

2차모멘트 난류모형을 이용한 정사각 단면 곡덕트 내 발달하는 난류유동 변화에 대한 고찰

전건호* · 최영돈** · 신종근***
(1999년 3월 26일 접수)

Investigation on the Developing Turbulent Flow in a Curved Duct of Square Cross-Section Using a Low Reynolds Number Second Moment Turbulence Closure

Kun-Ho Chun, Young-Don Choi and Jong-Keun Shin

Key Words: Anisotropy Tensor(비등방성 텐서), Second Moment Turbulence Closure(2차모멘트난류단합), Secondary Flow(2차 유동), Cubic Quasi Isotropy Model(입방형 준등방성 모형), Multi-Cell Vortex(다중세포와)

Abstract

Fine grid calculations are reported for the developing turbulent flow in a curved duct of square cross-section with a radius of curvature to hydraulic diameter ratio $\delta = R_c/D_H = 3.357$ and a bend angle of 720 deg. A sequence of modeling refinements is introduced; the replacement of wall function by a fine mesh across the sublayer and a low Reynolds number algebraic second moment closure up to the near wall sublayer in which the non-linear return to isotropy model and the cubic-quasi-isotropy model for the pressure strain are adopted; and the introduction of a multiple source model for the exact dissipation rate equation. Each refinement is shown to lead to an appreciable improvement in the agreement between measurement and computation.

기호설명

A	: 평면계수
a_{ij}	: 레이놀즈응력의 비등방성 텐서
C_{ij}	: 대류 텐서
C_ϵ	: 모형상수
D_H	: 정사각 덕트의 수력직경
D_{ij}	: 확산텐서
e_{ij}	: 레이놀즈응력소멸률의 비등방성 텐서
f_ϵ	: 천이함수
k	: 난류운동에너지
k^+	: 무차원 난류운동에너지
P_k	: 난류운동에너지 생성률

P_ϵ^i	: 난류운동에너지소멸률의 생성항($i=1\sim 4$)
P_{ij}	: 레이놀즈응력생성률 텐서
r_c	: 곡부 곡률반경
R_c	: 곡관부의 곡률반경
Re	: 평균속도에 의한 레이놀즈수
R_t	: 난류레이놀즈수 ($k^2/(\nu\epsilon)$)
U, V, W	: x, y, z방향의 곡부평균속도
u, v, w	: x, y, z방향의 요동속도
$\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력
y^+	: 벽면무차원거리 (U_{xy}/ν)
y^*	: 벽면무차원거리 ($y(\nu\epsilon)^{1/4}/\nu$)
y_w^+	: 벽면무차원거리 ($y^*(1+ay^*)/(\epsilon_w^+)^{1/4}$)

* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과
 ** 회원, 고려대학교 기계공학과
 *** 회원, 동해전문대학 자동차서비스과

그리스문자

Γ : 난류운동에너지소멸률 방정식의 소멸항

- δ : 곡률비 ($\equiv R_c/D_H$)
- δ_{ij} : Kronecker delta
- ϵ : 난류운동에너지소멸률
- ϵ^+ : 무차원 난류운동에너지소멸률
- ϵ_{ij} : 레이놀즈응력소멸률 텐서
- ϵ_w^+ : 벽에서 난류운동에너지소멸률
- κ : von Karman의 상수
- μ : 점성계수
- μ_t : 와점성계수
- ν : 동점성계수
- ρ : 유체의 밀도
- ϕ_{ij} : 압력변형률 텐서

1. 서 론

정사각 단면을 갖는 곡덕트 내의 난류유동은 난류모형 검증용 위한 시험유동장으로 많이 채택되어 왔다. 이는 완전 발달된 유동이 직덕트 유입부를 통하여 곡덕트에 유입되면 곡덕트의 곡률에 의해 강한 2차 유동을 발달시켜 3차원 유동장을 형성하기 때문이다. 곡덕트 내에서 2차 유동은 곡률원심력과 반경 방향의 압력구배에 의하여 생성되는 횡의 불균형에 의해 발생한다. 곡덕트의 단면에 역회전하는 와쌍들이 생성되어 곡덕트를 따라 유동 방향으로 진행하면서 복잡한 다중세포와(multi-cell vortex) 형태로 부서진다. 이런 이유로 곡덕트는 난류모형을 연구하는 사람들에게 좋은 유동시험장이 되고 있다.⁽¹⁾

Chang 등⁽²⁾과 Choi 등⁽³⁾은 입구평균유속을 기준으로 레이놀즈수가 56,690이고 곡률반경과 정사각덕트의 수력직경비가 3.357인 정사각 단면을 갖는 180° 곡관내 난류유동에 대한 상세한 실험자료를 제공하고 있다. Chang 등⁽²⁾과 Johnson⁽⁵⁾은 표준 $k-\epsilon$ 와점성모형을 사용하여 유동장을 예측하였으나 해석결과들은 레이놀즈응력에 있어서 유선곡률의 영향을 잘 반영하지 못하였다. 그러나 Choi 등⁽³⁾은 직접 측정된 속도 분포와 전산해석한 수치적인 결과가 일치하는 현저히 향상된 결과를 얻었다. 그들은 점성저층영역과 완충영역에서 벽함수 대신 밀집격자계를 사용하였으며, 2차모멘트단힘모형을 사용하였다.

