

ALE 유한요소법에 의한 충돌 액체 분류 냉각 유동 특성 해석

성재용* · 최형권** · 유정열***
(1998년 2월 28일 접수)

Cooling Flow Characteristics of an Impinging Liquid Jet Using ALE Finite Element Method

Jaeyong Sung, Hyoung Gwon Choi and Jung Yul Yoo

Key Words: ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian), Impinging Liquid Jet(충돌 액체 분류), Hydraulic Jump(수력 도약), Surface Tension(표면 장력), Free Surface(자유 표면)

Abstract

The fluid flow and heat transfer in a thin liquid film are investigated numerically. The flow is assumed to be two-dimensional laminar and surface tension is considered. The most important characteristics of this flow is the existence of a hydraulic jump through which the flow undergoes very sharp and discontinuous change. Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) method is used to describe moving free boundary and a modified SIMPLE algorithm based on streamline upwind Petrov-Galerkin (SUPG) finite element method is used for time marching iterative solution. The numerical results obtained by solving unsteady full Navier-Stokes equations are presented for planar and radial flows subject to constant wall temperature or constant wall heat flux, and compared with available experimental data. It is discussed systematically how the inlet Reynolds and Froude numbers and surface tension affect the formation of a hydraulic jump. In particular, the effect of temperature dependent fluid properties is also discussed.

기호설명

Bo : Bond 수, $\rho g h^3 / \gamma$
 Cf : 마찰 계수, $\tau_w / (0.5 \rho U_i^2)$
 c : 비열[kJ/(kg · K)]
 Fr : Froude 수, U / \sqrt{gh}
 g : 중력[m/s²]
 h : 박막의 높이[m]
 k : 열전도율[W/(m · K)]
 L : 판의 길이[m]
 n, r : 수직 및 접선 방향 좌표
 Nu : Nusselt 수, $q_w / (T_w - T_i) \cdot h_i / k$
 p : 압력[N/m²]

Q : 유량[m³/s]
 q_w : 열유속[W/m²]
 r, z : 축대칭 좌표계
 Re : Reynolds 수, Uh/ν
 T : 온도[°C]
 t : 시간[s]
 U : 평균 속도[m/s]
 u, v : 속도 성분[m/s]
 x, y : 직교 좌표계[m]

그리스문자

α : 형상 계수
 γ : 표면 장력[N/m]
 μ : 점성 계수[kg/(m · s)]
 ν : 동점성 계수[m²/s]
 ρ : 밀도[kg/m³]
 τ_w : 벽 마찰 응력[N/m²]

* 회원, 서울대학교 대학원 기계공학과

** Post-Doctor, University of Minnesota

*** 회원, 서울대학교 기계공학과

하첨자

i	: 입구
o	: 출구
w	: 벽
s	: 자유 표면

1. 서 론

충돌 제트에 의한 액체의 박막유동은 높은 열전달 특성으로 인하여 산업에서 널리 응용되는 것으로, 압연공정에서 고온강판의 냉각, 냉각탑, 스프레이 형태의 열교환기, 유리의 텀퍼링, 합성수지의 성형, 항공기의 발전 코일 등에 많이 이용되고 있다⁽¹⁾. 최근에는 대규모집적회로(VLSI)의 발달로 반도체 모듈의 냉각을 위하여 이용되기도 한다. 특히 제품 생산공정에서의 응용은 제품의 품질을 크게 좌우하기 때문에 이와 관련된 냉각유동의 연구는 매우 중요하다. 일반적으로 충돌 제트는 기체 속에 분사되는 기체 제트 또는 액체 속에 분사되는 액체 제트(submerged impinging jet)와 기체 속에 분사되는 액체 제트(free impinging jet)로 나눌 수 있다. 이 중 본 연구에서 고찰하고자 하는 세 번째 경우는 박막의 형성과 함께 두 유체 사이에 표면장력을 가지는 자유표면이 존재한다는 점이 특징적이다. 또한 유동의 불연속적인 변화를 수반하는 수력도약이 발생하고 그 위치는 유동 조건에 따라 변한다. 이러한 물리적 현상은 충돌 제트의 열전달 특성에 매우 중요한 영향을 미치므로 이에 대한 체계적인 연구가 절실하다.

수력도약을 수반하는 박막유동의 물리적 현상을 이해하기 위하여 이론적, 실험적 및 수치적 방법을 통하여 많은 선행 연구들이 이루어 졌다. Watson⁽²⁾은 수평평판 위에 수직으로 분사되는 액체제트의 박막유동에 대하여 경계층 가정, 적분방정식 등을 사용하여 최초로 이론적 해석을 수행하였고, Chaudhury⁽³⁾는 이 유동에 대한 열전달 해석을 하였다. Rajaratnam⁽⁴⁾은 다양한 수력도약 현상에 대한 실험적 및 이론적 해석을 하였다. Thomas 등^(5, 6)은 1차원 가정을 사용하여 평면유동과 축대칭유동에서 자유표면의 높이를 계산하였고, 축대칭유동에 대해서는 실험을 통하여 자유표면의 높이를 측정하였다. 그러나 이상의 연구들에서 이론적 해는 많은 근사 가정을 통하

여 얻어지므로 수력도약 과정에서의 복잡한 2차원 유동특성을 정확하게 반영하지 못하며, 실험적 방법에서는 박막이 매우 얇아 대부분 자유표면의 형상에 대한 측정에 국한되고 내부 유동장에 대한 측정은 이루어지지 못하였다. 이에 반해 수치적 접근 방법은 유동장에 대한 정성적인 정보를 얻을 수 있어 박막 유동의 특성을 이해하는데 매우 유용한 역할을 한다. Rahman 등⁽⁷⁾은 2차원 증류 정상 유동에 대해 SIMPLEST 알고리즘 및 POM(pressure optimization method)을 사용하여 최초로 수치 해석을 수행하였다. 또한, Rahman 등⁽⁸⁾은 축대칭 유동에 대해 출구에서 표면장력에 의한 효과를 고려한 수치 해석을 수행하였으며, 점성을 고려한 1차원 이론해석⁽⁹⁾을 통하여 박막유동에 대한 중력 및 레이놀즈수의 영향을 분석하였다. 그들이 사용한 POM 자유표면 추적기법은 자유표면의 형상을 몇 개의 변수로 표시되는 함수로 가정하기 때문에 자유도가 변수의 개수에 의해 제한되는 단점이 있다. Chippada 등⁽¹⁰⁾은 ALE(arbitrary Lagrangian-Eulerian) 방법을 사용하여 개수로 유동에서의 난류 수력도약을 계산하였다. 그들의 연구에서는 자유표면의 형상이 운동학적 구속조건(kinematic condition)에 의해 결정되어 자유도는 자유표면 위의 격자수와 같다. 그럼에도 불구하고 이 연구는 개수로 유동에 국한되어 있어 박막유동에서 매우 중요한 요소인 표면 장력 및 입출구 조건의 영향에 대한 체계적인 분석이 이루어지지 않았다.

자유표면이 있는 유동에 관한 수치해석 방법은 대체로 Eulerian 방법과 Lagrangian 방법, 그리고 이 두 가지를 결합한 ALE(arbitrary Lagrangian-Eulerian) 방법으로 분류된다. 대표적인 Eulerian 기술 방법으로 VOF(volume of fluid) 방법⁽¹¹⁾이 있다. 이 방법은 격자가 항상 고정되어 있어 격자의 재배치 과정이 필요 없으며, 자유표면의 형상이 매우 복잡한 경우에도 적용할 수 있는 장점이 있다. 그러나 자유표면 추적을 위한 별도의 기법이 필요하며, 그 과정에서 많은 오차를 수반할 가능성이 있다. 또한 액체 영역 외에 기체영역에도 격자가 필요하므로 메모리 및 계산시간이 낭비될 수 있다. 이에 반해 Lagrangian 방법⁽¹²⁾은 운동량 방정식에서 대류항이 사라지고 모든 격자는 입자를 따라 움직이며, 보다 정확한 자유표면의 형상을 얻을 수 있고 별도로 자유표면 형상을

계산할 필요가 없다. 그러나 유체입자들이 서로 교차하거나 아주 큰 변동을 일으키는 경우는 계산을 할 수 없다. ALE 방법⁽¹³⁾은 위의 두 방법의 장점을 결합한 것으로, 자유표면의 형상은 Lagrangian 방법과 같이 자유표면 위의 입자의 속도에 의해 결정되어 자유표면 추적과정에서의 오차가 줄어들고, 내부 격자점은 유체입자의 이동 속도와 무관하게 임의로 재배치하기 때문에 격자 교차 현상이 일어나지 않는다.

