh, P. E., 1988, *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice-Hall.
- (5) Jalón, J. G. and Bayo, E., 1993, *Kinematic and*

Dynamic Simulation of Multibody Systems,
Springer-Verlag.

(6) 박정훈, 유홍희, 황요하, 1999, “편속도 행렬을
이용한 구속 다물체계의 동역학 해석,” 대한기

계학회논문집(A), 제23권, 제5호, pp. 861~870.

(7) Atkinson, K. E. 1988, *An Introduction to
Numerical Analysis*, Wiley.