본 연구목적은 정사각 단면의 곡덕트 내를 흐

르는 난류유동의 발달과정을 조사하기 위하여 720° 까지 해석하여 와의 변화 형태를 관찰하는데 있다. 여기서 난류모형이 결론적으로 갖추어야 하는 다음과 같은 조건들을 사용함으로써 주유동속도와 2차 유동의 복잡한 변화를 잘 예측하였다. (1) 압력변형률에 대하여 비선형 등방성회귀항 CQI(Cubic Quasi Isotropy)모형을 채택함으로써 점성저층영역에서 저레이놀즈수 2차모멘트단힘모형을 도입하였다.⁽⁴⁾(본 논문에서는 자세한 내용을 생략함) (2) 난류운동에너지소멸률 방정식에 다중생성항모형을 도입하였다. (3)또한 벽으로부터 새로운 무차원거리률 도입함으로써 복잡한 유동장에서 안정적인 해와 새로운 모형 개발을 위한 중요한 매개변수들을 제시하였다.

2. 지배방정식

Fig. 1은 정사각단면을 갖는 720° 곡덕트의 유로 형상을 나타낸 것이다. 수력직경을 기준으로 곡률반경을 3.357로 하였으며 주유동속도 성분을 W, 유동방향에 수직한 단면속도 성분을 U, V로 하였다. 또한 일반적으로 720° 곡덕트의 경우 물리적으로 코일 형상을 가진다. 그러나 본 연구에서는 중력이 유동에 미치는 영향이 없다고 가정하여 곡관의 피치를 영으로 하는 유동을 해석하였다.

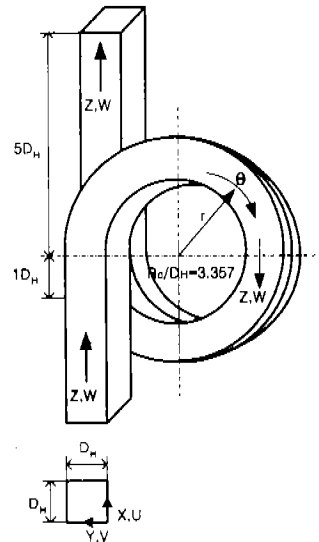


Fig. 1 Schematic showing the 720° curved duct and tangents.

본 해석에서 사용한 정사각 단면을 갖는 720° 폭덕트 내 유동을 정상 비압축성 점성유동으로 가정하여 직교원통형 좌표계에서 나타내면 연속 방정식과 운동량방정식이 다음과 같이 표현된다.

연속방정식

$$\frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X}(\rho r_c U) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho r_c V) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho W) \right\} = 0 \quad (1)$$

운동량방정식

$$\begin{aligned} \rho C(\Psi) + S_C(\Psi) &= D(\Psi) + S_D(\Psi) \\ -\rho R(\Psi) + \rho S_R(\Psi) + S_P(\Psi) & \end{aligned} \quad (2)$$

$$C(\Psi) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X}(r_c U \Psi) + \frac{\partial}{\partial Y}(r_c V \Psi) + \frac{\partial}{\partial \theta}(W \Psi) \right\}$$

$$\begin{aligned} D(\Psi) &= \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X}(r_c \mu \frac{\partial \Psi}{\partial X}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial Y}(r_c \mu \frac{\partial \Psi}{\partial Y}) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}) \right\} \end{aligned}$$

$$R(\Psi) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X}(r_c \overline{u \psi}) + \frac{\partial}{\partial Y}(r_c \overline{v \psi}) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\overline{w \psi}) \right\}$$

여기서 $R(\Psi)$ 항은 요동속도의 평균값과 방정식 내에 요동속도로 정의되는 레이놀즈응력의 작용으로 표현되어진다. 생성항인 S_P, S_C, S_R 그리고 S_D 항들은 Table 1에 나타내었다.

3. 난류모형

3.1 레이놀즈응력

평균운동량방정식 내 레이놀즈응력 $\overline{u_i u_j}$ 은 2차모멘트닫힘모형의 다음과 같은 텐서 형태로부터 얻는다.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P - \epsilon) = P_{ij} - \epsilon_{ij} + \phi_{ij} \quad (3)$$

$$P_{ij} = - \left(\frac{\overline{u_i u_k} \partial U_j}{\partial x_k} + \frac{\overline{u_j u_k} \partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (4)$$

