Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 25, No. 1, pp. 67-74, March 1999.

한국자동차 시장점유율의 구조변화인식에 관한 베이지안 접근

전덕빈[1] · 박연춘[2]

[1]한국과학기술원 테크노경영대학원 / [2]동원증권주식회사 자산운용부 주식선물팀

A Bayesian Approach to Detect Structural Changes in Market Shares

Dukbin Jun · Yeonchoon Park

Market share is one of the most important measures in the valuation of prospering firm. It plays a role of composite indicator for the competitiveness of firm. So, the understanding of the underlying process of market share is inevitable factor for the econometricians and the business engager. Lately, the Korean Economy has been placed in the control of IMF. This shock will cause a lot of influence over the domestic economy. The idea that the information about the past shock-response experience will do us good for dealing with this kind of economic shocks is not new.

Among numerous markets, we pay attention to the durable goods market, especially automobile market. The automobile market has large repercussion effect over the domestic economy on the issue of both national employment and technology integration. We divided the Korean automobile market into three segments: small, medium, and large-sized car, while each proportion of these segments has been changing slowly. We propose a Bayesian approach to detect and forecast structural changes in time series of the market shares in the domestic automobile market, especially for level shifts and drift changes, and compare the empirical results with other existing approaches.

1. 서 론

한국의 자동차시장은 과점적 구조하에 복잡한 경쟁의 양상을 나타내고 있으며 다른 국내기업이나 외국기업이 신규진입하므로써 경쟁의 정도가 심화되는 경향을 보이고 있다. 자동차 시장에서 경쟁은 기업간의 신모형 경쟁과 자동차 배기량의 크기 간 경쟁으로 설명된다. 즉, 자동차에 대한 소비자의 선택은 특정기업에 대한 선호로 나타날 수도 있고, 자동차의 배기량으로 나타날 수도 있다. 우리나라에서 자동차시장의 구조변화는 관련법령의 개정이나 외국차의 진입 또는 각 기업의 신모형출시에 기인하는 바가 지대한데, 마지막 요인의 경우 관련 기업들의 신모형출시시기가 유사하여 기업간 경쟁에 의한 구조변화의 효과는 상대적으로 미미할 것으로 고려되므로 본 논문에서는 기업간 경쟁을 배제하고 배기량기준으로 자동차간 시장점유율(Market Share) 추이를 분석한다. 아래의 <그림 1>은 우리나라 자동차시장의 배기량기준 시장점유율의 추이를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있는 사실은 소형(배기량 2000cc 미만)의 점유율은 시간이 지날수록 감소하는 반면 중형(배기량 2000 ~ 2500cc)의 점유율이 증가하고, 대형(배기량 2500cc 이상)의 점유율은 상대적으로 안정적임을 알 수 있다.

한국의 소득수준이 향상되면서 소형차보다는 중형차를 선호하는 경향이 나타나고 있지만, 현재 우리가 처한 IMF와 같은 시장외부적 상황에 의하여 그 양상이 상당히 변할 것으로 예상된다.

특히 전체적인 소득수준이 감소하는 외부적 상황, 유가인상의 시장연계적 상황, 또는 경차에 대한 특혜정책이 실시되

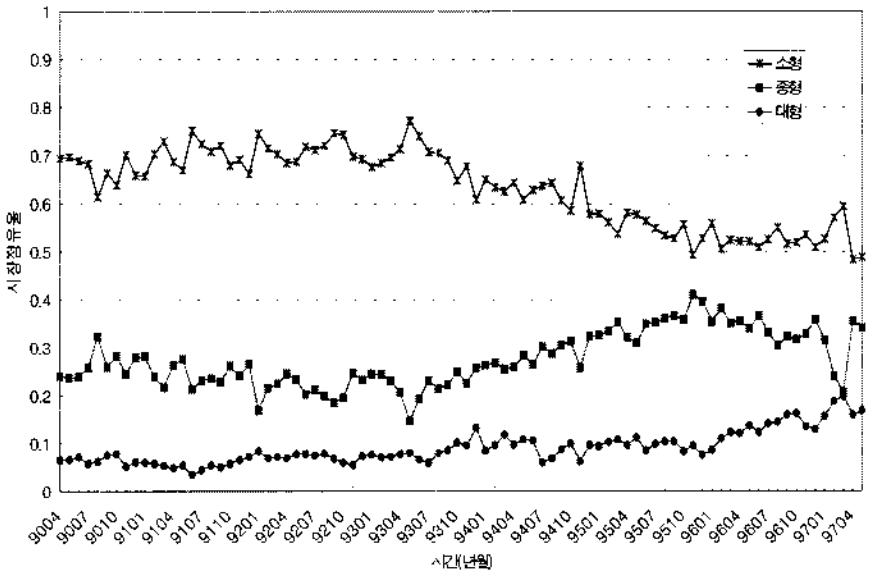

그림 1. 한국자동차의 배기량별 시장점유율.