따라서 본 연구에서는 수치 기법으로서 자유표면 형상의 자유도가 충분히 보장되면서 적은 형상 오차를 수반하는 ALE 운동방정식 기술 방법을 채택하였다. 자유표면 위의 격자점들은 수직 방향으로 운동학적 구속조건에 의해 결정되며, 벽의 격자점들은 Eulerian 방법으로 항상 고정시키고, 내부의 격자점은 새로운 자유표면의 위치에 의해 재배치하였다. 그리고 주유동 방향으로는 모든 격자점의 좌표가 Eulerian 방법에 따라 고정되도록 하였다.

이 연구에서 개발된 코드는 우선 단일파의 전파 문제를 통해 검증한 다음, 이를 박막유동에 대한 유한요소 수치 해석에 적용함으로써 평면 및 축대칭 박막 유동의 유동장 및 온도장에 대한 해를 구하고자 한다. 이로부터 레이놀즈수 및 프루드수에 따른 유동 및 열전달 특성, 그리고 수력도약의 형성에 있어 중력, 점도 및 표면장력의 영향을 체계적으로 분석하며, 온도장에 의한 유체 물성치의 변화의 영향도 고찰한다.

2. 수치 기법

2.1 지배 방정식 및 ALE 기술에 의한 기본 알고리즘

수직 층류 분류에 의한 평판 위 액체 박막 유동장과 계산 영역의 개략도가 Fig. 1에 나타나 있으며, 층류 비정상 2차원 평면 및 축대칭 유동에 대하여 고찰한다. 평면 유동에 대한 계산을 통하여 레이놀즈수와 프루드수 등 무차원 계수들이 박막의 형상에 어떠한 영향을 미치는지 분석하고, 축대칭 유동의 계산에서는 분사 유체로서 상온의 물을 채택하여 비등 및 증발을 수반하지 않는 온도 범위에서 유동 및 열전달 현상을 모사한다. 일반적으로 층류 분류로 인한 박막유동은 비압축성으로 가정할 수 있으나, 넓은 범위의 온

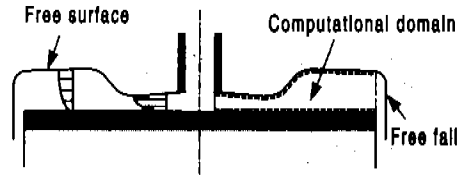


Fig. 1 Sketch of the flow field and computational domain.

도 변화에 따라 유체의 물성치들이 변하는 것은 무시할 수 없다. 특히 점도, 열전도 및 표면장력이 다른 물성치들(밀도, 비열 등)에 비해 상대적으로 온도의 영향을 많이 받기 때문에 이들을 온도만의 함수로 가정한다. 운동량방정식에서 부력은 박막의 두께가 매우 얇아 강제 대류가 지배적이므로 무시될 수 있다. 또한 에너지방정식에서 점성 소산항도 유속이 크지 않으므로 무시한다. 이상의 가정에 의한 지배 방정식들은 격자 이동 속도를 고려한 ALE 기술 방식에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) &= \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \\ \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \\ \sigma_{ij} &= -p \delta_{ij} + \tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $\tilde{u}_i = u_i - m_i$ 는 대류 속도로서, 유체 입자의 속도(u_i)와 격자의 이동 속도(m_i) 사이의 차로 정의된다. ALE 방법은 Hirt 등⁽¹³⁾이 최초로 유한 차분법에 적용하였고, 격자점의 이동속도와 유체의 이동속도가 같으면($u_i = m_i$) 관성항은 사라지고, 유체 입자는 항상 동일한 격자점 위에 존재한다. 즉 Lagrangian 표현이 된다. 반면에 격자점의 이동이 없으면($m_i = 0$) 단순한 Eulerian 표현이 된다.

연속 및 운동량방정식에 대하여는 Nonino와 Giudice⁽¹⁴⁾ 그리고 성재용 등⁽¹⁵⁾이 사용한 수정된 SIMPLE 알고리즘을 적용하고 시간 전진에 대하여 완전 내재적 방법을 사용하면 위의 지배방정

식들은 다음과 같이 분할된다:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + \tilde{u}_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \right) &= \frac{\partial \sigma_{ij}^*}{\partial x_j} + \rho g_i \\ \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i \partial x_i} &= \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \\ \rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} &= - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \\ \rho c \left(\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} + \tilde{u}_j^{n+1} \frac{\partial T^{n+1}}{\partial x_j} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T^{n+1}}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 p' 은 보정 압력이고, 상첨자 *는 중간속도 및 압력을 나타내며, 상첨자 n 과 $n+1$ 은 각각 이전 시간단계와 현재 시간단계를 의미한다. p^* 는 현재 시간단계 초기에 p^n 으로 가정하고 매 반복 계산에서 p' 을 더하되, $p' < \varepsilon$ 이 될 때까지 반복 계산을 하여 말기에 $p^{n+1} = p^* + p'$ 로 하여 한 시간단계를 전진한다. 온도의 함수로 주어지는 모든 물성치들은 온도장이 얻어지면 주어진 데이터에 의해 매 반복 계산에서 선형보간 방법으로 갱신이 된다. 수정된 SIMPLE 알고리즘은 분할단계방법(fractional step method)과 SIMPLE 알고리즘을 혼합한 것으로, 분할단계방법의 장점을 살리면서 매 시간단계에서 연속 방정식과 운동량 방정식을 엄밀하게 만족시키도록 SIMPLE의 개념을 도입한 것이다. 특히 이 방법에서는 압력 방정식의 계수가 고정되므로 매 반복계산 단계에서 SIMPLE과 같이 압력방정식의 계수를 구하지 않아도 되는 이점이 있다.

2.2 유한 요소 공식화

임의의 시간 단계 $n+1$ 에서의 유한 요소를 Ω^{n+1} 그리고 경계를 Γ^{n+1} 라고 하면, 운동량 방정식의 유한요소 공식화는 다음과 같다:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^{n+1}} \left(\rho u_i^* w + \Delta t \rho \tilde{u}_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \tilde{w} + \Delta t \sigma_{ij}^* \frac{\partial w}{\partial x_j} \right) d\Omega \\ = \int_{\Omega^{n+1}} (\rho u_i^n w + \Delta t \rho g_i w) d\Omega \\ + \int_{\Gamma^{n+1}} \Delta t \sigma_{ij}^* n_j w d\Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 w 는 가중 함수이며, \tilde{w} 는 보정된 가중 함수이다. 마지막 항은 용력 경계조건(traction boundary condition)에 따라 자유표면 위에서 용력 성분들(σ_n, σ_t)이 주어진다면 다음 식에 의해 계산된다:

$$\begin{aligned} T_i &= \int_{\Gamma^{n+1}} \sigma_{in} n_j w d\Gamma \quad \text{for } i = 1, 2 \\ \sigma_{in} n_j &= \sigma_x = \sigma_n n_x + \sigma_t \tau_x \\ \sigma_{in} n_j &= \sigma_y = \sigma_n n_y + \sigma_t \tau_y \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 경계의 수직 및 접선 방향 단위 벡터는 자유표면 형상으로부터 계산되며, 미분 연산자 $h_{,x} = \partial h / \partial x$ 로 정의하면(이하 동일) 다음과 같이 표시된다:

$$\begin{aligned} \vec{n} &= n_x \hat{i} + n_y \hat{j} = - \frac{h_{,x}}{\sqrt{1+h_{,x}^2}} \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{1+h_{,x}^2}} \hat{j} \\ \vec{\tau} &= \tau_x \hat{i} + \tau_y \hat{j} = \frac{1}{\sqrt{1+h_{,x}^2}} \hat{i} + \frac{h_{,x}}{\sqrt{1+h_{,x}^2}} \hat{j} \end{aligned} \quad (5)$$