$$\phi_{ij} = \frac{\nu}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

Table 1 $S_P(\Psi), S_C(\Psi), S_R(\Psi), S_D(\Psi)$

Ψ	$S_P(\Psi)$	$S_C(\Psi)$	$S_R(\Psi)$
U	$-\frac{\partial P}{\partial X}$	0	0
V	$-\frac{\partial P}{\partial Y}$	$\frac{W^2}{r_c}$	$\frac{w^2}{r_c}$
W	$-\frac{1}{r_c} \frac{\partial P}{\partial \theta}$	$-\frac{VW}{r_c}$	$-\frac{vw}{r_c}$
Ψ	$S_D(\Psi)$		
U	$\frac{\partial}{\partial X}(\mu \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial Y}(r_c \mu \frac{\partial V}{\partial X}) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu \frac{\partial W}{\partial X})$		
V	$\frac{\partial}{\partial X}(\mu \frac{\partial U}{\partial Y}) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial Y}(r_c \mu \frac{\partial V}{\partial Y}) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu \frac{\partial}{\partial Y}(\frac{W}{r_c})) + 2\mu \{ (V - \frac{\partial W}{\partial \theta}) / r_c^2 \}$		
W	$\frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial X}(2\mu \frac{\partial U}{\partial \theta}) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial Y}(\mu (\frac{\partial V}{\partial \theta} + W)) + \frac{1}{r_c} \frac{\partial}{\partial \theta}(\mu (\frac{\partial W}{\partial \theta} - 2V)) - \mu \frac{\partial}{\partial Y}(\frac{W}{r_c}) - \frac{\mu}{r_c^2} \frac{\partial V}{\partial \theta}$		

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \quad (6)$$

여기서 채택한 ϕ_{ij} 모형은 Shin⁽¹⁾이 평판채널유동으로부터 새롭게 개발한 CQI모형을 채택한 저레이놀즈수 2차모멘트모형을 사용하였다.

3.2 새로운 벽면무차원거리

생성항에 대한 벽면감쇄함수는 벽으로부터 무차원거리인 $y^+(=U_s y/\nu)$ 를 사용하여 나타낼 수 있다. 그러나 감쇄함수의 매개변수로 사용되어지는 y^+ 는 복잡한 유로 형상에서는 그 값을 얻기가 어렵고 단지 간단한 채널유동에서 만 적용이 가능하다. 따라서 본 연구에서는 복잡한 유로 형상을 갖는 유동에서 y^+ 를 대신할 수 있는 다른 무차원거리를 조사하였다. Abe 등⁽⁶⁾은 y^+ 대신 $y^*(=y(\nu \epsilon)^{1/4}/\nu)$ 를 사용하였다. y^* 는 유로의 형상에 상관없이 적용이 가능하다. 그러나 y^* 는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 벽으로부터 거리에 비선형

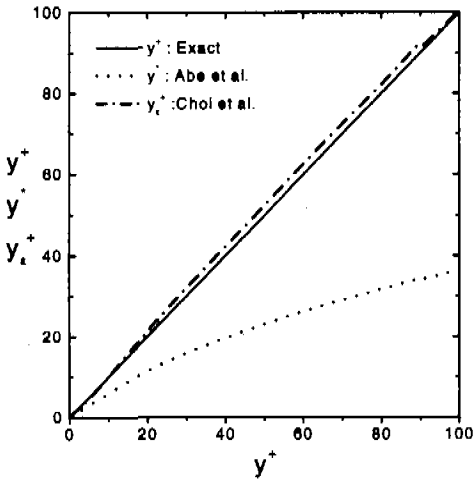


Fig. 2 Dimensionless distance.

적으로 변하므로 무차원거리로 사용하기에 적합하지 않다. 따라서 본 해석에서는 y^* 대신 벽으로부터 선형적으로 변화하는 새로운 매개변수 $y_ε^*$ 를 다음과 같이 도입하였다.

$$y_ε^* = y^*(1 + 0.024y^*) / (\epsilon_w^+)^{1/4}, \quad \epsilon_w^+ = 0.234 \quad (7)$$

여기서 ϵ_w^+ 는 레이놀즈수의 함수⁽⁹⁾로서 $10,000 \leq Re \leq 100,000$ 에 대한 $(\epsilon_w^+)^{1/4}$ 범위가 $0.688 \leq (\epsilon_w^+)^{1/4} \leq 0.702$ 임으로 $\epsilon_w^+ = 0.234$ 로 하였을 경우 수치해석에서 사용한 레이놀즈수(28,000, 56,000, 120,000)에서 $(\epsilon_w^+)^{1/4}$ 의 오차는 $\pm 1.02\%$ 이내이다. Fig. 2에서 $y_ε^*$ 는 y^* 가 100이하에서 잘 일치하고 있다. 일반적으로 벽으로부터 거리 y 는 벽으로부터 가장 가까운 거리물 사용하고 있으나 본 해석에서는 보다 일반성을 가지기 위하여 임의의 위치에서 가까운 두개의 벽에 수직한 거리를 조화평균하여 사용하였다. 이와 같은 매개변수의 도입으로 벽면부근에서 심하게 변화는 난류운동에너지와 난류운동에너지소멸률을 모형화함에 안정적인 해를 얻는데 크게 기여하였다.

3.3 난류운동에너지

난류운동에너지의 지배방정식은 다음과 같다.