는 시장내부적 상황이 발생하면서 전체적인 시장구조가 크게 변화할 수 있다. 만일 과거에 발생한 시장환경의 변화가 실제로 시장점유율에 어떠한 변화를 일으켰는지 정확히 분석할 수 있다면, 정부와 기업이 현재 침체된 자동차시장을 활성화시키기 위한 정책이나 전략수립에 도움이 될 것이다.

기존에 많이 사용된 시장점유율 예측모형은 Box-Jenkins 모형과 회귀분석모형, 그리고 상태공간모형(State-Space model)이다. 회귀분석모형은 상품의 과거 경쟁가격과 촉진활동이 시장점유율에 미치는 영향으로 각각의 시장점유율을 설명하고 있는데, 과거자료가 충분하여도 한 기의 시장점유율은 한 기 이전의 경쟁가격과 판촉활동, 그리고 시장점유율에 의하여 설명되는 모형이 가장 좋은 예측력을 갖고 있으며, 특히 가장 좋은 예측모형은 1차의 자기회귀(1st order Auto Regressive: AR(1))모형이나 1차의 이동평균(1st order Moving Average:MA(1))모형이다(Alsem et al.,(1989) 참조).

Ramos(1996)는 포르투갈의 매월 자동차 등록대수에서 구한 시장점유율을 예측하기 위한 모형으로 벡터자기회귀(Vector AutoRegressive:VAR)모형과 베이지안 벡터자기회귀(Bayesian VAR:BVAR)모형, 그리고 무작위보행(Random Walk) 모형의 예측력을 비교하여, 시장점유율의 구조변환점(turning point)을 예측하는 데 BVAR 모형의 성과가 가장 좋음을 보였다. 그러나 이 모형은 안정적인 시계열(stationary time series)에만 잘 적용되는 점과 사전확률(prior probability)에 의하여 예측의 정확성이 민감하게 반응하는 단점이 있다.

시장점유율모형에서 가장 중요한 제약 또는 정보는 시장점유율의 합이 1이 된다는 사실이다. 이러한 시장점유율간 의존성으로 인하여 대부분의 모형들이 한 개의 점유율을 제외한 나머지 점유율만을 모형화하는 데 반하여, Grunwald, Raftery와 Guttorp(1993)는 Dirichlet 분포를 이용한 상태공간모형(State-Space model)을 제안하였다. 이 모형에서는 점유율의 합이 1이므로 점유율의 분포가 Dirichlet 분포를 따른다고 가정하고 평균과 분산 파라미터들이 Kalman filter와 유사한 형태로 변환되는 식을 도출하여 점유율을 예측하였다.

그러나, 이 모형은 다른 시계열모형이나 회귀분석모형과의 성과비교가 없고, 각 점유율의 적률(moment)계산시 수치적 분석을 이용하므로 도출된 결과의 해석이 곤란한 점이 단점으로 지적된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 상태공간모형에서 구조변화인식을 위한 가설과 통계량을 도출하고, 3장에서는 상태공간모형과 비교모형으로 벡터자기회귀모형을 고려하여 한국 자동차시장에서의 분석결과를 언급하고, 4장에서 결론과 분석의 한계점을 제시하고 있다.

2. 구조변화인식 모형

2.1 구조변화인식을 위한 상태공간모형

시계열벡터 Z_t가 시점 t에서의 실제 시장점유율자료의 관찰값을 나타내고, S_t는 시점 t에서의 Z_t의 수준을 의미하며, 행렬 A와 C는 계수행렬이라고 할 때 단순상태공간모형은 다음과 같다(Kalman, 1960과 Kalman과 Bucy, 1961 참조).

$$Z_{t+1} = C \cdot S_{t+1} + E_{t+1} \quad (1a)$$
$$S_{t+1} = A \cdot S_t + W_{t+1} \quad (1b)$$

여기서 $S_0 \sim N(S_{0/0}, \Sigma_{0/0})$, $E_t \sim N(0, \widehat{\Sigma_E})$, $W_t \sim N, (0, \widehat{\Sigma_W})$ 단, S_0, E_t, W_t 사이에는 상관관계가 존재하지 않으며, $\{E_t\}$, $\{W_t\}$는 각각 자기상관관계(serial correlation)가 없는 것으로 가정한다.[1] 위 모형은 관찰 불가능한 수준, S_{t+1}이 VAR(1) 모형의 형태로 전이(transition)가 일어나며 관찰된 시계열이 이러한 수준변수와 관찰오차, E_{t+1}의 합으로 관찰됨을 나타낸다. 본 논문에서는 세 개의 시장점유율 중 의존성으로 인하여 두 개의 시계열만 고려하므로, 이를 표현하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{bmatrix} Z_{1t+1} \\ Z_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1t+1} \\ S_{2t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1t+1} \\ E_{2t+1} \end{bmatrix} \quad (1a)'$$

$$\begin{bmatrix} S_{1t+1} \\ S_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{1t} \\ S_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{1t+1} \\ W_{2t+1} \end{bmatrix} \quad (1b)'$$

여기서 아래첨자의 1, 2는 시계열을 의미하며 $A_{ij}(i, j = 1, 2)$는 계수를 의미하고 $C = I$[2]임을 나타낸다. 시장점유율 시계열의 관찰구간에서 수준변화(Level Shift)와 기울기변화(Drift Change)[3]가 있을 때, 그 모형은 아래와 같다.