압력 방정식에 대한 공식화는 연속 방정식에 속도 보정 방정식의 u_i^{n+1} 를 대입하여 얻어지며, 압력방정식, 속도 보정 방정식 및 에너지 방정식의 유한요소 공식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega^{n+1}} \frac{\partial w}{\partial x_i} \frac{\partial p'}{\partial x_i} d\Omega &= \frac{\rho}{\Delta t} \int_{\Omega^{n+1}} \frac{\partial w}{\partial x_i} u_i^* d\Omega \\ &- \frac{\rho}{\Delta t} \int_{\Gamma^{n+1}} u_n^{n+1} w d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

$$\int_{\Omega^{n+1}} \rho u_i^{n+1} w d\Omega = \int_{\Omega^{n+1}} \left(\rho u_i^* w - \Delta t \frac{\partial p'}{\partial x_i} w \right) d\Omega \quad (7)$$

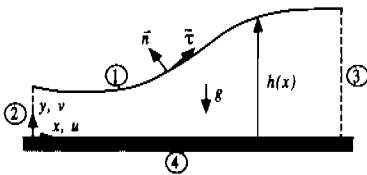
$$\begin{aligned} \int_{\Omega^{n+1}} \left(\rho c T^{n+1} w + \Delta t \rho \tilde{u}_j^{n+1} \frac{\partial T^{n+1}}{\partial x_j} \tilde{w} \right. \\ \left. + \Delta t k \frac{\partial T^{n+1}}{\partial x_j} \frac{\partial w}{\partial x_j} \right) d\Omega &= \int_{\Omega^{n+1}} \rho c T^n w d\Omega \\ &+ \int_{\Gamma^{n+1}} \Delta t k \frac{\partial T^{n+1}}{\partial n} w d\Gamma \end{aligned} \quad (8)$$

본 연구에서는 비엇갈림 격자제를 채택한 동차 선형 분리유한요소법(linear equal order segregated finite element method)⁽¹⁶⁾을 사용하였다. 운동량방정식 및 에너지 방정식은 유선상류

도식(SUPG)⁽¹⁷⁾을 적용하여 차분화하였고, 행렬 해법으로서 BiCGSTAB(Bi-Conjugate Gradient Stabilized)을 이용하였다. 압력방정식은 Galerkin 방법을 사용하여 차분화하였고, ICCG(Incomplete Cholesky Conj- ugate Gradient) 해법을 이용하여 해를 구하였다.

3. 경계조건

자유표면, 입구, 출구 및 고체 벽으로 구성된 박막유동 문제에 대한 경계조건이 Fig. 2에 제시되어 있다.



- ① $\sigma_n = \frac{\gamma}{R}, \sigma_t = \beta\tau_t \tau_n, \frac{\partial T}{\partial n} = 0$
- ② $\bar{u} = \bar{u}_i, T = T_i$
- ③ $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + U_c \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = 0, \frac{\partial T}{\partial t} + U_c \frac{\partial T}{\partial n} = 0$
- ④ $\bar{u} = 0, T = T_w, \text{ or } -k \frac{\partial T}{\partial n} = q_w$

Fig. 2 Boundary conditions for thin liquid film flow problem.

3.1 자유표면 경계조건

자유표면이 있는 유동의 계산에 있어 그 표면 경계를 기술하는 두 개의 방정식이 있다. 첫째는 운동학적 구속조건(kinematic condition)으로서 이는 자유표면 위에 존재하면 입자는 항상 그 표면 위에 남아 있게 되는 조건으로서, 자유표면의 형상을 추적하는 데 사용된다. 둘째는 동역학적 조건(dynamic condition)으로서 경계의 수직 및 접선 방향의 힘의 평형관계로부터 유도되며, 운동량 방정식의 용력 경계조건으로서 사용된다. 2차원 평면 또는 축대칭 유동에 대한 이 두 식의 일반적인 형태는 다음과 같다:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \tag{9}$$

$$\sigma_n = \sigma_{ij} n_j n_i = -p + 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial n} = \frac{\gamma}{R}$$

$$\sigma_t = \sigma_{ij} n_j \tau_i = \mu \left(\frac{\partial u_n}{\partial \tau} + \frac{\partial u_t}{\partial n} \right) = \beta T_t \tau_i \tag{10}$$

여기서 $\beta = -dy/dT|_{T_w}$ 이고, γ 는 표면장력을 나타내며, 곡률반경 R 은 주곡률반경(principal radius of curvature), R_1, R_2 에 의해 다음과 같이 계산된다:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ R_1 &= \frac{(1+h_{,xx}^2)^{3/2}}{h_{,xx}} \\ R_2 &= -x\sqrt{1+1/h_{,xx}^2} \end{aligned} \tag{11}$$

평면 유동에서는 오직 한 개의 주곡률반경이 존재한다($R_2 = \infty$). 반면 축대칭 유동에서는 원주 방향의 곡률이 존재하므로 이를 모두 고려하여야 한다⁽¹⁸⁾.

ALE 방법에 의한 자유표면 추적 기법은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데, 앞에서 서술한 바와 같이 운동학적 구속조건을 직접 차분화하여 구하는 방법⁽¹⁰⁾과 수직 격자 기동을 제어체적으로 설정하여 질량 보존을 만족시키도록 새로운 자유표면 형상을 추적하는 기법⁽¹⁹⁾이 있다. 첫 번째 방법은 방정식이 자유표면의 물리적 현상을 잘 반영하고 있어 대부분의 경우 주로 사용되는 기법이며, 두 번째 방법은 질량 보존을 보다 정확하게 만족시킬 수 있는 장점이 있으나 2차 연립방정식을 반복 계산으로 구해야 하므로 계산시간이 많이 소요된다. 따라서 본 연구에서는 운동학적 구속조건을 사용하는 첫 번째 방법을 채택하였다.

자유표면에서의 압력은 수직 방향의 용력 관계식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\begin{aligned} p &= 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial n} - \frac{\gamma}{R} \\ \frac{\partial u_n}{\partial n} &= \frac{\partial \vec{u}}{\partial n} \cdot \vec{n} = \frac{\partial u}{\partial n} n_x + \frac{\partial v}{\partial n} n_y \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= \nabla u \cdot \vec{n} = \frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \\ \frac{\partial v}{\partial n} &= \nabla v \cdot \vec{n} = \frac{\partial v}{\partial x} n_x + \frac{\partial v}{\partial y} n_y \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 우변의 첫 항은 대부분의 경우 그 크기가 표면장력에 의한 둘째 항에 비해 미약하기 때문에 표면장력을 무시하면 자유표면의 압력은 대기압과 같다. 그러나 본 연구에서는 보다 정확한 계산을 위하여 이를 고려하였다.

3.2 입구 및 출구 경계조건

수력도약을 수반하는 박막 유동은 충격파가 발생하는 압축성 유동과 유사한 특성을 가지고 있다. 식 (1)에 주어진 연속 및 운동량 방정식에서 1차원 유동과 정수압 분포를 가정하면, 자유표면의 높이와 1차원 속도를 미지수로 하는 두 개의 방정식이 유도된다. 이 방정식을 선형화하여 정리하면 다음과 같은 박막유동의 특성방정식을 얻을 수 있다⁽⁹⁾.

$$\frac{\partial R_{12}}{\partial t} + C \frac{\partial R_{12}}{\partial x} = S$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} U + \sqrt{gh_i} \frac{h}{h_i} \\ U - \sqrt{gh_i} \frac{h}{h_i} \end{bmatrix} = \text{Riemann invariants}$$

$$C = \begin{bmatrix} U + \sqrt{gh_i} \\ U - \sqrt{gh_i} \end{bmatrix} = \text{wave speed} \quad (13)$$

여기서 첫 번째 invariant는 항상 하류로 진행하지만, 두 번째 invariant는 초임계 유동($Fr_l > 1$)이면 하류로만 진행하고, 아임계 유동($Fr_l < 1$)이면 상류로도 진행한다. 따라서 초임계 유동에서는 입구에서 속도와 높이가 모두 지정되어야 하고, 아임계 유동에서는 입구 및 출구에서 각각 속도와 높이 중 어느 한 가지씩은 지정되어야 한다. 계산 영역 내부에서 수력도약이 발생하면, 입구에서는 초임계유동이므로 속도와 높이가 주어지고, 출구에서는 아임계유동이므로 높이와 속도 중 하나를 지정하여야 한다.