$$C(k) = D(k) + S_D(k) + \Pi(k) + P_k - \rho \epsilon \quad (8)$$

$$C(k) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} (r_c U k) + \frac{\partial}{\partial Y} (r_c V k) + \frac{\partial}{\partial \theta} (W k) \right\}$$

$$D(k) = \frac{1}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[r_c (\mu + \rho C_k \frac{k}{\epsilon} \overline{u^2}) \frac{\partial k}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[r_c (\mu + \rho C_k \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2}) \frac{\partial k}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\mu + \rho C_k \frac{k}{\epsilon} \overline{w^2}) \frac{\partial k}{\partial \theta} \right] \right\}$$

$$S(k) = \frac{\rho C_k}{r_c} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[r_c \frac{k}{\epsilon} (\overline{uw} \frac{\partial k}{\partial X} + \frac{\overline{uw}}{r_c} \frac{\partial k}{\partial \theta}) \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[r_c \frac{k}{\epsilon} (\overline{vw} \frac{\partial k}{\partial X} + \frac{\overline{vw}}{r_c} \frac{\partial k}{\partial \theta}) \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{k}{\epsilon} (\overline{uw} \frac{\partial k}{\partial X} + \frac{\overline{vw}}{r_c} \frac{\partial k}{\partial Y}) \right] \right\}$$

$$P_k = -\rho \left[\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial X} + \overline{uv} \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \overline{uw} \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{r_c \partial \theta} \right) + \overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial Y} + \overline{vw} \left(\frac{\partial W}{\partial Y} + \frac{\partial V}{r_c \partial \theta} - \frac{W}{r_c} \right) + \overline{w^2} \left(\frac{\partial W}{r_c \partial \theta} + \frac{V}{r_c} \right) \right]$$

3.4 난류운동에너지소멸률

난류운동에너지소멸률 방정식은 다음과 같다.

$$C(\epsilon) = D(\epsilon) + S_D(\epsilon) + \Pi(\epsilon) + P_ε^1 + P_ε^2 + P_ε^3 + P_ε^4 - \Gamma \quad (9)$$

여기서 $C(\epsilon), D(\epsilon)$ 그리고 $S_D(\epsilon)$ 는 난류운동에너지 방정식으로부터 정의되고 $P_ε^i (i=1,2,3,4)$ 은 다중생성항을 나타내며 Γ 는 난류운동에너지소멸률의 소멸항이다. 또한 난류운동에너지소멸률방정식의 생성항들은 벽면 근방에서 벽면극한조건을 만족하도록 모형화 시켰다.

$$\epsilon_{ij} = f_{\epsilon} \epsilon_{ij}^* + (1 - f_{\epsilon}) \epsilon_{ij}^{iso} \quad (10)$$

$$\epsilon_{ij}^* = \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} + \overline{u_i u_n n_j} + \overline{u_j u_n n_i} + \overline{u_n u_n n_i n_j} \right) / \left(1 + 3/2 \overline{u_p u_p n_p n_p} / k \right) \quad (11)$$

혼합생성률 $P_ε^i$ 는 ϵ_{ij} 을 알면 이른식으로 구할

수 있다. 벽면극한조건을 만족시키는 벽에서의 레이놀즈응력소멸률 ϵ^* 는 식(11)을 사용하였으며 등방성소멸률 $\epsilon_{ij}^{iso} = 2/3\delta_{ij}$ 가정을 적용하여 P_ϵ^1 는 다음과 같이 이론적인 식을 얻을 수 있다.

$$P_\epsilon^1 = -\epsilon_{ij} S_{ij} = f_\epsilon \frac{\epsilon}{k} \frac{(P_\tau - 2 \frac{u_2 u_j S_{2j}}{1 + 3/2 \frac{u_2^2}{k}})}{(1 + 3/2 \frac{u_2^2}{k})} \quad (12)$$

천이함수는 $f_\epsilon = 1 - \exp[-(R/87)^2]$ 으로 하였으며, 아래첨자 2는 벽으로부터 수직한 방향을 의미한다. 본 연구에서는 벽면극한조건을 만족시키기 위한 감쇄함수 f_ω 와 난류의 비등방성의 증폭 효과를 고려한 증폭함수 f_{A2} 을 사용하므로 P_ϵ^2 의 표준모형을 수정하여 다음과 같이 사용하였다.

$$P_\epsilon^2 = C_\omega f_\omega f_{A2} \frac{P_A \epsilon}{k} \quad (13)$$

$$f_\omega = 1 - \exp(y_\epsilon^+ / 2.75), \quad f_{A2} = \exp(A_3^3 / 2)$$

$$C_\omega = 1.0, \quad A_3 = a_{ij} a_{jk} a_{ki}$$

구배생성률(P_ϵ^3)에 대한 벽면극한조건은 Rodi와 Mansour의 모형⁽⁸⁾에 감쇄함수 f_ω 를 곱하였다.

$$P_\epsilon^3 = f_\omega (C_{\omega 3}^1 \nu \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2}(U_{,yy})^2) \quad (14)$$

$$+ C_{\omega 3}^2 \nu \frac{k}{\epsilon} k_{,y} U_{,y} U_{,yy}$$

$$f_\omega = 1 / (1 - \exp(-y_\epsilon^+ / 4.0)), \quad C_{\omega 3}^1 = 0.4, \quad C_{\omega 3}^2 = 0.045$$

난류생성률 P_ϵ^4 는 표준모형 ϵ^2/k 에 감쇄함수 $f_\epsilon = 1 - \exp[-(y_\epsilon^+ / C_\omega)]$ 를 적용하여 벽면조건을 만족시켰다.

$$P_\epsilon^4 = C_\omega f_\omega \frac{\epsilon^2}{k} \quad (15)$$

$$f_\omega = (1 - \exp(-y_\epsilon^+ / 5.5))^3, \quad C_\omega = 3.3$$

감쇄함수 f_{ω_1}, f_ω 그리고 증폭함수 f_{A5} 를 표준모형 ϵ^2/k 에 곱하여 다음과 같이 적용하였다.