수준변화모형 : 특정시점(M)에서 수준변수에 변화(Δ)가 일어남을 표현((2a)와 (2b))

기울기변화모형 : 특정시점(M) 이후에 지속적으로 변화(Δ)가 있음을 표현((2a)와 (2c))

$$Z_{t+1} = S_{t-1} + E_{t+1} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} S_{t+1} &= A \cdot S_t + W_{t+1}, \quad t \neq M \\ S_{t+1} &= A \cdot S_t + \Delta + W_{t+1}, \quad t = M \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} S_{t+1} &= A \cdot S_t + W_{t+1}, \quad t < M \\ S_{t+1} &= A \cdot S_t + \Delta + W_{t+1}, \quad t \geq M \end{aligned} \quad (2c)$$

여기서 Δ는 수준변화의 크기를 의미하며 $N(\Lambda_0, Q_0)$의 사전적인 확률분포를 따르며, Δ와 S_0, E_{t+1}, W_{t+1} 사이에는 상관관계가 없는 것으로 가정한다. $t+1$ 시점에서 이 시계열을 보았을 때, 구간 $[1, t+1]$에서 구조적 변화가 존재하지 않는다면 상태공간모형의 관찰전식(forecasting equation)과 관찰후식(updating equation)은 다음과 같다[4].

관찰전식 :

$$\widehat{S_{t+1/t}} = A \cdot \widehat{S_{t/t}},$$
$$\widehat{\Sigma_{t+1/t}} = A \widehat{\Sigma_{t/t}} A' + \widehat{\Sigma_W}$$

관찰후식 :

$$S_t | Z_t, \cdots, Z_1 \sim N(\widehat{S_{t/t}}, \widehat{\Sigma_{t/t}}), \quad t = 1, 2, \cdots, n$$
$$\widehat{S_{t+1/t+1}} = A \cdot \widehat{S_{t/t}} + \widehat{\Sigma_{t+1/t}} \cdot [\widehat{\Sigma_{t+1/t}} + \widehat{\Sigma_E}]^{-1} \cdot [Z_{t+1} - A \cdot \widehat{S_{t/t}}]$$

$$\widehat{\Sigma_{t+1/t+1}} = \widehat{\Sigma_{t+1/t}} - \widehat{\Sigma_{t+1/t}} \cdot [\widehat{\Sigma_{t+1/t}} + \widehat{\Sigma_E}]^{-1} \cdot \widehat{\Sigma_{t+1/t}} \widehat{\Sigma_{t+1/t}} \cdot [\widehat{\Sigma_{t+1/t}} + \widehat{\Sigma_E}]^{-1} \cdot \widehat{\Sigma_E}$$

여기서 Z_{t+1}의 조건부 확률분포는 $N(f_t, v_t)$를 따르고, f_t와 v_t는 $f_t = \widehat{S_{t+1/t}}$와 $v_t = \widehat{\Sigma_{t+1/t}} + \widehat{\Sigma_E}$ 식을 만족한다.

만일 구간내의 한 시점 M에서 구조변화가 발생하면 Z_{t+1}의 조건부 확률분포는 $Z_{t+1} | Z_t, \cdots, Z_1 \sim N(f_t + x_{t/M}\Delta, v_t)$이 된다. 이 구조변화가 수준변화일 경우에는 $x_{t/M}$은 식 (3)으로 나타나며, 기울기변화의 경우에는 식 (4)와 같이 표현된다. 이 식을 이용하여 Δ의 사후적 확률분포를 구한 것이 식 (5)이다.

$$x_{t/M} = \begin{cases} 0, & t = 1, 2, \cdots, M-1 \\ \Delta, & t = M \\ \Pi_{i=M+1}^{t} A \cdot [I - \widehat{\Sigma_{i/i-1}}(\widehat{\Sigma_{i/i-1}} + \widehat{\Sigma_E})^{-1}], & \\ \Delta, & t = M+1, M+2, \cdots \end{cases} \quad (3)$$

$$x_{t/M} = \begin{cases} 0, & t = 1, 2, \cdots, M-1 \\ \Delta, & t = M \\ \sum_{j=M+1}^{t} \Pi_{i=M+1}^{j} A \cdot [I - \widehat{\Sigma_{i/i-1}}(\widehat{\Sigma_{i/i-1}} + \widehat{\Sigma_E})^{-1}], & \\ \Delta, & t = M+1, M+2, \cdots \end{cases} \quad (4)$$

1) $S_{0/0}$, $\Sigma_{0/0}$는 초기의 S_0의 분포에 대한 가정값이며, $\widehat{\Sigma_E}$, $\widehat{\Sigma_W}$는 적합된 구간에 의한 오차의 추정된 분산이다.

2) I는 대각선의 행렬 값이 1인 대각행렬을 의미한다.