이상에서 가장 큰 문제는 실제로 출구 조건을 어떻게 부여할 것인가이다. Rahman 등⁽⁸⁾은 출구의 자유낙하 과정에서 심한 곡률로 인하여 표면장력의 영향을 고려한 정상상태일 때의 출구 높이를 다음과 같이 제안하였다:

$$h_o = h^* + \frac{\gamma}{\rho g R}$$

$$h^* = \left[\frac{Q}{(2\pi x)^k \sqrt{g}} \right]^{2/3} \quad (14)$$

여기서 h^* 는 임계 높이로서 출구 프루드수가 1일 때의 이론적인 출구 높이를 의미하며, $k = 0$ 는 평면 유동 그리고 $k = 1$ 은 축대칭 유동을 나타낸다. 식 (14)에서 출구의 곡률반경 R 이 결정되면 정상상태의 출구 높이를 구할 수 있다. 그러나 Nakoryakov 등⁽²⁰⁾의 실험자료에 의하면 벽면 끝단의 형상에 따라 출구 높이가 매우 다른 값을 보이며 이에 대한 명확한 상관관계식이 아직 보고된 바가 없다. 따라서 본 연구에서는 형상 계수 α 를 도입하여 $R = \alpha h_o$ 로 표시하였으며, α 는 적절한 가정에 의해 결정된다. 이를 식 (14)에 대입하여 정리하면 정상상태에서의 출구 높이는 다음과 같다:

$$h_o = \frac{h^* + \sqrt{h^{*2} + (4\gamma/\rho g \alpha)}}{2} \quad (15)$$

이 식은 근사적 방법에 의한 것이지만 Rahman 등⁽⁸⁾에 의하면 실험결과와 매우 잘 일치함을 볼 수 있다. 대부분의 선행 연구들^(7, 8, 10)에서는 출구 높이를 고정하여 계산을 하였지만, 본 연구에서는 비정상 과정을 반영할 수 있도록 출구 프루드수를 고정하였다. 즉, 출구 높이가 정상상태의 높이보다 낮으면 속도가 감소하고 정상상태의 높이보다 높으면 속도가 증가하여 최종적으로 정상상태로 수렴하게 된다. 출구 프루드수는 다음 식으로부터 결정된다.

$$Fr_o = \frac{Q}{(2\pi x)^k \sqrt{(gh_o^3)}} \quad (16)$$

비정상 유동을 모사하기 위해 초기에 계산영역 내에 액체가 거의 없다는 가정 하에 입구를 제외한 모든 격자들을 벽으로 밀집하여 분포시켰다. 초기에 내부에서 유동은 정지상태이며, 압력은 정수압으로 가정하였다. 입구에서의 속도 분포는 균일, 포물선 그리고 완전 발달된 속도 분포를 사용하였다. 완전 발달된 속도 분포 형태는 4장에서 설명이 되며, 포물선 분포는 다음과 같이 주어진다:

$$\vec{u}_i = \frac{3}{2} U_i \left[2 \left(\frac{y}{h_i} \right) - \left(\frac{y}{h_i} \right)^2 \right] \hat{i} \quad (17)$$

출구에서의 속도 경계조건은 대류 경계조건 (convective boundary condition)을 사용하였으며, 대류 속도 U_c 는 출구 프루드수와 운동학적 구속 조건으로부터 얻어진 출구 높이로부터 결정하였다.

3.3 온도 경계조건

에너지 방정식의 경계조건은 벽에서 일정 벽온도 또는 일정 열유속 조건을 사용하였다. 자유표면에서는 비등 및 증발이 없어 대기와의 열전달이 미약하므로 단열 조건을 사용하였다. 또한 입구는 균일 온도의 유체로 가정하였으며, 출구는 운동량 방정식에서와 같이 대류 경계조건을 사용하였다.

4. 결과 및 검토

4.1 단일파의 전파 문제를 통한 코드 검증

본 연구에서는 개발된 코드를 검증하기 위하여 단일파의 전파 문제에 대한 해석을 수행하였다. 이는 비정상 유동으로서 한 시간 단계의 전진에 있어 반복계산을 통해 연속 및 운동량 방정식을 엄밀하게 만족시키도록 하였다. 초기 물결파는 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 벽에 부딪친 후 반사되어 다시 원래 위치로 되돌아온다. 이 문제는 오래 전부터 많은 연구가들에 의해 이론적으로 분석되었다. 자유표면의 형상 및 속도장은 Laitone⁽²¹⁾에 의해 다음과 같이 제시되었다.

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{gd} \frac{H}{d} \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x-ct) \right] \\ v &= \sqrt{3gd} \left(\frac{H}{d} \right)^{3/2} \left(\frac{y}{d} \right) \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x-ct) \right] \cdot \\ &\quad \tanh \left[\sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x-ct) \right] \\ h &= d + H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x-ct) \right] \\ p &= \rho g (h-y) \\ \frac{c}{\sqrt{gd}} &= 1 + \frac{1}{2} \frac{H}{d} - \frac{3}{20} \left(\frac{H}{d} \right)^2 + O \left(\frac{H}{d} \right)^3 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 c 는 파의 전파속도이며, 계산은 $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $L = 16 \text{ m}$, $d = 1 \text{ m}$ 그리고 시간중분 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 이고, 초기 파고 $H/d = 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5$ 그리고 0.55 인 경우에 대하여 수행되었다. 초기 물결파는 오른쪽으로 진행하며, 오른쪽 벽에서 최고 상승높이 (maximum run-up height)는 2차원 비점성 이론 해석을 통하여 Byatt-Smith⁽²²⁾가 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{R_{\max}}{d} = 2 \frac{H}{d} + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{d} \right)^2 + O \left(\frac{H}{d} \right)^3 \quad (19)$$

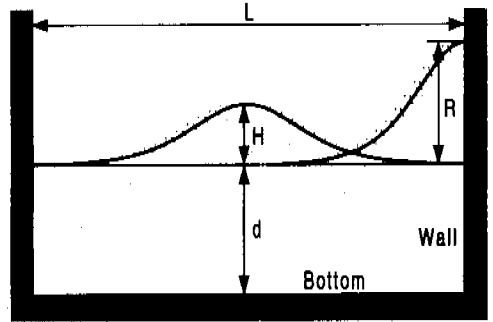


Fig. 3 Schematic description of a solitary wave propagation problem.

Fig. 4는 초기 파의 높이에 따른 최고 상승높이를 나타내었는데, Maxworthy⁽²³⁾의 실험 자료, Chan과 Street⁽²⁴⁾의 계산 결과 그리고 Byatt-Smith⁽²²⁾의 이론식과 비교적 잘 일치하였다. Fig. 5에서는 파의 위상변화를 나타내고 있는데, ΔX 는 오른쪽 벽과 파의 마루 사이의 거리이다. 초기 파는 일정한 속도로 진행하다가, 벽 근처에 도달하면 속도가 약간 빨라지고 벽에 부딪힌 후 약간의 정체현상을 보인다. 그리고 반사된 후에 점차 원래의 속도를 회복하여 전파한다. 이 과정에서 부딪힌 후 즉시 반사되는 이론적인 파와 실제 물결파 사이에 위상의 차이가 발생한다. 이러한 비선형 파의 거동은 Maxworthy의 실험을 통해서 검증이 되었고, 반사된 파의 위상 변화량 $\Delta X \approx 1$ 인 점도 본 연구의 결과와 일치한다.

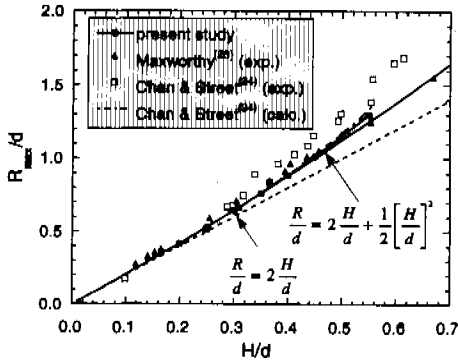


Fig. 4 Maximum run-up heights for various incident wave amplitudes.

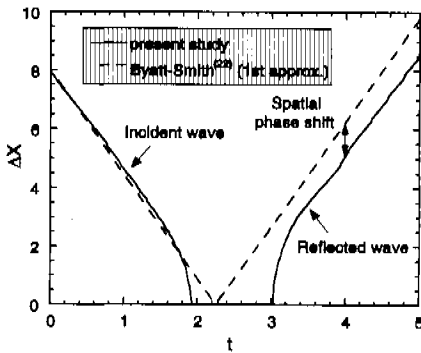


Fig. 5 Spatial phase change of the wave crest for $H/d = 0.3$.