$$\Gamma = C_\omega f_{\omega_1} f_\omega f_{A5} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (16)$$

$$f_{A5} = \exp(3.3(E_3 A_3)^3), \quad C_\omega = 4.78$$

$$f_{\omega_1} = 1 - 0.3 \exp(-(R/6)^2), \quad f_\omega = \tanh^2(y_\epsilon^+ / 7.5)$$

여기서 감쇄함수 f_{ω_1} 는 Γ 의 감쇄분에 대하여 난류에너지를 증가시키는 효과를 고려하였다. 쌍곡선정질함수 f_ω 는 벽면극한조건을 만족시키기 위하여 적용되어졌다. 증폭함수 f_{A5} 는 P_ϵ^1 그리고 P_ϵ^2 의 크고 작은 척도의 비등방성 난류의 효과를 나타내기 위하여 사용되어 졌으며, P_ϵ^1 그리고 P_ϵ^2 는 크고 작은 척도의 비등방성 난류에 영향을 미치므로 $E_3 A_3$ 을 Γ 의 증폭함수를 공식화하기 위한 인자로 선택하였다. 여기서 $E_3(e_{ij} e_{jk} e_{ki})$ 는 소멸률 비등방성 텐서 e_{ij} 의 3차 불변항이다.

4. 수치해석

4.1 준타원형 해법

본 해석에서 사용한 전산 프로그램은 주유동 방향의 확산을 배제한(그러나 3차원적 효과는 압력장에서 고려됨) 레이놀즈방정식의 준타원형 이산화물 바탕으로 하였다. 준타원형 해법은 재순환 유동이 일어나지 않는 3차원유동을 해석하기 위한 해법이다. 또한 이 해법은 하류의 유동이 상류에 영향을 미치지 못하므로 출구에서의 격자 손실을 막을 수 있으며 계산시간을 크게 단축시킬 수 있는 것이 장점이나 재순환 유동이 있는 경우에는 사용이 불가능하다. 곡덕트 내의 계산 영역은 덕트의 대칭면을 기준으로 상위 부분에 해당하는 덕트의 반을 계산단면으로 하였으며, 주유동 방향으로는 곡덕트의 상류측 $1 D_H$ 부터 시작하여 출구측은 곡관의 곡률이 영인 부분으로부터 $5 D_H$ 까지 하였다. 격자는 주유동 방향으로 380개의 격자를 사용하였으며 단면에 대하여 52×80 의 격자를 구성하였다. 또한 유동단면에 대하여 미세격자법을 사용하였다. 벽면으로부터 $y^+ \leq 80$ 의 미세격자 구역에는 20개의 격자를 사용하였으며 벽면에서 첫 번째 위치한 격자는 $y^+ \leq 0.5$ 가 되게 하여 ϵ 의 벽면 경계조건을 보다 타당성 있게 적용하였다. 운동량방정식 차분화는 덕트의 단면에서 2차 유동의 대류항에 대하여

QUICK 해법을 적용하였다.

4.2 경계조건

입구면에서의 입구 평균속도, 난류운동에너지 그리고 난류운동에너지소멸률은 Melling과 Whitelaw⁽⁷⁾가 완전 발달된 직관 유동에서 실험 측정으로부터 얻은 결과를 이용하여 입구조건으로 사용하였다. 벽면에서 U, V, W, k 에 대하여 No-slip 조건을 ε에 대하여 등방성소멸률이 영이 되는 조건을 사용하였습니다⁽⁴⁾. 그리고, 대칭 축에서는 Neumann 조건을 적용하였다.

$$\text{벽면} : U, V, W, k, \overline{uw}, \overline{uv} = 0, \quad \epsilon = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$$

$$\text{대칭면} : U = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 (\phi = V, W, k, \epsilon, \overline{vw})$$

$$\text{출구조건} : \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

수렴판정조건은 유동방향을 따라서 각 단면의 평균질량원천항이 10⁻³ 이하로 떨어지면 수렴된 것으로 하였다. 또한 이 과정을 통하여 각 단면에 대하여 Prata⁽¹⁰⁾이 제안한 평균압력수정(bulk pressure correction)을 적용하였다.

5. 수치해석 결과

Fig. 3은 유동 방향을 따라 45° 부터 675° 까지 90° 간격으로 2차 유동 발달 과정을 벡터와 유선으로 나타내었다. 곡덕트의 입구에서부터 발달되기 시작한 2차 유동은 90° 를 지나면서 강한 2차 유동을 형성하여 90° 이후에는 다중세포와로 나누어진다. 그러나 다중세포와는 점차적으로 작은 와들로 분해된다. 225° (n=2)에서는 다중세포와가 곡관의 반경 방향으로 외벽면의 중심에서 다시 큰 쌍으로 발달되는 것을 관측할 수 있다. 이와 같은 와는 곡관이나 곡덕트의 외벽을 따라 나타나는 Götler와 유사한 형상을 하고 있으며 일반적으로는 Dean와라 부른다. 여러 작은 와셀들은 외벽면을 따라 생성과 소멸을 반복하지만 완전 발달되지는 않는다. 그림에서 알 수 있듯이 2차 유동은 곡관의 곡률과 원심력에 의하여 와의 생성과 소멸을 반복하며 정사각 단면의 특성상 덕트 단면 모서리의 영향으로 외벽으로부터 내벽으

로 측벽면을 따라 강한 전단응력이 발생하며 이것은 내벽면 중앙에서 강한 와의 생성을 주도한다. 또한 내벽에서 발생한 와는 내벽과 외벽의 압력구배로 와의 변화와 다중세포와의 생성을 주도한다.