3) 수준변화는 수준변수의 일시적 변동을 나타내며, 기울기 변화는 수준변화가 발생시점이후로 지속적으로 나타나므로써 기울기의 변화로 표현되는 것을 의미한다(Jun, 1991 참조).

4) 이후의 구조변화인식을 고려한 상태공간 관찰전·후식은(Jun, 1991)의 결과를 이용하였다.

$$\Delta | Z_t, \cdots, Z_1; M \sim N(\hat{\Lambda}_t, \hat{Q}_t)$$

$$\hat{\Lambda}_t = \hat{Q}_t \left[\sum_{i=0}^{t-1} (x_{i/M}' v_i^{-1} e_i) + \hat{Q}_0^{-1} \hat{\Lambda}_0 \right], \quad e_t = Z_{t+1} - f_t \tag{5}$$

$$\hat{Q}_t = \left[\sum_{i=0}^{t-1} (x_{i/M}' v_i^{-1} x_{i/M}) + \hat{Q}_0^{-1} \right]$$

위 사후적 확률분포는 예측값의 평균제곱오차(Mean Squared Error:MSE)가 최소화되는 Δ의 분포를 구한 것이므로 이에 의하여 관찰값 Z_{t+1}를 예측하게 되면 그 예측값는 최적예측값이 된다.

만일 M 시점에서 수준변화가 발생한 것으로 인식되면 Z_n+1에 대한 예측값의 분포는 $N(f_M+\Lambda_M, v_M+Q_M)$를 따르게 된다. $M+1$ 기가 지나면서 이 분포는 위의 조건부 확률분포를 따르게 되나 시간이 지나면서 $x_{i/M}$의 값이 작아지게 되어 구조변화의 영향력이 감소한다.

시장점유율 시계열과 같이 관찰값에 제약식이 존재하는 경우, 상태공간모형으로 분석하기 위해서는 한 시계열을 제외하고 나머지 시계열로 모형을 구축해야 한다. 일반적으로 시계열모형의 선택기준으로 고려되는 MSE 기준을 적용하면, 세 개의 시장점유율에 대한 MSE는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} MIN_F MSE &= [E(Z_{t+1} - F_t)'(Z_{t+1} - F_t)] \\ &\quad E[(Z_{t+1} - F_t)'(Z_{t+1} - F_t)] \\ &= E(Z_{1t+1} - f_t^1)^2 + E(Z_{2t+1} - f_t^2)^2 \\ &\quad + E(Z_{3t+1} - f_t^3)^2 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서 $Z_{1t+1}, Z_{2t+1}, Z_{3t+1}$은 각 시계열의 관찰값이며 f_t^1, f_t^2, f_t^3는 각각의 예측값이다.

$$Z_{1t+1} + Z_{2t+1} + Z_{3t+1} = 1$$

그리고

$$f_t^1 + f_t^2 + f_t^3 = 1 \tag{7}$$

이 식에 점유율자료의 특성인 식 (7)을 대입하여 f_t^1, f_t^2, f_t^3를 구하면 아래와 같고, 식 (6)과 (7)을 라그랑주법을 이용하여 풀어도 같은 해를 얻는다. 즉,

$$f_t^1 = E[Z_{1t+1} | (z_{1t} z_{2t}), (z_{1t-1} z_{2t-1}), \cdots],$$
$$f_t^2 = E[Z_{2t+1} | (z_{1t} z_{2t}), \begin{pmatrix} z_{1t-1} \\ z_{2t-1} \end{pmatrix}, \cdots]$$
$$f_t^3 = 1 - f_t^1 - f_t^2$$

이다.

여기서 $\varepsilon_{t+1}^1, \varepsilon_{t+1}^2, \varepsilon_{t+1}^3$를 각 $Z_{1t+1}, Z_{2t+1}, Z_{3t+1}$의 예측오차라고 하면 $\varepsilon_{t+1}^1 + \varepsilon_{t+1}^2 + \varepsilon_{t+1}^3 = 0$의 식을 만족하여야 한다. 세 시계열이 하나의 제약식으로 서로 종속관계에 있는 경우에 이 제약식을 고려하여 세 시계열을 동시에 추정하고 예측하는 것이 좋은 방법이지만, MSE 관점에서 보면 하나의 시계열을 제외하고 나머지 시계열을 분석하여도 결과는 같다는 결론을 얻을 수 있다.

2.2 가설설정과 구조변화인식의 단계

만약 두 시계열에 변화가 발생하면 시장점유율에 변화가 발생한 것이므로 이것은 수요의 변화를 의미한다. 두 시계열에서 구조적 변화의 유형을 고려하였을 때, 각 가설은 아래와 같다. 여기서 $\Delta^1, \Delta^2, \Delta^3$는 각 시계열에서 구조변화의 크기를 나타낸다.