4.2 중력이 없는 경우의 박막유동

중력이 없는 유동은 프루드수가 무한대이므로 초임계 유동의 특성을 가지고 있다는 점에서 그 특성을 이해하고 분석하는데 의의가 있다. 중력 및 표면장력은 무시하였지만 점성의 존재로 인해, 관성력을 가지고 있는 입구 유동은 벽 마찰의 영향으로 속도가 줄어들고 박막의 높이가 점점 증가한다. 본 계산은 $h_i = 0.595 \times 10^{-3}$ m, $L = 0.03$ m 그리고 $Re = 12.5, 32.3, 294.5$ 에 대해 수행되었다.

Fig. 6에서 계산 결과를 Rahman 등의 1차원 이론해석 결과⁽⁹⁾ 및 2차원 수치해석 결과⁽⁷⁾와 비교하였고, 레이놀즈수의 영향에 대하여도 살펴보았다. 그들의 결과에 의하면 1차원 해석하는 2차

원 수치해보다 박막의 높이를 높게 예측한다. 또한 동일한 유동 조건에서도 입구 속도 분포 형태에 따라 박막의 높이가 서로 다르게 예측되었는데, 이는 입구에서 포물선 속도 분포가 균일 속도 분포보다 저항을 적게 받기 때문이다. 균일 속도 분포에 대한 본 계산의 결과는 Rahman의 계산 결과와 잘 일치하였으며, 레이놀즈수가 증가하면 마찰의 영향이 감소하므로 자유표면의 기울기는 감소한다. 극한의 경우로서 레이놀즈수가 무한대 (비점성 유동)이면 박막의 높이는 입구와 동일하게 유지된다.

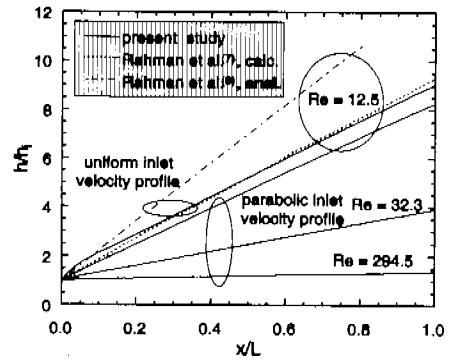


Fig. 6 Variations of film height and effect of Reynolds number in the case of planar flow without gravity.

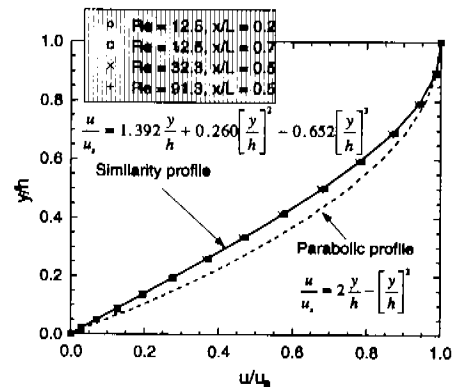


Fig. 7 Similarity in streamwise velocity profiles at various positions and Reynolds numbers.

초입계 유동의 가장 큰 특징은 Fig. 7에서 볼 수 있듯이 속도 분포가 상사해물 가지고 있다는 점이다. 박막의 높이 h 와 자유표면에서의 속도 u_s 로 무차원 하였을 때, 상사해는 식 (17)의 포물선 분포와는 차이가 있으나 위치 및 레이놀즈수에 무관하게 단일의 형태를 보인다. 그러므로 이를 초입계 영역에서의 “완전 발달된” 유동으로 정의하여도 무방할 것이다.

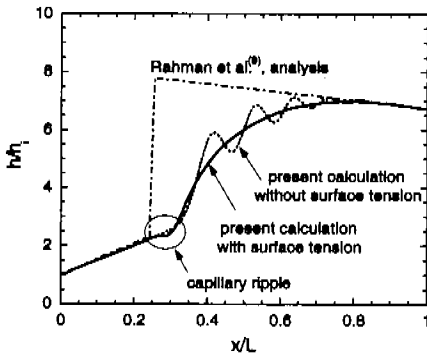


Fig. 8 Variations of film height in the case of planar hydraulic jump at $Re = 89$ and $Fr_1 = 8.6$.

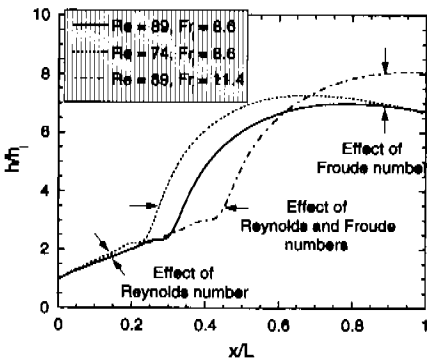


Fig. 9 Effects of Reynolds and inlet Froude numbers on the film height in the case of planar flow

4.3 평면 유동에서의 수력도약

중력이 존재함으로써 박막 유동은 내부에서 수력도약이 발생할 가능성을 지닌다. 이러한 현상

은 압축성 파이프유동에서 발생하는 수직 충격과 같은 현상으로, 유체속도가 물결파의 전파속도(\sqrt{gh})보다 크면 마찰 손실로 인한 출구의 느린 유속조건을 만족시키기 위해 중간에서 유동의 불연속성이 발생한다. 평면 유동의 계산에서는 이러한 수력도약의 발생에 있어 무차원 계수들의 영향에 대하여 고찰하였으며, 사용된 유동 조건은 $h_1 = 0.595 \times 10^{-3} \text{ m}$, $L = 0.14 \text{ m}$, $Re = 74, 89$, $Fr_1 = 8.6, 11.4$, $Bo = 1.4 \times 10^{-2}$, $\nu = 7.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 이고 출구 조건은 $Fr_0 = 0.5$ 이다.

Fig. 8에서 표면장력을 고려한 경우와 무시한 경우($Bo = \infty$)의 계산결과를 Rahman 등⁽⁹⁾의 1차원 해석 결과와 비교하였다. 수력도약 이전의 초입계 영역은 비교적 잘 일치함을 볼 수 있고, 1차원 해석에서는 예측이 어려웠던 수력도약 과정의 자세한 거동도 잘 나타나 있다. 여기서 주목할 사항은 수력도약 과정에서의 표면장력의 역할이다. 표면장력을 무시하면 수력도약이 매우 불안정하게 되어 많은 오차를 수반하게 됨을 확인할 수 있다. 그리고 수력도약을 전후로 자유표면의 기울기는 정반대의 경향을 가짐을 볼 수 있다. Fig. 9에서는 박막의 높이에 대한 레이놀즈수 및 프루드수의 영향을 고찰하였다. 초입계 영역의 자유표면 기울기는 중력을 무시한 유동에서 살펴본 바와 같이 레이놀즈수가 증가할수록 감소하나 프루드수에는 무관하다. 반면, 출구 높이는 입구 프루드수에 의존하며, 레이놀즈수에는 무관하다. 수력도약의 위치는 레이놀즈수와 프루드수가 증가할수록 하류로 이동함을 볼 수 있다.

4.4 축대칭 수력도약에서의 유동 및 열전달 특성

대부분의 수분류가 원형 제트 형태로 벽에 분사되므로 반경방향으로 퍼져나가는 박막유동은 공학 응용분야에서 가장 일반적인 유동이다. Fig. 10에서는 축대칭 유동장에서의 수력도약에 대한 계산 결과와 Craik 등⁽²⁵⁾의 실험자료와 비교하였다. 유동 조건 및 유체의 물성치는 $h_1 = 0.165 \text{ mm}$, $r_1 = 15 \text{ mm}$, $\rho = 999.8 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\mu = 13.08 \times 10^{-4} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$, $\gamma = 0.0742 \text{ N/m}$ 로 주어진다. 입구 속도 분포는 “완전 발달된” 속도 분포를 사용하였으며, 출구 조건으로는 실험 자료에서 제시된 출구 높이가 되도록 출구 프루드수를 부여하였다. 그 결과, 유량이 11, 18,

29 ml/s 인 경우에 대한 본 연구의 계산 결과와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있고, 수력도약 직전에 자유표면이 약간 내려갔다 올라가는 capillary ripple 현상⁽²⁵⁾도 잘 예측되었다. 이 현상은 전적으로 표면장력의 존재로 인해 발생한다.