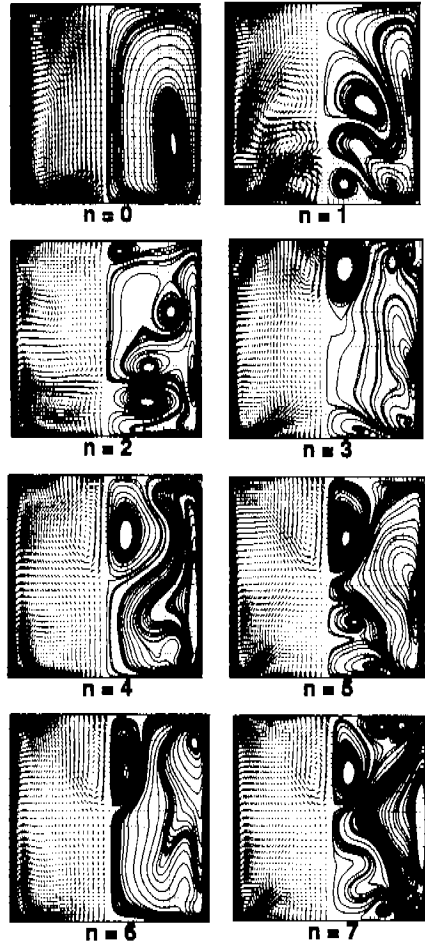


Fig. 3 Secondary flow vectors and streamlines at stations of (2n+1)π/4.

Fig. 4는 레이놀즈수가 56,000인 경우에 대하여 곡덕트의 유로를 따라 주유동속도를 3차원적으로 나타낸 것이다. n=2인 경우를 살펴보면 다중세포와의 영향으로 주유동속도 분포가 매우 복잡한 형상을 하고 있다. 주유동속도는 360°까지는 내벽부의 Eckman와 및 내벽측의 Taylor와의 발달로 외벽부의 속도가 크게 나타나고 있으며, 360°이

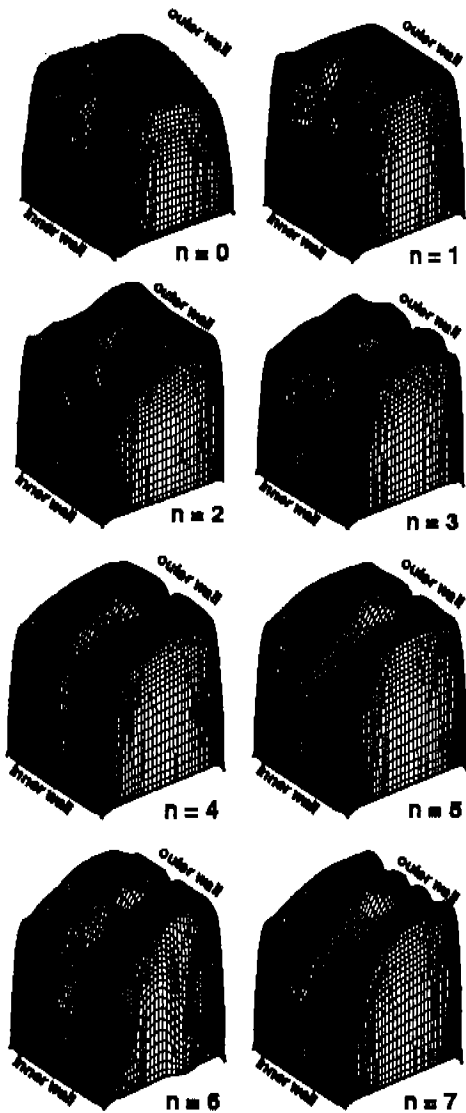


Fig. 4 Three dimensional representation of streamwise velocity distributions at the $(2n+1)\pi/4$.

후에는 외벽부의 Dean와 및 Götler와의 생성으로 단면의 중앙에서 가장 속도가 빠르며 외벽부에서 심한 와 풀을 형성하고 있다. 난류모형의 영향을 대변하는 2중극대 현상은 단면의 대칭면에서 오목한 형상을 하여 2중극대를 잘 예측하고 있다.