① 두 시계열에 아무런 변화가 존재하지 않는다.
즉, $\Delta^1 \neq 0$ and $\Delta^2 = 0$ and $\Delta^3 = -\Delta^1 \rightarrow H_0$

② 한 시계열에만 변화가 발생하고 이 변화를 나머지 시계열이 변화하여 상쇄시키는 경우에는 두 가지의 경우가 존재할 수 있다.
$\Delta^1 = 0$ and $\Delta^2 \neq 0$ and $\Delta^3 = -\Delta^2 \rightarrow H_1$,
$\Delta^1 = 0$ and $\Delta^2 = 0$ and $\Delta^3 = 0 \rightarrow H_2$

③ 두 시계열에 변화가 발생한다.
즉, $\Delta^1 \neq 0$ and $\Delta^2 \neq 0$인 경우이다. $\rightarrow H_3$
가설 H_3의 경우에는 두 가지의 경우가 발생할 수 있으므로 만약 이러한 가설이 채택되면 또 한번의 가설검증을 하게 된다.

④ 두 시계열의 변화효과가 상쇄되어 나머지 시계열은 변화하지 않는다.
$\Delta^1 = -\Delta^2$ and $\Delta^3 = 0 \rightarrow H_4$

⑤ 두 시계열의 변화가 상쇄되지 않아 나머지 시계열도 같이 변화한다.
$\Delta^1 + \Delta^2 = -\Delta^3 \rightarrow H_5$

어떠한 시점에서도 각각의 가설 H_0, H_1, H_2, H_3은 서로 독립적으로 발생하며 이전의 가설과 아무런 관련이 없다고

가정할 때, 어느 한 시점에서 가설 H_i가 선택될 사전확률을 ϕ_i라하고, 각 가설이 채택된 횟수를 n_i라 하면 $\phi_0+\phi_1+\phi_2+\phi_3=1$ 의 관계를 만족하므로 변화유형의 개수인 n_i는 아래의 다항분포로서 표현이 가능하다.

$$\Pr(n_0,n_1,n_2,n_3) = \frac{(n_0+n_1+n_2+n_3)!}{n_0!\,n_1!\,n_2!\,n_3!}\phi_0^{n_0}\phi_1^{n_1}\phi_2^{n_2}\phi_3^{n_3} \quad (8)$$

시점 t까지의 변화유형에 대한 정보(이에 대한 정보를 Ω_t로 정의한다)가 앞의 n_i로 주어진 경우에 확률값 ϕ의 사후적 분포는 Dirichlet 분포가 되고, 각 확률값 ϕ_i의 사후적 확률분포는 $\phi_i|\Omega_t \sim B[(1+t_i,(t+4)-(1+t_i)]$이 되며, 시점 t에서의 가설 H_i의 사후적 확률분포는 식 (9b)와 같이 유도된다.

만약 한 시점 M에서 구조적 변화가 발생하였으면 $\Pr(H_i|Z_t,Z_{t-1},\cdots,Z_1;\Omega_t)$를 가설 H_0가 사실이었을 때의 확률인 $\Pr(H_0|Z_t,Z_{t-1},\cdots,Z_m;\Omega_t)$으로 나누어 구조변화가 없는 경우에 대한 상대적인 값을 R_i라 하여 바꾸면 식 (9c)가 유도된다. 여기서 $\Pr(H_i;\Omega_t)$은 현재 시점 t까지의 기간에서 각각의 가설 H_i가 선택된 확률을 의미하고 있으므로 위에서 구해진 ϕ_i의 사후적 확률분포의 기대값을 따른다.

$$\Pr(H_i;\Omega_t) = \Pr(H_i|z_t,z_{t-1},\cdots,z_1;\Omega_t) \quad (9a)$$

$$= \frac{\Pr(Z_t,Z_{t-1},\cdots,Z_1|H_i;\Omega_t)\Pr(H_i;\Omega_t)}{\sum_{j=0}^{3}\Pr(Z_t,Z_{t-1},\cdots,Z_1|H_j;\Omega_t)\Pr(H_j;\Omega_t)} \quad (9b)$$

$$= \frac{R_i\cdot\Pr(H_i;\Omega_t)}{\sum_{j=0}^{3}R_j\cdot\Pr(H_j;\Omega_t)},\ i=0,1,2,3 \quad (9c)$$

가설 H_3가 선택되는 경우에는 가설 $H_4(\Delta^1+\Delta^2=0)$와 $H_5(\Delta^1+\Delta^2\neq 0)$의 두 경우만 존재하므로 하나의 가설에 대해서 검정하면 된다. Δ의 사후적 확률분포가 $N(\hat{\lambda}_t,\hat{Q}_t)$를 따르고 있고, $\Delta^1+\Delta^2=0$은 $\pi\Delta=0$(여기서, $\pi=(1,1)$)의 형태를 갖게 되므로 H_4에 대한 가설검정은 $\pi\Delta$가 $N(\pi'\hat{\lambda}_t,\pi\hat{Q}_t\pi')$을 따르는 점을 이용하여 Z 통계량을 이용하여 검정한다.

본 논문에서는 각 시점에 대하여 구조변화의 유무를 결정한 후, 다음 세 단계에 의해 이 구조변화의 유형을 결정한다.

단계 1 : 수준변화와 기울기변화에 대하여 각 가설 H_i (단, $i=1,2,3,4$)의 사후적 확률을 구한다.