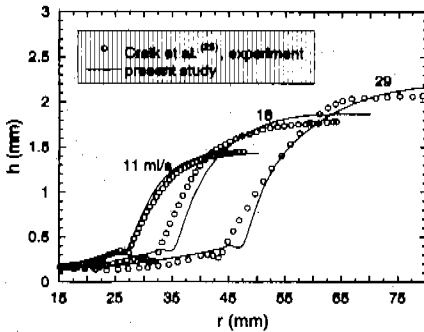


Fig. 10 Comparison of predicted film height with extant experimental data in the case of circular hydraulic jump.

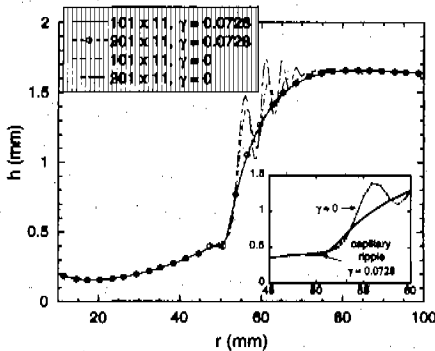


Fig. 11 Grid sensitivity test with and without surface tension in the case of circular hydraulic jump at $Q = 25$ ml/s.

Fig. 11에서는 격자수 및 표면장력의 영향에 대해 고찰하였으며, 계산에서 사용된 유동 조건은 $h_i = 0.2$ mm, $r_i = 10$ mm, $r_o = 100$ mm, $\rho = 998.2$ kg/m³, $g = 9.81$ m/s², $\mu = 10.03 \times 10^{-4}$ kg/(m · s), $\gamma = 0.0728$ N/m, $k = 0.6$ W/(m · K), $c = 4.182$ kJ/(kg · K)이다. 출구 조건은 Fig.

10의 실험 자료를 바탕으로 식 (14)의 출구 높이 관계식에서 상수 $\alpha = 4$ 를 사용하였다. 보다 정확한 자유표면의 형상을 얻기 위해서는 주유동방향으로 충분한 격자가 필요하며, 본 계산에서는 201×11 격자계가 가장 적절한 것으로 나타났다. 이 격자계에 대한 계산시간은 SERI(System Engineering Research Institute)에 있는 CRAY C90 벡터 컴퓨터에서 정상상태의 해를 얻기까지 2025 CPU 초가 소요되었다. CFL = 1.4였으며, 총 시간 전진 회수는 22675이었다. 평면 유동에서와 같이 표면장력은 일그러지려는 자유표면의 형상을 펴는 역할을 한다. 물론 수력도약의 강도가 너무 커서 표면장력의 펴는 힘을 능가하면 여러 가지 모드를 가진 물결파가 발생하여 유동은 난류로 발전하게 된다. 또한 표면장력은 capillary ripple 현상이 생기는 원인이 되는데, Fig. 11에서 표면장력을 고려하지 않은 경우는 이러한 현상이 나타나지 않았다.

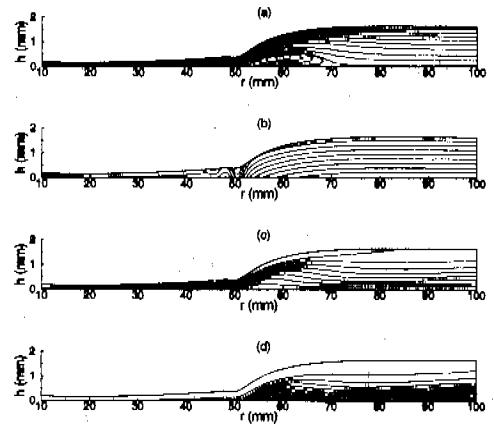


Fig. 12 Computational results for circular hydraulic jump at $Q = 25$ ml/s: (a) streamlines, (b) pressure contours, (c) temperature distributions for constant wall temperature of 40°C , (d) temperature distributions for constant wall heat flux of 1 kW/m².

Fig. 12에서는 201×11 격자계를 사용하고 Fig. 11과 동일한 유동 조건에서의 유동장 및 균일 벽온도 조건($T_w = 40^\circ\text{C}$)의 온도장 그리고 균일 열유속 조건($q_w = 1$ kW/m²)의 온도장을 나타

내었다. 여기서 입구 냉각유체의 온도는 20°C를 사용하였으며, 온도장에 의한 물성치의 변화는 고려하지 않았다. Fig. 12(a)의 유선율 통해 수력도약과 함께 벽에서 박리 버블이 존재함을 확인할 수 있고, Fig. 12(b)의 압력 분포에서는 대체로 정수압의 분포를 가지고 있으나, 수력도약 과정에서의 급격한 곡률이 존재하는 곳에서는 표면장력이 크게 작용하여 오목한 부분에서는 압력이 대기압보다 낮고, 볼록한 부분에서는 대기압보다 높은 압력이 형성되어 자유표면의 일그러짐을 억제하고 있다. 각각 벽에서 일정 온도 및 일정 열유속 조건을 사용한 Fig. 12(c)-(d)의 온도장의 경우, 일정 벽온도에서는 유체의 온도 경계층이 입구 근처부터 크게 발달하여 전체적인 냉각유체의 온도가 상승함으로써 열전달 효과가 떨어진다. 반면, 일정 열유속 조건에서는 초임계 영역에서는 유체 온도가 입구 온도와 비슷하게 유지되며 수력도약과 함께 발생하는 박리 버블로 인해 온도 경계층이 급상승하나, 전반적으로 일정 벽온도 조건보다는 냉각 효과가 뛰어난 것을 볼 수 있다.

동일한 조건에서 유량의 영향을 Fig. 13에서 관찰하였다. 유량이 증가하면 입구에서 레이놀즈수와 프루드수가 증가한다. 따라서 수력도약의 위치는 하류로 이동하며, 초임계 영역에서의 자유표면의 기울기는 줄어들는다. 축대칭 유동에서는 평면 유동과 달리, 초기에 유로가 넓어지면서 자유표면의 높이가 감소하다가 점성에 의해 유속이

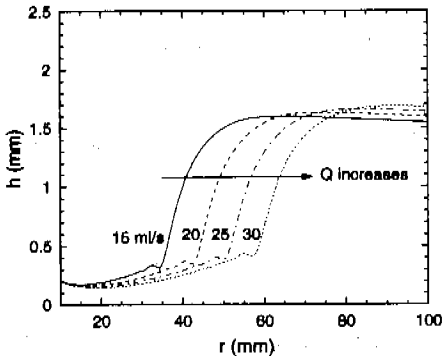


Fig. 13 Variations of film height in the case of circular hydraulic jump at various flow rates.

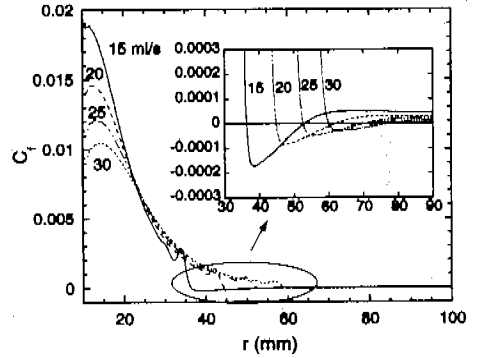


Fig. 14 Variations of skin friction coefficient in the case of circular hydraulic jump at various flow rates.

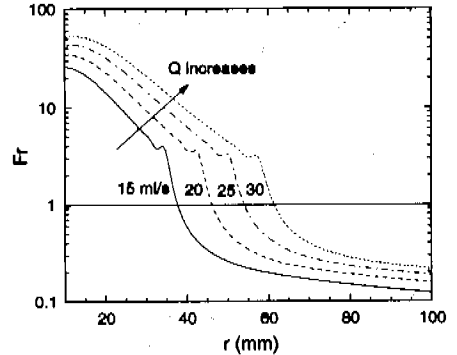


Fig. 15 Variations of local Froude number in the case of circular hydraulic jump at various flow rates.