Fig. 5는 Chang등⁽²⁾의 실험결과와 새롭게 개발한 2차모멘트단형모형을 사용한 결과물 주유동 속도 성분에 대하여 $2x/D_H=0.75, 1.0$ 인 위치에

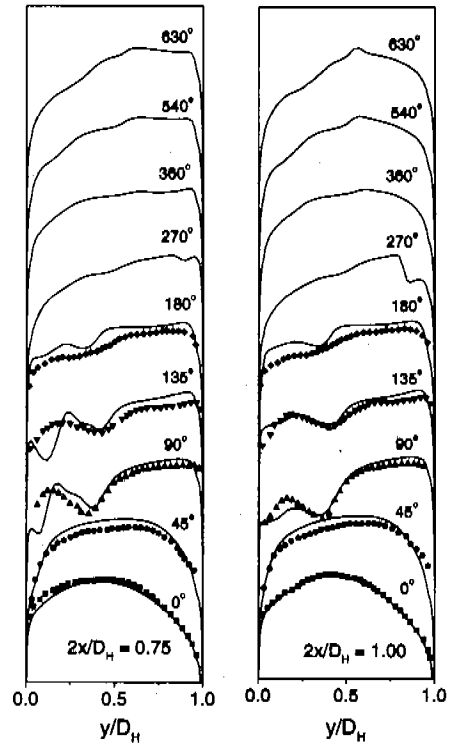


Fig. 5 Variation of streamwise mean velocity at $2x/D_H=0.75, 1.0$.

서 유동의 진행 방향에 따른 3차원 속도 분포이다. 180°까지는 Chang의 실험치와 비교한 그림이다. 본 해석은 90°에서의 2중극대를 잘 예측하고 있으며 135°에서 다중세포와로 인한 심한 속도구배를 잘 나타내고 있다. 180° 이후는 90°간격으로 주유동속도 분포를 나타낸 것이다. 위에서 고찰하였듯이 내벽면에서 45° 이후 지속적인 강한 2차 유동의 생성, 다중세포와의 발달과 외벽면 225° 이후 Dean와의 지속적인 생성 및 315°에서의 Götler와의 생성과 675°에서의 소멸로 인하여 주유동속도 분포가 유로를 따라 진동하고 있음을 360° 부근에 잘 나타나 있다.

Fig. 6은 레이놀즈수에 따라 와의 생성과 발달 과정을 살펴보기 위하여 레이놀즈수가 (a)28,000, (b)56,000 그리고 (c)112,000인 경우에 대하여 무차원화된 주유동속도 분포를 $\theta=225^\circ$ 인 위치에서 3차원적으로 비교한 것이다. 세 경우 모두 전체적인 형상은 비슷하나 레이놀즈수가 증가할수록 유동 전단면에서 심한 굴곡으로 와의 생성과

소멸의 반복이 름을 알 수 있다. 이것은 외벽면에서 강하게 발달하는 Dean와의 생성으로도 알 수 있는데 $Re=28,000$ 인 경우는 전체적으로 심한 굴곡없이 내벽면에서 2차 유동의 발달을 볼 수 있으며, $Re=56,000$ 인 경우는 Dean와의 생성과 전체적인 속도구배가 28,000보다 심한 굴곡을 보이고 있다. 그리고 $Re=112,000$ 에서는 Dean와의 발달과 Götter와의 생성을 나타내고 있으며 앞의 두 경우보다 속도구배가 심하게 나타나고 있다.

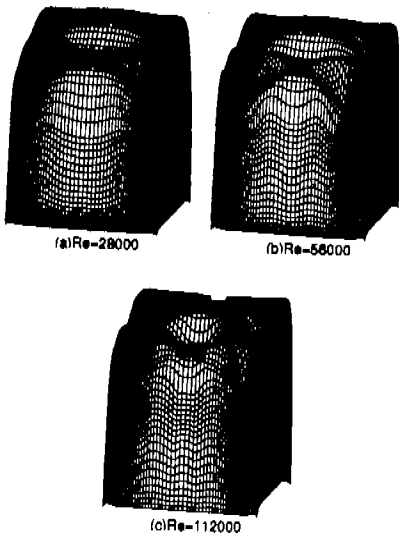


Fig. 6 Comparison of normalized axial velocity distribution at $\theta=225^\circ$ for different Reynolds numbers .

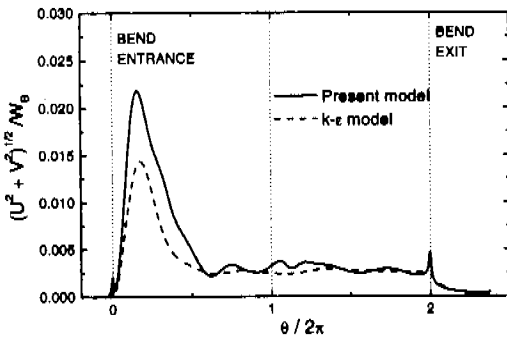


Fig. 7 Variation of the cross-section averaged secondary flow intensities.

Fig. 7은 단면에서 2차 유동 강도의 변화를 본 2차모멘트모형과 $k-\epsilon$ 모형으로 예측한 결과를 비교한 것이다. $k-\epsilon$ 모형이 본 2차모멘트모형에 비하여 90° 부근에서 상대적으로 낮게 예측하고 있는데 이것은 $k-\epsilon$ 모형이 다중세포화로 인한 2중극대 현상을 예측하지 못하기 때문이다. 또한 90° 이후에는 2차모멘트모형에서는 지속적인 굴곡을 보이는데 이것은 유로를 따라서 와의 반복적인 생성과 소멸 때문이다. 그리고 폭류가 끝나는 부분에서 높은 강도의 변화는 외벽부에 있는 와쌍들이 출구측 직관의 영향으로 이동과 소멸에 기인하는 것이다. 반면 $k-\epsilon$ 모형에서는 90° 이후 단조로운 변화를 하고 있다. 이것은 90° 에서 생성된 와가 출구측 유로를 따라 단순 소멸하기 때문이다.