단계 2 : 각 가설에서 가장 사후적 확률이 큰 가설을 선택한다.

단계 3 : 선택된 가설에서 수준변화와 기울기변화의 통계량이 큰 것을 선택하여 구조변화의 유형을 정한다.

단계 1에서는 한 시점에 대하여 통계량 R_i를 식 (9c)를 이용하여 사후적 확률을 구한다.

이때, 현재 시점이 t인 경우 $t+1$ 기에서의 구조변화는 수준만이 존재하므로 이 경우에는 수준변화에 대한 통계량만을 이용하여 각 가설의 사후적 확률을 구한다. 각 가설에서 수준변화와 기울기변화의 사전확률은 동일하므로 선택된 가설에 대한 사후적 확률은 다음의 식 (10)에 의하여 구하고, 단계 3에서 구조변화의 유형을 정한다.

$$R_i^{(Level)} = |\widehat{Q_t^{(H_i^{(Level)})}}\,\widehat{Q_0^{-1}}|^{\frac{1}{2}} \times \exp\left[\frac{1}{2}\left\{\widehat{\Lambda_t^{(H_i^{(Level)})}}'\,\widehat{Q_t^{(H_i^{(Level)})}}^{-1}\,\widehat{\Lambda_t^{(H_i^{(Drift)})}} - \widehat{\Lambda_0}'\,\widehat{Q_0^{-1}}\,\widehat{\Lambda_0}\right]\right.$$

$$R_i^{(Drift)} = |\widehat{Q_t^{(H_i^{(Drift)})}}\,\widehat{Q_0^{-1}}|^{\frac{1}{2}} \times \exp\left[\frac{1}{2}\left\{\widehat{\Lambda_t^{(H_i^{(Drift)})}}'\,\widehat{Q_t^{(H_i^{(Drift)})}}^{-1}\,\widehat{\Lambda_t^{(H_i^{(Level)})}} - \widehat{\Lambda_0}'\,\widehat{Q_0^{-1}}\,\widehat{\Lambda_0}\right]\right.$$

$$\Pr(H_i^{(Level)}|z_t,z_{t-1},\cdots,z_1;\Omega_t) = \frac{R_i^{(Level)}\cdot\Pr(H_i^{(Level)};\Omega_t)}{R_i^{(Drift)}\cdot\Pr(H_i^{(Drift)};\Omega_t)} \quad (10)$$

식 (10)에서 구하여진 통계량은 MSE를 최소화하는 예측값에 의하여 만들어진 통계량이다. 고려하는 각 가설에 대하여 하나의 가설을 선택할 때에는 대립가설이 맞는 경우에 대립가설을 기각하게 되는 오류(Type II error)를 최소화하는 것이 필요하다. 본 논문에서 사용된 자료에는 이러한 Type II error의 구조가 밝혀져 있지 않기 때문에 "어떠한 가설이 채택되어도 같은 양의 손실이 발생한다"는 가정을 설정하였다. 이런 경우 손실구조는 실제상황과 같은 가설이 채택되어야 손실이 작아지며, 이러한 손실구조하에 식 (10)의 통계량을 이용하여 가설을 채택하는 절차를 요약하면 아래와 같다. 현재 시점이 n이면 관측구간은 $[1,n-1]$이 되고, 관측구간 안에서 임의의 시점 t를 선택한다.

단계 1 : $[1,t-1]$ 안의 모든 시점 m에 대하여 각 가설

의 사후확률 $\Pr(H_i|Z_t, Z_{t-1}, \cdots, Z_1; m)$ 을 구한다. t가 n과 같으면 단계 3으로 간다.

단계 2 : 모든 시점 m에 대하여 가설 H_0의 사후적 확률값이 0.2보다 작은 시점 m을 저장하고, 이 시점에서 어떠한 가설이 가장 큰 값을 갖고 있는지와 구조변화의 유형을 저장하고 단계 1로 간다.

단계 3 : 단계 1과 2를 통하여 저장한 구조변화유형과 행렬 Δ[5]를 종합하여 구조변화시점과 그 유형을 정한다. 만일 구조변화가 없으면 단계 5로 간다.

단계 4 : 구조변화시점이 결정되면 이 시점에서 가장 큰 사후적 확률을 갖는 가설을 채택하고 최초시점을 n으로 바꾼다.

단계 5 : $n+1$ 시점의 자료 Z_{n+1}이 얻어지면 현재 시점 n을 $n+1$로 대체한 후에 단계 1로 간다.

현재 시점이 n일 때, 관측구간 안에서 하나의 시점 t를 제시하는 이유는 아래와 같다. 예로써 n이 5인 경우라면 t가 2인 경우에 시점 1에 대한 각 가설의 사후적 확률을 구하고, t가 3인 경우에는 시점 1, 2에 대하여 사후적 확률을 구하는 등 이 과정을 시점 5까지 되풀이하는 것을 의미한다. 단계 2와 단계 3은 구조변화가 발생한 시점을 찾을 때, 특정시점에서 하나의 가설이 지속적으로 채택되면 구조변화일 확률이 높으므로 이를 저장하는 과정이다. 예를 들면 한 시점 M에서 구조변화가 인식되면 이 점은 구조변화시점일 가능성이 높아진다. 그런데 여러 시점이 지난 후에도 각 시점에서 지속적으로 M이 인식되고 그 변화유형이 같은 것이면 이 시점 M은 구조변화시점이 될 수 있다. 단계 2에서 구조변화가 없을 경우의 확률이 사전확률인 0.25보다 작은 0.2를 임계값(control limit)로 고려하여 이보다 작은 확률을 갖는 경우에 구조적 변화가 발생할 수 있다고 가정한다.