감소되어 높이는 다시 상승하는 것을 볼 수 있다. Fig. 14에서 보여진 유량에 따른 마찰계수는 수력도약이 일어나면서 급격히 감소하며 박리 버블의 형성과 더불어 흡수가 된다. 박리 버블의 크기는 유량이 증가할수록 작아지는 현상을 보이고, 수력도약 이후 아임계 영역에서는 마찰계수가 유량에 관계없이 거의 일정하게 나타남을 볼 수 있다. Fig. 15에서는 유량에 따른 국소 프루드수의 거동을 보이고 있다. 유량이 증가할수록 전 유동 영역에서 국소 프루드수가 높게 나타났으며, 수력도약 과정에서 국소 프루드수가 초임계 영역에서 아임계 영역으로 급격히 감소한다. 다

만, 본 계산에서는 수력도약 직전의 capillary ripple이 발생하는 지점에서 극소 프루드수가 거의 같다는 점이 특징적이다.

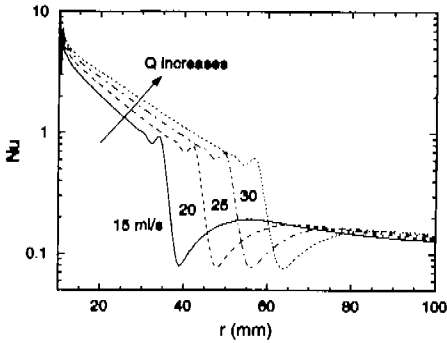


Fig. 16 Variations of Nusselt number in the case of circular hydraulic jump subject to constant wall temperature of 40°C.

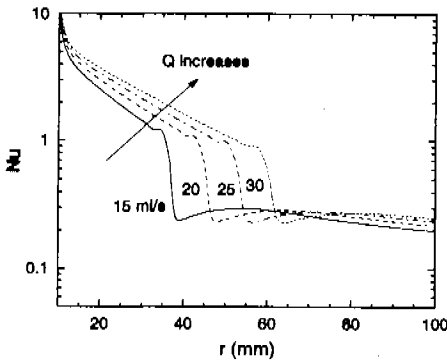


Fig. 17 Variations of Nusselt number in the case of circular hydraulic jump subject to constant wall heat flux of 1 kW/m²

온도에 따른 물성치 변화를 무시하고 균일 벽 온도 및 균일 열유속 조건에 대한 계산 결과를 Fig. 16-17에 나타내었다. 앞에서 설명한 바와 같이 전체적으로 균일 열유속일 때 누셀트수가 균일 벽온도일 때 보다 크게 나타났으며, 두 경우 모두 유량이 증가할수록 열전달이 잘 일어나지만, 박리 버블이 생기면서 최소값을 가진다. 벽면 온도 경계조건으로 인한 차이점은 균일 벽온도일

때 박리 버블에서 열전달 감소가 주위보다 현저하게 일어남을 볼 수 있다.

4.5 축대침 유동에서 온도에 따른 물성치 변화의 영향

대부분의 응용 분야에서 박막 유동은 뜨거운 판을 냉각시키는 용도로 사용이 된다. 그런데 냉각 유체와 판 사이의 온도차이가 많으면 넓은 범위의 온도 변화로 인해 유체 물성치의 변화가 중요한 인자가 된다. 이러한 물성치 변화의 영향을 고찰하기 위하여 본 연구에서는 비등 및 증발이 일어나지 않는 범위의 냉각 유동에 대한 계산을 수행하였다. 계산에서 사용된 유체는 물이며, 그 물성치는 도표⁽²⁶⁾에 의해 선행보간 되어 사용되었다. 이 표에서 0°C - 100°C의 값 중 최대값과 최소값의 차이를 최대값으로 나눈 온도 의존도는 밀도가 약 4%, 점도가 약 84%, 비열이 약 1%, 열전도가 약 17%, 표면장력이 약 22%로 점도의 변화가 가장 현저하고 열전도 및 표면장력도 온도 의존성이 비교적 크게 나타났다. 따라서 본 연구에서는 밀도와 비열은 상수로 취급하였으며, 점도, 열전도 그리고 표면장력은 온도장을 구한 후 주어진 데이터를 이용하여 선행보간을 하였다. 이러한 온도에 따른 물성치 변화는 유동장의 변화를 야기하는 중요한 요소가 된다. 특히 표면장력의 변화는 접선 방향으로 열 모세관힘(thermal capillary force)을 발생시킨다.

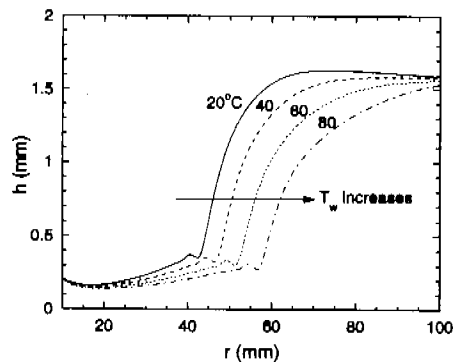


Fig. 18 Variations of film height with wall temperature when considering variable properties at $T_i = 20^\circ\text{C}$ and $Q = 20\text{ml/s}$.

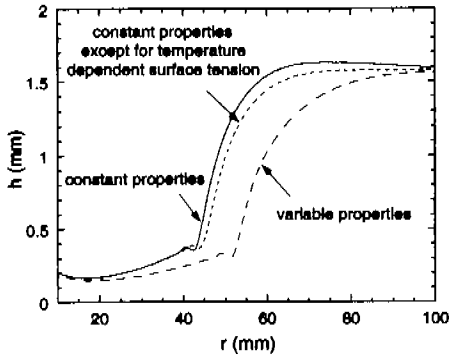


Fig. 19 Effects of thermal capillary force and variable properties on the film height at $T_i = 20^\circ\text{C}$ and $T_w = 60^\circ\text{C}$.

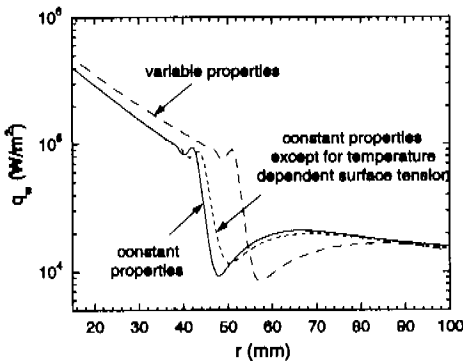


Fig. 20 Effects of thermal capillary force and variable properties on the wall heat flux at $T_i = 20^\circ\text{C}$ and $T_w = 60^\circ\text{C}$.

Fig. 18에서는 온도에 따른 물성치 변화물 고려하고, 균일 벽온도 조건에서 벽온도를 달리 하였을 때 자유표면의 형상을 나타내었다. 여기서 유동조건은 Fig. 13에서와 동일하며 $Q = 20 \text{ ml/s}$ 에 대해 계산하였다. 가장 지배적인 인자는 온도에 따른 점성의 변화로서, 온도가 증가하면 점성이 감소하여 레이놀즈수가 증가한다. 따라서 초입계 영역에서의 자유 표면 기울기 및 수력도약의 위치에 미치는 영향은 레이놀즈수 또는 유량의 증가에 따른 경향과 일치한다. 그러나 물성치 변화는 아입계 영역의 자유표면 높이에도 많은 영향을 주고 있다는 점에서 차이를 보인다.