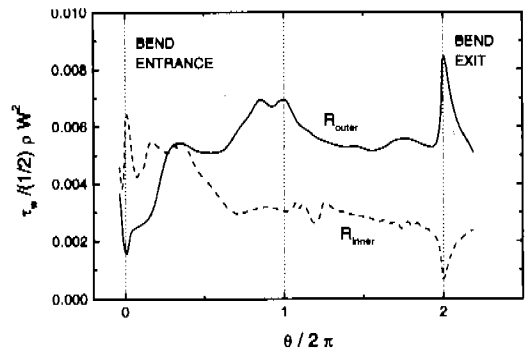


Fig. 8 Averaged shear stresses of the outer and inner walls normalized by $1/2\rho W_B^2$.

내벽과 외벽의 평균 전단응력($\overline{\tau_w}$)을 나타낸 Fig. 8은 $1/2\rho W_B^2$ 으로 부차원한 값이다. 입구측 내벽면에서 평균 전단응력은 외벽면에서 그것 보다 높다. 이것은 내벽면쪽에서의 주유동속도의 가속으로 인하여 외벽면쪽에서 그 반대의 현상이 나타나기 때문이다. 그러나 180° 이후에는 반전되고 있음을 알 수 있다. 폭류트를 따라 외벽면쪽의 전단응력은 출구측으로 감에 따라 큰 변화와 함께 점차적으로 증가한다. 이와 같이 외벽면에서의 전단응력의 강한 증가는 아마도 위에서 언급한 Götter와의 발달 때문인 것으로 기대된다. 한편 내벽면쪽의 전단응력은 일정한 기울기를 가지며 감소하고 있다. 그러나 곡관부분을 지나 출구측에서는 내벽면에서의 증가와 외벽면에서의

감소를 보이고 있다. 이는 곡관부에서 직관부로 이동함에 따라서 곡률원심력이 없어져 외벽부에 급격한 순압력구배가 내벽부에 역압력구배가 발생하여 국부적인 유동의 가속과 감속에 기인된 것이며 이와 반대 현상이 곡관 입구부에도 나타나고 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 $R_c/D_H = 3.357$ 인 정사각단면을 갖는 720° 곡덕트 내에서 난류유동에 대한 와외 발달과정을 계산하였다. 본 연구에서 얻은 결과들이 기존의 결과들 보다 정확하며 실제에 가까운 유동을 잘 예측함을 발견하였다. 이와 같은 보다 현실적인 유동을 예측할 수 있는 중요한 요인은 다음과 같은 난류모형의 개발에 있다: (1) 저레이놀즈수 2차모멘트 난류모형의 적용 (2) 난류운동에너지소멸률 방정식에 대한 다중생성항모형의 도입 (3) 압력변형률의 저속항 내에서 비선형모형의 적용과 고속항에 대하여 CQI모형의 개선편 (4) 벽면무차원거리 y_+^* 의 도입. 이와 같은 새로운 난류모형의 적용과 새로운 매개변수의 도입은 복잡한 3차원 곡덕트 내에서 90° 이후 강한 다중세포와와 225° 이후 외벽면에서 불안정한 Dean와외 지속적인 생성과 Götler와의 주기적인 생성을 잘 예측하였다.

참고문헌

(1) Shin, J. K., 1995, "A Study on the Development and Application of Low Reynolds Number Second Moment Turbulence Closure," Ph.D, Thesis, Korea University.
 (2) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., 1983, "Turbulent Flow in a Strongly Curved U-bend and Downstream Tangent of Square Cross Sections,"

PCH Physics Chemical Hydrodynamics, Vol. 4, pp. 243~269.
 (3) Choi, Y. D., Moon, C. and Yang, S. H., 1990, "Measurement of Turbulent Flow Characteristics of Square Duct with a 180° Bend by Hot Wire Anemo-meter," *Proc. of International Symposium of Engineering Turbulent Modeling and Measurement*, pp. 429~438.
 (4) 신종근, 최영돈, 1996, "저레이놀즈수 2차모멘트 난류모형에 의한 정사각단면의 180° 곡덕트 난류유동의 수치해석," 대한기계학회논문집 제 20권 제 8호, pp.2650~2669.
 (5) Johnson, R. W., 1984, "Turbulent convecting Flow in a Square Duct with a 180° Bend ; an Experimental and Numerical Study," Ph.D.Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
 (6) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1994, "A New Turbulence Model for Predicting Fluid Flow and Heat Transfer in Separating and Reattaching Flow-I. Flow Field Calculation," *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 1, pp. 139~151.
 (7) Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1976, "Turbulent Flow in a Rectangular Duct," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 78, p. 289
 (8) Rodi, W. and Mansour, N. N., 1993, "Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Modeling with the Aid of Direct Simulation Data," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 250, pp. 509~529.
 (9) 신종근, 최영돈, 1996, "저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형에서 DNS 자료에 의한 ϵ 방정식의 다중 생성률 모형 개발," 대한기계학회논문집 제 20권 제 1호, pp.306~320.
 (10) Pratap, V. S., 1975, "Flow and Heat Transfer in Curved Duct," Ph.D.Thesis, Imperial College, University of London.