이렇게 인식된 M이 구조변화시점이므로 그 때의 가설 H_i를 선택하고, 이 가설에서 수준변화와 기울기변화의 통계량을 비교하여 유형을 결정한다. 이에 따라서 Δ의 사후적 확률 분포를 통하여 구조변화의 크기를 찾고, 각 시계열의 예측값과 분산을 변환시키는 과정이 단계 4이다. 또한 M이 구조변화 시점이므로 앞으로의 관측구간의 시작을 $M+1$로 바꾸는 것도 단계 4에 포함된다.

5) 각 가설 H_i에 대하여 구조변화유형을 결정하는 행렬 Δ_i는 다음과 같다.

$$\Delta_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \Delta_1 = \begin{pmatrix} \Delta^1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \Delta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta^2 \end{pmatrix}, \Delta_3 = \begin{pmatrix} \Delta^1 & 0 \\ 0 & \Delta^2 \end{pmatrix}$$

3. 분석결과

본 논문에 사용된 자료는 1990년 4월에서 1997년 5월의 국내 자동차회사의 신규내수판매자료이고, 이 자료를 세 부분(소형, 중형, 대형)으로 나누어 시장점유율을 계산하였다. 모형의 적합구간은 90년 4월에서 95년 12월까지이고 그 다음 기간의 자료를 이용하여 예측력에 대한 성과를 비교하였다. 여기서, 소형은 경형과 배기량 2000cc 미만의 자동차를 모두 포함하고, 중형은 배기량 2000cc 이상이면서 2500cc 미만의 자동차를 포함하며, 대형은 배기량 2500cc 이상의 자동차와 지프형의 자동차를 모두 포함한다.

두 시계열을 동시에 분석한 VARIMA 모형과 상태공간 모형 그리고, 구조변화를 고려한 상태공간모형의 제곱오차합(Sum of Squared Error: SSE)를 비교한 결과는 <표 1>과 같다. 대형의 경우에는 (1-소형의 점유율-대형의 점유율)에 의해 그 예측값을 찾아 SSE를 구하였다.

위에 의하면 세 모형 중에서 대형의 경우에만 VARIMA 모형이 가장 작은 MSE를 갖는 것으로 나타났고, 나머지 두 시계열에서는 구조변화를 고려한 상태공간모형이 가장 작은 SSE를 갖고 있는 것으로 나타났다. 이들 모형에 의한 SSE를 식 (6)에 의해 구한 것이 아래의 <표 2>이고, 그 결과에 의하면 가장 작은 MSE를 갖는 모형은 구조변화를 고려한 상태공간 모형임을 알 수 있다(괄호안은 MSE를 추정에 사용한 시계열 자료의 수로 나눈 값이다).

구조변화를 고려한 상태공간모형에서 인식한 결과 <표 3>과 같은 구조변화시점이 나타났다.

이 결과에 의하면 1991년 12월과 1993년 3월 그리고 1993년 10월에 수준변화가 발생하였고, 1993년 5월에 기울기변화가 나타난 것으로 인식되었다.

자동차시장에서의 판매량점유율은 여러 가지 요인에 의하여 변화할 수 있고, 이 변화의 영향이 시간 간격을 두고 천천히 나타날 수도 있고, 급작히 나타날 수도 있다. 특히 자동차와 같이 초기비용이 큰 것은 여러 단계의 구매의사결정을 거친 후에 구매를 결정할 수 있으므로, 한 회에 나타난 수준변화는

표 1. 각 모형의 MSE 비교

MSE	소 형	중 형	대 형
VARIMA 모형	0.088119	0.085369	0.023243
State-space 모형	0.088103	0.088726	0.023386
change를 고려한 State-space 모형	0.02402	0.051339	0.038830

표 2. 구조변화를 고려한 State-Space 모형과의 비교

MSE	소 형 + 중 형	소 형 + 중 형 + 대 형
VARIMA 모형	0.00212(0.00106)	0.00243(0.00081)
State-space 모형	0.00221(0.001105)	0.00253(0.00085)
change를 고려한 State-space 모형	0.00094(0.00047)	0.00145(0.00048)

표 3. 구조변화시점

detection	change 시점	change 유형	change size	Z test
28	21(91년 12월)	H2(level)	소형 : -0.0091 중형 : -0.0607	
38	36(93년 3월)	H3(level)	소형 : 0.0455 중형 : -0.0577	
43	38(93년 5월)	H2(drift)	소형 : 0 중형 : 0.01774	H4
56	43(93년 10월)	H2(level)	소형 :-0.0958	