물성치 변화에 대한 고찰 중 또 하나의 중요한 요소는 자유표면의 온도 변화에 의한 표면장력의 변화로 생기는 열 모세관 현상이다. Fig. 19에서 점도와 열전도를 고정하고 표면장력의 변화만 고려하였을 때 그리고 모든 물성치에 대한 변화를 고려하였을 때, 자유표면의 형상이 어떻게 변하는지 살펴보았다. 표면장력의 크기는 온도가 증가할수록 감소하므로 자유표면에서의 수직 용력을 감소시킨다. 그러나 이로 인한 영향은 미약하며 오히려 온도 구배에 의한 접선 방향 전단 용력의 영향이 지배적이다. 열 모세관 현상으로 생기는 전단용력은 온도가 낮은 부분에서 온도가 높은 부분으로 작용하는 힘으로, 수력도약 이후의 영역에서는 하류로 갈수록 온도가 높아져 자유표면을 하류로 밀어내는 힘이 작용한다. 따라서 수력도약의 위치는 하류로 이동하게 된다. 그러나 초입계 영역에서는 자유표면을 따라 온도 변화가 크지 않으므로 그 영향이 거의 나타나지 않는다. Fig. 20에서는 동일한 조건에서 물성치 변화에 대한 고려가 열전달 특성의 예측에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보았다. 본 계산 결과, 열모세관 현상만을 고려하였을 경우는 약 1%, 모든 물성치 변화를 고려하였을 경우는 약 25%까지 전체 열전달량의 증가가 있음을 보였다. 따라서 물성치 변화를 고려하면 박막 유동의 냉각 특성이 보다 향상된 것으로 예측됨을 볼 수 있으며, 수치해석 뿐만 아니라 실험에 있어서도 이러한 물성치 변화의 고려가 매우 중요하다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

ALE 유한요소법을 사용하여 수력도약이 일어나는 평면 및 축대칭 박막 유동에 대한 계산을 수행하였다. 자유표면에서 용력 경계 조건을 사용한 본 연구의 해석 코드는 기존의 수치해석 및 실험자료와 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었으며, 수력도약 직전에 생기는 capillary ripple 현상도 잘 예측하였다. 또한 온도에 따른 물성치 변화를 고려한 열전달 현상을 모사하여 이의 필요성을 확인하였다. 지배방정식은 비정상 운동량 및 에너지 방정식을 사용하였으며, 본 연구를 통하여 충류 박막유동의 특성에 대한 다음의 결론을 얻었다.

입구에서의 레이놀즈수와 프루드수가 증가하면 수력도약의 위치는 하류로 이동하고, 초임계 영역의 자유표면 기울기는 레이놀즈수에만 의존하며 프루드수와는 무관하다. 물론 유량이 증가하면 레이놀즈수와 프루드수가 모두 증가하므로 수력도약의 위치는 하류로 이동한다. 박막 유동의 중요한 특징으로서 초임계 영역에서는 모든 위치 및 유동 조건에 무관하게 항상 성립하는 속도의 상사해가 존재한다. 그러나 이 상사해는 포물선 분포와는 차이가 있다. 물성치 변화를 고려하지 않은 유동장 계산에서도 표면장력의 영향은 매우 크게 작용하며, 표면장력은 일그러지려는 자유표면의 형상을 안정화시키는 역할을 할뿐만 아니라 capillary ripple 현상이 일어나는 원인이 된다.

수력도약 아래 부분에서는 박막 버블이 형성되어 대류에 의한 열전달을 방해하기 때문에 열전달 계수가 최소로 된다. 동일한 유동 조건임지라도 균일 벽온도일 때가 균일 열 유속일 때보다 열전달이 적게 일어난다. 즉 균일 벽온도 조건에서는 열 경계층의 성장이 활발하여 냉각 유체의 온도가 초임계 영역에서부터 상승한다. 그러나 두 경우 모두 수력도약 영역에서 열전달이 급격히 감소하는 것은 피할 수 없다.

온도장에 의한 유체 물성치의 변화는 유동장 및 자유표면의 형상에 많은 영향을 주는 사실이 확인되었다. 특히 유체 온도의 증가에 따른 점도와 감소가 가장 지배적인 요소로서, 점도가 감소하면 레이놀즈수를 증가시키는 효과가 되어 수력도약의 위치가 하류로 이동한다. 다음으로 자유표면에서의 온도 구배로 인한 열 모세관힘도 무시할 수 없는 요인이다. 박막유동이 냉각 유체로서 사용되면 이 힘은 하류 방향으로 작용하므로 수력도약의 위치가 하류로 이동하게 된다.

후 기

본 연구는 산업과학연구원(RIST)과 시스템공학연구소(SERI)의 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사 드립니다.

참고 문헌

- (1) Liu, X., Lienhard V, J. H. and Lombara, J. S., 1991, "Convective Heat Transfer by Impingement of Circular Liquid Jets," *J. Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 571-582.
- (2) Watson, E. J., 1964, "The Radial Spread of a Liquid Jet Over a Horizontal Plane," *J. Fluid Mech.*, Vol. 20, Part 3, pp. 481-499.
- (3) Chaudhury, Z. H., 1964, "Heat Transfer in a Radial Liquid Jet," *J. Fluid Mech.*, Vol. 20, Part 3, pp. 501-511.
- (4) Rajaratnam, N., 1967, "Hydraulic Jumps," *Advances in Hydrosience*, Vol. 4, pp. 197-280.
- (5) Thomas, S., Hankey, W., Faghri, A., and Swanson, T., 1990, "One-Dimensional Analysis of the Hydrodynamic and Thermal Characteristics of Thin Film Flows Including the Hydraulic Jump and Rotation," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 728-735.
- (6) Thomas, S., Faghri, A., and Hankey, W., 1993, "The Flow of a Thin Liquid Film on a Stationary and Rotating Disk - Part I: Experimental Analysis and Flow Visualization," *ASME HTD*, Vol. 135, pp. 125-133.
- (7) Rahman, M. M., Faghri, A., Hankey, W. L., and Swanson, T. D., 1990, "Computation of the Free Surface Flow of a Thin Liquid Film at Zero and Normal Gravity," *Numer. Heat Transfer*, Part A, Vol. 17, pp. 53-71.
- (8) Rahman, M. M., Faghri, A., and Hankey, W. L., 1992, "Fluid Flow and Heat Transfer in a Radially Spreading Thin Liquid Film," *Numer. Heat Transfer*, Part A, Vol. 21, pp. 71-90.
- (9) Rahman, M. M., Hankey, W. L., and Faghri, A., 1991, "Analysis of the Fluid Flow and Heat Transfer in a Thin Liquid Film in the Presence and Absence of Gravity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 1, pp. 103-114.
- (10) Chippada, S., Ramaswamy, B., and Wheeler, M. F., 1994, "Numerical Simulation of Hydraulic Jump," *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 37, pp. 1381-1397.
- (11) Hirt, C. W., and Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the

- Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201-225.
- (12) Ramaswamy, B. and Kawahara, M., 1987, "Lagrangian Finite Element Analysis Applied to Viscous Free Surface Fluid Flow," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 7, pp. 953-984.
- (13) Hirt, C. W., Amsden, A. A., and Cook, J. L., 1974, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds," *J. Comput. Phys.*, Vol. 14, pp. 227-253.
- (14) Nonino, C., and Giudice, S. D., 1988, "Finite Element Analysis of Turbulent Forced Convection in Lid-Driven Rectangular Cavities," *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 25, pp. 313-329.
- (15) 성재용, 최형권, 유정열, 1997, "이동격자계에서 분리유한요소법에 의한 운동에너지 보존 알고리즘," *대한기계학회논문집(B)*, 제21권, 제11호, pp. 1538-1551.
- (16) Choi, H. G., Choi, H. and Yoo, J. Y., 1997, "A Fractional Four-Step Finite Element Formulation of the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations Using SUPG and Linear Equal Order Element Methods," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 143, pp. 333-348.
- (17) Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R., 1982, "Streamline Upwind Petrov-Galerkin Formulations for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 32, pp. 199-259.
- (18) Reddy, K. R. and Tanner, R. I., 1978, "Finite Element Solution of Viscous Jet Flows with Surface Tension," *Computers and Fluids*, Vol. 6, pp. 83-91.
- (19) Mashayek, F., and Ashgriz, N., 1993, "A Height-Flux Method for Simulating Free Surface Flows and Interfaces," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 17, pp. 1035-1054.
- (20) Nakoryakov, V. E., Pokusaev, B. G. and Troyan, E. N., 1978, "Impingement of an Axisymmetric Liquid Jet on a Barrier," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1175-1184.
- (21) Laitone, E. V., 1960, "The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 9, pp. 430-444.
- (22) Byatt-Smith, J. G. B., 1971, "An Integral Equation for Unsteady Surface Waves and a Comment on the Boussinesq Equation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 49, Part 4, pp. 625-633.
- (23) Maxworthy, T., 1976, "Experiments on Collisions between Solitary Waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 76, Part 1, pp. 177-185.
- (24) Chan, R. K. C. and Street, R. L., 1970, "A Computer Study of Finite-Amplitude Water Waves," *J. Comput. Phys.*, Vol. 6, pp. 68-94.
- (25) Craik, A. D. D., Latham, R. C., Fawkes, M. J. and Gibbon, P. W. F., 1981, "The Circular Hydraulic Jump," *J. Fluid Mech.*, Vol. 112, pp. 347-362.
- (26) Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1993, *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd Ed., McGraw Hill, New York.