후에 지속적으로 이 변화가 검정(detect)되어도 실제로 어떠한 영향에 의하여 변화가 발생하였는지는 알 수 없다. 이런 측면에서 91년 12월의 수준변화에 대하여는 정확한 요인을 밝힐 수 없다. 그러나, 93년 3월과 5월, 그리고 10월에서 나타나는 지속적인 변화는 93년도에 자동차판매시장에 변화가 생겼음을 의미한다. 자동차협회의 조사에 의하면, 실제로 93년도에는 83년 이전에 팔렸던 소형차에 대한 상향차로의 대체수요가 많았음이 알려져 있고,[6] 이러한 급차이행의 현상이 93년 3월과 10월의 소형, 중형에 대한 수준(level)변화로, 93년 5월의 중형점유율에 대한 기울기(drift)변화로 검정(detect)되어 소형의 점유율이 점차로 감소되는 추세를 만들어 냈음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 하나의 제약식으로 연결되어 있는 시장점유율 자료에서 매 시점마다 수준변화와 기울기변화에 대한 사후적 확률을 구하여 검정하였고 검정된 결과에 의거하여 구조변화의 크기와 분산을 추정하여 시계열의 예측에 반영하였다. 이 방법은 시계열에 변화가 있는가를 먼저 검정한 후에 이 변화의 유형을 찾아보았으므로, 경영자가 자신이 고려하는 임계값(control limit)이 있으면 시계열의 구조적 변화에 대한 인식을 한 후에 구체적으로 어떠한 변화가 있는지를 결정할 수 있어 합리적인 의사결정을 할 수 있다.

본 논문에서는 세 시계열 중에서 시간추세(time trend)가 있는 것으로 보이는 두 시계열에 대하여 상태공간모형을 이용하여 구조적 변화를 인식하는 방법을 제시하고 있다. 한 시계열을 제외하는 것은 시계열의 의존성에 의한 불가피한 선택이었으며, 향후에 시계열 의존성의 정보를 고려하는 모형의 개발이 요구된다.

각 시점에서 가설검정을 위한 통계량을 구하기 위하여 MSE를 최소화하는 예측값을 구한 후에 이를 이용하고 있으므로 MSE를 손실구조로 사용할 수 없고, 이 시계열의 손실구조를 알 수 없으므로 모든 손실을 상수로 가정하고 손실의 합(Type II error)이 최소화하는 기준을 채택하였다. 또한 각 가설들에 대하여 한 시점에서 구조적 변화가 발생하였을 때 이를 모형에 반영하여 각 가설의 발생확률을 다르게 고려할 수도 있지만, 본 논문에서는 이의 확률이 같다고 가정하였다.

6) 자동차산업동향, 1997년 봄호

참고문헌

1. Alsem, K. J., Leeflang, P. S. H. and Reuyl, J. C., "The forecasting accuracy of market share models using predicted values of competitive marketing behaviour," *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 6, pp. 183-198, 1989.
2. Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C., *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1994.
3. Brodie, R. and Andre, A., "Conditions when market share models are useful for forecasting: Further empirical results," *International Journal of Forecasting*, Vol. 10, pp. 277-285, 1994.
4. Francisco, F. R. Ramos, "Forecasting market shares using var and bvar models: A comparison of their forecasting performance," Working Paper in University of Porto, Portugal, 1996.
5. Francisco, F. R. Ramos, "The forecasting accuracy of five time series models: evidence from the portuguese car market,"

Working Paper in University of Porto, Portugal, 1996.
6. Grunwald, G. K., Raftery, A. E. and Guttorp, P., "Time series of continuous proportions," *Journal of Royal Statistical Society* B, Vol. 55, No. 1, pp. 103-116, 1993.
7. Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton University Press, 1994.
8. Jun, D. B., "On detecting and estimating a major level slope change in general exponential smoothing," *Journal of Forecasting*, Vol. 8, pp. 55-64, 1989.
9. Jun, D. B., "Structural changes in dynamic linear model," *Journal of the Korean OR/MS Society*, Vol. 16, pp. 113-119, 1991.
10. Jun, D. B. and Oliver, R. M., "Bayesian forecasts following a major level change in exponential smoothing," *Journal of Forecasting*, Vol. 4, pp. 293-302, 1985.
11. Jun, D. B. and Joo, Y. J., "Predicting turning points in business cycles by detection of slope changes in leading composite index," *Journal of Forecasting*, Vol. 12, pp. 197-213, 1993.
12. Kalman, R. E., *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, ASME. J. Bas. Engng. D, 82, pp. 33-45, 1960.
13. Kalman, R. E. and Bucy, R. S., "New results in linear filtering and prediction theory," *Journal of Basic Engineering, Transactions ASME*. Series D, Vol. 82, pp. 35-45, 1961.
14. Lim, C. Z., *A Bayesian Approach to Detect Structural Changes in a Simple State-Space Model*, MA Dissertation, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea, 1996.

1998년 6월 접수, 1998년 12월 채택